

# 光学学报

## 基于局域相位匹配的特殊光束非线性模式转换

陈欢<sup>1,2</sup>, 吴淦<sup>1,2</sup>, 孙旭辉<sup>1,2</sup>, 马艺冰<sup>1,2</sup>, 陈涌创<sup>1,2</sup>, 汪称龙<sup>1,2</sup>, 王童<sup>1,2</sup>, 姚依正<sup>1,2</sup>, 高冰<sup>1,2</sup>, 吴浩<sup>1,3</sup>, 陆蓉儿<sup>4</sup>,  
张超<sup>1,2\*\*</sup>, 秦亦强<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>南京大学固体微结构物理国家重点实验室, 江苏 南京 210093;

<sup>2</sup>南京大学现代工程与应用科学学院, 江苏 南京 210093;

<sup>3</sup>南京大学物理学院, 江苏 南京 210093;

<sup>4</sup>南京工业大学物理系, 江苏 南京 211816

**摘要** 提出一种能够同时实现拉盖尔-高斯光束倍频和模式转换两种功能的光学超晶格。首先,通过局域相位匹配原理设计得到了实现以上功能所需的超晶格结构函数。不同于常规的多通道周期或啁啾结构,采用局域相位匹配原理得到的一种具有弯曲畴的超晶格结构,理论上可以减少相差并提高转换效率。其次,讨论了正反两种模式的超晶格结构,两种结构均可以实现非线性模式转换,但正向结构效果更佳。最后,对不同角向指数的拉盖尔-高斯光束的模式转换过程进行数值模拟,观察转换得到的厄米-高斯光束图像,验证了两种光束模式指数的关系。模拟结果表明,这样设计不仅能够实现不同特殊光束之间的相互转换,而且将倍频和模式转换两种功能集为一体,使得器件更加紧凑。该结构有望推进非线性模式转换器的研究。

**关键词** 涡旋光; 模式转换; 倍频; 弯曲畴; 局域相位匹配

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS230558

### 1 引言

光学涡旋光束具有特定拓扑荷的相位奇点,从而能够产生中空的强度分布,这种具有螺旋相位结构和轨道角动量的光束揭示了宏观物理光学和微观量子光学之间的微妙联系<sup>[1]</sup>。它们所具有的这些性质为我们提供了对各种光学和物理现象的新理解,如扭曲光子<sup>[2]</sup>、自旋-轨道相互作用<sup>[3]</sup>、玻色-爱因斯坦凝聚<sup>[4]</sup>等。同时,操纵光学涡旋的相关技术也变得越来越具有可调性和灵活性<sup>[5]</sup>。近年来,人们对涡旋光的研究越来越多<sup>[6-8]</sup>,目前,涡旋光的制备方式多种多样,如通过螺旋相位片<sup>[9]</sup>、叉形光栅<sup>[10]</sup>、激光晶体<sup>[11-12]</sup>、光学微腔<sup>[13]</sup>以及空间光调制器(SLM)<sup>[14]</sup>等加载螺旋相位。拉盖尔-高斯(LG)光束作为一种典型的涡旋光束,由于其特定的相位结构和轨道角动量特性在微粒操纵<sup>[15-16]</sup>和非线性光学<sup>[17-19]</sup>等方面得到了越来越多的重视。通常有3种方法来产生LG模<sup>[20]</sup>,其中,螺旋相位片和计算机全息法<sup>[21-22]</sup>都通过引入一个相位因子在光轴上产生一个螺旋型相位错位,由于相消干涉从而产生远场环状光强分布,但是这两种方法无法得到纯的LG光束。第3

种方法通过两个柱透镜构成的 $\pi/2$ 模式转换器<sup>[23]</sup>,可以实现LG模和厄米-高斯模(HG)之间的相互转换。2011年,袁素真等<sup>[24]</sup>给出了LG模用对角HG模的展开式表示,进而讨论了利用模式转换器使HG光束化为LG光束的方法。根据柱透镜的模式转换功能,2017年Fang等<sup>[25]</sup>使用单个圆柱透镜和一块非线性光子晶体搭建实验光路平台,提出了一种观察高阶LG光束的径向指数和角向指数的有效方法。2020年,Pan等<sup>[26]</sup>使用一对柱透镜作为内腔元件来构造一种结构光激光器,以产生二维可调的高阶模式和涡旋光束。由于实际应用中对LG光束波长的需求越来越多,目前,关于二次谐波<sup>[27-29]</sup>、和频<sup>[30]</sup>以及三次谐波<sup>[31-32]</sup>等能够产生高阶模式的研究也越来越多,对涡旋光的非线性频率转换的研究也越来越深入。

非线性光束整形技术也是近年来非线性光学的研究热点<sup>[33-36]</sup>,该技术可以在非线性光学过程中实现波前调制。实现波前调制的方法有很多种,如多通道周期调制<sup>[37]</sup>、耦合长度调制<sup>[38]</sup>、使用局域相位匹配方法设计光学超晶格<sup>[39]</sup>,以及在周期超晶格结构中引入相位调制<sup>[33]</sup>等。2015年,Yang等<sup>[40]</sup>提出一种在非线性光束

收稿日期: 2023-02-15; 修回日期: 2023-03-23; 录用日期: 2023-04-03; 网络首发日期: 2023-04-13

基金项目: 国家重点研发计划(2022YFA1405000, 2022YFA1205100)、国家自然科学基金(12274214, 91950103, 11874214, 12004177)、江苏省自然科学基金(BK20200701)、江苏省高等学校重点学科建设项目(PAPD)

