

海洋气泡对水下量子通信性能的影响

张秀再^{1,2*}, 葛羽洁², 翟梦思², 周丽娟²¹南京信息工程大学江苏省大气环境与装备技术协同创新中心, 江苏 南京 210044;²南京信息工程大学电子与信息工程学院, 江苏 南京 210044

摘要 随着水下无线通信的发展,关于海洋环境量子通信的研究也逐渐成为热点。其中,研究海洋气泡对光量子在水下传输的影响具有重要意义。为了研究海洋气泡对水下量子通信信道性能的影响,根据海洋气泡的粒径分布模型,研究了气泡的散射特性,并根据气泡的消光系数,分析了不同条件参数对链路衰减、纠缠度、信道容量以及信道误码率的影响,并进行了仿真实验。结果表明:气泡浓度和传输距离的增大,使链路衰减和误码率增加,对于幅值阻尼信道、退极化信道和比特翻转信道,其信道容量均有所减小;随着气泡半径的增大、深度的减小,信道纠缠度降低。由此可见,海洋气泡对量子通信性能的影响不可忽略,在实际应用中为了保障水下量子通信的传输效率,应当适当调节水下量子通信相关参数,减小海洋气泡环境对通信系统的影响。

关键词 海洋气泡; 水下量子通信; 链路衰减; 信道纠缠度; 信道容量

中图分类号 TN929.3;O431.2 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS221816

1 引言

量子通信是利用量子叠加态和纠缠效应进行信息传递的高性能通信方式,量子力学的基本法则保证了通信的保密性,可在通信双方建立一条安全的通信信道。与传统的光通信相比,量子密钥分发技术具有密钥率高、成本低、安全性高等优点,使量子通信成为具有战略意义的前沿技术。

近年来,研究人员在星地量子通信方面已经相继取得突破性进展。2012年,潘建伟团队在国际上首次成功实现百公里量级的自由空间量子隐形传态和纠缠分发^[1]。2016年,我国成功发射了世界上第一颗量子科学实验卫星“墨子号”^[2]。2020年,美国政府提出打造量子互联网的计划^[3]。同年,中国科学技术大学成功组建跨越 4600 km 的天地一体化量子通信网络。2022年,龙桂鲁团队^[4]与陆建华团队合作设计了一种相位量子态与 time-bin 量子态混合编码的量子直接通信新系统,成功实现 100 km 的量子直接通信。

在海水信道中,可以利用纠缠粒子之间不受空间限制的关联性进行隐形传态水下通信,但是这种应用很难突破经典通信的速率极限和传输距离限制。因此,关于水下量子通信的研究对量子通信的发展起着重要推动作用。2017年,上海交通大学成功通过实验观察到光子极化量子态和量子纠缠态可在海水中实现

量子通信,验证了水下量子通信的可行性^[5]。赵士成等^[6]对水下量子通信的数据模拟及误码率进行了研究与分析。聂敏等^[7]研究了不同海面风速对量子卫星星舰通信性能的影响。张秀再等^[8]研究了海洋矿物质颗粒对水下量子通信信道性能的影响。戴伟辉等^[9]针对吸收和散射衰减导致光子在水下运动时具有复杂性的问题,基于追踪的水下单光子运动状态,建立了光子时空随机信道模型。上述工作均对水下量子通信系统的影响因素进行了分析,为水下量子通信性能的研究和环境参数的调整提供了参考。

气泡在海洋中无处不在,风驱海浪破碎、海水中生物以及微生物的呼吸作用、舰艇在海面运行时产生的尾流等均可以生成海洋气泡,气泡对光的散射和折射作用会影响水下光量子通信的性能。目前,已有关于海洋气泡对辐射特性和遥感反射方面的研究,但关于海洋气泡对水下量子通信影响的研究尚未展开。因此,根据海洋气泡的粒径分布模型,分析海洋气泡的散射消光特性,对链路衰减的影响进行探究。建立海洋气泡浓度与水下量子通信的信道纠缠度、信道容量以及误码率的模型,并进行仿真实验。

2 海洋气泡的光学特性

风驱海浪破碎在近海面形成持续浓密的气泡层,对光信号有较大影响,因此重点研究风驱海浪破碎形

收稿日期: 2022-10-12; 修回日期: 2023-01-08; 录用日期: 2023-02-15; 网络首发日期: 2023-03-09

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(11504176,61601230)、江苏省自然科学基金青年基金(BK20141004)

通信作者: *zxzhering@163.com

成的气泡,该气泡的粒径分布受海面风速和深度的影响。光子穿过浓密的气泡层时发生的散射现象会影响量子通信效率。基于 Mie 散射理论,将气泡等效为球形粒子,推导并建立气泡的粒径分布和散射系数模型,探究气泡的光学特性。

2.1 海洋气泡的粒径分布模型

风卷起海浪破碎时,海浪将海面上的空气卷入海水中形成气泡,均匀分布在上层海面。气泡形成后,短时间内表面附着一层厚度从 $0.01\ \mu\text{m}\sim 1\ \mu\text{m}$ 变化的有机物膜,使气泡的形状维持在几何形状相对对称的空心球体并使之更加稳定地存在于海水中^[10]。

Mie 散射理论是计算水中均匀球形气泡光散射特性的有效方法,海洋气泡粒子的尺度参数 $x = 2\pi r/\lambda$, r 为海洋气泡粒子的半径, λ 为海水入射光的波长,因 $r/\lambda \gg 1$,故满足 Mie 散射的应用条件。重点研究持续时间长、数量稳定的气泡粒子群,根据 Hall-Nowarini 模型^[11],气泡的尺度分布主要由气泡半径、风速和深度决定,其粒径分布函数 $n(r, z)$ 可表示为如下形式,单位为 $\text{m}^{-3}/\mu\text{m}^{-1}$:

$$n(r, z) = (1.6 \times 10^4) G(r, z) (W_{10}/13)^3 \times \exp[-z/L(W_{10})], \quad (1)$$

$$L(W_{10}) = \begin{cases} 0.4, & W_{10} \leq 7.5 \\ 0.4 + 0.115(W_{10} - 7.5), & W_{10} > 7.5 \end{cases}, \quad (2)$$

$$G(r, z) = \begin{cases} [r_0(z)/r]^4, & r_{\min} \leq r \leq r_0(z) \\ [r_0(z)/r]^{4.37 + (z/2.55)^2}, & r_0(z) < r \leq r_{\max} \end{cases}, \quad (3)$$

