

光学学报

双即插即用能谱计算机断层重建算法

王毅忠, 蔡爱龙, 梁宁宁, 于小缓, 任钧儒, 李磊, 闫镔*

信息工程大学成像与智能处理河南重点实验室, 河南 郑州 450001

摘要 为降低 X 射线辐射剂量和提高成像效率, 开发准确和高效的多能谱成像方法, 提出一种具有双即插即用(PnP)框架的图像重建方法。该方法引入两个 PnP 正则化能量函数, 分别对多通道图像内蕴低秩性与通道内图像稀疏性进行度量。首先以多通道图像间的相似块构造高维张量, 然后引入张量加权核范数对张量低秩性进行刻画, 并结合图像梯度域 L0(伪)范数对通道内图像稀疏性进行刻画, 最后设计基于交替方向乘法的高效求解算法。为验证算法的可行性, 开展模拟多通道光子计数采样图像重建实验。实验结果表明: 与现有代表性方法相比, 所提方法的峰值信噪比提升 0.067 dB~1.89 dB, 时间消耗约为代表性方法的 25%; 所提方法具有抑制伪影干扰和改善图像质量的优势, 并且计算效率得到显著提升。

关键词 能谱计算机断层成像技术; 低剂量采样; X 射线成像; 即插即用框架

中图分类号 TP391.4 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS230582

1 引言

能谱计算机断层成像技术(MECT)使用多种能量的 X 射线扫描物体, 对物质衰减分布具备能量分辨成像能力, 能够有效抑制硬化伪影和开展物质成分定量分析^[1-2], 在医学诊断^[3]领域具有广阔的应用前景。目前, MECT 主要有 4 种扫描方案: 多次扫描系统^[4]、快速 kVp 切换系统^[5]、多源多探系统^[6]和光子计数探测器系统^[7]。然而, 这些实现 MECT 的途径面临着一些不完备数据和散射、堆叠或电荷共享等物理效应引起的噪声等问题, 因此, 如何设计高效可行的重建算法来有效应对上述问题已成为热点研究之一。

为了应对数据不完备和噪声干扰的成像问题, 多个团队开展了大量的研究工作。受压缩感知理论^[8-9]的推动, 基于稀疏先验的正则化方法已广泛应用于 CT 图像重建领域, 其中, 基于总变分(TV)最小化模型的方法成为目前处理不完备数据问题的流行方法之一。2008 年, 潘晓川团队^[10]提出了一种自适应的最速下降凸集投影(ASD-POCS)算法, 将 TV 最小化模型应用于 CT 图像重建中, 该算法采用凸集投影增强图像约束, 并采用自适应最速下降来最小化图像总变分。2012 年, 王革团队^[11]将 TV 正则化应用于 MECT 中, 利用 TV 正则化分别约束不同能量的 CT 图像, 一定程度上抑制了不完备数据问题导致的伪影, 获得了较好的重建结果。然而, MECT 多通道图像间具有较强的

相关性, TV 最小化模型方法无法很好地描述该先验特性。

近年来, 张量方法为处理 MECT 高维结构数据中的低秩特性提供了新的思路。2016 年, 马建华团队^[12]通过引入结构张量 TV 正则化对 MECT 图像的高阶导数进行约束, 提出了基于结构张量 TV 正则化的惩罚加权最小二乘重建方法。2018 年, Wu 等^[13]利用张量字典学习刻画了不同能量图像间的相似性, 提出了 L0 张量字典学习 MECT 重建方法, 但字典学习方法十分依赖训练数据, 求解模型的参数较多。随后 2019 年, 张意团队^[14]通过提取多通道图像的相似块并将它们组成张量形式, 将其分解为低秩分量和稀疏分量以抑制噪声和伪影, 提出了能谱图像自相似性的张量 MECT 重建算法。2020 年, 陈阳团队^[15]进一步提出了一种基于 Candecomp/Parafac(CP)^[16]张量低秩分解的能谱图像相似度的张量增强稀疏重建(SISTER)方法, 该方法结合图像梯度 L0 范数最小化、张量分解和非局部相似度进行稀疏角度 MECT 重建, 并通过实验验证了可行性, 但其在 CP 分解时需要利用交替最小二乘方法进行多次迭代才能收敛, 计算复杂度高, 计算效率有待提升。

本文旨在开发准确和高效的多能重建方法, 以应对噪声干扰和数据不完备条件下的成像问题。考虑到加权张量核范数在低秩特性刻画和计算效率上的优势, 本文提出加权张量核范数与图像梯度 L0(伪)范数

收稿日期: 2023-02-22; 修回日期: 2023-03-28; 录用日期: 2023-04-03; 网络首发日期: 2023-05-08

基金项目: 国家自然科学基金(62101596)、国家重点研发项目(2020YFC1522002)

通信作者: *ybspace@hotmail.com

结合的正则化方法,来刻画多通道图像内蕴低秩性与通道内图像稀疏性。在设计具体求解算法时,考虑到即插即用(PnP)框架^[17]在多种成像问题中^[18-20]展现的灵活与高效特性,本文设计了基于双PnP框架的交替方向乘子法求解算法。为了验证所提方法的有效性,在有噪声干扰和不完备数据问题上开展了仿真数据对比实验。定性和定量结果表明,所提方法具有抑制伪影干扰和改善图像质量的优势,并且计算效率得到显著提升。

2 所提方法内容

2.1 加权张量核范数基本定义

张量是向量空间上的一种多重线性映射, N 阶张量 \mathcal{X} 的基本形式可以由多维数组 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 表示。张量 \mathcal{X} 与矩阵 $U \in \mathbb{R}^{J \times I_n}$ 的模 n 张量积定义为张量 $\mathcal{F} \in \mathbb{R}^{I_1 \times \dots \times I_{n-1} \times J \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$,记为 $\mathcal{F} = \mathcal{X} \times_n U$ 。张量 \mathcal{F} 每个元素可以定义为 $f_{i_1 \dots i_{n-1} j i_{n+1} \dots i_N} = \sum_{i_n=1}^{I_n} x_{i_1 i_2 \dots i_N i_n}$ 。基于模 n 张量积,定义张量的高阶奇异值分解(HOSVD),表示为

$$\mathcal{X} = \mathcal{C} \times_1 U_1 \times_2 U_2 \times_3 \dots \times_N U_N, \quad (1)$$

式中: $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 代表HOSVD的核张量; U_i 为模 n 方向上的分解矩阵,并且满足 $U_i^T U_i = I$ 。基于三阶张量刻画能谱图像数据,对于一个给定的三阶张量 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$,通过进一步利用加权张量核范数来近似刻画张量的秩,表示为

$$\|\mathcal{X}\|_{b,*} = \sum_{k=1}^3 |b_k \sigma_k(\mathcal{X})|_1, \quad (2)$$