通信作者: \*yqin@nju.edu.cn; \*\*zhch@nju.edu.cn

整形过程中实现光学傅里叶变换的简单方法,即通过光学超晶格对相位的补偿能力替代双透镜实现傅里叶变换中的一个透镜,并以产生非线性艾里光束为例证明了该方法的可行性。

结合已有的柱透镜模式转换器理论以及非线性波前调控研究,本文提出一种新的光束模式转换方法。通过设计光学超晶格,将柱透镜的模式转换功能集结在光学超晶格上,在倍频过程中同时实现 LG 光束和 HG 光束的模式转换。这样首先能够将转换所需的柱透镜由超晶格替换,将线性转换过程完全转变为非线

性模式转换。其次能通过转换得到的 HG 模式观察 LG 光束的模式指数,从而应用于光学操纵和光学通信等领域。

## 2 基本原理和分析

### 2.1 理论计算

在近轴近似的条件下,通过分别求解柱坐标系下和直角坐标系下的电磁波方程,可得到 LG 光束和 HG 光束<sup>[41]</sup>的表达式:

$$u_p^l(r, \varphi, z) = \frac{A_p^l}{\omega(z)} \left[ \frac{\sqrt{2} r}{\omega(z)} \right]^{|l|} \exp \left[ \frac{-r^2}{\omega^2(z)} \right] L_p^{|l|} \left[ \frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] \exp \left[ \frac{-ikr^2}{2R(z)} - il\varphi - i(2p + |l| + 1) \arctan \xi \right], \quad (1)$$

$$u_m^n(x, y, z) = \frac{C_m^n}{\omega(z)} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{\omega^2(z)} \right] \exp \left[ -\frac{ik(x^2 + y^2)}{2R(z)} \right] \exp \left[ -i(n + m + 1) \arctan \xi \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2} x}{\omega(z)} \right] H_m \left[ \frac{\sqrt{2} y}{\omega(z)} \right], \quad (2)$$

式中: $\varphi$ 为方位角; $r$ 为径向分量; $z$ 为传播距离;归一化

常数  $A_p^l = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+l)!}}$ 、 $C_m^n = \sqrt{\frac{2^{(1-m-n)}}{\pi n! m!}}$ ;光束在传

播距离为  $z$  处的束腰半径  $\omega(z) = \omega(0) \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$ ,

$\omega(0)$ 为焦点处的束腰半径,瑞利距离  $z_R = \frac{k\omega_0^2}{2}$ ,  $k$ 为光

束的波矢大小; $L_p^{|l|}$ 表示拉盖尔多项式; $H_m$ 和  $H_n$ 表示厄米多项式;光束波前的曲率半径  $R(z) = \frac{z_R^2 + z^2}{z}$ ;约化

的传播距离  $\xi = \frac{z}{z_R}$ ;  $(2p + |l| + 1) \arctan \xi$  和  $(n + m + 1) \arctan \xi$  也被称为 Gouy 相移。

LG 光束的模式可由角量子数  $l$  与径向量子数  $p$  表征,这两种量子数也被简称为  $l$  量子数和  $p$  量子数,不同的  $l$  和  $p$  组合形成不同的 LG 模式。LG 模式是空间中一组正交完备基,空间中任何模式都可以以 LG 模式为基底进行展开<sup>[42]</sup>。同理, HG 光束的性质也是由模式指数  $m$  和  $n$  决定的,且这 4 个指数的对应关系为

$$\begin{cases} p = \min(n, m) \\ l = n - m \end{cases}. \quad (3)$$

由于 LG 多项式可用 HG 多项式展开,对角 HG 多项式(HG 模沿着光轴旋转 45°称为对角 HG 模)也可用 HG 多项式展开,且两者的展开系数存在一定的相关性<sup>[43]</sup>,因此可利用  $\pi/2$  模式转换器实现 LG 模和 HG 模的相互转换。

对于模式转换,在线性领域可以通过一对柱透镜实现。为了能够同时实现模式转换和倍频两个功能,需要把模式转换器中的透镜转换功能集结到光学超晶

格中。对柱透镜的透射函数进行二值化处理,再和光学超晶格本身所具有的倍频功能集成在一起,最后得到符合要求的畴结构,这样就把线性领域的柱透镜模式转换推广到了非线性领域。

柱透镜的透射函数为

$$P_L(x, y) = \exp \left( -ik \frac{y^2}{2f} \right), \quad (4)$$

式中: $f$ 为焦距,  $f = \frac{n-1}{R}$ ,  $n$ 为透射折射率,  $R$ 为透镜的曲率半径。

为了同时实现模式转换和相位匹配,采用本课题组在 2008 年提出的局域相位匹配(LQPM)<sup>[39]</sup>方法来设计所需的超晶格结构。与基于倒格矢匹配的传统准相位匹配(QPM)方法<sup>[44]</sup>不同的是, LQPM 是一种从实空间出发的超晶格结构设计方法。其基本原理是将光学超晶格中的每个点看成非线性谐波的一个辐射点源,其初始相位与基波有关,且受到超晶格结构调制,然后根据光程叠加原理计算出超晶格不同位置的局域相位失配量,据此即可确定对应的光学超晶格结构函数。LQPM 方法不仅可以应用于倍频、和频等简单的频率转换过程,还可以对一些较为复杂的非线性过程实现相位匹配,是一种有效的非线性光束整形和调控方法。与基于多通道技术的非线性光束调控方法<sup>[37]</sup>相比, LQPM 方法考虑了光束在传播过程中的衍射效应,可更好满足相位匹配条件,有助于减小光束调控过程中的相差并提升转换效率。

考虑一个二维倍频过程,基波沿着  $x$  方向传播,可表示为  $E_1(x, y) = A_1(x, y) \exp(ik_1 x)$ , 对应的倍频波可表示为  $E_2(x, y) = A_2(x, y) \exp(ik_2 x)$ , 其中,  $A_1, A_2, k_1, k_2$  分别为基波和倍频波的复振幅和波矢。为了将