式中: z 为距离海平面的深度,单位为 m ; W_{10} 为海面上方高度 $10\ \text{m}$ 处的风速,单位为 m/s ; r_0 为参考半径, $r_0 = 54.4\ \mu\text{m} + 1.984 \times 10^{-6}z$; $G(r, z)$ 为气泡分布的概率密度函数; $L(W_{10})$ 为气泡的深度标尺。根据式 (1)~(3) 可得到距离海平面不同深度下的气泡数密度 $N(z)$, 其单位为 m^{-3} :

$$N(z) = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} n(r, z) dr \cong (1.6 \times 10^4) \frac{r_0^4}{3r_{\min}^3} \left(\frac{W_{10}}{13} \right)^3 \exp\left[-\frac{z}{L(W_{10})}\right]. \quad (4)$$

根据实验数据^[12]可知,气泡的半径大于 $150\ \mu\text{m}$ 时会在短时间内上浮至海面破碎,而半径小于 $10\ \mu\text{m}$ 的气泡则会很快溶解于水。因此,将气泡的最小半径 r_{\min} 设置为 $10\ \mu\text{m}$ 、最大半径 r_{\max} 设置为 $150\ \mu\text{m}$,忽略其他半径气泡的影响。图 1 给出了不同风速下气泡数密度与距离海平面深度的关系。

图 1 中,当距离海平面深度超过 $8\ \text{m}$ 时,气泡密度非常小,因此深度 z 取 $0\sim 8\ \text{m}$ 。从图 1 可以看出,气泡数密度一般为 $10^4\sim 10^7\ \text{m}^{-3}$,当风速 $W_{10} = 16.8\ \text{m/s}$ 时,最大气泡数密度可以达到 $10^8\ \text{m}^{-3}$ 。随着距离海平面深度的增大,气泡数密度明显减小。同等深度下风

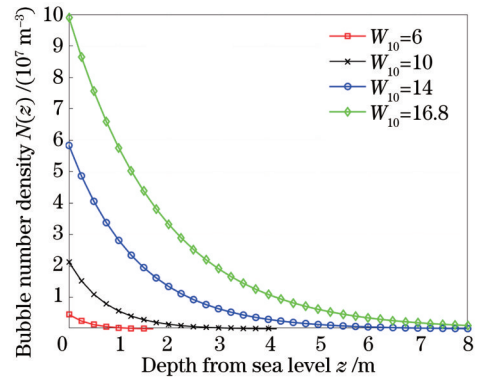


图 1 不同风速下气泡数密度与距离海平面深度的关系
Fig. 1 Bubble number density versus depth from sea level at different wind speeds

速越快,其气泡数密度也越大。

2.2 海洋气泡粒子的散射特性

当光波在含有气泡群的海洋中传播时,光波会发生折射和反射,除一部分能量直接投射外,还有一部分能量改变了传输方向,散射到其他方向,造成通过气泡群的光子能量衰减。单个气泡内光线折、反射现象如图 2 所示。

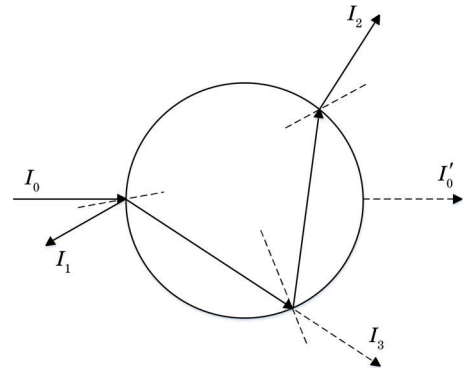


图 2 单个气泡内的光线折射、反射现象
Fig. 2 Refraction and reflection of light in a single bubble

当粒子半径远小于波长时,散射遵守瑞利定律;当粒子半径远大于波长时,可采用几何光学近似^[13],根据 Mie 理论和气泡粒径分布模型,气泡粒子群的平均几何横截面积 \bar{S} 、在深度 z 处气泡粒子群的散射系数 j_{sca} ^[14] 可表示为

$$\bar{S} = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{n(r, z)}{N(z)} \pi r^2 dr = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{3r_{\min}^3}{r_{\text{ref}}^4} G(r, z) \pi r^2 dr \approx 3\pi r_{\min}^2, \quad (5)$$

$j_{\text{sca}}(z) = N_0 \pi r^2 Q_{\text{sca}} = 10^{-12} N(z) \bar{Q}_{\text{sca}} \bar{S}$, $\bar{Q}_{\text{sca}} = 1.0$, (6) 式中: N_0 为单位体积内的粒子总数; \bar{Q}_{sca} 为平均散射效率因子, \bar{Q}_{sca} 取值取决于 r/λ , 当 $r/\lambda \gg 1$ 时,其值等于 1.0 。则根据式 (5)、(6) 可得到不同风速下各层气泡粒子群的散射系数,如图 3 所示。

图 3 中,深度的取值为 $1\sim 8\ \text{m}$ 。当海面风速逐渐

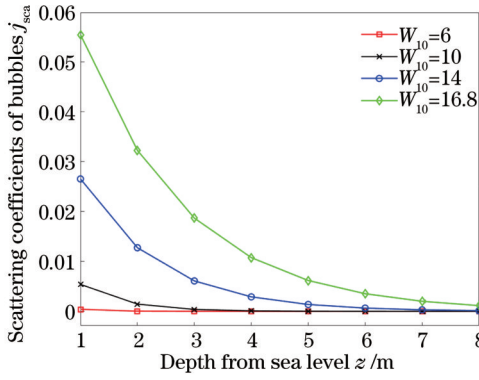


图 3 不同风速下海洋气泡群粒子的散射系数与深度的关系
Fig. 3 Relationship among scattering coefficients of bubbles and depth at different wind speeds

增大时,散射系数呈增大趋势;当距离海平面深度逐渐增大时,散射系数随即减小。且风速越大,气泡散射系数随深度减小的趋势越显著。因此,距离海平面的深度和风速对气泡粒子的散射特性影响较大。

3 海洋气泡对水下量子通信链路衰减的影响

气泡是海水的重要组成部分,其吸收散射作用对水下量子通信产生较大影响。海洋中气泡多数情况下可视为球形粒子,其 Mie 散射系数^[15]为

$$a_n = \frac{m\psi_n(mx)\psi'_n(x) - \psi_n(x)\psi'_n(mx)}{m\psi_n(mx)\xi'_n(x) - \xi_n(x)\psi'_n(mx)}, \quad (7)$$

$$b_n = \frac{\psi_n(mx)\psi'_n(x) - m\psi_n(x)\psi'_n(mx)}{\psi_n(mx)\xi'_n(x) - m\xi_n(x)\psi'_n(mx)}, \quad (8)$$

