

# 光学学报

## 离散式光学系统光轴指向误差建模与数字化标校

赵宏达\*, 李顺合, 江涛, 方昉

华中光电技术研究所智能光电与数字制造实验室, 湖北 武汉 430223

**摘要** 针对离散式光学系统光轴指向误差标校需求, 研究了一种基于测星法的光轴指向误差数字化标校技术。以某型离散式光学系统为例, 采用四元数数学方法推导了含有光机结构加工装配误差以及传感器测量误差在内共计11个系统误差参量的地理系光轴指向模型。将指向模型中包含误差参数的三角函数项泰勒级数展开并作一阶近似处理将方程线性化。通过最小二乘原理获得了光路中系统误差解算模型。基于天文导航基本原理建立了以星体为目标的标校基准。通过实验测试完成了光轴指向误差数字化标校技术原理验证。分析表明: 通过测星法光轴指向误差数字化标校能够大幅提高离散式光学系统光轴指向精度。本文研究方法和结论可以为离散式光学系统光轴指向误差标校提供参考。

**关键词** 离散式光学系统; 指向误差; 数字化标校; 测星法; 四元数

中图分类号 O439 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS222120

### 1 引言

为了满足长焦距、远作用距离、高敏捷等性能指标要求, 现代光电装备通常采用离散式光机体制将离轴三反、扫描反射镜、快反镜、折转镜等一系列光机组件以及惯性测量单元等传感器进行集成, 光路模型复杂程度急剧上升。在振动冲击等力学环境载荷以及热载荷作用下, 离散式光学系统光机组件的相对位姿极易发生改变, 从而引起光轴指向精度超差等问题。频繁地装调不仅极大耗费人力物力, 还会对任务周期产生严重影响。此外, 离散式光学系统各级装调残差对光学系统指向精度的影响也不能忽略。相比传统机械式装调, 光轴指向误差数字化标校技术不依赖于物理修切或研磨, 而是采用误差建模结合测试样本数据解算获得误差参量, 最终通过角度补偿实现光轴指向快速校准。因此, 针对离散式光学系统光轴指向误差数字化标校技术的需求变得愈发迫切。

光轴指向误差数字化标校涉及标校方法和目标基准建立两个方面。目前光轴指向误差数字化标校方法有基本参数法、半参数回归法和数值分析法三种。基本参数法通过光线追迹或齐次坐标变换建立包含各误差参量的光轴指向模型。该方法中各误差参量对应明确的物理含义, 且能够分析出各误差参量对光轴指向影响大小, 从而指导光机系统设计与装调。Huang等<sup>[1]</sup>利用基本参数法建立了空间光学相机光轴指向误差和装配误差关系的数学模型, 采用蒙特卡罗方法对

误差参量进行分析与验证。沈英等<sup>[2]</sup>针对旋转双棱镜指向精度不高的问题, 在误差分析数学模型建模基础上利用粒子群算法对棱镜顶角误差和折射率误差系统参数进行辨识, 校正后光轴指向精度大幅提升。Zhou等<sup>[3]</sup>分析了航空相机机械误差并由光线追迹算法建立了光轴指向误差模型, 然后通过遗传算法对误差参量进行辨识。赵怀学等<sup>[4]</sup>利用坐标旋转变换数学方法推导了具有大照准差和零位差的光电经纬仪光轴指向修正模型, 通过实际成像系统脱靶量数据获得了系统光轴指向校正参数。半参数回归算法在兼顾基本参数法的优势的同时考虑了微振动、大气扰动、结构形变等非线性因素, 因此具有较高拟合精度。Xu等<sup>[5-6]</sup>分别针对航空光电平台和三轴集成航空相机光轴指向误差标定进行研究。在参数模型基础上提出了改进的半参数回归模型, 保留参数模型优点的同时补偿了非线性因素影响。不同于上述两种方法的复杂建模过程, 数值分析法主要通过实验测试构造各光轴位置指向所对应的误差曲面, 然后利用球形谐波函数或广义扩展近似模型对误差曲面进行拟合, 从而补偿光轴指向误差<sup>[7]</sup>。Tang等<sup>[8]</sup>利用光轴指向误差实验数据对光电侦查设备指向误差进行补偿, 结果表明, 补偿后指向精度提高一个量级以上。文献[9-11]等也都开展了光轴指向误差数字化标校方法研究并取得积极进展。此外, 文献[12-13]等进一步将数字化标定技术应用于光学相机参数及装配误差标校中, 同样获得了良好效果。

收稿日期: 2022-12-08; 修回日期: 2023-02-01; 录用日期: 2023-02-07; 网络首发日期: 2023-03-09

基金项目: 华中光电技术研究所自研项目(ZY573)

通信作者: \*zhd\_hit@126.com

传统的光学系统外场标校基准通常由陀螺经纬仪瞄取特定目标获得。该方法需要在静止平台才能使用且需要额外辅助设备。随着天文学的不断发展,将天文导航中星体作为标校基准是一种切实可行的方法。Ning等<sup>[14]</sup>通过结合直接法和滤波法对天文导航结果进行修正,大幅提高了深空探测航天器轨道自主定位精度。李忠<sup>[15]</sup>从天文导航三角形数学模型出发推导了水平基准误差和载体地理位置误差对航向角误差影响的理论模型,为测量星体和定位方式选择提供了依据。常建松<sup>[16]</sup>研究了卫星自主天文导航误差标定方法,对星敏感器引起的误差参量进行标定与补偿,解决了卫星在轨定位精度偏低的问题。

本文以一型包含二维扫描反射镜组、固定反射镜等光机组件以及惯性测量单元等传感器的离散式光学系统为研究对象,推导了地理系光轴指向模型和误差解算模型。基于天文导航原理建立了以星体为目标的

标校基准。结合测星实验样本数据和误差解算模型完成了误差标校并对指向精度提升效果进行了定性分析与定量评价。

## 2 测星法光轴指向误差标校模型

### 2.1 地理系光轴指向模型

某型离散式光学系统及光路示意图如图1所示。光学系统主要包括二维扫描反射镜组、固定反射镜组件、电视传感器、惯性测量单元(IMU)等。为分析便利在模型中引入三个坐标系:地理系  $ox_ny_nz_n$ 、载体系  $ox_by_bz_b$  和惯导系  $ox_iy_iz_i$ 。三个坐标系满足右手定则,其中:地理坐标系  $ox_ny_nz_n$  为东北天坐标系,  $oy_n$  轴指向正北,  $ox_n$  轴指向正东;载体系  $ox_by_bz_b$  与载体平台固连,  $oz_b$  轴与二维扫描反射镜方位轴重合,  $oy_b$  轴指向实际方位零位;惯导坐标系  $ox_iy_iz_i$  坐标轴分别与三个正交陀螺轴重合。