LG 光束通过非线性转换得到 HG 光束, 需要将柱透镜的功能集结在光学超晶格中并同时满足相位匹配条件, 根据 LQPM 方法设计得到的光学超晶格结构函数可表示为

$$f(x, y) = \text{sgn} \left[ \cos \left( \Delta kx - k_0 \frac{y^2}{x_0 - 2x} \right) \right], \quad (5)$$

式中:  $\Delta k = k_2 - 2k_1$ , 表示波矢失配;  $x_0$  为超晶格和成像面之间的距离;  $k_0$  为常数, 其中的  $\Delta kx$  项和  $k_0 \frac{y^2}{x_0 - 2x}$  项分别与相位匹配和聚焦转换功能有关。

### 2.2 光学超晶格设计

通过研究结构形式, 对该结构的弯曲方向和等相位面进行讨论, 在计算过程中, 发现该结构的弯曲方向与结构式中的  $k_0$  有关。接下来对等相位面进行推导, 根据结构式, 令

$$\Delta kx - k_0 \frac{y^2}{x_0 - 2x} = 0, \quad (6)$$

化简可得:

$$2\Delta kx^2 + k_0 y^2 - 2\Delta kx_0 x = 0. \quad (7)$$

对  $k_0$  进行讨论: 当  $k_0 > 0$  时等相位面方程为椭圆方程形式; 当  $k_0 < 0$  时, 等相位面方程为双曲线方程形式。这两种形式均为满足 LQPM 条件的超晶格结构。

根据得到的结构式可直接使用 Matlab 计算其畴结构, 结果如图 1 所示。

根据图 1 可知: 当  $k_0 > 0$  时, 对应的弯曲畴结构开口向右, 类似于一个聚焦透镜, 将其称为正向模式, 如图 1(a) 所示; 而当  $k_0 < 0$  时, 因其弯曲畴结构开口向左, 类似于发散透镜, 称为反向模式, 如图 1(b) 所示。

### 3 方案模拟

利用数值差分方法<sup>[45]</sup>对这两种弯曲畴结构的非线性

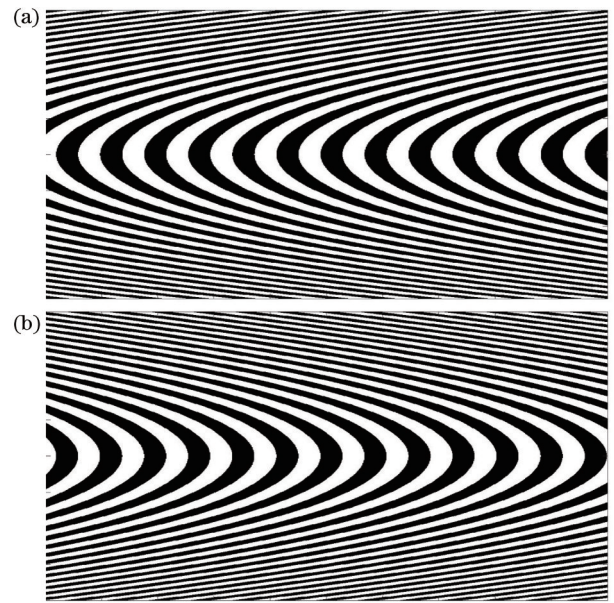


图 1 不同的等相位面的弯曲畴结构示意图。(a)  $k_0 > 0$ ; (b)  $k_0 < 0$

Fig. 1 Schematic diagrams of curved domain structures in different isophase planes. (a)  $k_0 > 0$ ; (b)  $k_0 < 0$

性模式转换过程进行数值模拟, 其基本方程为非线性傍轴波动方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial A_1}{\partial x} = -\frac{i}{2k_1} \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} - iKf(x, y)A_2A_1^* \exp(-i\Delta kx) \\ \frac{\partial A_2}{\partial x} = -\frac{i}{2k_2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2} - \frac{1}{2} iKf(x, y)A_1^2 \exp(i\Delta kx) \end{cases}, \quad (8)$$

式中:  $K$  为耦合系数;  $f(x, y)$  为二维超晶格结构函数;  $A_1$  和  $A_2$  为基波和倍频波的振幅;  $k_1$  和  $k_2$  为基波和倍频波的波矢大小; 波矢失配量  $\Delta k = k_2 - k_1$ 。

采用中心差分将式(8)离散化, 可得:

$$\begin{aligned} A_1(x + \Delta x, y) &= A_1(x - \Delta x, y) - \frac{i\Delta x}{k_1\Delta y^2} [A_1(x, y + \Delta y) + A_1(x, y - \Delta y) - 2A_1(x, y)] - \\ & 2i\Delta x Kf(x, y)A_2A_1^* \exp(-i\Delta kx) \\ A_2(x + \Delta x, y) &= A_2(x - \Delta x, y) - \frac{i\Delta x}{k_2\Delta y^2} [A_2(x, y + \Delta y) + A_2(x, y - \Delta y) - 2A_2(x, y)] - \\ & i\Delta x Kf(x, y)A_1^2 \exp(i\Delta kx) \end{aligned}, \quad (9)$$

式中:  $\Delta x$  和  $\Delta y$  为该数值差分方法的空间步长。

根据式(8)并结合初始条件和边界条件, 就可以对整个二维光学超晶格空间进行数值计算, 进而得到倍频过程中基波和倍频波的场分布。

#### 3.1 正向模式与反向模式对比分析

在模拟过程中, 选择的光学超晶格基底材料为钽酸锂 (LiTaO<sub>3</sub>, LT)。超晶格样品的尺寸为  $800 \mu\text{m} \times 1000 \mu\text{m}$ , 入射基波为波长  $1064 \text{ nm}$  的 LG 光束,  $l =$

$$1, p = 0, A_p' = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+l)!}} \approx 0.798, \text{ 束腰半径为}$$