式中: b_k 表示每个 $\sigma_k(\mathcal{X})$ 对应的非负权重; $\sigma_k(\mathcal{X})$ 表示张量 \mathcal{X} 中各个模下不同主分量 U_i 的强度。非负权重 b_k 对不同 \mathcal{X} 的奇异值惩罚不同,Chang等^[21]发现通过对大的奇异值惩罚小、小的奇异值惩罚大这样的参数设置有利于噪声图像的高质量恢复。将第 $l+1$ 次迭代的非负权重 b_k^{l+1} 设置为 $\sigma_k^l(\mathcal{X})$ 的反比例,表示为

$$b_k^{l+1} = c / (|\sigma_k^l(\mathcal{X}) + \varsigma|), \quad (3)$$

式中: c 设置为 4×10^{-2} ; ς 设置为 1×10^{-5} ,避免除数为0。为了更好地刻画不同能量下CT图像的低秩性与稀疏性,利用相似块匹配操作对能谱图像进行预处理。实验中选定一个通道下的噪声图像 f ,对 f 进行相似图像块匹配,接着在不同通道下的相同位置提取对应的相似块,最后构成张量形式,称为相似块张量。相似块匹配操作可以描述为 $\mathcal{F}_t = P_t(f) \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$,其中 $t = 1, 2, \dots, T$, T 表示块匹配运算生成的张量的总数, t 为相似块张量的索引。基于此,加权核范数最小化模型可以进一步描述为

$$\hat{\mathcal{X}}_t = \arg \min_{\mathcal{X}_t} \frac{1}{\sigma^2} \|\mathcal{F}_t - \mathcal{X}_t\|_F^2 + \|\mathcal{X}_t\|_{b,*}. \quad (4)$$

在此基础上引入HOSVD, $\mathcal{F}_t = \mathcal{C}_t \times_1 U_1 \times_2 U_2 \times_3 U_3$,可以有效求解加权核范数最小化模型,求解的步骤如图1所示。

Input: \mathcal{F}_t, σ^2

1. use HOSVD to decompose \mathcal{F}_t and get $\mathcal{C}_t, U_1, U_2, U_3$
2. use $\mathcal{C}_t = \text{sign}(\mathcal{O}_t) \max(|\mathcal{O}_t| - b_t \sigma^2 / 2, 0)$, $\mathcal{O}_t = \mathcal{F}_t \times_1 U_1^T \times_2 U_2^T \times_3 U_3^T$ to update kernel tensor

\mathcal{C}_t

3. get updated $\mathcal{X}_t = \mathcal{C}_t \times_1 U_1 \times_2 U_2 \times_3 U_3$

图1 加权核范数最小化模型的求解步骤

Fig. 1 Solving steps of a weighted kernel norm minimization model

2.2 基于双PnP框架的MECT重建算法

由于多能量投影数据的采集易受噪声和环境因素的干扰,为了更好地近似实际投影数据的采集过程, s 能级下CT的离散线性系统的公式表示为

$$p_s = Ax_s + \epsilon_s, \quad (5)$$

式中: $p \in \mathbb{R}^{h \times s}$ 代表采集到的投影数据, h 表示单一能量下采集到的投影数据, s 表示X射线总能级数; $A \in \mathbb{R}^{h \times g}$ 表示系统矩阵描述正向投影过程; $x \in \mathbb{R}^{g \times s}$ 表示需要求得的多个能量下的CT图像, g 表示单一能量下CT图像的总像素数; $\epsilon \in \mathbb{R}^{h \times s}$ 表示真值与估计值的误差。为了提取不同能量下图像间的低秩和稀疏特性,首先利用块匹配操作处理图像 x ,得到三阶的相似

块张量集合 $\{\mathcal{X}_t\}_{t=1}^T = \{P_t(x)\}_{t=1}^T$ 。基于此,对于提取的相似块张量,利用双PnP框架分别提取多通道图像内蕴低秩性与通道内图像稀疏性,提出的重建模型表示为

$$\hat{x} = \arg \min_x \frac{1}{2} \|Ax - p - \epsilon\|_2^2 + \omega R_1(x) + \rho R_2(x), \quad (6)$$

式中: $\|Ax - p - \epsilon\|_2^2$ 为数据保真项。为了方便公式描述,利用 $\|Ax - p - \epsilon\|_2^2$ 代替 $\sum_s \|Ax_s - p_s - \epsilon_s\|_2^2$ 。

在式(6)中,引入两个正则化模型 $R_1(x)$ 和 $R_2(x)$ 。 $R_1(x)$ 表示加权张量核范数正则化,具有多通道图像低秩性刻画的作用,表示为 $R_1(x) =$

$\sum_{l=1}^T \|P_l(x)\|_{b,*}$, T 为相似块张量的总数, l 为索引。

$R_2(x)$ 表示图像梯度域 L0 范数正则化, 具有单通道图像稀疏性刻画的作用, 表示为 $R_2(x) = \sum_{s=1}^S \|\nabla x_s\|_0$ 。

和 ρ 为平衡这两种正则化项与保真项的权重。引入两个正则化模型, 式(6)进一步表示为

$$\hat{x} = \operatorname{argmin}_x \frac{1}{2} \|Ax - p - \epsilon\|_2^2 + \omega \sum_{l=1}^T \|P_l(x)\|_{b,*} + \rho \sum_{s=1}^S \|\nabla x_s\|_0. \quad (7)$$

为了有效求解式(7), 引入两个辅助变量, 即 $\mathcal{Z}_l = P_l(x)$ 和 $y_s = x_s$, 因此, 式(7)等价于

$$\operatorname{argmin}_{x, \mathcal{Z}, y} \frac{1}{2} \|Ax - p - \epsilon\|_2^2 + \omega \sum_{l=1}^T \|\mathcal{Z}_l\|_{b,*} + \rho \sum_{s=1}^S \|y_s\|_0, \quad \text{s.t. } \mathcal{Z}_l = P_l(x), y_s = x_s. \quad (8)$$

进一步利用增广拉格朗日函数将带约束的重建模型式(8)转换为无约束的形式, 表示为

$$\operatorname{argmin}_{x, \mathcal{Z}, y} \frac{1}{2} \|Ax - p - \epsilon\|_2^2 + \omega \sum_{l=1}^T \|\mathcal{Z}_l\|_{b,*} + \rho \sum_{s=1}^S \|y_s\|_0 + \sum_{l=1}^T \left\| \mathcal{Z}_l - P_l(x) - \frac{\mathcal{V}_l}{\beta} \right\|_F^2 + \frac{\theta}{2} \sum_{s=1}^S \left\| y_s - x_s - \frac{e_s}{\theta} \right\|_2^2, \quad (9)$$

式中: $\mathcal{V}_l \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 和 e_s 表示拉格朗日乘子; β 和 θ 表示惩罚项系数。利用交替方向乘子法求解式(9), 将其分解为 3 个子问题, 分别是 x_s 、 \mathcal{Z}_l 和 y_s 子问题。

给定第 l 次迭代的结果 $(x_s^l, \mathcal{Z}_l^l, y_s^l)$, 则 x_s 子问题表示为

$$\min_{x_s^l} \|Ax - p - \epsilon\|_2^2 + \beta \sum_{l=1}^T \left\| \mathcal{Z}_l^l - P_l(x) - \frac{\mathcal{V}_l}{\beta} \right\|_F^2 + \theta \sum_{s=1}^S \left\| y_s^l - x_s - \frac{e_s^l}{\theta} \right\|_2^2. \quad (10)$$

将 \mathcal{Z}_l 、 $P_l(x)$ 和 \mathcal{V}_l 中的元素沿模 1、模 2 和模 3 的方向重新排列成向量形式, 并且将向量表示为 z_l 、 $P_l(x)$ 和 v_l , 基于此, x_s 子问题还可以表示为

$$\min_{x_s^l} \|Ax - p - \epsilon\|_2^2 + \beta \sum_{l=1}^T \left\| z_l^l - P_l(x) - \frac{v_l}{\beta} \right\|_2^2 + \theta \sum_{s=1}^S \left\| y_s^l - x_s - \frac{e_s^l}{\theta} \right\|_2^2. \quad (11)$$