式中: $\psi_n(x)$ 和 $\xi_n(x)$ 分别为 Bessel 函数和 Hankel 函数; $\psi'_n(x)$ 和 $\xi'_n(x)$ 分别为 $\psi_n(x)$ 和 $\xi_n(x)$ 对 x 的导数。函数 $\psi_n(x)$ 和 $\xi_n(x)$ 的表达式分别为

$$\psi_n(x) = \frac{(2n-1)\psi_{n-1}(x)}{x} - \psi_{n-2}(x), \quad (9)$$

$$\xi_n(x) = \frac{(2n-1)\xi_{n-1}(x)}{x} - \xi_{n-2}(x). \quad (10)$$

根据 Mie 散射系数可计算出气泡的光学效率因子。光学效率因子包括 Q_{sca} 散射效率因子、消光效率因子 Q_{ext} 、吸收效率因子 Q_{abs} :

$$Q_{\text{sca}} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{n_c} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2), \quad (11)$$

$$Q_{\text{ext}} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{n_c} (2n+1) \text{Re}\{a_n + b_n\}, \quad (12)$$

$$Q_{\text{abs}} = Q_{\text{ext}} - Q_{\text{sca}}, \quad (13)$$

式中: n_0 为海水的折射率; n_c 为 Mie 级数计算的截止帧数; $\text{Re}(\cdot)$ 为取实部运算。对于海洋气泡,其尺度参数 $x = 2\pi r n_0 / \lambda$,其值由算法和计算精度决定。根据 Bohren & Huffman 算法, n_c 的取值为

$$n_c = x + 4x^{\frac{1}{3}} + 2. \quad (14)$$

由图 1 可知:在风速为 14 m/s 时,气泡密度数较多且稳定减少;当风速超过 16.8 m/s,海平面会卷起较高的风浪,无法精准测量。为了更好地探究海洋气泡对水下量子通信性能的影响,式(1)~(3)中的 W_{10} 取 14 m/s,则海洋气泡尺度函数公式可简化为

$$n(r, z) = (2.15 \times 10^4) \left(\frac{54.4 \mu\text{m} + 1.984 \times 10^{-6} z}{r} \right)^4 \exp\left(-\frac{z}{0.1475}\right). \quad (15)$$

由消光效率因子及尺度分布表达式可得到气泡群的消光系数:

$$j_{\text{ext}} = \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} Q_{\text{ext}}(r) \pi r^2 n(r, z) dr. \quad (16)$$

光量子在水下传输时,不可避免地会与海洋气泡发生碰撞,引起一系列散射、折射和反射等现象使波束发生扩展漂移等,导致传输效率降低。水下量子通信时的光量子态能量衰减^[16]可表示为

$$K = K_0 \exp(-j_{\text{ext}} \cdot d), \quad (17)$$

式中: K_0 为初始时刻发射的光子总数目; d 为光量子在水下的传输距离; K 为水下通信后剩余的光子数。对式(17)取对数运算,则由气泡的消光特性引起的链路衰减为

$$A_{\text{att}} = \lg \frac{K_0}{K} \cdot 10 = 10 \cdot j_{\text{ext}} \cdot \lg e \cdot d. \quad (18)$$

忽略海水中其他因素的影响,类似于大气窗区^[17],由纯海水的吸收光谱可知波长范围在 450~580 nm 间的蓝绿光在海水中的衰减较小。因此,选取光信号的入射波长 $\lambda = 525$ nm。根据式(16)、(18),对海洋气泡浓度与传输距离对链路衰减的影响进行数值仿真,结果如图 4 所示。

图 4 中: X 轴表示海洋气泡浓度,取 0~6 (10^7 m^{-3}); Y 轴表示传输距离,取值范围为 0~1 km;

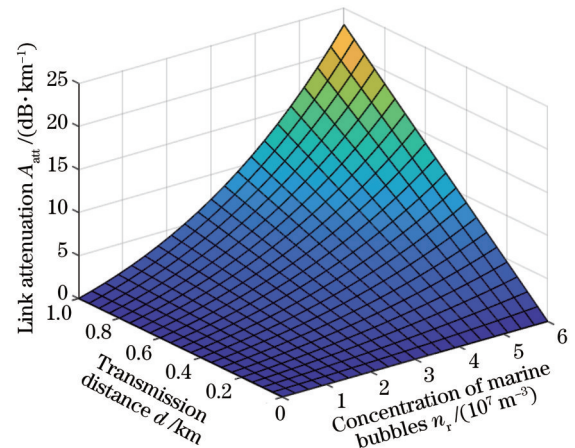


图 4 链路衰减与海洋气泡粒子浓度、传输距离的关系
Fig. 4 Relationship among link attenuation and concentration of marine bubble particles, transmission distance

Z轴表示量子链路衰减,取值范围为0~25 dB/km。由图4可知:当海洋气泡浓度保持不变时,随着传输距离增大,能量衰减增大,链路衰减也随之增大;当传输距离保持一定时,随着气泡浓度增大,光子与气泡发生更为频繁的散射现象,链路衰减增大趋势明显。当气泡浓度为 $3 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 时,传输距离由0.5 km增加至1 km,链路衰减由3.57 dB/km增大至7.13 dB/km;当传输距离为0.5 km,气泡浓度由 $3 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 增加至 $6 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 时,链路衰减由3.57 dB/km增大至11.52 dB/km;且在 $d = 1 \text{ km}$ 和 $n_r = 6 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 时,链路衰减达到最大值23.04 dB/km。由此可见,随着传输距离和气泡浓度的增大,量子通信链路的传输会受到很大影响。

4 海洋气泡对水下量子信道纠缠度的影响

光子在海水中传输时,不可避免地受到海洋气泡的影响,气泡与光子发生碰撞,量子态发生跃迁,导致量子信道的纠缠度下降,从而降低传输效率。信道纠缠度^[18]定义为

$$E = S(\rho_X) = S(\rho_Y) = -\text{tr}(\rho_X \log_2 \rho_X), \quad (19)$$

式中:X代表信源;Y为海洋气泡环境下的量子通信信道; $S(\rho_X)$ 和 $S(\rho_Y)$ 分别为X和Y的量子熵。系统X的约化密度矩阵定义为

$$\rho_X = \text{tr}_Y(\rho_{XY}). \quad (20)$$

在水下量子通信中,两个系统的任意状态可以表示为施密特分解:

$$|\Psi_{XY}\rangle = |e_X\rangle |\Phi_Y\rangle = \sum_i \sqrt{p_i} |n\rangle |e_X\rangle, \quad (21)$$

式中: p_i 是信源的量子字符取 ρ_i 时的概率; $|e_X\rangle$ 是信源的初始状态; $|n\rangle$ 为Hilbert空间中的一组完备基。随着海洋气泡浓度的变化,系统X与系统Y的纠缠最终演化为

$$|\Psi_{XY}\rangle = |e_X\rangle |\Phi_Y\rangle = \sum_i \sqrt{p_i} |n\rangle |e_S\rangle, \quad (22)$$