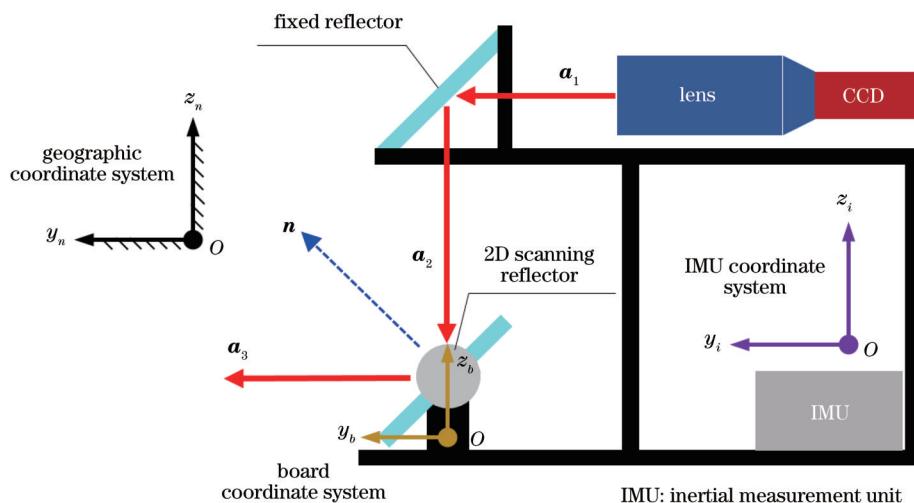


图1 离散式光学系统及其光路模型

Fig. 1 Discrete optical system and its optical path model

假设光轴经过电视传感器镜头后出射光轴为  $a_1$ ,依次经过固定反射镜和二维扫描反射镜后分别为  $a_2$  和  $a_3$ 。理想情况下  $a_2$  与  $z_b$  轴平行,由于镜头和固定折转镜的机加装配误差,  $a_2$  存在绕  $y_b$  和  $x_b$  轴旋转的误差。 $a_3$  仅受到二维反射镜方位角  $\phi$  及俯仰角  $\theta$  的影响,实际中包含了  $a_2$  的误差及二维扫描反射镜组轴系误差等。

光学系统误差源包括:1)CCD探测器安装误差;2)镜头安装误差;3)固定折转镜法线误差;4)二维扫描反射镜法线相对俯仰轴垂直误差;5)在载体坐标系方位、俯仰测角零位误差;6)俯仰轴相对方位轴垂直度误差;7)在载体坐标系方位轴垂直误差;8)扫描反射镜组方位、俯仰圆光栅测角误差;9)IMU坐标系与载体系安装误差;10)捷联惯导IMU漂移误差(传感器测量误差)。上述误差参量中:第1~3项误差参量可等效为

后组光路综合误差;由于载体系两个坐标轴分别与二维扫描反射镜方位轴和方位零位重合,故第7项以及5项中方位测角零位误差均为零;第9误差项为一组载体系至惯导系的欧拉角误差参量;测角误差为方位和俯仰测角的函数,利用23面体单独标定。需要说明的是,第6~9误差参量中包含系统误差以及由轴晃和测角引起的随机误差部分。在数字化标定中可通过增大样本量消除随机误差对系统误差辨识精度的影响<sup>[17]</sup>。

综上所述,离散式光学系统光轴指向误差参量汇总如表1所示。

指向误差建模常见方法为基准坐标旋转变换法。该方法需要在各级误差参量传递过程和存在运动副结构件之间逐级建立相应基准坐标系,通过基准坐标旋转变换将光轴最终投影至末级坐标系。与基准坐标旋转变换法相对应的另一种方法是四元数法,该方法将矢量纯四元数在基准坐标系中的连续旋转等效

表1 离散式光学系统误差参量表  
Table 1 Error parameters of the discrete optical system

No.	Symbol	Name of error
1	$e_1$	Comprehensive error component of rear group optical path (around $y_b$ axis)
2	$e_2$	Comprehensive error component of rear group optical path (around $x_b$ axis)
3	$e_3$	Perpendicularity error of the mirror normal of the 2D scanning reflector
4	$e_4$	Zero error of the elevation axis of the 2D scanning reflector
5	$e_5$	Perpendicularity error of the elevation axis of the 2D scanning reflector
6	$e_6$	Euler rotation error from board system to IMU system (around $y_b$ axis)
7	$e_7$	Euler rotation error from board system to IMU system (around $x_b$ axis)
8	$e_8$	Euler rotation error from board system to IMU system (around $z_b$ axis)
9	$e_9$	Shift error of the IMU in roll direction
10	$e_{10}$	Shift error of the IMU in pitch direction
11	$e_{11}$	Shift error of the IMU in yaw direction