可以发现, 式(11)是一个二次函数最小化问题, 应用二次代理算法对其进行求解, 得到更新 x_s 的公式:

$$x_s^{l+1} = x_s^l - \frac{A^T(Ax_s^l - p_s - \epsilon_s) + H(x_s^l)}{A^T A + \beta \sum_{l=1}^T P_l^T P_l + \theta I}, \quad (12)$$

式中: $H(x_s^l) = \beta \sum_{l=1}^T P_l^T [P_l(x_s^l) + v_l - z_l^l] + \theta(x_s^l +$

$v_s - z_s^l$); I 为单位矩阵。在更新 x_s 之前, 首先应用 simultaneous algebraic reconstruction technique (SART) 算法^[22]对不同能量下的 CT 图像进行重建。

\mathcal{Z}_l 子问题表示为

$$\min_{\mathcal{Z}_l} \omega \|\mathcal{Z}_l\|_{b,*} + \frac{\beta}{2} \left\| \mathcal{Z}_l - P_l(x) - \frac{\mathcal{V}_l}{\beta} \right\|_F^2, \quad (13)$$

其中, 式(13)的形式与式(4)相同, 可以通过图 1 所述的求解步骤迭代更新 \mathcal{Z}_l 。

y_s 子问题表示为

$$\min_{y_s} \sum_{s=1}^S \left(\rho \|\nabla y_s\|_0 + \frac{\theta}{2} \left\| y_s - x_s - \frac{e_s}{\theta} \right\|_2^2 \right), \quad (14)$$

这是一个典型的 L0 最小化问题, 利用“L0 Smoothing”的近似算法^[23]求解该子问题。

更新的拉格朗日乘子 \mathcal{V}_l^l 和 e_s^l 可以表示为

$$\begin{cases} \mathcal{V}_l^{l+1} \leftarrow \mathcal{V}_l^l + \mathcal{Z}_l^l - P_l^l(x) \\ e_s^{l+1} \leftarrow e_s^l + y_s^l - x_s^l \end{cases}. \quad (15)$$

综上所述, 所提具有双 PnP 框架的 MECT 重建算法的流程如图 2 所示。

Input: $A, p, \omega, \rho, \beta, \theta$

For $l=1: L$ Do

update x_s through Formula (12)

Update \mathcal{Z}_l passing the solving steps described in Fig. 1

update y_s through the approximate algorithm of “L0 Smoothing”^[22]

update Lagrange multipliers \mathcal{V}_l^l and e_s^l through Formula (15)

$l=l+1$;

End

图 2 所提算法的工作流程

Fig. 2 Workflow of the proposed algorithm

3 实验结果与分析

3.1 实验设置

利用 SpekCalc 软件生成 X 射线能谱为 50 kV 的能谱数据, 并将其分为 8 个能量通道: [16~22) keV、[22~25) keV、[25~28) keV、[28~31) keV、[31~34) keV、[34~37) keV、[37~41) keV 和 [41~50) keV, 能量通道如图 3 所示。为提升所提算法的重建质量, 经验性设置了算法中相关参数的值。对于参数 ω 和 ρ , 目的是平衡加权张量核范数正则化、L0 范数正则化与数据保真项, 将其分别设置为 $\zeta \|A\|_2^2 / 2 \sum \|P_l\|_1$ 和 $\zeta \|A\|_2^2 / 2 \sum \|\nabla\|_1$, 其中 $0 < \zeta \leq 1$; 对于参数 β 和 θ , 将其分别设置为 $\varphi\omega$ 和 $\varphi\rho$, 用 $\varphi > 0$

来保证算法理论上的收敛。进一步,采用仿真小鼠数据进行模拟圆轨迹扫描实验,扫描参数与重建参数的设置如表 1 所示。

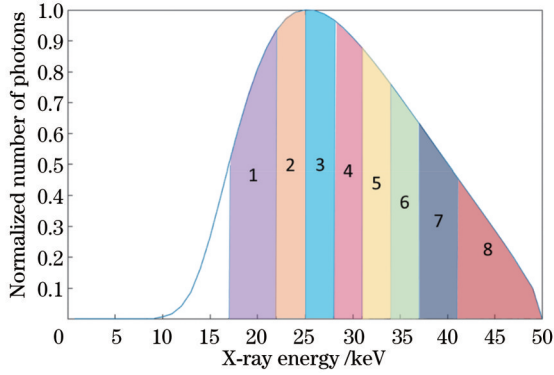


图 3 实验中使用的能谱数据和 8 个通道

Fig. 3 Energy spectrum and eight energy channels used in the experiment

表 1 仿真实验扫描与重建的参数

Table 1 Scanning and reconstruction parameters in the simulation experiment

Parameter	Value
Distance from ray source to detector /mm	180
Distance from ray source to object /mm	132
Number of detector bins	512
Detector bin size /mm	0.1
Size of the reconstructed image	256×256
Pixel size /mm	0.15
Scanning range/(°)	60

为了验证所提算法在不完备数据和噪声干扰问题上的性能,在仿真数据集上进行了两组研究。针对不完备数据问题,在 360°扫描范围内采集 90 个角度的投影数据,即采样间隔为 4°,并在采集的投影数据集中加入低强度的噪声;针对噪声干扰问题,在 360°扫描范围内采集 140 个角度的投影数据,并在采集的投影数据集中加入较高强度的噪声。考虑到光子散射、脉冲堆叠及电荷共享等物理效应引起的噪声,将随机噪声添

加到投影数据中,添加的噪声可以表示为

$$\tilde{p}_s = p_s + n_\sigma \max(p_s) \cdot n_s, \quad (16)$$

式中: p_s 和 \tilde{p}_s 分别是无噪声投影数据和有噪声投影数据; $n_s \sim N(0, 1)$ 为标准正态分布的随机噪声; n_σ 是强度参数。本文分别设置了 n_σ 为 0.024 和 0.055 两种不同强度的噪声。

为了进一步展现所提双 PnP 能谱 CT 重建算法的优越性,选取了几种代表性的重建算法进行对比实验,分别是 SART 算法^[21]、ASD-POCS 算法^[10]和 SISTER 算法^[15]。其中,ASD-POCS 算法引入 TV 正则化,实现对单通道图像稀疏性的刻画并加以约束;SISTER 方法是一种基于多通道图像相似性的张量方法,能实现对多通道图像间低秩性的刻画;所提算法旨在通过刻画多通道图像低秩性和单通道图像稀疏性来实现噪声干扰和不完备数据问题下高质量的 MECT 重建。所有实验均在专用计算工作站上进行,该工作站有 2 个型号为 Intel(R) Xeon(R) E5-2640 v4 @ 2.4 GHz 的 CPU 和 4 个型号为 NVIDIA GeForce GTX 1080 Ti 的 GPU。