式中: $|e_S\rangle$ 表示初始量子态与海洋气泡环境相互作用后的终态。

根据量子信道的物理特性,结合气泡各物理参数,可得到在海洋气泡影响下信道纠缠度的衰减为

$$E = \frac{G \cdot z}{j_{\text{ext}} \exp(r/r_{\text{ave}}) \log_2 d_0}, \quad (23)$$

式中: G 为归一化常数; r_{ave} 为海洋气泡的几何平均半径。取 $G = 30$, $r_{\text{ave}} = 50 \mu\text{m}$, $d_0 = 200 \text{ m}$ 。根据式(23)对信道纠缠度与距离海平面深度和气泡半径进行仿真,结果如图5所示。

图5中:X轴为海洋气泡半径,取值为0~150 μm ;Y轴为气泡距离海平面的深度,取值为0~6 m;Z轴为量子信道纠缠度,取值范围为0~1。由图5可知,当传

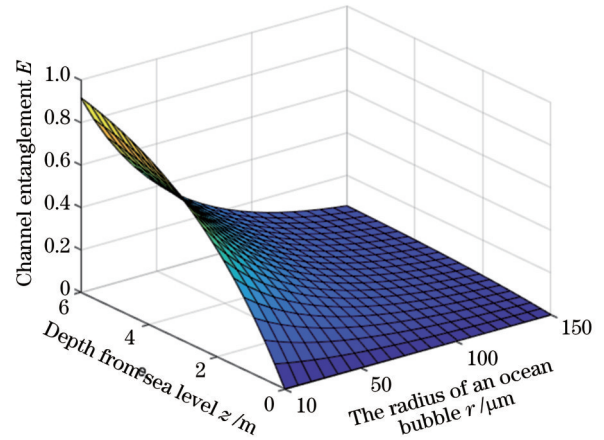


图5 信道纠缠度与海洋气泡粒子半径、距离海平面深度的关系
Fig.5 Relationship among amplitude the degree of entanglement and radius of marine bubble particles, depth from sea level

输距离一定时,随着深度减小、气泡半径增大,海水气泡密度增大,散射现象发生的次数逐渐增大,光子衰减增多,量子态退相干更严重,从而导致信道纠缠度降低。

5 海洋气泡对水下量子通信信道容量的影响

光子信号在水下传输时,受到海洋气泡的散射作用,导致量子退相干。针对幅值阻尼信道、退极化信道和比特翻转信道,研究海洋气泡对不同信道信道容量的影响。

5.1 海洋气泡对幅值阻尼信道容量的影响

设海洋气泡环境的量子态为 $|e_M\rangle$,其以丢失一个能量量子的概率从真空态跃迁到有一个光子的状态 $|e_N\rangle$ 。幅值阻尼信道复合系统上的幺正演化 U ^[19]可表示为

$$U: \begin{cases} |0\rangle_M |0\rangle_N \rightarrow |0\rangle_M |0\rangle_N \\ |1\rangle_M |0\rangle_N \rightarrow \sqrt{1-p} |1\rangle_M |0\rangle_N + \sqrt{p} |0\rangle_M |1\rangle_N \end{cases}, \quad (24)$$

式中: p 为量子态受海洋气泡影响而丢失一个光量子的概率。

$$p = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 - \exp(-j_{\text{ext}} \cdot d), \quad (25)$$

式中: E_1 为量子信号的初始能量; E_2 为量子信号在海洋气泡环境传输距离 d 后的能量。

则海洋气泡环境混合基可表示为

$$U = (\alpha |0\rangle + \sqrt{1-p} \beta |1\rangle) |e_M\rangle + \sqrt{p} \beta |0\rangle |e_N\rangle. \quad (26)$$

在海洋气泡环境基 $\{|e_M\rangle, |e_N\rangle\}$ 中,对于幅值阻尼信道其运算元^[20]为

$$E_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

当处于单光子比特状态时,量子系统的初始化密度矩阵为

$$\rho = \begin{pmatrix} \sigma_{00} & \sigma_{01} \\ \sigma_{10} & \sigma_{11} \end{pmatrix}. \quad (29)$$

通过幅值阻尼信道后,量子态演化为

$$\epsilon(\rho) = E_0 \sigma E_0 + E_1 \sigma E_1 = \begin{bmatrix} 1 - (1-p)(1-\sigma_{00}) & \sqrt{1-p} \sigma_{01} \\ \sqrt{1-p} \sigma_{10} & (1-p)\sigma_{11} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

假设信源为 $\{p_i, \rho_i\}$, 其中, 系统处于 ρ_i 时的概率为 p_i , 且 $\sum p_i = 1$, 设输入字符 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|, \rho_2 = |1\rangle\langle 1|$, 在海洋气泡环境作用下, 量子系统演化为

$$\epsilon(\rho) = \epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right) = \epsilon[p_1 \rho_1 + (1-p_1) \rho_2] = \begin{bmatrix} p(1-p_1) + p_1 & 0 \\ 0 & (1-p)(1-p_1) \end{bmatrix}. \quad (31)$$

对应的冯·诺依曼熵为

$$M_1 = S\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] = -\left\{[p_1 + (1-p_1)p] \log_2[p_1 + (1-p_1)p] + (1-p)(1-p_1) \log_2[(1-p)(1-p_1)]\right\}. \quad (32)$$

接收字符的冯·诺依曼熵为

$$N_1 = p_1[-p \log_2 p - (1-p) \log_2(1-p)] = p_1 H(p), \quad (33)$$

式中: 二元熵 $H(p) = -p \log_2 p - (1-p) \log_2(1-p)$ 。

海洋气泡环境的幅值阻尼信道的信道容量^[21]为

$$C_1(p, p_1) = \max\left\{s\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] - \sum_i p_i s\left[\epsilon(\rho_i)\right]\right\}. \quad (34)$$

对式(34)进行求导, 为了简化公式引入参数 $\gamma = 2^{\frac{H(p)}{1-p}}$, 当 $p_1 = \frac{\gamma(1-p) - p}{(1+\gamma)(1-p)}$ 时, 幅值阻尼信道容量取得最

大值:

$$C_1 = -\left\{[p_1 + (1-p_1)p] \log_2[p_1 + (1-p_1)p] + (1-p)(1-p_1) \log_2[(1-p)(1-p_1)]\right\} - (1-p_1)H(p). \quad (35)$$

幅值阻尼信道容量与海洋气泡粒子浓度、传输距离之间的关系如图 6 所示, X 轴为海洋气泡的浓度, Y 轴为传输距离, Z 轴为幅值阻尼信道容量。由图 6 可知, 随着海洋气泡浓度和传输距离的增加, 幅值阻尼信