为基准坐标系旋转变换,因此仅需建立末级基准坐标系即可,避免了繁琐的基准坐标系建立过程,具有形式简洁等优点。本节采用四元数数学方法对光轴指

向误差开展建模分析,有关四元数旋转变换的基本性质和使用方法详见文献[18-20],受篇幅限制此处不再赘述。

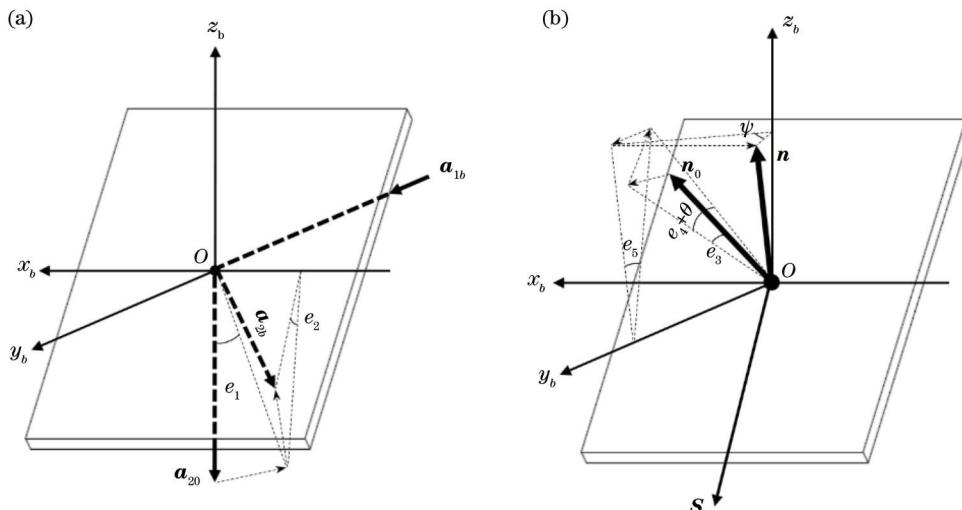


图2 后组光路和二维扫描反射镜组误差模型。(a)后组光路误差模型;(b)二维扫描反射镜组误差模型

Fig. 2 Error models of rear group optical path and 2D scanning reflector. (a) Error model of rear group optical path; (b) error model of 2D scanning reflector

后组光路综合误差示意图如图2(a)所示,其中载体坐标系  $ox_b y_b z_b$  平移至固定反射镜中心。二维扫描反射镜理想入射光轴  $a_{20}$  沿  $z_b$  轴负向。由于后组光路综合误差影响,实际入射光轴  $a_{2b}$  与理想入射光轴  $a_{20}$  存在偏差。该偏差可分解为绕  $y_b$  轴误差角  $e_1$  和绕  $x_b$  轴误差角  $e_2$  两个误差分量。即二维扫描反射镜理想入射光轴  $a_{20}$  分别绕  $y_b$  轴旋转  $e_1$  角再绕  $x_b$  轴旋转  $e_2$  角后与实际二维扫描反射镜入射光轴  $a_{2b}$  重合,则载体系二维扫描反射镜实际入射光轴  $a_{2b}$  的纯四元数表达式为

$$a_{2b} = R_2 \circ R_1 \circ a_{20} \circ R_1^* \circ R_2^*, \quad (1)$$

式中:  $a_{20} = 0 - 1k$ ;  $R_1$ 、 $R_2$  分别为误差项  $e_1$ 、 $e_2$  对应的旋转四元数。其具体形式为

$$\begin{cases} R_1 = \cos\left(\frac{e_1}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_1}{2}\right)j \\ R_2 = \cos\left(\frac{e_2}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_2}{2}\right)i \end{cases} \quad (2)$$

图2(b)为二维扫描反射镜组误差参量示意图。类似地,将载体坐标系  $ox_b y_b z_b$  平移至二维扫描反射镜中心。设二维扫描反射镜镜面法线初始时为沿着载体系  $oy_b z_b$  平面斜  $45^\circ$  方向单位矢量,由纯四元数表示为  $n_0 = 0 + \sqrt{2}/2 j + \sqrt{2}/2 k$ 。由于二维扫描反射镜组误差如镜面法线与俯仰轴垂直度误差  $e_3$ 、俯仰零位误差  $e_4$ 、方位轴与俯仰轴垂直度误差  $e_5$  以及方位角  $\phi$  和俯仰角  $\theta$  旋转,初始镜面法线  $n_0$  变换为最终镜面法线

$n$ 。 $n_0 \sim n$ 有多种旋转路径,最为简单的旋转传递路径为: $n_0$ 首先绕 $s$ 轴旋转误差角 $e_3$ ,然后绕 $x_b$ 轴旋转误差角 $e_4$ 和俯仰角 $\theta$ ,再后绕 $y_b$ 轴旋转误差角 $e_5$ ,最后绕着 $z_b$ 轴旋转方位角 $\psi$ 至 $n$ ,如图2(b)所示。综上,镜面法线经误差旋转及方位俯仰旋转后,其在载体系四元数可由下式计算获得

$$n = R_\psi \circ R_5 \circ R_\theta \circ R_4 \circ R_3 \circ n_0 \circ [R_\psi \circ R_{e5} \circ R_\theta \circ R_4 \circ R_3]^*, \quad (3)$$

式中: $R_\psi$ 、 $R_\theta$ 分别为二维扫描反射镜方位和俯仰转角 $\psi$ 、 $\theta$ 所对应的旋转四元数; $R_3$ — $R_5$ 分别为二维扫描反射镜组误差参数 $e_3$ — $e_5$ 所对应旋转四元数。其表达式为

$$\begin{cases} R_\psi = \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)k \\ R_\theta = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)i \\ R_3 = \cos\left(\frac{e_3}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_3}{2}\right)\left[\frac{\sqrt{2}}{2}j - \frac{\sqrt{2}}{2}k\right] \\ R_4 = \cos\left(\frac{e_4}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_4}{2}\right)i \\ R_5 = \cos\left(\frac{e_5}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_5}{2}\right)j \end{cases} \quad (5)$$

当载体系下镜面法线 $n$ 及入射光轴 $a_{2b}$ 均获得时,将入射光轴纯四元数 $a_{2b}$ 取负,并绕镜面法线 $n$ 旋转 $\pi$ 即可得载体系出射光轴。出射光轴 $a_{3b}$ 在载体系的纯四元数表达式为

$$a_{3b} = n \circ (-a_{2b}) \circ n^*. \quad (6)$$

为了将光轴指向投影至地理系,需要利用惯导坐标系作为中间环节过渡。由于惯导系与载体系存在一组惯导安装误差欧拉参量 $e_6$ — $e_8$ ,因此利用坐标变换将式(6)载体系出射光轴投影至惯导系,

$$a_{3i} = R_8 \circ R_7 \circ R_6 \circ a_{3b} \circ R_6^* \circ R_7^* \circ R_8^*, \quad (7)$$

其中,

$$\begin{cases} R_6 = \cos\left(\frac{e_6}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_6}{2}\right)j \\ R_7 = \cos\left(\frac{e_7}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_7}{2}\right)i \\ R_8 = \cos\left(\frac{e_8}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_8}{2}\right)k \end{cases} \quad (8)$$