3.2 实验结果

从 8 个通道的 CT 图像中选取 3 个通道作为结果展示,如图 4 所示,从左至右分别是通道为 [16~22) keV、[28~31) keV、[41~50) keV 的真值图像,图像的灰阶范围分别为 [0.010, 0.25]、[0.009, 0.11]、[0.007, 0.05]。本文研究的第一个能谱重建问题为不完备数据问题,设置采样间隔为 4°且加入低强度的高斯噪声。图 5 展示了不同算法的重建图像结果,从上至下分别表示 SART 算法、ASD-POCS 算法、SISTER 算法和所提算法的图像重建结果。从图 5 可以直接观察到:SART 算法重建的图像质量最差,物体内部结构损失严重;ASD-POCS 算法重建的图像质量有所改善,但物体内部仍受大量噪声影响;SISTER 算法相较于以上两种算法,明显改善了结果并抑制了大量噪声,但是该算法在物体精密区域仍然受到一定程度噪声的影响,无法恢复精密区域的细节特征;所提算法得到了更高质量的重建结果,在抑制噪声的同时高精度地恢

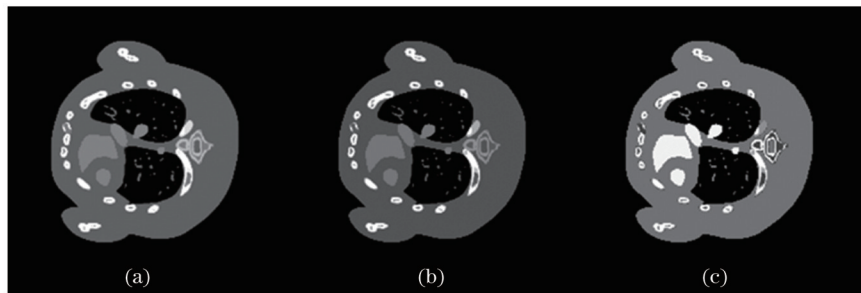


图 4 不同通道的真值图像。(a) [16~22) keV 通道的真值图像;(b) [28~31) keV 通道的真值图像;(c) [41~50) keV 通道的真值图像

Fig. 4 Truth images of different energy channels. (a) Truth image of the channel [16-22) keV; (b) truth image of the channel [28-31) keV; (c) truth image of the channel [41-50) keV

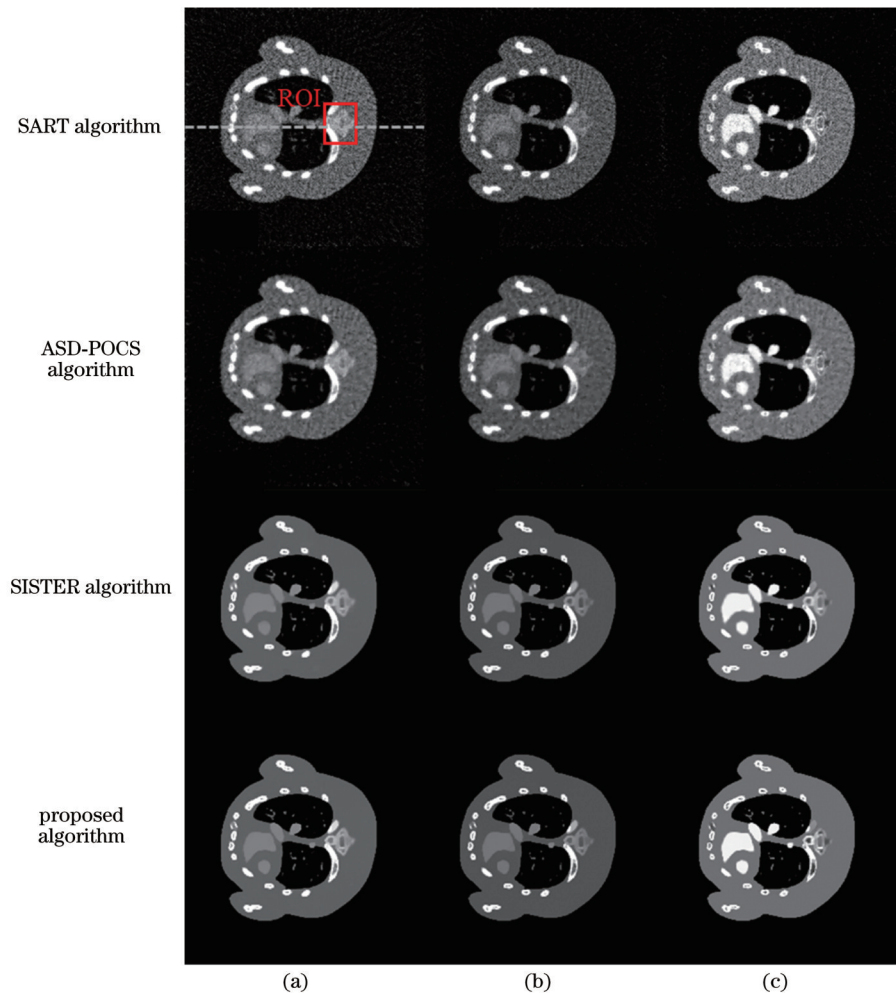


图 5 不完备数据问题下不同算法的重建结果。(a) [16~22] keV 通道的重建结果;(b) [28~31] keV 通道的重建结果;(c) [41~50] keV 通道的重建结果

Fig. 5 Reconstruction results of different algorithms under the incomplete dataset problem. (a) Reconstruction results under the channel [16-22] keV; (b) reconstruction results under the channel [28-31] keV; (c) reconstruction results under the channel [41-50] keV

复了物体精密区域,尤其在放大的感兴趣区域(ROI)取得了良好的重建效果,如图 6 所示。ROI 为图 5 中的方框区域。图 6 从上至下表示真值图像、SISTER 算法和所提算法的重建结果,可以观察到,SISTER 算法得到的图像的边缘部分较模糊,所提算法的结果与真值最接近,能够恢复图像的大部分细节,尤其是箭头所指的区域。

图 7 展示了不同算法的图像重建结果沿图 5 虚线的剖线图,可以看出:SART 算法和 ASD-POCS 算法沿剖面波动较大,相较于真值的误差也较大;SISTER 算法得到较好的剖面结果,但是一些边缘区域仍然无法得到较好的恢复(如图 7 中箭头所示区域);所提算法得到了最优的剖面结果,与真值误差最小,尤其在边缘区域,验证了所提算法在边缘保持上的可靠性。

进一步利用峰值信噪比(PSNR)、结构相似度(SSIM)和均方根误差(RMSE)评价指标来定量评估不同算法的性能。其中 RMSE 越小、PSNR 和 SSIM 越大代表图像质量越好。表 2 展示了不同算法重建的图像的 PSNR、SSIM 和 RMSE 结果。所提算法在不

同通道下的 PSNR 值高达 39.7786 dB、39.4527 dB 和 34.1206 dB,优于其他对比算法,代表所提算法在抑制噪声方面具有一定优势。并且所提算法的 SSIM 值最高达 0.9719,而其他对比算法的 SSIM 最高值为 0.9687,证明所提算法能够恢复大部分图像的内部结构,并且相较于其他对比算法,在图像内部结构的恢复方面具有优势。不仅如此,所提算法的 RMSE 同样取得最小值,意味着与真值的误差最小,与上述对重建结果的分析一致。