$4.11 \mu\text{m}$ , 基波和倍频波的瑞利距离均为  $426.78 \mu\text{m}$ , 基波光场图如图 2(a) 所示。超晶格位于  $x = -d$  处, 成像面位于  $x = d$  处, 其中,  $d = \sqrt{2} f$ ,  $f$  为超晶格的等效焦距。正向模式和反向模式在相同初始条件下, 非线性模式转换后得到的 HG 光束光场图如图 2(b)、(c) 所示。

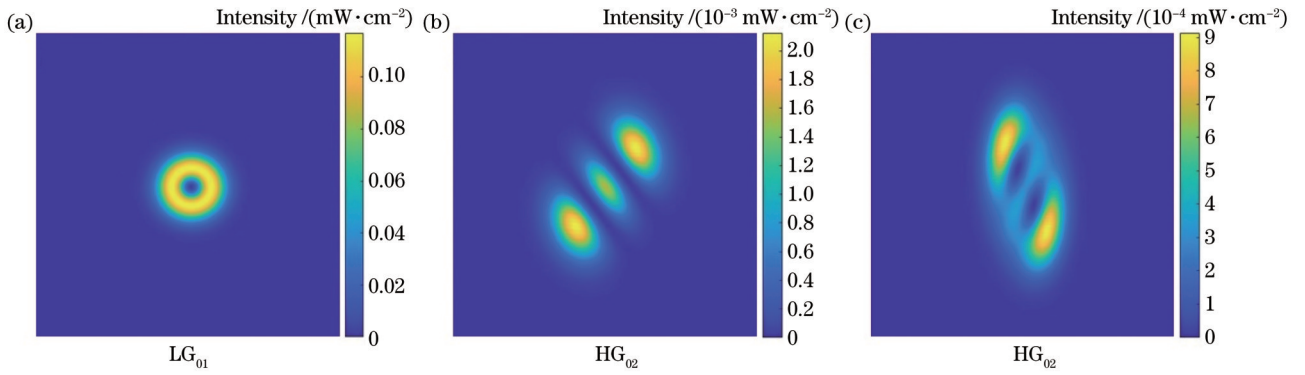


图 2 基波光 and 两种不同模式下的倍频光的光强。(a) LG 基波光; (b) 正向模式下的 HG 光; (c) 反向模式下的 HG 光

Fig. 2 Beam intensity of fundamental wave and second harmonics in two different modes. (a) LG fundamental wave; (b) HG beam in forward mode; (c) HG beam in reverse mode

根据模拟结果可以发现,两种结构都可以实现 LG 光束的非线性模式转换,且转换得到的 HG 光束的明暗条纹清晰可见。通过对比图 2(b)、(c) 两图,发现当  $k_0 > 0$  的正向模式情况下得到的 HG 光束的场分布相比反向模式更加符合 HG 光束的理想形状。

为了更进一步研究两种模式下的弯曲畴结构的非线性转换效率,分别模拟计算了入射光束和出射光束的强度随传播距离的变化曲线图。入射基波的设置初始条件同上,所得结果如图 3 所示。

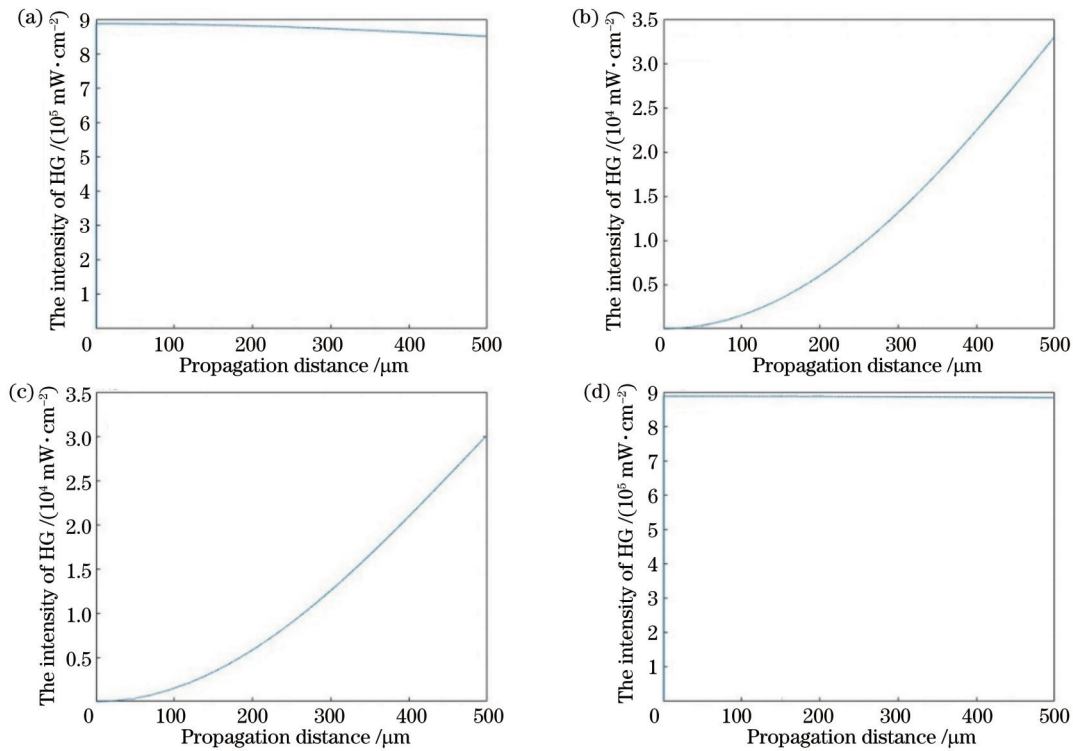


图 3 基波光和不同模式下的倍频光的强度曲线图。(a) 基波 LG 光强度; (b) 正向模式下的倍频光强度; (c) 反向模式下的倍频光强度; (d) 总强度

Fig. 3 Intensity curves of fundamental wave and second harmonics in different modes. (a) Fundamental LG beam intensity; (b) second harmonic intensity in the forward mode; (c) second harmonic intensity in the reverse mode; (d) total strength