惯导偏航角、纵摇角和横滚角分别用 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 表示,受到惯导漂移误差 $e_9$ — $e_{11}$ 影响,由惯导姿态欧拉坐标旋转变换后出射光轴仅投影至伪地理系,其与真实地理系仍存在一组欧拉误差角变换,因此出射光轴在地理系表达需将惯导系出射光轴进行惯导姿态及惯导漂移误差两组欧拉坐标系旋转变换,即

$$a_{3i} = R_{11} \circ R_{10} \circ R_9 \circ R_\alpha \circ R_\beta \circ R_\gamma \circ a_{3i} \circ R_\gamma^* \circ R_\beta^* \circ R_\alpha^* \circ R_9^* \circ R_{10}^* \circ R_{11}^*, \quad (9)$$

其中,

$$\begin{cases} R_\alpha = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)k \\ R_\beta = \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)i \\ R_\gamma = \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)j \\ R_9 = \cos\left(\frac{e_9}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_9}{2}\right)j \\ R_{10} = \cos\left(\frac{e_{10}}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_{10}}{2}\right)i \\ R_{11} = \cos\left(\frac{e_{11}}{2}\right) + \sin\left(\frac{e_{11}}{2}\right)k \end{cases} \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)可获得离散式光学系统地理系光轴指向表达式。

## 2.2 误差参量解算模型

光轴指向误差数字化标校过程中,通过将光学系统光轴跟踪一定数量合作目标并同步记录测角数据、惯导姿态数据以及目标地理系方位角和高低角,从而获得样本数据对误差参量进行解算。在2.1节光学系统光轴地理系指向模型基础上,将式(9)中惯导姿态及惯导漂移旋转变换四元数移至等式左端,即

$$\begin{aligned} & R_\gamma^* \circ R_\beta^* \circ R_\alpha^* \circ R_9^* \circ R_{10}^* \circ R_{11}^* \circ a_{3i} \circ R_{11} \circ R_{10} \circ \\ & R_9 \circ R_\alpha \circ R_\beta \circ R_\gamma = R_8 \circ R_7 \circ R_6 \circ \\ & [n \cdot (-R_2 \cdot R_1 \cdot a_{20} \cdot R_1^* \cdot R_2^*) \cdot n^*] \circ R_6^* \circ R_7^* \circ R_8^*. \end{aligned} \quad (11)$$

分析可知,式(11)等号左端为惯导姿态三角函数、惯导漂移误差三角函数以及目标基准地理系分量组成的强非线性项,等式右端为包含系统误差参量三角函数和测角三角函数的强非线性项。通常误差参量均为小量,因此误差参量的三角函数可由其泰勒级数展开式的一阶项近似替代。忽略二阶及以上高阶小量可得式(11)线性化后分量形式为

$$h_{i1}e_1 + h_{i2}e_2 + h_{i3}e_3 + \dots + h_{i10}e_{10} + h_{i11}e_{11} = d_i, \quad (i=1, 2, 3). \quad (12)$$

将等式简写为

$$H \cdot E = D, \quad (13)$$

式中: $E = [e_1, e_2, \dots, e_9, e_{10}, e_{11}]^T$ 为光路中系统误差参量向量; $H$ 为由二维扫描反射镜方位、俯仰测角三角函数,惯导姿态三角函数及目标基准地理系分量构成的系统矩阵; $D$ 为由扫描反射镜方位、俯仰测角,惯导姿态三角函数及目标基准地理系分量构成的常数项向量。

当光轴分别瞄准 $p$ 个动目标且各目标点采样数量为 $q$ 时,可获得 $3m$ ( $m=p \times q$ )组方程,此时式(13)变为

$$H' \cdot E = D', \quad (14)$$

式中: $H'$ 、 $D'$ 分别为 $3m \times 11$ 、 $3m \times 1$ 矩阵和向量。其

详细表达式为

$$H' = \begin{bmatrix} h_{11}^1, h_{12}^1, h_{13}^1, \dots, h_{19}^1, h_{110}^1, h_{111}^1 \\ h_{21}^1, h_{22}^1, h_{23}^1, \dots, h_{29}^1, h_{210}^1, h_{211}^1 \\ h_{31}^1, h_{32}^1, h_{33}^1, \dots, h_{39}^1, h_{310}^1, h_{311}^1 \\ \vdots & \vdots \\ h_{11}^m, h_{12}^m, h_{13}^m, \dots, h_{19}^m, h_{110}^m, h_{111}^m \\ h_{21}^m, h_{22}^m, h_{23}^m, \dots, h_{29}^m, h_{210}^m, h_{211}^m \\ h_{31}^m, h_{32}^m, h_{33}^m, \dots, h_{39}^m, h_{310}^m, h_{311}^m \end{bmatrix}, D' = \begin{bmatrix} d_1^1 \\ d_2^1 \\ d_3^1 \\ \vdots \\ d_1^m \\ d_2^m \\ d_3^m \end{bmatrix}。 \quad (15)$$

式(14)存在11个未知误差参量,理论上取4个样本点列方程即可解出全部未知量。然而在实际光路中,轴系倾角回转误差、光栅测角等会引入随机误差,使得方程组难以获得精确解。因此,采用最小二乘法通过大量样本点拟合误差参量向量 $E$ 以最大限度消除随机误差对系统误差参量的影响。

根据最小二乘拟合原理,当 $(H'^T H')^{-1}$ 存在时,可得系统误差向量的最小二乘估计,

$$\hat{E} = (H'^T H')^{-1} \cdot H'^T \cdot D'。 \quad (16)$$

为了定量评价系统误差参量解算精度,定义拟合

$$\begin{cases} H_{zi} = \arcsin(\sin \varphi \cdot \sin \delta_z + \cos \varphi \cdot \cos \delta_z \cdot \cos t_m) \\ A_{zi} = \arctan[-\cos \delta_z \sin t_m / \cos H_{zi}, (\cos \phi \sin \delta_z - \cos \varphi \cdot \cos \delta_z \cdot \cos t_m) / \cos H_{zi}] \end{cases}, \quad (18)$$

式中: $\varphi$ 为测者地理纬度; $\delta_z$ 为星体 $z$ 赤纬; $t_m$ 为测者午圈至星体 $z$ 恒星时圈的地方时角。

天球坐标系中测者午圈、格林午圈、春分点时圈以及恒星时圈关系如图3所示。以天球坐标系中春分点为参考点,测者午圈至恒星时圈地方时角由两部分组成

精度 $F$ 表示为

$$F = \frac{3600 \times 180}{\pi} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{2m} [\Delta(i)]^2}{m}}, \quad (17)$$