道容量越小。当气泡浓度较小时, 幅值阻尼信道容量受传输距离的影响较小。随着气泡浓度的增加, 传输距离对幅值阻尼信道容量的影响逐渐显著, 当气泡浓度为 $6 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 、传输距离由 0 增大到 1 km 时, 信道容量由 0.71 逐渐减小至 0.43。由此可见, 气泡浓度与传输距离对幅值阻尼信道容量有较大影响。

5.2 海洋气泡对退极化信道容量的影响

选取退极化信道作为量子噪声信道模型, 量子态以概率 $1-p$ 传输并以概率 p 发生翻转错误, 退极化信道复合系统上的么正演化 U 表示为

$$U: |\varphi\rangle \otimes |e_{\sigma_0}\rangle \rightarrow \sqrt{1-p} \sigma_0 |\varphi\rangle \otimes |e_{\sigma_0}\rangle + \sqrt{\frac{p}{3}} [\sigma_1 |\varphi\rangle \otimes |e_{\sigma_1}\rangle + \sigma_2 |\varphi\rangle \otimes |e_{\sigma_2}\rangle + \sigma_3 |\varphi\rangle \otimes |e_{\sigma_3}\rangle], \quad (36)$$

式中: σ 为基本力学算子, $\sigma_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$

$\sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{bmatrix}, \sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; |e_{\sigma_0}\rangle$ 为海洋气泡的初态;

$|e_{\sigma_1}\rangle, |e_{\sigma_2}\rangle, |e_{\sigma_3}\rangle$ 为 3 种以同等概率出现错误的海洋气泡环境量子态。

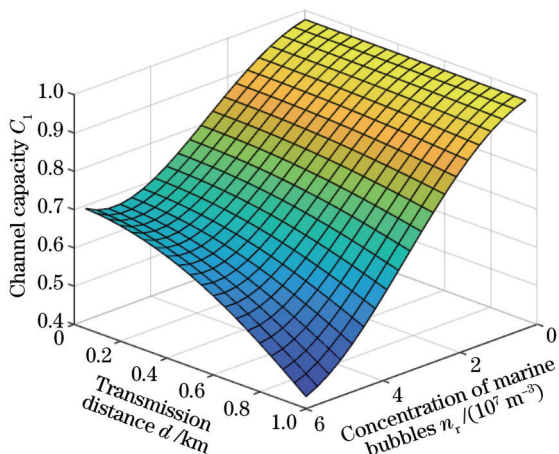


图 6 幅值阻尼信道容量与海洋气泡粒子浓度、传输距离的关系
Fig. 6 Relationship among amplitude damping channel capacity and concentration of marine bubble particles, transmission distance

对于退极化信道,量子态的密度算子 $\rho^{[22]}$ 可表示为

$$\rho = \frac{1}{2}(\sigma_0 + V\tau), \quad (37)$$

式中: τ 为力学量算符; V 为自旋转极化矢量。

对正交基 $\{|e_{\sigma_1}\rangle, |e_{\sigma_2}\rangle, |e_{\sigma_3}\rangle\}$ 求偏迹, 可得量子态的密度算子 ρ 演变为

$$\rho' = \frac{1}{2} \left\{ I + \left(1 - \frac{4}{3} p \right) V \right\} \tau. \quad (38)$$

由式(38)可知, 自旋极化矢量以 $p' = \frac{4}{3} p$ 的概率

退极化。受海洋气泡影响, 经过退极化信道量子位的状态演化为

$$\varepsilon_2 \left(\sum_i p_i \rho_i \right) = \varepsilon_2 [p_1 \rho_1 + (1-p_1) \rho_2] = \begin{bmatrix} \frac{p}{2} + p_1(1-p) & 0 \\ 0 & \frac{p}{2} + (1-p_1)(1-p) \end{bmatrix}. \quad (39)$$

对应的冯·诺依曼熵为

$$M_2 = \text{tr} \left[\varepsilon_2 \left(\sum_i p_i \rho_i \right) \right] = - \frac{p + 2(1-p)p_1}{2} \log_2 \frac{p + 2(1-p)p_1}{2} - \frac{p + 2(1-p)(1-p_1)}{2} \log_2 \frac{p + 2(1-p)(1-p_1)}{2}. \quad (40)$$

最终接收字符的冯·诺依曼熵为

$$N_2 = \text{tr} [\varepsilon_2(\rho_1)] = \text{tr} [\varepsilon_2(\rho_2)] = H \left(\frac{1}{2} p' \right). \quad (41)$$

当输入字符 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|, \rho_2 = |1\rangle\langle 1|$ 时, 受海洋气泡影响, 退极化道容量表示为

$$C_2(p, p_1) = \max_{p_i} (C_2) = \max_{p_i} (M_2 - N_2) = \max_{p_i} \left\{ \text{tr} [\varepsilon_2(p_i \rho_i)] - H \left(\frac{1}{2} p' \right) \right\}. \quad (42)$$

当 $p_1 = \frac{1}{2}$ 时, $\text{tr} [\varepsilon_2(p_i \rho_i)]$ 取得最大值 1。退极化信道的信道容量为

$$C_2 = 1 - H \left(\frac{1}{2} p' \right) = 1 - H \left(\frac{2}{3} p \right). \quad (43)$$

退极化信道容量与海洋气泡粒子浓度、传输距离之间的关系如图 7 所示, X 轴表示传输距离, Y 轴表示海洋气泡浓度, Z 轴表示退极化信道容量。由图 7 可知, 当气泡浓度一定时, 随着传输距离增加, 信道容量呈衰减趋势, 当海洋气泡浓度为 $6 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 时, 随着传输距离增加, 信道容量由 0.92 逐渐减小到 0.09; 当传输距离为 0.5 km 时, 随着气泡浓度的增大, 信道容量由 0.93 逐渐减小到 0.41。由此可见, 当气泡浓度较大时, 会对退极化信道量子密钥的传输造成严重影响。

5.3 海洋气泡对比特翻转信道容量的影响

比特翻转信道复合系统上的幺正演化 U 表示为

$$U: \begin{cases} |0\rangle|e_M\rangle \rightarrow |0\rangle|e_M\rangle \\ |1\rangle|e_M\rangle \rightarrow \sqrt{1-p}|1\rangle|e_M\rangle + \sqrt{p}|0\rangle|e_N\rangle \end{cases}, \quad (44)$$

则海洋气泡环境混合基可表示为

$$U = \alpha|0\rangle|e_M\rangle + \beta|1\rangle|e_M\rangle = (\alpha|0\rangle + \sqrt{1-p}\beta|1\rangle)|e_M\rangle + \sqrt{p}\beta|0\rangle|e_N\rangle. \quad (45)$$