结合图 3(a) 中 LG 基波光束的强度,可以计算两种模式下的非线性转换效率:正向模式,  $\frac{3.3 \times 10^4}{8.5 \times 10^5} \times 100\% \approx 3.88\%$ ; 反向模式,  $\frac{3 \times 10^4}{8.5 \times 10^5} \times 100\% \approx 3.53\%$ 。也就是说,相同初始条件下正向模式下的非

线性转换效率略大于反向模式。

为了改善反向模式的模式转换效果,尝试将模式转换过程中光的传播长度由原来的  $-d \sim d$  扩大至  $-3d \sim 3d$ ,入射基波 LG 光束中量子数设置为  $l = 2, p = 0$ ,其余的条件与上述条件一致,计算结果如图 4 所示。

对比图 4(a)、(b) 两图可以发现:当传播距离为  $-d \sim d$  时所得到的倍频光场与 HG 光束区别较大,图像也较为模糊;而当传播距离增加为  $-3d \sim 3d$  时,反

向模式的模式转换效果有明显提升,所得到的倍频光场已具备 HG 光束的主要特征,可以通过得到的光强图清楚地确定基波的  $l$  量子数。

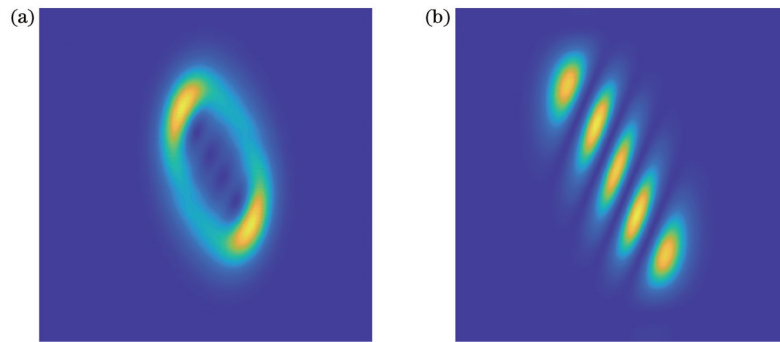


图 4 反向模式中不同传播长度下的倍频光强图。(a)  $-d \sim d$ ; (b)  $-3d \sim 3d$

Fig. 4 Intensity diagrams of HG beam at different propagation lengths in reverse mode. (a)  $-d \sim d$ ; (b)  $-3d \sim 3d$

### 3.2 弯曲畴结构的功能模拟

通过以上的理论计算以及分析对比,选用正向模式下的弯曲畴结构来对该结构进行功能模拟计算。鉴于零径向指数的 LG 光的研究是近些年来热点,也是一个具有活力的领域,对零径向指数的 LG 光束