式中: $\Delta = H' \cdot \hat{E} - D'$ ; $F$ 为输出精度,单位为角秒。

通过求解式(16)、式(17)可得离散式光学系统光轴指向系统误差参量及拟合精度。当拟合精度满足要求时,将系统误差参量代入光轴指向模型即可实现光轴指向误差数字化标校。

### 2.3 星体基准位置解算模型

本文光轴指向误差数字化标定技术中通过天文导航基本原理建立星体地理系方位角和高低角与日期、时间、测者经纬度以及目标星体赤经赤纬关系式,从而建立星体标校基准。

天文导航通过建立以地球中心为球心,地球两极延长线为天轴的天球的概念,将天体与测者联系起来。天球中天文三角形表示了“天体—地球—航行体”三者之间的关系。通过求解天文三角形,得到星体 $z$ 在 $t$ 时刻在地理系高度角 $H_{zi}$ 和方位角 $A_{zi}$ 计算公式为

成:测者午圈至春分点时圈地方时角和春分点时圈至恒星时圈。其中,前者又可进一步细分为测者午圈至格林午圈时角(由测者经度决定)和格林午圈至春分点时圈时角(由UT世界时和年月日决定)两部分。

综上所述,可推导星体相对测者地方时角 $t_m$ 计算

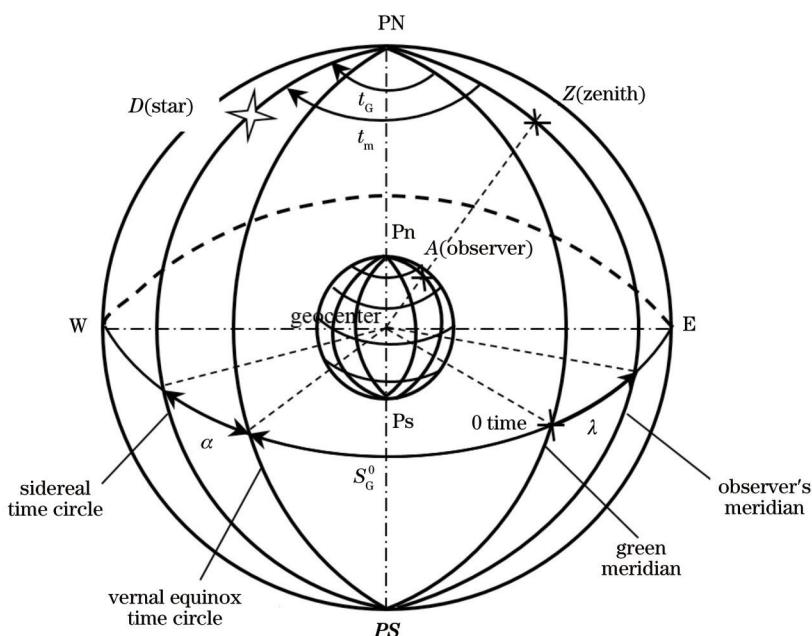


图3 星体相对测者地方时角示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the local hour angle of the star relative to the tester

公式为

$$t_m = S_G^1 + 1.002738t_i \pm \lambda_w^E - \alpha_i, \quad (19)$$

式中: $S_G^1$ 为格林尼治视恒星时; $t_i$ 为格林尼治时间换算后的角度; $\lambda_w^E$ 为测者经度; $\alpha_i$ 为天体赤经,可通过查阅星历表获得。

星体基准具体建立过程及信号流图如图4所示。通过在光学系统中接入全球定位系统(GPS)外设实时接收日期、时间、测者经纬度信息并输入基于上述

天文导航原理的星体位置解算程序。当选中视场范围内目标星体 $z$ 时,上位机将根据星历表向星体位置解算程序输入目标星体在天球坐标系中赤经赤纬信息。此时星体位置解算程序将根据接收信息实时输出指定星体 $z$ 在地理系方位角 $A_{zi}$ 和高低角 $H_{zi}$ ,即获得了目标星体基准。其中GPS授时精度和定位精度分别为25 ns和15 m,能够满足目标星体基准位置解算精度要求。

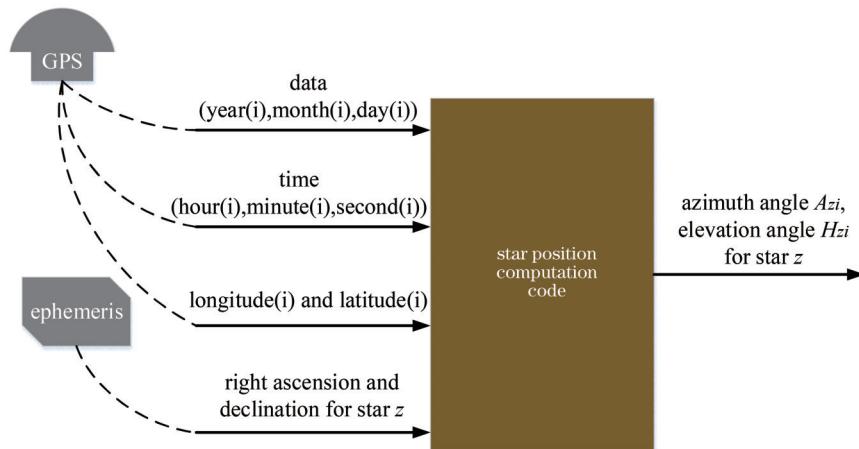


图4 星体基准建立过程及信号流图

Fig. 4 Establishment process of the star datum and the signal flow

### 3 测星法实验

测星法指向误差数字化标校流程如图5所述。整个过程分为数据采样和误差标校两部分。标校前将传

感器切换为最小视场和最大通光口径确保成像清晰。采样时首先在目标模式下将星体基准位置解算值作为给定调转光轴指向,若由于云层遮挡或星等较高在视场范围无法观测到对应星体时,则应该切换星体目标