噪声干扰问题下不同算法的重建图像如图 8 所示,从上至下分别表示 SART 算法、ASD-POCS 算法、SISTER 算法和所提算法的图像重建结果。SART 算法和 ASD-POCS 算法受噪声干扰严重,无法识别物体内部结构;SISTER 算法在一定程度上能够抑制噪声干扰,但在箭头所示区域仍被噪声影响;所提算法恢复了图像大部分细节,获得了比其他对比算法更高精度的重建结果。进一步展示了不同算法的图像重建结果沿图 8 虚线的剖线图,如图 9 所示。与图 7 剖线图相比,图 9 中,所有算法的结果都受到高强度高斯噪声的

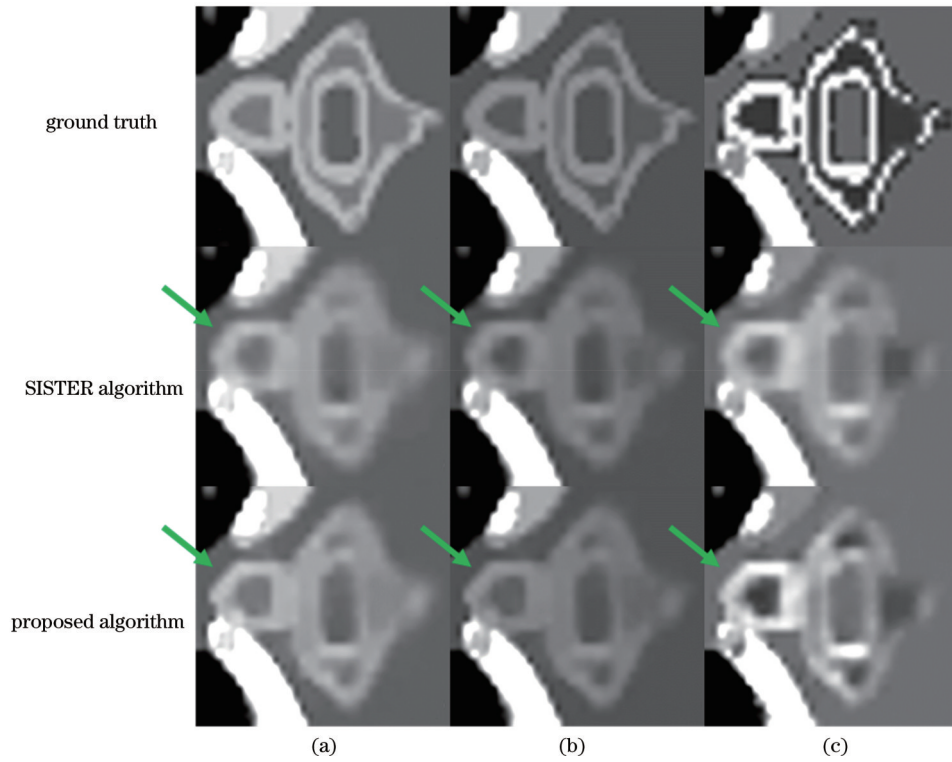


图 6 重建图像的 ROI 对比结果。(a) [16~22] keV 通道的重建结果；(b) [28~31] keV 通道的重建结果；(c) [41~50] keV 通道的重建结果

Fig. 6 ROI comparison results of reconstructed images. (a) Reconstruction results under the channel [16~22] keV; (b) reconstruction results under the channel [28~31] keV; (c) reconstruction results under the channel [41~50] keV

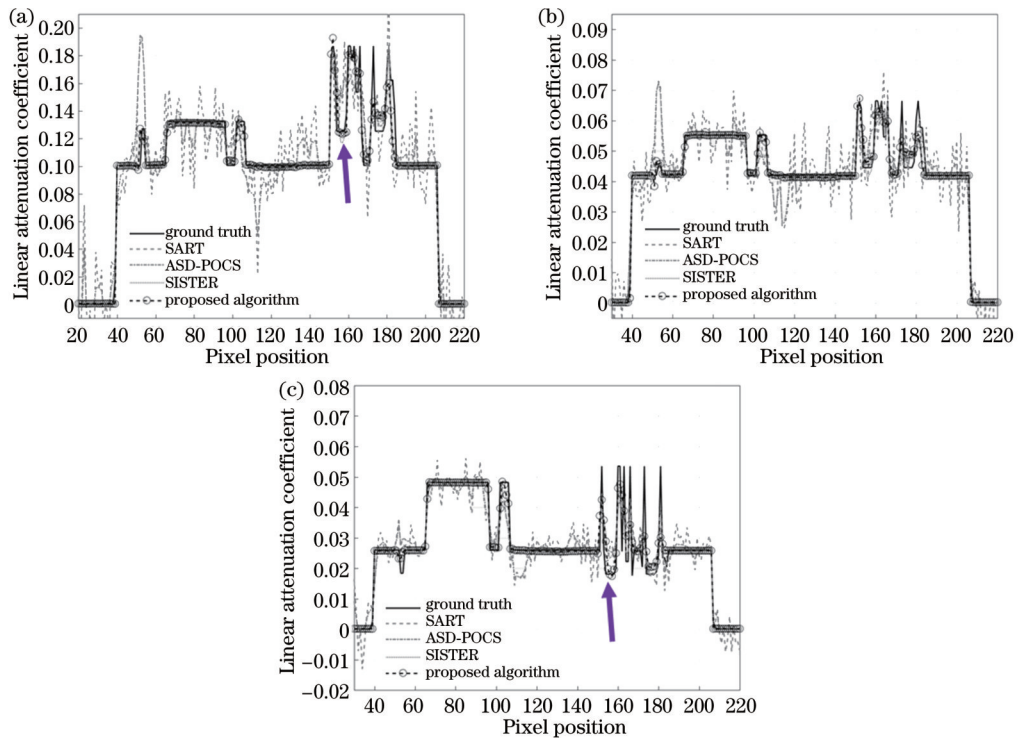


图 7 不完备数据下不同算法的重建结果的剖面图。(a) [16~22] keV 通道的重建结果；(b) [28~31] keV 通道的重建结果；(c) [41~50] keV 通道的重建结果

Fig. 7 Pixel values of reconstruction results of different algorithms under incomplete dataset. (a) Reconstruction results under the channel [16~22] keV; (b) reconstruction results under the channel [28~31] keV; (c) reconstruction results under the channel [41~50] keV

表 2 不完备数据下不同算法对仿真数据重建图像的定量结果

Channel	Parameter	SART	ASD-POCS	SISTER	Proposed algorithm
[16-22) keV	PSNR /dB	24.8516	28.7434	38.8864	39.7786
	SSIM	0.2821	0.5546	0.9687	0.9708
	RMSE	0.0282	0.0169	0.0057	0.0055
[28-31) keV	PSNR /dB	24.3143	28.6179	38.7509	39.4527
	SSIM	0.2651	0.5454	0.9667	0.9719
	RMSE	0.0105	0.0061	0.0021	0.0018
[41-50) keV	PSNR /dB	22.4219	26.6775	32.2238	34.1206
	SSIM	0.2149	0.4575	0.9434	0.9482
	RMSE	0.0058	0.0033	0.0017	0.0015