的非线性模式转换过程进行详细讨论。为了进行对比,分别对不同的  $l$  量子数进行了数值模拟,模拟结果如图 5 所示。

关于光束模式的判断,对于基波 LG 光束而言: $l$  量子数表示围绕周长的相位中  $2\pi$  的循环个数,在相位

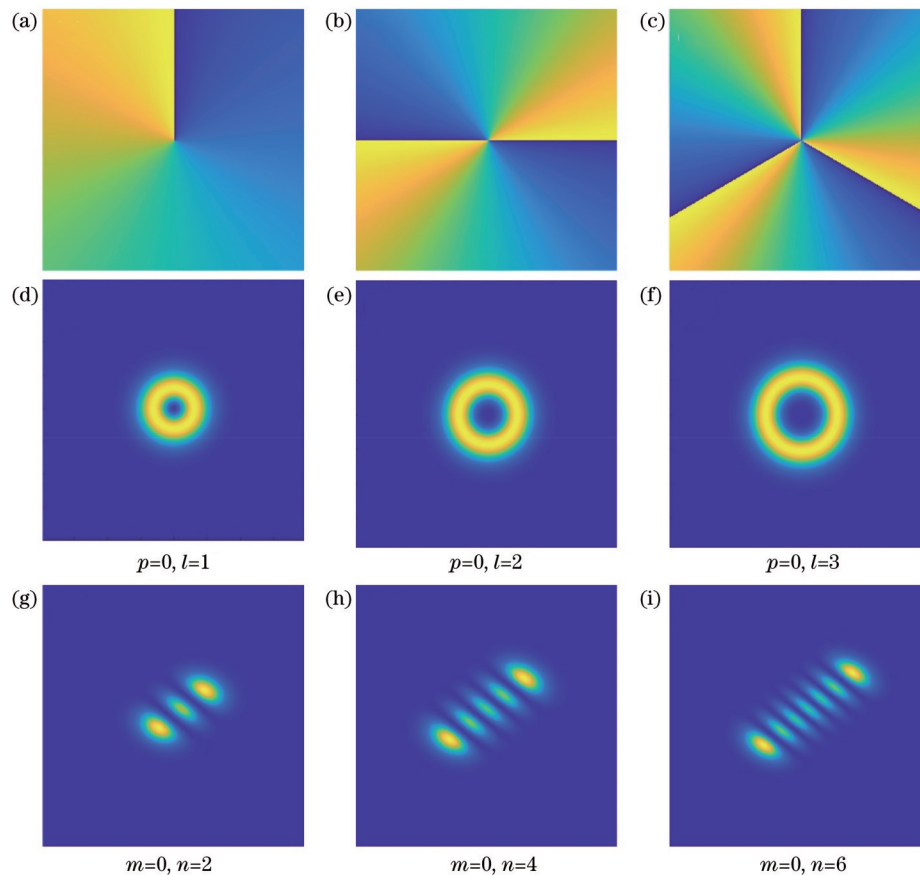


图 5  $p=0, l=1, 2, 3$  时的 LG 光束和转换得到的 HG 光束的结果图。(a)(b)(c) 不同  $l$  量子数的 LG 光束相位图; (d)(e)(f) 不同  $l$  量子数的 LG 光束光强图; (g)(h)(i) 转换得到的 HG 光束光强图

Fig 5 Simulation of the LG beam with  $p=0, l=1, 2, 3$  and the converted HG beam. (a) (b) (c) Phase diagrams of LG beam with different  $l$  quantum numbers; (d) (e) (f) intensity diagrams of LG beam with different  $l$  quantum numbers; (g) (h) (i) the intensity diagrams of HG beam obtained by conversion

图中体现; $p+1$ 表示圆环的个数,在光强图中体现。对于出射光 HG 光束而言,光束模式的判断在光强图中就能全部体现,模式指数  $m$  和  $n$  分别表示在  $x$  和  $y$  方向上的暗条纹数或者节点数。因此,通过以上模拟结果可知, $p$ 、 $l$ 、 $m$  和  $n$  这 4 个指数的关系如下: $m=2$ 、 $p=0$ 、 $n=2l$ ,与理论预期结果完全一致。

以上讨论了  $p$  量子数为 0 的情况,此时单模 LG 光束通过非线性模式转换过程得到的是单模 HG 光束。当基波的  $p$  量子数不为 0 时,单模 LG 光束经过倍频后会有多种 LG 模式同时产生,此时可通过引入新的超晶格结构参数,通过附加相位对倍频 LG 光束模式进行调控<sup>[46]</sup>。对于所讨论的非线性模式转换过程,当  $p$  量子数不为 0 时在倍频成像面上同样会出现多种模式 HG 光束的混合,从而无法直接获得单模 HG 光束输出。如果改进超晶格结构,引入适当附加相位对非线性模式转换过程进行调控,理论上也可能在  $p$  不为 0 的非线性模式转换中获得单模 HG 倍频模式输出。

## 4 结 论

基于局域相位匹配原理,以 LG 光束与 HG 光束的倍频转换为例对光学超晶格中的非线性模式转换过程进行了理论研究,并对相关过程进行了数值模拟。与传统基于柱透镜的模式转换方法相比,所提方法将柱透镜的作用集结在了光学超晶格中,简化了实验装置,实现了模式转换和倍频两个光学功能的集成。提出了两种不同的超晶格结构,并将其分别称为正向模式和反向模式,两者均可实现有效的非线性模式转换,其中,正向模式在转换效率和转换质量方面具有一定优势。通过非线性模式转换可以实现不同特殊光束之间的相互转换,并可以用于观察 LG 光束的模式指数,在光通信等领域有着重要的应用前景。

### 参 考 文 献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L. Twisted photons[J]. *Nature Physics*, 2007, 3(5): 305-310.
- [3] 许文昊, 寿一畅, 罗海陆. 光的自旋-轨道相互作用[J]. *量子电子学报*, 2022, 39(2): 159-181.  
Xu W H, Shou Y C, Luo H L. Spin-orbit interaction of light[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2022, 39(2): 159-181.
- [4] Andersen M, Ryu C, Cladé P, et al. Quantized rotation of atoms from photons with orbital angular momentum[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(17): 170406.
- [5] Shen Y J, Wang X J, Xie Z W, et al. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities[J]. *Light: Science & Applications*, 2019, 8(1): 1-29.
- [6] 柯熙政, 谢炎辰, 张颖. 涡旋光束轨道角动量检测及其性能改善[J]. *光学学报*, 2019, 39(1): 0126017.  
Ke X Z, Xie Y C, Zhang Y. Orbital angular momentum measurement of vortex beam and its performance improvement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(1): 0126017.