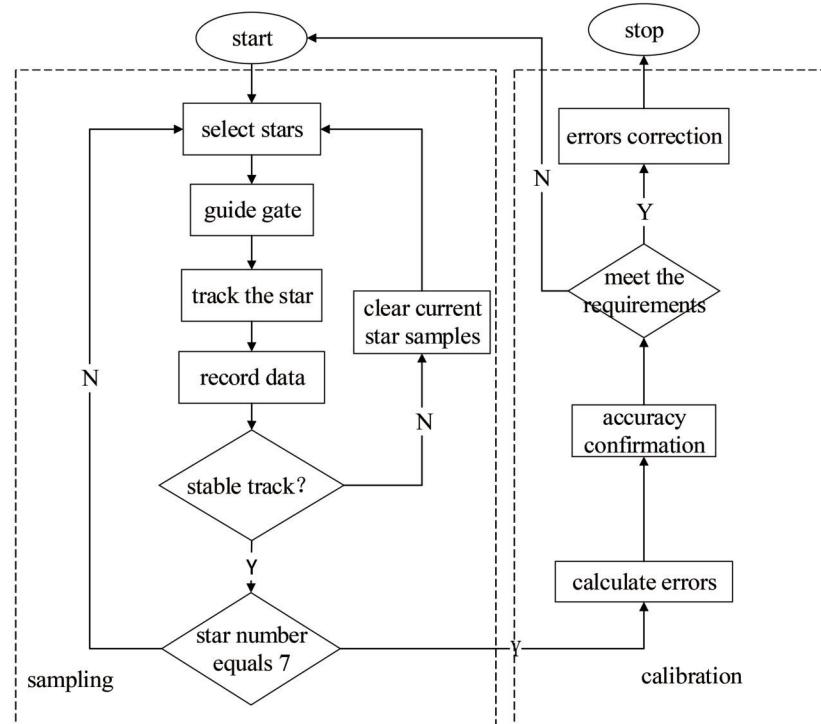


图5 测星法数字化标校流程图

Fig. 5 Flow chart of digital calibration of star measuring method

直至能够观测到星体。然后,引导波门使之锁定星体目标后切换为跟踪模式,将目标星体拉回至视场中心,如图6所示。待跟踪稳定后,对目标星体地理系

位置数据、测角数据和惯导姿态数据进行同步采集。最后,重复上述步骤,直至目标星体测量数量达到指定值。

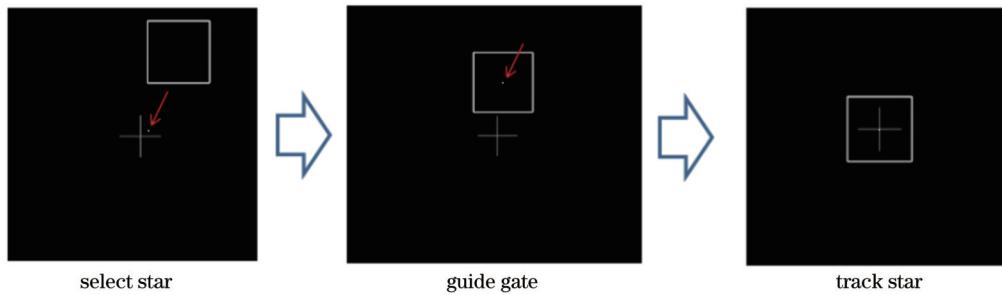


图6 寻星及跟踪过程

Fig. 6 Process of star searching and tracking

数据样本采集完成后进入误差数字化标校。基于第2节误差参量解算理论模型编制计算程序,并利用样本数据进行误差参量和拟合精度解算,返回误差参量向量 $E$ 拟合结果以及拟合精度值 $F$ 。根据拟合精度值可对误差拟合结果精度进行初步判断,当拟合精度值满足指标要求时,将标定的系统误差参量修正程序中原误差参量实现光轴指向校正,否则需清除样本数据重新标校。

## 4 结果分析与讨论

### 4.1 误差标校

测星法误差数字化标校完成样本数据采集后利用计算程序获得误差参量数字化标定结果如表2所示。

表2 数字化标定误差参数表

Table 2 Error parameters results by digital calibration

No.	Symbol	Value /( $^{\circ}$ )	No.	Symbol	Value /( $^{\circ}$ )
1	$e_1$	0.0892	7	$e_7$	0.0459
2	$e_2$	0.0355	8	$e_8$	-0.0291
3	$e_3$	-0.0341	9	$e_9$	-0.0177
4	$e_4$	-0.0023	10	$e_{10}$	-0.0022
5	$e_5$	0.0458	11	$e_{11}$	0.0104
6	$e_6$	0.0941			
$F$ (fitting accuracy)		11.61"			

分别计算光轴指向误差校正前后各样本数据下光轴指向,并计算其与目标真值误差角。各样本点光轴指向误差曲线如图7所示。误差标校后光轴指向误差均方根(RMS)值为11.61",与表2中拟合精度完全相同,表明拟合精度能够表征标校后光轴指向精度。同时,从图中标校前后光轴指向误差对比可以看出,标校后光轴指向均方误差由398.15"降低为11.61",指向精度提升97.1%。

### 4.2 精度验证

为了验证误差标校后指向精度提升效果,利用陀螺经纬仪瞄取远处建筑物特征点地理系真值并将其作

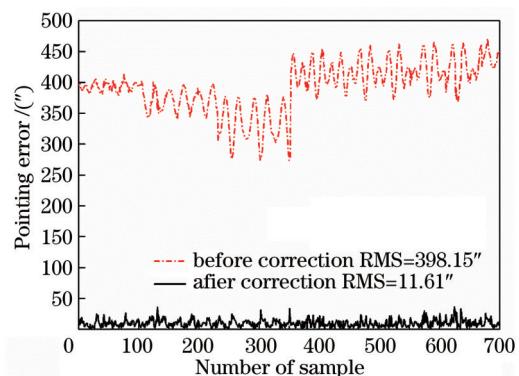


图7 标校前后光轴指向误差曲线

Fig. 7 Error curves of optical axis pointing before and after correction

为给定调转光轴指向。标校前后光轴指向精度对比如图8所示。可以看出,标校前光轴与建筑物特征点目标存在大幅偏差,标校后光轴与建筑物特征点目标基本重合,表明系统误差参量拟合结果具有较高精度。

将建筑物特征点作为目标点的光轴指向精度分析能够直观反映标校后精度提升效果,但仅作为定性参考。为了定量评价光轴指向精度,标校后将光轴在目指模式下指向任意目标星体,然后引导波门锁定星体后,实时输出目标星体脱靶量信息。目指模式下光轴与目标星体相对位置偏差如图9所示。图10为目标星体脱靶量曲线。分析可知,目标星体脱靶量均方根值为10.78",约对应2~3个像素点,与图9中观测结果相吻合。