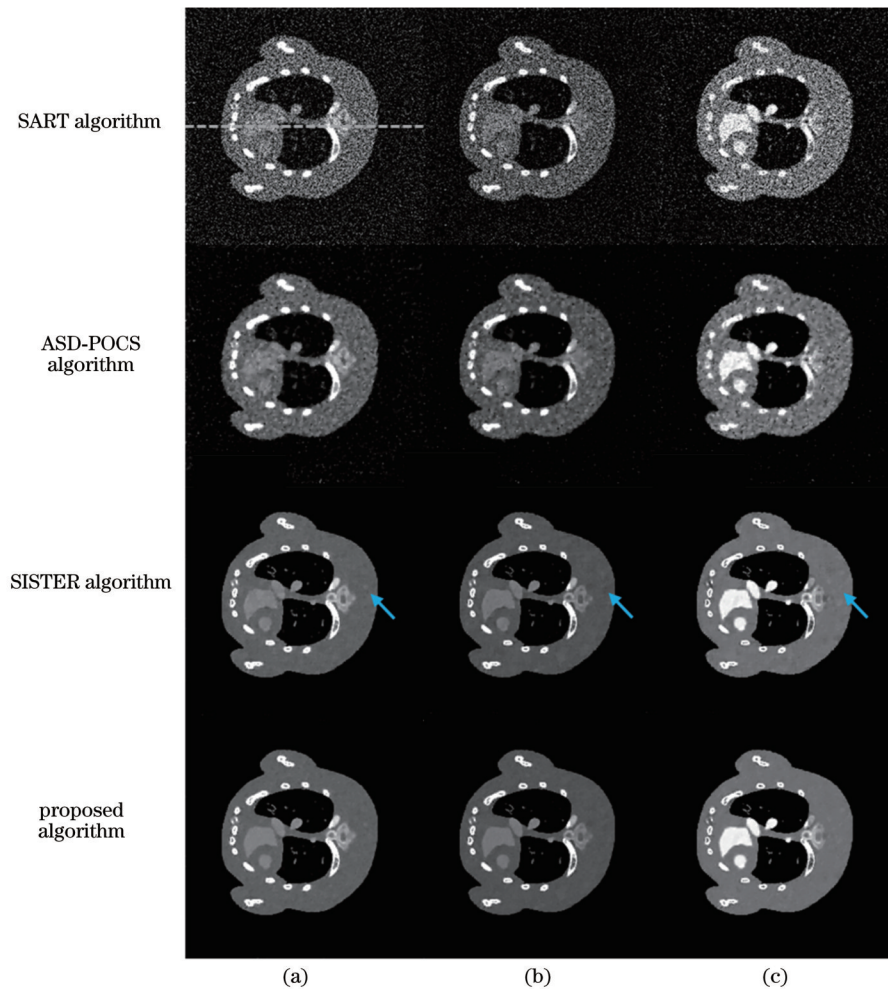


图 8 噪声干扰问题下不同算法的重建结果。(a) [16~22) keV 通道的重建结果;(b) [28~31) keV 通道的重建结果;(c) [41~50) keV 通道的重建结果

Fig. 8 Reconstruction results of different algorithms under the noise interference problem. (a) Reconstruction results under the channel [16-22) keV; (b) reconstruction results under the channel [28-31) keV; (c) reconstruction results under the channel [41-50) keV

影响,剖线的波动幅度均有所增大,但是所提算法仍然获得了最理想的剖线结果,表明在噪声抑制方面所提算法具有一定的优势。

表 3 展示了噪声干扰问题下重建结果的 PSNR、SSIM、RMSE 的定量比较。所提算法在这 3 项评价指

标中获得了最优的结果。与 SART 算法相比,所提算法在 [16~22) keV、[28~31) keV、[41~50) keV 能级下的 RMSE 降低了 85.52%、86.36%、83.33%,与 ASD-POCS 算法相比, RMSE 值降低了 0.0111、0.0042、0.0021,与 SISTER 算法相比, RMSE 值也有

表 3 噪声干扰下不同算法对仿真数据重建图像的定量结果

Channel	Parameter	SART	ASD-POCS	SISTER	Proposed algorithm
[16-22) keV	PSNR /dB	20.8192	28.7276	37.0766	37.1523
	SSIM	0.1489	0.4957	0.9351	0.9360
	RMSE	0.0525	0.0187	0.0078	0.0076
[28-31) keV	PSNR /dB	19.9057	27.9619	36.9576	37.0246
	SSIM	0.1392	0.4737	0.9351	0.9383
	RMSE	0.0198	0.0069	0.0028	0.0027
[41-50) keV	PSNR /dB	17.7154	24.8022	32.1539	32.7097
	SSIM	0.1159	0.3492	0.8954	0.9011
	RMSE	0.0114	0.0040	0.0020	0.0019

所下降。此外,所提算法的 PSNR 在这 3 个能级下分别达 37.1523 dB、37.0246 dB、32.7097 dB,高于其他算法的 PSNR 值。在 SSIM 值比较中,所提算法也取

得了一定优势。总的来说,定量结果进一步说明了所提算法在噪声干扰 MECT 中的有效性。

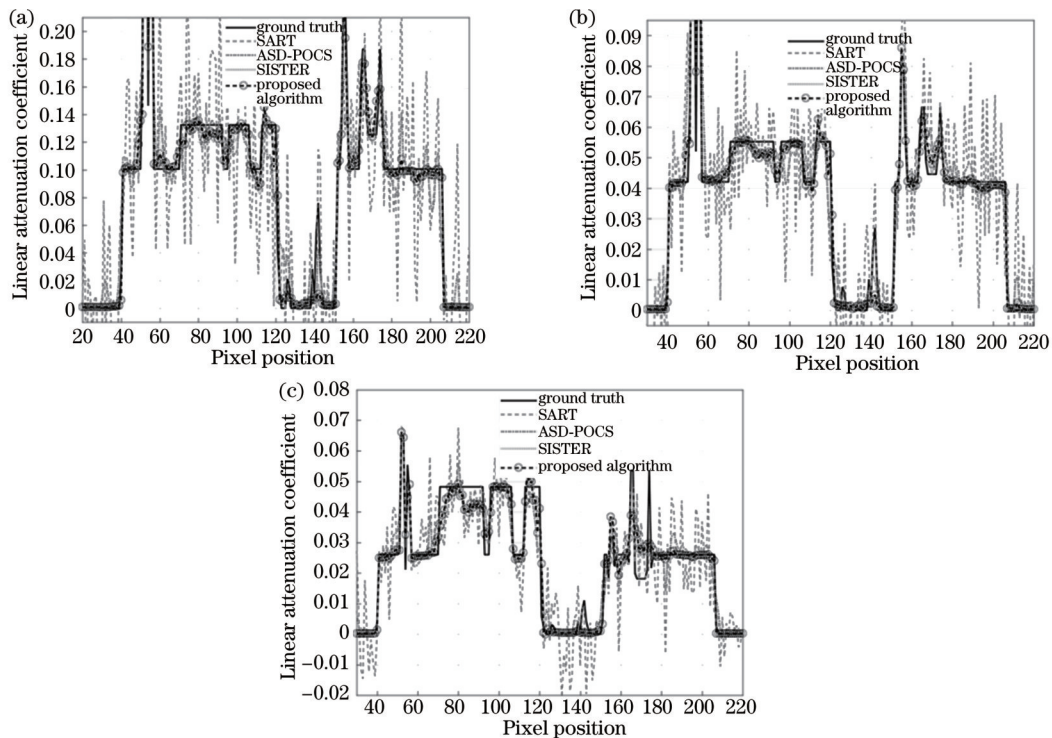


图 9 噪声干扰下不同算法的重建结果剖面图。(a) [16~22) keV 通道的重建结果;(b) [28~31) keV 通道的重建结果;(c) [41~50) keV 通道的重建结果