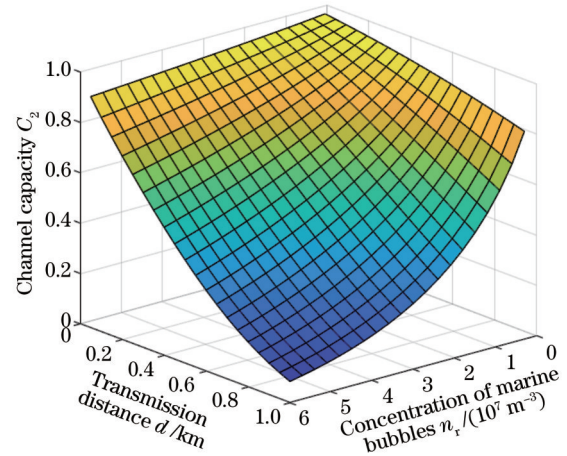


图 7 退极化信道容量与海洋气泡粒子浓度、传输距离的关系
Fig. 7 Relationship among depolarization channel capacity and concentration of marine bubble particles, transmission distance

对于比特翻转信道, 其运算元^[23]可表示为

$$E_0 = \sqrt{p} I = \sqrt{p} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (46)$$

$$E_1 = \sqrt{1-p} X = \sqrt{1-p} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (47)$$

式中: I 和 X 为力学算子。

量子系统通过比特翻转信道后的状态为

$$\varepsilon(\rho_i) = (1-p_i)\rho_i + p_i X \rho_i X. \quad (48)$$

式中: $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|, \rho_2 = |1\rangle\langle 1|$ 。则量子态经比特翻转信道后, 原始量子态演化为

$$\varepsilon \left(\sum_i p_i \rho_i \right) = \varepsilon (p_1 \rho_1 + p_2 \rho_2) = \begin{bmatrix} p + p_1 - 2pp_1 & 0 \\ 0 & 1 - (p + p_1 - 2pp_1) \end{bmatrix}. \quad (49)$$

对应的冯诺依曼熵为

$$M_3 = \text{tr} \left[\epsilon \left(\sum_i p_i \rho_i \right) \right] = -(p + p_1 - 2pp_1) \log_2(p + p_1 - 2pp_1) - [1 - (p + p_1 - 2pp_1)] \log_2[1 - (p + p_1 - 2pp_1)] = H(p + p_1 - 2pp_1). \quad (50)$$

接收字符的冯诺依曼熵为

$$N_3 = \sum_i p_i S[\zeta(\rho_i)] = H(p). \quad (51)$$

结合式(50)、(51),可得到比特翻转信道容量:

$$C_3(p, p_1) = \max_{p_1} (C_3) = \max_{p_1} (M_3 - N_3) = \max_{p_1} [H(p + p_1 - 2pp_1) - H(p)]. \quad (52)$$

当 $p_1 = \frac{1}{2}$ 时, M 可取得最大值 1, 对应得到比特翻

转信道的信道容量为

$$C_3 = 1 - H(p). \quad (53)$$

比特翻转信道容量与海洋气泡粒子浓度、传输距离之间的关系如图 8 所示, X 轴为海洋气泡浓度, Y 轴为传输距离, Z 轴为比特翻转信道容量。由图 8 可知, 当海洋气泡浓度为 $6 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 、传输距离由 0 增加至 1 km 时, 信道容量由 0.83 减小到 0.31, 海洋气泡浓度越大, 减小的速度越快。而当传输距离为 0.5 km 时, 随着气泡浓度增大, 信道容量由 0.95 逐渐减小到 0.37。当海洋气泡浓度低于 $4 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 、传输距离在 500 m 内时, 比特翻转信道容量能够均大于 0.5, 其通信性能相对稳定。

综上所述, 由图 6~8 可知, 在海洋气泡环境下, 对

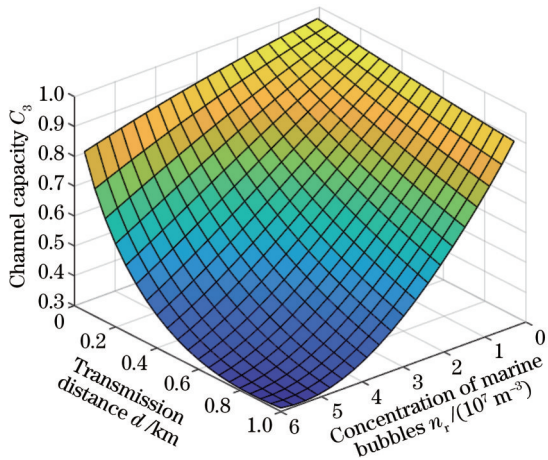


图 8 比特翻转信道容量与海洋气泡粒子浓度、传输距离的关系
Fig. 8 Relationship among bit flip channel capacity and concentration of marine bubble particles, transmission distance

于幅值阻尼信道、退极化信道和比特翻转信道, 光子在信道传输过程中均受到气泡粒子和传输距离的影响导致信道容量衰减。退极化信道和比特翻转信道的信道容量随着传输距离和气泡浓度增大均产生较大变化; 而幅值阻尼信道容量受气泡浓度变化的影响较大, 在气泡浓度不变的情况下, 传输距离对信道容量的影响较小。因此, 为了提高量子通信质量, 针对不同海洋气泡环境参数应选取信道容量较高的信道进行量子通信, 提高通信效率。

6 海洋气泡对水下量子通信误码率的影响

光在海水中传输会与海洋气泡产生相互作用而产生误码, 误码率是衡量量子通信安全性的一个重要参数。基于 BB84 协议的量子密钥分发系统, 不考虑海水吸收和散射作用, 误码率表示为

$$Q_{\text{BER}} = \frac{K' + \frac{R_d A \Delta t' \lambda \Delta \lambda \Omega}{4hc\Delta t}}{K + 2 \cdot \frac{R_d A \Delta t' \lambda \Delta \lambda \Omega}{4hc\Delta t}}, \quad (54)$$

式中: K' 是探测器暗计数; h 是普朗克常量; c 是光速; Δt 是脉冲周期; $\Delta t'$ 是开门时间; A 是探测器面积; Ω 是探测器的立体角, 可表示为

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \varphi), \quad (55)$$

式中: φ 为视场角。 R_d 为下行环境光的辐照度谱, 受距离海平面的深度影响^[24]:

$$R_d(\lambda) = R_0(\lambda) \cdot \exp(-K_d z_0), \quad (56)$$

式中: $R_0(\lambda)$ 是海水表面的环境辐照度谱, 对于普通的阴天白天 $R_0(\lambda) = 10 \text{ W/m}^2$; K_d 为海水的平均漫衰减系数, 取值为 0.0184 m^{-1} ; z_0 为在水下进行量子通信传输的深度。误码率各参数如表 1 所示。