## 5 结 论

本文针对离散式光学系统光轴指向误差标校需求提出了一种基于测星法的光轴指向误差数字化标校方法并进行了理论建模与实验验证。通过详细理论推导建立了基于四元数数学旋转变换的离散式光学系统地理系光轴指向模型、基于泰勒级数一阶近似和最小二乘法的误差参量解算模型、基于天文导航原理的星体

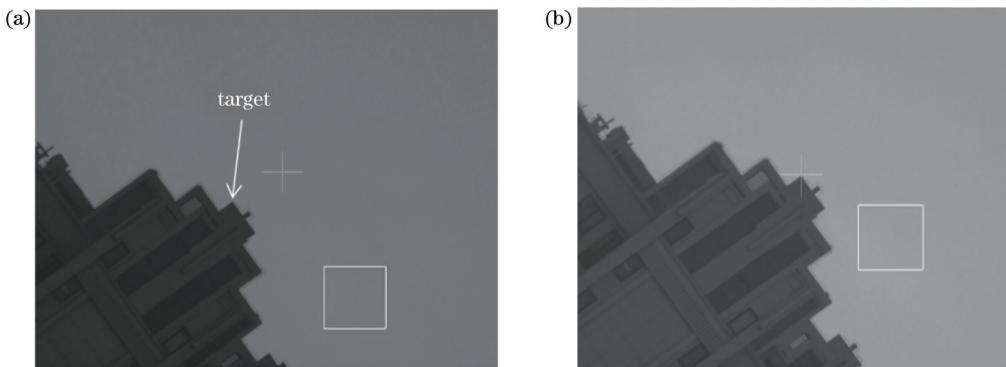


图8 标校前后指向精度对比。(a)校正前;(b)校正后

Fig. 8 Comparison of pointing accuracy before and after correction. (a) Before correction; (b) after correction

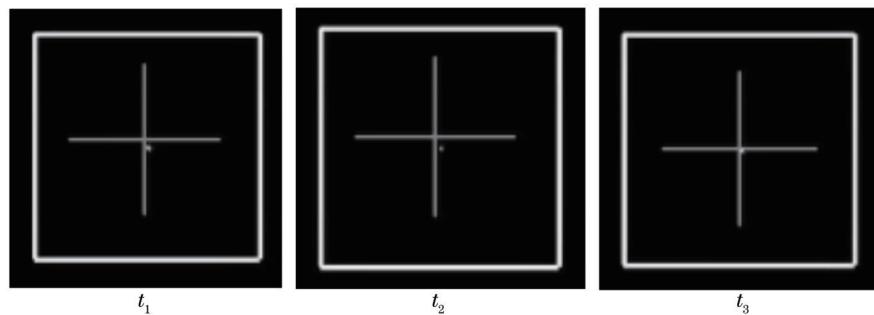


图9 误差校正后目指模式下光轴指向精度验证

Fig. 9 Pointing accuracy verification in target guidance mode after error correction

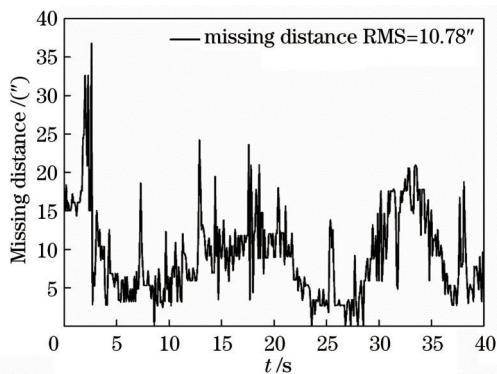


图10 误差校正后目指模式下目标脱靶量曲线

Fig. 10 Missing distance curves of the target in target guidance mode after error correction

目标基准模型,获得了系统完整的数字化标校方法。实验测试分析表明:数字化标校后光轴能够精确指向建筑物特征点目标;标校后目指模式下目标星体脱靶量对应指向误差均方根值约为 $11.61''$ ,与标校前指向误差均方根值 $398.15''$ 相比指向精度提升了97.1%以上。

#### 参 考 文 献

- [1] Huang B, Li Z H, Tian X Z, et al. Modeling and correction of pointing error of space-borne optical imager[J]. Optik, 2021, 247: 167998.
- [2] 沈英,黎乐谦,黄峰,等.基于粒子群算法的旋转双棱镜指向误差校正方法[J].光学学报,2021,41(24):2412004.
- Shen Y, Li L Q, Huang F, et al. Pointing error correction of Risley-prism system based on particle swarm algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(24): 2412004.
- [3] Zhou X Q, Liu H, Liu Q, et al. Modeling and optimization of the integrated TDICCD aerial camera pointing error[J]. Applied Optics, 2020, 59(27): 8196-8204.
- [4] 赵怀学,刘波,谢梅林,等.基于多视场拼接光电经纬仪的成像系统指向校正方法[J].光学学报,2022,42(6):0612002.
- Zhao H X, Liu B, Xie M L, et al. Pointing calibration method for imaging systems of photoelectric theodolites with multi-field of view stitching[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(6): 0612002.
- [5] Xu C, Han W, Wang D Z, et al. Modeling and correction for the optical axis pointing error of an airborne electro-optical platform[J]. Applied Optics, 2019, 58(23): 6455-6463.
- [6] Liu H, Zhou X Q, Liu Q, et al. Modeling, measurement, and calibration of three-axis integrated aerial camera pointing errors [J]. Measurement Science and Technology, 2021, 32(7): 075206.
- [7] Shi H L, Yan Y H. Extended interpolation method and its applications in piecewise approximation[J]. Computational & Applied Mathematics, 1992, 12: 229-236.
- [8] Tang Q J, Yang Q P, Wang X J, et al. Pointing error compensation of electro-optical detection systems using Gaussian process regression[J]. International Journal of Metrology and Quality Engineering, 2021, 12: 22.
- [9] Zhou Y, Lu Y F, Hei M, et al. Pointing error analysis of Risley-prism-based beam steering system[J]. Applied Optics, 2014, 53 (25): 5775-5783.
- [10] Tang Q J, Wang X J, Yang Q P. Static pointing error analysis of electro-optical detection systems[J]. Journal of Engineering Manufacture, 2016, 230(3): 593-600.
- [11] Yan L J, Huang Y M, Zhang Y H. Using allan variance based semi-parameter model to calibrate pointing errors of alt-az telescopes[J]. Applied Sciences, 2018, 8(4): 614-624.