Fig. 9 Pixel values of reconstruction results of different algorithms under noise interference. (a) Reconstruction results under the channel [16-22) keV; (b) reconstruction results under the channel [28-31) keV; (c) reconstruction results under the channel [41-50) keV

4 讨论

为了更全面地展示所提算法的优势,分析了不同采样角度下添加不同强度随机噪声的算法的表现。对 60、90、120 和 140 个角度下采集的投影数据(通道 1)分别添加强度参数为 0.024 和 0.055 的随机噪声水平,所提算法和 SISTER 算法的性能表现如图 10 所示。在不同采样条件和噪声水平的情况下,所提算法的性能都优于 SISTER 算法。

进一步从算法迭代特性和计算效率两方面对算法关键性能指标进行考察。对不同迭代轮次下重建结果的 RMSE 进行统计,图 11 展示了不完备数据和噪声干扰问题下,所提算法的对数 RMSE ($\log E$) 随迭代轮次的变化曲线。图 11 表明,当迭代轮次达到一定数量后,所提算法在不同能级下的重建结果的 RMSE 能够收敛到一个稳定且较小的值。该结果表明,对于不同能量下的 CT 图像,所提算法在面对不完备数据和噪声干扰问题时能够有效优化目标函数,且重建结果具

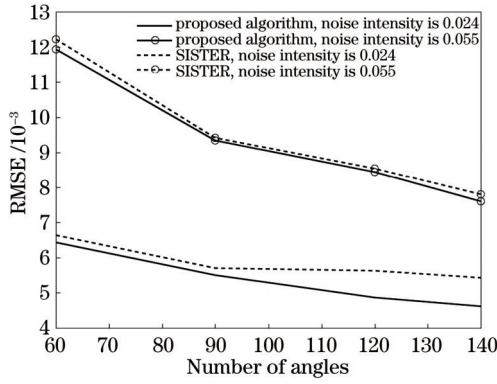


图 10 对不同采样数据添加不同强度随机噪声后的不同算法的性能表现(通道 1)

Fig. 10 Performance of different algorithms after adding different intensity random noise to different sampling data (channel 1)

有一定优势。

在考察算法计算效率时,统计了在不完备数据和

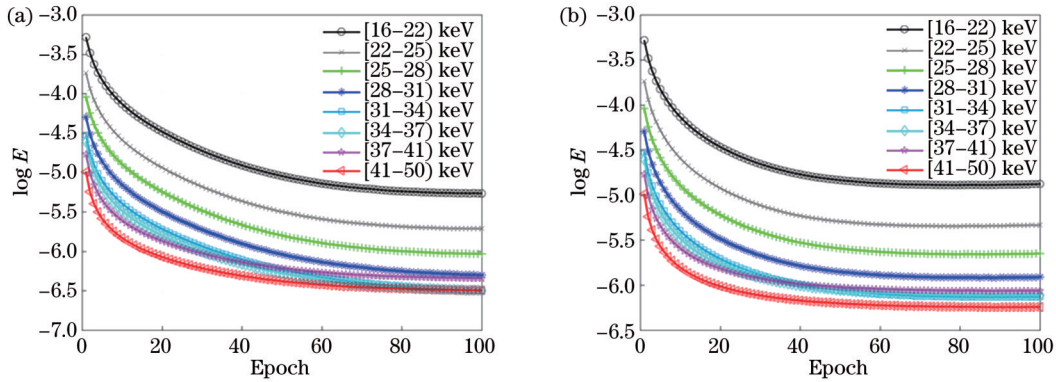


图 11 不同问题下 RMSE 对数的收敛曲线。(a) 不完备数据问题;(b) 噪声干扰问题

Fig. 11 Convergence line of the logarithm with RMSE at different problems. (a) Incomplete dataset problem; (b) noise interference problem

表 4 不同问题下不同算法的迭代时长

Table 4 Iteration time of different algorithms for different problems

Problem name	Number of iterations	Iteration time of SISTER	Iteration time of the proposed algorithm
Incomplete dataset	100	89.6 min	21.7 min
	1	53.8 s	13.0 s
Noise interference	100	166.9 min	44.7 min
	1	100.1 s	26.8 s

5 结 论

为降低辐射剂量和提高成像效率,提出了一种具有双 PnP 框架的 MECT 图像重建算法,并且在不完备数据和噪声干扰问题研究实验中验证了所提算法的可行性。在优化模型设计时,引入了图像梯度域 L0 范数正则化和张量加权核范数正则化,两个正则化能够有效表征 MECT 图像的先验。图像梯度域 L0 范数正则化表达了单通道图像梯度的稀疏性,而张量加权核范

数则能够有效刻画多通道图像间的相关性。在设计求解算法时,提出了基于双 PnP 框架和交替方向乘法法的高效求解方法。该方法能够有效集成张量加权核范数和图像梯度域 L0 范数最小化求解的计算方法。相比 SART、ASD-POCS 和 SISTER 算法,所提方法在成像质量上具有优势,与 SISTER 算法相比,所提算法的计算效率提升了约 3 倍。

噪声干扰问题下 SISTER 算法和所提算法的时间消耗,结果如表 4 所示。在迭代次数达 100 轮时, SISTER 算法分别消耗了 89.6 min 和 166.9 min,平均每轮消耗 53.8 s 和 100.1 s,所提算法则分别消耗了 21.7 min 和 44.7 min,平均每轮消耗 13.0 s 和 26.8 s。SISTER 方法的迭代时间明显大于所提算法,主要原因是 SISTER 方法在分解张量低秩 CP 时需要大量交替最小二乘迭代,并且不能保证收敛到全局最小值或不动点处^[16],而所提算法通过引入基于 HOSVD 的解析方法来求解加权核范数最小化模型,每轮只需计算一次 HOSVD,有效降低了计算复杂度同时保证图像的重建质量。所提算法的结果优于 SISTER 方法,可能原因是本工作引入了加权 HOSVD 来近似描述张量低秩性质,用较小的权重对较大的奇异值进行加权,用较大的权重对较小的奇异值进行加权。这样处理的好处是,能够更加有效地刻画多通道图像的内蕴低秩特性,具有更优的先验刻画作用。