误码率与海洋气泡粒子浓度、传输距离之间的关系如图 9 所示, X 轴表示海洋气泡浓度, Y 轴表示传输距离, Z 轴表示受海洋气泡影响的量子误码率。由图 9 可知: 当海洋气泡浓度保持不变时, 随着传输距离增大, 量子误码率也随之增大; 当传输距离保持一定时, 随着气泡浓度增大, 量子误码率大幅增加。当气泡浓

表 1 误码率的参数取值

Table 1 The parameters of bit error rate value

Parameter	Δt /ms	$\Delta t'$ /ms	A /mm ²	λ /nm	$\Delta \lambda$ /nm	φ /rad	z_0 /m
Value	35	200	30	525	0.12	30	2

度为 $4.5 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 、传输距离由 0.5 km 增加至 1 km 时, 误码率由 2.94×10^{-7} 增大至 1.42×10^{-6} 。当传输距离为 0.8 km 时, 随着气泡浓度增大, 误码率由 6.07×10^{-8} 增大至 4.23×10^{-6} 。且在 $d = 1 \text{ km}$ 、 $n_r = 6 \times 10^7 \text{ m}^{-3}$ 时, 误码率达到最大值 1.22×10^{-5} 。由此可见, 海洋气泡对量子通信链路传输的安全性也会产生较大影响。

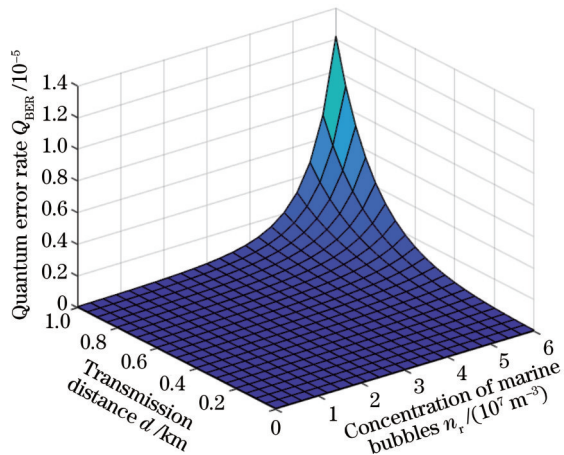


图 9 误码率与海洋气泡粒子浓度、传输距离的关系

Fig. 9 Relationship among error rate and concentration of marine bubble particles, transmission distance

7 结 论

为了研究海洋气泡对水下量子通信性能的影响, 首先分析了不同风速下海洋气泡密度随深度变化的情况, 并计算了不同风速下海洋气泡的散射系数随深度变化的情况。根据海洋气泡的散射消光特性, 结合海洋气泡的粒径分布函数, 研究了海洋气泡浓度与链路衰减、信道纠缠度、信道容量和误码率的关系。链路衰减和误码率均随着气泡粒子浓度和传输距离的增加而增大。随着气泡粒子浓度和传输距离的增加, 幅值阻尼信道、退化信道和比特翻转信道均有不同程度的衰减。考虑海洋气泡粒子半径、距离海平面深度等因素, 并建立了与信道纠缠度的关系。随着气泡半径的增大和深度的减小, 信道纠缠度不断减小。因此, 在实际应用中, 应根据气泡浓度的具体参数来适当地调整发射信号的功率或光子数, 以减少海洋气泡对水下量子通信质量的影响。

参 考 文 献

[1] 徐兵杰, 刘文林, 毛钧庆, 等. 量子通信技术发展现状及面临的问题研究[J]. 通信技术, 2014, 47(5): 463-468.
Xu B J, Liu W L, Mao J Q, et al. Research on development status and existing problems of quantum communication technology[J]. Communications Technology, 2014, 47(5): 463-468.

[2] Muller A, Breguet J, Gisin N. Experimental demonstration of quantum cryptography using polarized photons in optical fibre over more than 1 km[J]. Europhysics Letters (EPL), 1993, 23

(6): 383-388.

[3] 王超. 全球量子互联网进展[N/OL]. 中国信息化周报, 2020-11-02(24) [2020-10-13]. <https://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?dbcode=CCND&filename=DNJY202011020240>. Wang C. Progress of global quantum Internet[N/OL]. China Information Weekly, 2020-11-02(24)[2020-10-13]. <https://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?dbcode=CCND&filename=DNJY202011020240>.

[4] 龙桂鲁, 潘栋. 量子直接通信新进展与应用展望[J]. 信息通信技术与政策, 2022(7): 9-13.
Long G L, Pan D. New progress and application prospect of quantum direct communication[J]. Information and Communications Technology and Policy, 2022(7): 9-13.

[5] Ji L, Gao J, Yang A L, et al. Towards quantum communications in free-space seawater[J]. Optics Express, 2017, 25(17): 19795-19806.

[6] 赵士成, 史鹏, 李文东, 等. 水下量子通信的数值模拟及误码率分析[J]. 中国海洋大学学报(自然科学版), 2016, 46(2): 131-137.
Zhao S C, Shi P, Li W D, et al. Simulation and QBER analysis of underwater quantum communication[J]. Periodical of Ocean University of China, 2016, 46(2): 131-137.

[7] 聂敏, 张帆, 杨光, 等. 不同海面风速对量子卫星舰通信性能的影响[J]. 物理学报, 2021, 70(4): 040303.
Nie M, Zhang F, Yang G, et al. Effects of different sea surface wind speeds on performance of quantum satellite-to-ship communication[J]. Acta Physica Sinica, 2021, 70(4): 040303.

[8] 张秀再, 刘邦宇, 徐茜. 海洋矿物质颗粒对水下量子通信信道性能的影响[J]. 光学学报, 2021, 41(19): 1927001.
Zhang X Z, Liu B Y, Xu X. Influence of marine mineral particles on channel performance of underwater quantum communication[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(19): 1927001.

[9] 戴伟辉, 鄢秋荣, 王明, 等. 水下光子时空随机信道模型的建立与仿真[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(17): 1706006.
Dai W H, Yan Q R, Wang M, et al. Establishment and simulation of underwater photon spatio-temporal random channel model[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(17): 1706006.

[10] Glazman R E. Effects of adsorbed films on gas bubble radial oscillations[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1983, 74(3): 980-986.

[11] Czernski H, Twardowski M, Zhang X, et al. Resolving size distributions of bubbles with radii less than $30 \mu\text{m}$ with optical and acoustical methods[J]. Journal of Geophysical Research: Oceans, 2011, 116(C7): JC007177.

[12] Stramski D, Tegowski J. Effects of intermittent entrainment of air bubbles by breaking wind waves on ocean reflectance and underwater light field[J]. Journal of Geophysical Research: Oceans, 2001, 106(C12): 31345-31360.

[13] 赵凯华, 钟锡华. 光学[M]. 北京: 北京大学出版社, 1984.
Zhao K H, Zhong X H. Optics[M]. Beijing: Peking University Press, 1984.