- [12] 袁索超, 李铭, 达争尚. 光场相机结构参数及装配误差标定方法[J]. 中国激光, 2021, 48(20): 2004001.  
Yuan S C, Li M, Da Z S. Calibration method for structural parameters and assembly error of light field camera[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(20): 2004001.
- [13] 杨雷, 殷玉龙, 卢荣胜, 等. 基于方向性靶标和多约束优化的双目相机标定[J]. 光学学报, 2022, 42(8): 0815002.  
Yang P, Yin Y L, Lu R S, et al. Binocular camera calibration based on directional target and multi-constraint optimization[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(8): 0815002.
- [14] Ning X L, Hu P P, Fang J C. A new celestial navigation method for spacecraft on a gravity assist trajectory[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013, 2013:927-940.
- [15] 李忠. 天文导航航向误差的数理分析[J]. 光学与光电技术, 2011, 9(5): 86-88.  
Li Z. Mathematical analysis of orientation error in celestial navigation[J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2011, 9(5): 86-88.
- [16] 常建松. 基于姿态敏感器的卫星自主导航及误差标定方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.  
Chang J S. Research on attitude sensor based satellite autonomous navigation and error calibration methods[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019.
- [17] 许勇, 郭鹏宇, 苑云, 等. 相机靶面安装误差标定方法[J]. 光学学报, 2013, 33(4): 0412008.  
Xu Y, Guo P Y, Yuan Y, et al. Calibration method of installation error of camera sensor plane[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 0412008.
- [18] Goldman R. Understanding quaternions[J]. Graphical Models, 2011, 73(2): 21-49.
- [19] Meister L, Schaeben H. A concise quaternion geometry of rotations[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2005, 28(1): 101-126.
- [20] 官斌, 洪源. 基于四元数的别汉棱镜光轴误差模型研究[J]. 光学与光电技术, 2019, 17(4): 84-88, 102.  
Guan B, Hong Y. Research on optical axis error characteristics of pechan prism based on quaternion[J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2019, 17(4): 84-88, 102.

## Modeling and Digital Correction of Optical Axis Pointing Error for Discrete Optical System

Zhao Hongda\*, Li Shunhe, Jiang Tao, Fang Fang

*Intelligent Optoelectronics and Digital Manufacturing Laboratory, Huazhong Institute of Electro-Optics, Wuhan 430223, Hubei, China*

### Abstract

**Objective** To meet the performance indicator requirements of long focal length, far detection distance, and high agility, modern optoelectronic equipment usually adopts the discrete optical-mechanical design to integrate a series of complex optical-mechanical components and sensors such as off-axis three mirrors, scanning reflector, fast steering mirror, and inertial measuring unit (IMU). These optical-mechanical components and sensors dramatically lead to more complex optical paths, making the optical axis pointing accuracy increasingly more sensitive. On one hand, the relative positions between the optical and mechanical components are changed easily under the excitation of vibration and shock mechanical environment and thermal environment. On the other hand, there are also measurement errors in IMU sensors. Both of them will ultimately lead to the out-of-tolerance of optical axis pointing accuracy. Frequent reassembly will not only consume huge manpower and material resources but also seriously interface with the program progress. Additionally, the influence of the assembly and adjustment residuals for the discrete optical system on the pointing accuracy cannot be ignored. Compared with the traditional mechanical assembly and adjustment, the digital correction can realize the rapid calibration of optical axis pointing through the pointing error modeling and the sample data obtained by tests. Therefore, it has become more and more urgent for the discrete optical system to develop research on digital correction technology.

**Methods** A digital correction method of optical axis pointing error based on star measurement is studied to realize the fast correction of the optical axis pointing error of discrete optical systems. A discrete optical system containing the scanning reflector, fixed reflector, and IMU sensor is taken as an example to conduct the studies. At first, the optical axis pointing model in the geodetic coordinate system is derived by the quaternion method. In the pointing model, a total of 11 error parameters caused by structural processing assembly errors and sensor measurement errors are taken into account. Then, the equations are linearized by the first-order approximation of Taylor series expansion of the error parameters trigonometric function terms, and the calibration model of the error parameters is further deduced through the least square fitting. In addition, the calibration datum for star targets is established and the position of the star datum in the geodetic coordinate system is computed based on astronomical navigation principles. Finally, the digital correction technology of the optical axis pointing error is verified through the star measurement experiment.

**Results and Discussions** A total of 11 error parameters of the discrete optical system and the fitting accuracy are all

obtained by combining the calibration model of error parameters and data of test samples (Table 2). The error angles between the calculated and theoretical optical axis vectors before and after correction are computed for all samples and are compared (Fig. 7). The root mean square (RMS) value of the pointing errors after calibration is  $11.61''$ , which equals the fitting accuracy, indicating the fitting accuracy can represent the optical axis pointing accuracy after correction. Through comparative analysis, the RMS value of the pointing errors decreases from  $398.15''$  to  $11.61''$  and the pointing accuracy is improved by 97.1% after the digital correction is developed (Fig. 7). The qualitative and quantitative verification tests are carried out respectively to evaluate the improvement effect of the pointing accuracy. The location values of the building feature point obtained through the gyro theodolite are taken as the given to adjust the optical axis. There is a large deviation between the optical axis pointing and the building feature target before correction, while the deviation almost disappears after pointing error correction (Fig. 8). After correction, the missing distance of the target star can be obtained by adjusting the optical axis pointing to the target star in the target pointing mode (Fig. 9). The RMS value of the missing distance is  $10.78''$  (Fig. 10). Both qualitative and quantitative verification test results show a significant increase in the pointing accuracy after digital correction.

**Conclusions** We propose a digital correction method for the optical axis pointing error to improve the pointing accuracy of the discrete optical system. The theoretical modeling and experimental verification are carried out carefully. In theoretical modeling, the optical axis pointing model of the discrete optical system is built by the quaternion method, and the calibration model of the error parameters is deduced through the Taylor series first-order approximation of the trigonometric function terms of the error parameters and the least square fitting method. In addition, the star calibration datum is established based on astronomical navigation principles. The verification experiments indicate that the optical axis and building feature point almost coincide after correction, and the pointing error between the optical axis and star datum reduces from  $398.15''$  to  $11.61''$  after correction, with the pointing accuracy being improved by more than 97.1%.

**Key words** discrete optical system; pointing error; digital correction; star measurement; quaternion