参 考 文 献

[1] 李磊, 王林元, 蔡爱龙, 等. 基于等值线拟合的 X 射线双能 CT

- 快速投影分解算法[J]. 光学学报, 2016, 36(8): 0834001.
- Li L, Wang L Y, Cai A L, et al. Projection decomposition algorithm for X-ray dual-energy computed tomography based on isotransmission line fitting[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(8): 0834001.
- [2] 曾更生. 医学图像重建[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.
Zeng G S. Medical image reconstruction[M]. Beijing: Higher Education Press, 2010.
- [3] McCollough C H, Leng S, Yu L F, et al. Dual- and multi-energy CT: principles, technical approaches, and clinical applications[J]. Radiology, 2015, 276(3): 637-653.
- [4] So A, Hsieh J, Narayanan S, et al. Dual-energy CT and its potential use for quantitative myocardial CT perfusion[J]. Journal of Cardiovascular Computed Tomography, 2012, 6(5): 308-317.
- [5] Zou Y, Silver M D. Analysis of fast kV-switching in dual-energy CT using a pre-reconstruction decomposition technique [J]. Proceedings of SPIE, 2008, 6913: 691313.
- [6] Petersilka M, Bruder H, Krauss B, et al. Technical principles of dual-source CT[J]. European Journal of Radiology, 2008, 68(3): 362-368.
- [7] Taguchi K, Iwanczyk J S. Vision 20/20: single-photon counting X-ray detectors in medical imaging[J]. Medical Physics, 2013, 40(10): 100901.
- [8] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [9] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [10] Sidky E Y, Pan A C. Image reconstruction in circular cone-beam computed tomography by constrained, total-variation minimization[J]. Physics in Medicine and Biology, 2008, 53(17): 4777-4807.
- [11] Xu Q, Yu H Y, Bennett J, et al. Image reconstruction for hybrid true-color micro-CT[J]. IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering, 2012, 59(6): 1711-1719.
- [12] Zeng D, Gao Y, Huang J, et al. Penalized weighted least-squares approach for multienergy computed tomography image reconstruction via structure tensor total variation regularization [J]. Computerized Medical Imaging and Graphics, 2016, 53: 19-29.
- [13] Wu W, Zhang Y B, Wang Q, et al. Low-dose spectral CT reconstruction using image gradient L0-norm and tensor dictionary[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 63: 538-557.
- [14] Xia W J, Wu W, Niu S Z, et al. Spectral CT reconstruction: ASSIST: aided by self-similarity in image-spectral tensors[J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2019, 5(3): 420-436.
- [15] Hu D L, Wu W, Xu M R, et al. SISTER: spectral-image similarity-based tensor with enhanced-sparsity reconstruction for sparse-view multi-energy CT[J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2020, 6: 477-490.
- [16] Kolda T G, Bader B W. Tensor decomposition and applications [J]. SIAM Review, 2009, 51(3): 455-500.
- [17] Venkatakrishnan S V, Bouman C A, Wohlberg B. Plug-and-Play priors for model-based reconstruction[C]//2013 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing, December 3-5, 2013, Austin, TX, USA. New York: IEEE Press, 2014: 945-948.
- [18] Ryu E K, Liu J L, Wang S C, et al. Plug-and-play methods provably converge with properly trained denoisers[EB/OL]. (2019-05-14)[2022-11-09]. <https://arxiv.org/abs/1905.05406>.
- [19] Chan S H, Wang X R, Elgendy O A. Plug-and-play ADMM for image restoration: fixed-point convergence and applications[J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2017, 3(1): 84-98.
- [20] Cascarano P, Piccolomini E L, Morotti E, et al. Plug-and-Play gradient-based denoisers applied to CT image enhancement[J]. Applied Mathematics and Computation, 2022, 422: 126967.
- [21] Chang Y, Yan L, Zhao X L, et al. Weighted low-rank tensor recovery for hyperspectral image restoration[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(11): 4558-4572.
- [22] Andersen A H, Kak A C. Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART): a superior implementation of the ART algorithm[J]. Ultrasonic Imaging, 1984, 6(1): 81-94.
- [23] Xu L, Lu C W, Xu Y, et al. Image smoothing via L0 gradient minimization[J]. ACM Transactions on Graphics, 2011, 30(6): 1-12.

Dual Plug and Play Multi-Energy Computed Tomography Reconstruction Algorithm

Wang Yizhong, Cai Ailong, Liang Ningning, Yu Xiaohuan, Ren Junru, Li Lei, Yan Bin*
Henan Key Laboratory of Imaging and Intelligent Processing, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, Henan, China

Abstract

Objective Multi-energy computed tomography (MECT) technology uses multiple energy X-rays to scan an object, facilitating energy resolution imaging for material attenuation distribution of the object. In addition, the MECT effectively suppresses hardening artifacts and quantitatively analyzes material components, suggesting its broad application prospects in the field of medical diagnosis. Currently, MECT imaging systems have mainly four scanning schemes: multiple scanning systems, fast rapid voltage switching systems, multi-source systems, and photon counting detector systems. However, these approaches are associated with incomplete data and noise caused by physical effects, such as photon scattering, pulse stacking, and charge sharing. Therefore, there is a need to design efficient and feasible reconstruction algorithms to effectively address the above issues. In this regard, this work proposes a dual plug and play (PnP) framework

for MECT image reconstruction algorithm.

Methods In order to optimize the model design, this work introduces L0 norm regularization in the image gradient domain and tensor weighted kernel norm regularization, which can effectively characterize the priori of MECT images. The regularization of the L0 norm in the image gradient domain expresses the sparsity of the gradient of a single channel image, while the tensor weighted kernel norm characterizes the correlation between multichannel images. Considering the flexibility and efficiency of the PnP framework in various imaging problems, this work proposes an efficient solution method based on the dual PnP framework and the alternating direction multiplier method. To verify the feasibility of the proposed algorithm, this work carried out multichannel photon counting simulation experiments. It also analyzed the performance of the proposed algorithm by adding random noise with different intensities to the projection data obtained under different sampling angles.

Results and Discussions Two sets of experiments were conducted on a simulation dataset to verify the performance of the proposed algorithm on incomplete data and noise interference issues. With respect to incomplete data, this work collects projection data from 90 angles within a 360-degree scanning range and adds low-intensity noise to the collected projection data. To address noise interference, this work collects 140 angle projection data within a 360-degree scanning range and adds higher intensity noise to the collected projection data. Considering the noise caused by physical effects, such as photon scattering, pulse stacking, and charge sharing, this work adds random noise to the projection data and sets two different intensities of noise, i. e. , 0.024 and 0.055, respectively. To further demonstrate the advantages of the dual PnP spectral CT reconstruction algorithm proposed in this paper, several representative reconstruction algorithms were selected for comparative experiments, namely, SART, ASD-POCS, and SISTER. In case of incomplete data, the proposed algorithm obtains higher quality reconstruction results, which can suppress noise while restoring the precise area of the object with high accuracy; whereas in case of noise interference, the proposed algorithm restores most of the details of the image and achieves higher accuracy reconstruction results than other contrast algorithms. Our findings show that the proposed algorithm outperforms the SISTER algorithm under different sampling conditions and noise levels. In addition, this work further examines the key performance indicators of the proposed algorithm from both the iterative characteristics and computational efficiency. Moreover, the computational efficiency of the proposed algorithm is improved by about three times compared with that of the SISTER algorithm.

Conclusions In this work, a dual PnP framework MECT image reconstruction algorithm is proposed to reduce radiation dose and improve imaging efficiency. The feasibility of the proposed algorithm was verified using research experiments on incomplete data and noise interference issues. In optimizing the model design, this work introduces L0 norm regularization in the image gradient domain and tensor weighted kernel norm regularization, which can effectively represent a priori of MECT images. The regularization of the L0 norm in the image gradient domain expresses the sparsity of the gradient of a single channel image, while the tensor weighted kernel norm can effectively characterize the correlation between multichannel images. In designing the solution algorithm, this work proposes an efficient solution method based on the dual PnP framework and the alternating direction multiplier method. This method can effectively integrate the tensor weighted kernel norm and the computational method for minimizing the L0 norm in the image gradient domain. Our results show that the proposed method has advantages in imaging quality compared to SART, ASD-POCS, and SISTER algorithms. It also has improved computational efficiency compared to the SISTER algorithm.

Key words multi-energy computed tomography; low dose sampling; X-ray imaging; plug and play framework