- [7] 黄先明, 王飞, 陆宝乐, 等. 基于轨道角动量交换实现巨克尔非线性效应调控[J]. *光学学报*, 2022, 42(22): 2219002.  
Huang X M, Wang F, Lu B L, et al. Modulation for giant Kerr nonlinear effect via orbital angular momentum exchange[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(22): 2219002.
- [8] 常宁, 金立伟, 高玮. 螺旋相位调制型轨道角动量光束倍频及传播特性[J]. *光学学报*, 2019, 39(3): 0319001.  
Chang N, Jin L W, Gao W. Frequency doubling and propagation characteristics of orbital angular momentum beams based on spiral phase modulation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(3): 0319001.
- [9] Ruffato G, Massari M, Romanato F. Generation of high-order Laguerre - Gaussian modes by means of spiral phase plates[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(17): 5094-5097.
- [10] Chen P, Ge S J, Ma L L, et al. Generation of equal-energy orbital angular momentum beams via photopatterned liquid crystals[J]. *Physical Review Applied*, 2016, 5(4): 044009.
- [11] Zhao Y G, Wang Z P, Yu H H, et al. Direct generation of optical vortex pulses[J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 101(3): 031113.
- [12] Yu H H, Xu M M, Zhao Y G, et al. Dual-wavelength laser with topological charge[J]. *AIP Advances*, 2013, 3(9): 092129.
- [13] 晏庆玉, 苗玉, 宋秋阳, 等. 光学微腔产生涡旋光束的特性分析及其研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(1): 0100002.  
Yan Q Y, Miao Y, Song Q Y, et al. Characteristic analysis and research progress of vortex beam produced by optical microcavity [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(1): 0100002.
- [14] Ohtake Y, Ando T, Fukuchi N, et al. Universal generation of higher-order multiringed Laguerre-Gaussian beams by using a spatial light modulator[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(11): 1411-1413.
- [15] Padgett M, Bowman R. Tweezers with a twist[J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(6): 343-348.
- [16] Lafong A, Hossack W J, Arlt J, et al. Time-Multiplexed Laguerre-Gaussian holographic optical tweezers for biological applications[J]. *Optics Express*, 2006, 14(7): 3065-3072.
- [17] Rego L, Dorney K M, Brooks N J, et al. Generation of extreme-ultraviolet beams with time-varying orbital angular momentum[J]. *Science*, 2019, 364(6447): eaaw9486.
- [18] Dorney K M, Rego L, Brooks N J, et al. Controlling the polarization and vortex charge of attosecond high-harmonic beams via simultaneous spin - orbit momentum conservation[J]. *Nature Photonics*, 2019, 13(2): 123-130.
- [19] Huang C, Zhang C, Xiao S M, et al. Ultrafast control of vortex microlasers[J]. *Science*, 2020, 367(6481): 1018-1021.
- [20] McGloin D, Simpson N B, Padgett M J. Transfer of orbital angular momentum from a stressed fiber-optic waveguide to a light beam[J]. *Applied Optics*, 1998, 37(3): 469-472.
- [21] Heckenberg N R, McDuff R, Smith C P, et al. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms[J]. *Optics Letters*, 1992, 17(3): 221-223.
- [22] Arlt J, Dholakia K, Allen L, et al. The production of multiringed Laguerre - Gaussian modes by computer-generated holograms[J]. *Journal of Modern Optics*, 1998, 45(6): 1231-1237.
- [23] Beijersbergen M W, Allen L, van der Veen H E L O, et al. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum[J]. *Optics Communications*, 1993, 96(1/2/3): 123-132.
- [24] 袁素真, 田俊龙, 杨葵. 厄米-高斯模和拉盖尔-高斯模及它们之间的转换[J]. *广西物理*, 2011, 32(2): 19-24.  
Yuan S Z, Tian J L, Yang G. Hermitian-Gaussian and Laguerre-Gaussian and the conversion between them[J]. *Guangxi Physics*, 2011, 32(2): 19-24.
- [25] Fang X Y, Kuang Z Y, Chen P, et al. Examining second-harmonic generation of high-order Laguerre - Gaussian modes

- through a single cylindrical lens[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(21): 4387-4390.
- [26] Pan J, Shen Y L, Wan Z S, et al. Index-tunable structured-light beams from a laser with an intracavity astigmatic mode converter[J]. *Physical Review Applied*, 2020, 14(4): 044048.
- [27] Dholakia K, Simpson N B, Padgett M J, et al. Second-harmonic generation and the orbital angular momentum of light[J]. *Physical Review A*, 1996, 54(5): R3742-R3745.
- [28] Fang X Y, Wei D Z, Liu D M, et al. Multiple copies of orbital angular momentum states through second-harmonic generation in a two-dimensional periodically poled LiTaO<sub>3</sub> crystal[J]. *Applied Physics Letters*, 2015, 107(16): 161102.
- [29] Wang Y M, Wei D Z, Zhu Y Z, et al. Conversion of the optical orbital angular momentum in a plasmon-assisted second-harmonic generation[J]. *Applied Physics Letters*, 2016, 109(8): 081105.
- [30] Li Y, Zhou Z Y, Ding D S, et al. Sum frequency generation with two orbital angular momentum carrying laser beams[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2015, 32(3): 407-411.
- [31] Wei D, Guo J L, Fang X Y, et al. Multiple generations of high-order orbital angular momentum modes through cascaded third-harmonic generation in a 2D nonlinear photonic crystal[J]. *Optics Express*, 2017, 25(10): 11556-11563.
- [32] Fang X Y, Yang G, Wei D Z, et al. Coupled orbital angular momentum conversions in a quasi-periodically poled LiTaO<sub>3</sub> crystal[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(6): 1169-1172.
- [33] Ellenbogen T, Voloch-Bloch N, Ganany-Padovitz A, et al. Nonlinear generation and manipulation of Airy beams[J]. *Nature Photonics*, 2009, 3(7): 395-398.
- [34] Shapira A, Juwiler I, Arie A. Nonlinear computer-generated holograms[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(15): 3015-3017.
- [35] Shapira A, Shiloh R, Juwiler I, et al. Two-dimensional nonlinear beam shaping[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(11): 2136-2138.
- [36] Hong X H, Yang B, Zhang C, et al. Nonlinear volume holography for wave-front engineering[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(16): 163902.
- [37] Kurz J R, Schober A M, Hum D S, et al. Nonlinear physical optics with transversely patterned quasi-phase-matching gratings[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2002, 8(3): 660-664.
- [38] Imeshev G, Proctor M, Fejer M M. Lateral patterning of nonlinear frequency conversion with transversely varying quasi-phase-matching gratings[J]. *Optics Letters*, 1998, 23(9): 673-675.
- [39] Qin Y Q, Zhang C, Zhu Y Y, et al. Wave-front engineering by Huygens-Fresnel principle for nonlinear optical interactions in domain engineered structures[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(6): 063902.
- [40] Yang B, Hong X H, Yue Y Y, et al. Nonlinear optical Fourier transform in an optical superlattice with “x+2” structure[J]. *Optics Express*, 2015, 23(14): 18310-18315.
- [41] Kogelnik H, Li T. Laser beams and resonators[J]. *Applied Optics*, 1966, 5(10): 1550-1567.
- [42] Forbes A, Dudley A, McLaren M. Creation and detection of optical modes with spatial light modulators[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2016, 8(2): 200-227.
- [43] Abramochkin E, Volostnikov V. Beam transformations and nontransformed beams[J]. *Optics Communications*, 1991, 83(1/2): 123-135.
- [44] Armstrong J A, Bloembergen N, Ducuing J, et al. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric[J]. *Physical Review*, 1962, 127(6): 1918-1939.
- [45] Zhou M S, Ma J C, Zhang C, et al. Numerical simulation of nonlinear field distributions in two-dimensional optical superlattices[J]. *Optics Express*, 2012, 20(2): 1261-1267.
- [46] Zhao R Z, Xu Y G, Lu R E, et al. Second-harmonic generation of single-mode Laguerre-Gaussian beams with an improved quasi-phase-matching method[J]. *Optics Express*, 2020, 28(26): 39241-39249.