[14] 王明军, 王宇航, 陈丹, 等. 二维动态海面-气泡层中蓝绿激光的透射特性[J]. 光学学报, 2022, 42(2): 0214001.
Wang M J, Wang Y H, Chen D, et al. Transmission characteristics of blue-green laser through two-dimensional dynamic sea surface-bubble layer[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(2): 0214001.

[15] 孙春生. 舰船气泡尾流的前向光散射特性及探测技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008: 14-15.
Sun C S. Investigation into the forward light scattered by ship wakes and its detecting technology[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008: 14-15.

[16] Lanzagorta M, Uhlmann J, Jitrik O, et al. Quantum computation of the electromagnetic cross section of dielectric targets[J]. Proceedings of SPIE, 2016, 9829: 982991.

[17] 孙源隆, 石广玉. 利用可见光与近红外大气窗区的组合通道探

- 测陆面上空气溶胶[J]. 大气科学, 2011, 35(2): 350-360.
Sun Y L, Shi G Y. Detecting aerosols over land using combined channels within the visible and near IR atmospheric windows[J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences, 2011, 35(2): 350-360.
- [18] 尹浩, 马怀新. 军事量子通信概论[M]. 北京: 军事科学出版, 2006: 227-228.
Yin H, Ma H X. Introduction to quantum communication in military[M]. Beijing: Military Science Press, 2006: 227-228.
- [19] 唐守荣, 聂敏, 杨光, 等. 空间尘埃等离子体对量子卫星通信性能的影响[J]. 光子学报, 2017, 46(12): 1206002.
Tang S R, Nie M, Yang G, et al. Influence of space dusty plasmas on the performance of quantum satellite communication [J]. Acta Photonica Sinica, 2017, 46(12): 1206002.
- [20] 张永德. 量子信息物理原理[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
Zhang Y D. Principles of quantum information physics[M]. Beijing: Science Press, 2006.
- [21] 陈汉武. 量子信息与量子计算简明教程[M]. 南京: 东南大学出版社, 2006: 180-185.
Chen H W. A concise course of quantum information and quantum computing[M]. Nanjing: Southeast University Press, 2006: 180-185.
- [22] 张秀再, 徐茜, 刘邦宇. 卷云对自由空间星地量子通信信道的影 响[J]. 光学学报, 2021, 41(20): 2027001.
Zhang X Z, Xu X, Liu B Y. Influence of cirrus clouds on space-to-earth quantum communication channels in free space[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(20): 2027001.
- [23] 裴昌幸. 量子通信[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2013: 131-132.
Pei C X. Quantum communication[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2013: 131-132.
- [24] Mobley C D. Light and Water: Radiative Transfer in Natural Waters[M]. San Diego: Academic Press, 1994.

Effect of Marine Bubbles on the Performance of Underwater Quantum Communication Channel

Zhang Xiuzai^{1,2*}, Ge Yujie², Zhai Mengsi², Zhou Lijuan²

¹*Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, Jiangsu, China;*

²*School of Electronics & Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, Jiangsu, China*

Abstract

Objective In recent years, quantum communication has become a research hotspot in China and abroad for its better data transmission security. As the core of the quantum information theory, quantum communication can be more secure and reliable for information transmission and is an important direction of inquiry. With the development of underwater wireless communication, it is important to research underwater quantum communication for marine and military fields. Bubbles are ubiquitous in the ocean, and the scattering and refraction effects of bubbles on light can cause certain losses in optical quantum transmission, which exerts a certain impact on the performance of underwater optical quantum communication. However, the research on the effect of bubbles on the channel performance of underwater quantum communication has not been conducted. By building the particle size distribution and scattering coefficient models of marine bubbles, the paper analyzes the effects of different condition parameters on link attenuation, entanglement, channel capacity, and channel bit error rate (BER) in the marine bubble environment to investigate the influence of these bubbles on the channel performance of underwater quantum communication. This is of great significance to improve the efficiency of underwater quantum communication.

Methods Marine bubbles are mainly generated by wind-driven wave breaking. With an aim to study the influence of marine bubbles on the channel performance of underwater quantum communication, the particle size distribution function of the bubbles is firstly derived and established. The scattering characteristics and extinction coefficient of the bubbles are studied according to the particle size distribution model of marine bubbles. Additionally, according to the extinction characteristics, the relationship between marine bubble parameters and link attenuation is firstly established, and then the effects of different depths and bubble radii on channel entanglement are analyzed. Then, the effects of different bubble concentrations and transmission distances on three channel capacities of amplitude damped channel, depolarized channel, and bit-flip channel are analyzed respectively. Finally, the effects of different bubble concentrations and transmission distances on channel BER are studied and analyzed. At the same time, the effects of different bubble concentrations and transmission distances on the channel BER are studied and simulated. The theoretical analysis and simulation results can provide a reference for the design of underwater quantum communication in the marine bubble environment.

Results and Discussions The simulation results show that the density of bubbles decreases with the increasing depth from the sea level, whereas increases with the rising wind speed. The scattering coefficient of bubbles has the same trend

as the bubble density number under the same parameter conditions. Under short transmission distance and small bubble concentration, the link attenuation caused by marine bubbles is also small. With the increase in the transmission distance of optical quantum signals and the bubble concentration, the link attenuation grows rapidly. The channel entanglement increases with the rising depth from the sea level and the decreasing bubble radius. For the amplitude damping channel, depolarization channel, and bit-flip channel, the channel capacity decreases to different degrees with the increasing transmission distance and bubble concentration. The capacity of the depolarization channel and the bit-flip channel is more affected by the transmission distance, and the transmission distance exerts less effect on the channel capacity. The BER in the marine bubble environment is also affected by the transmission distance and bubble concentration. When the bubble concentration is small with a short transmission distance, the system BER changes slowly. When the bubble concentration is large with a long transmission distance, the optical quantum signal attenuates seriously and the BER value rises rapidly.

Conclusions To investigate the effect of marine bubbles on the channel performance of underwater quantum communication, this paper studies the scattering characteristics of the bubbles according to the particle size distribution model of marine bubbles. In addition, the effects of different condition parameters on link attenuation, entanglement, channel capacity, and channel BER are analyzed according to the extinction coefficient of bubbles, and simulation experiments are conducted. The results show that the increase in bubble concentration and transmission distance increases the link attenuation and BER, and the channel capacity decreases for amplitude damping channel, depolarization channel, and bit-flip channel. The channel entanglement decreases with the increasing bubble radius and decreasing depth, and the impact of marine bubbles on communication performance cannot be ignored. Meanwhile, parameters related to underwater quantum communication should be adjusted appropriately according to the concentration of marine bubbles to reduce the impact of the marine bubble environment on the communication system and improve the reliability of the communication system in practical application.

Key words marine bubbles; underwater quantum communication; link attenuation; channel entanglement; channel capacity