## Nonlinear Mode Conversion of Special Beams Based on Local Quasi-Phase-Matching

Chen Huan<sup>1,2</sup>, Wu Gan<sup>1,2</sup>, Sun Xuhui<sup>1,2</sup>, Ma Yibing<sup>1,2</sup>, Chen Yongchuang<sup>1,2</sup>,  
Wang Chenglong<sup>1,2</sup>, Wang Tong<sup>1,2</sup>, Yao Yizheng<sup>1,2</sup>, Gao Bing<sup>1,2</sup>, Wu Hao<sup>1,3</sup>, Lu Ronger<sup>4</sup>,  
Zhang Chao<sup>1,2\*\*</sup>, Qin Yiqiang<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>National Laboratory of Solid State Microstructures, Nanjing University, Nanjing 210093, Jiangsu, China;

<sup>2</sup>College of Engineering and Applied Sciences, Nanjing University, Nanjing 210093, Jiangsu, China;

<sup>3</sup>School of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, Jiangsu, China;

<sup>4</sup>Department of Physics, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, Jiangsu, China

### Abstract

**Objective** In recent years, photon orbital angular momentum, as a new degree of freedom, has attracted wide attention. The Laguerre-Gaussian (LG) beam is a commonly used orbital-angular-momentum (OAM) beam and is widely studied. Among a large amount of research, the mode conversion of LG beam attracts much attention from researchers. It is found that an LG beam can be converted into a Hermite-Gaussian (HG) beam with the help of cylindrical lenses. In addition, the nonlinear beam shaping technique can change the condition of phase matching in the nonlinear process to realize wave-front modulation, and harmonic waves with shaped wave-fronts can be achieved by this technique during nonlinear optical processes. By combining these hot topics, we propose a novel mode conversion method for special beams in nonlinear

processes, and the local quasi-phase-matching (LQPM) theory is employed to design the required optical superlattice (OSL). The function of mode converters is concentrated on the superlattice structure, and the phase-matching condition is satisfied in the nonlinear mode conversion.

**Methods** LQPM is used to design the OSL structure required by the nonlinear mode conversion process. Different from the conventional quasi-phase-matching (QPM) method in the reciprocal space, the LQPM is a nonlinear beam manipulation theory in real space. According to the principle of LQPM, the OSL structure function for the nonlinear mode conversion of LG beams can be obtained. The domain structure shows a curved boundary, and the function of cylindrical lenses is integrated into the OSL. Matlab software is used to carry out numerical simulations for the nonlinear mode conversion process. The finite-difference method is employed in the numerical simulation process to calculate the field distribution in the two-dimensional OSL. The field distribution and intensity curves of the second-harmonic wave after nonlinear mode conversion are obtained. It can be found that the designed OSL structure shows positive results on both mode conversion and frequency doubling.

**Result and Discussions** In this paper, we propose an OSL structure that can realize the nonlinear mode conversion of the LG beam, and the curved domain structure is designed based on the LQPM theory. After analyzing the forms of the isophase planes of the structure, two different modes which we called positive mode and negative mode can be obtained (Fig. 1). It is found that both modes can be used to achieve nonlinear mode conversion under the phase-matching condition, but the positive mode has better effect and can achieve perfect mode conversion. The LG beam with  $p=0$  is taken as the fundamental wave to perform functional simulation on the designed OSL, and the converted HG beam image is observed as expected (Fig. 5). The relationship between the LG beam and the HG beam mode index is verified by observing the light and dark fringes. According to the above theoretical calculation and simulation results, it can be seen that the designed OSL integrates the functions of mode conversion and frequency doubling effect at the same time, which can be used to obtain higher-order vortex beams and make the device more compact. This study is expected to promote the research on nonlinear mode converters.

**Conclusions** In this paper, we propose a nonlinear mode conversion method based on OSL which can realize both second-harmonic generation and mode conversion in a single device. Compared with the previous mode conversion methods based on cylindrical lenses, in our method, not only the mode conversion function of the cylindrical lens is concentrated on the optical superlattice, but also the nonlinear effect of frequency doubling is realized. In addition, the original linear conversion process is replaced by a nonlinear process, and the phase mismatch is compensated by the LQPM theory. According to the field distribution image of the HG beam obtained by the numerical simulation, it is verified that the optical superlattice can realize the function of nonlinear mode conversion. In a word, a multifunctional OSL is designed, which can realize the nonlinear mode conversion between LG beams and HG beams. Through this study, the beam mode of the fundamental wave can be converted into another form in a nonlinear process with high efficiency, which has an important role in optical communication and other fields.

**Key words** vortex beam; mode conversion; frequency doubling; bending domains; local quasi-phase-matching