

光学学报

面向经济公差应用的波像差拟合研究

姜浩¹, 胡源^{1*}, 霍家琦¹, 赵智亮², 付跃刚¹

¹长春理工大学光电工程学院光电测控与光信息传输技术教育部重点实验室, 吉林 长春 130022;

²成都太科光电技术有限责任公司, 四川 成都 610041

摘要 利用二阶泰勒形式表示公差与波像差的函数关系, 依据差分光线追迹法, 通过光线追迹理论推导完善了偏心和倾斜两种公差关于波像差的一阶导数计算公式, 利用依次求导和公式移项两种方法建立波像差的二阶导数模型。结果表明: 依次求导法的求解过程复杂, 应用范围受到限制, 只可用于光学后截距分析; 公式移项法所需的追迹像质次数少, 且拟合效果良好, 残差平方和处于 $10^{-7} \sim 10^{-6}$ 量级; 所提方法可对光学系统进行有效的经济公差分配。

关键词 光计算; 光学加工; 经济公差; 波像差; 光线追迹; 仿真分析

中图分类号 O439 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS222002

1 引言

经济公差是要求公差在保证满足像质指标的同时, 还要兼顾成本最低^[1]。在经济公差理论中, 建立公差与像质之间的关系函数是最关键的步骤。本质上, 对该函数的拟合过程就是公差分析过程, 但相较于传统的公差分析方法, 经济公差理论中公差对像质拟合精度的要求略低。

目前, 应用较为广泛的公差分析方法主要有 3 种^[2]: 蒙特卡罗法、灵敏度法和差分光线追迹法。蒙特卡罗法是根据参数公差值进行大量随机运算来模拟像质结果, 虽然可以真实地反映像质情况, 但是无法分析单个参数公差, 同时还有计算时间较长的缺点; 灵敏度法依次对每个公差进行分析, 已在波像差装调领域得到广泛应用^[3-4], 但它无法分析一个公差对另一个公差的影响, 忽略了交叉项, 通常要与蒙特卡罗法结合使用^[5]; 差分光线追迹法是通过追迹光线拟合出方程, 从而计算出公差与像质之间的关系, 具有速度快、光线追迹次数少、充分考虑到交叉项影响等优势, 但是可应用该方法的像质较少, 而且在一些情况下方程不够精确。2000 年, Youngworth 等^[6]通过对引入公差后的系统依次进行像质追踪来确定差分光线追迹法中方程的系数, 并将该方法应用到经济公差分析中。与传统的光线追迹拟合方法相比, 像质追踪法不需要进行积分、求导等计算^[7], 同时还避免了光线追迹拟合的缺点。这种方法的理论虽然十分简单, 但是需要追迹和存储大量数据。

其他光学系统公差分析方法一般是对上述 3 种方

法的改进^[8]。Koch^[9]使用数据统计方法对公差进行分析, 但是这种方法的工作量很大。Heshmaty-Manesh 等^[10]提出一种公差分析程序, 这种程序类似于灵敏度法和蒙特卡罗法的结合, 同时需要引入公差分布函数。Yabe^[11]在进行公差分析时, 将像质评价标准分为区间型和阈值型, 分别使用期望和方差来计算公差与像质之间的关系, 这一方法还需要在实践中进一步验证。在国内, 李湘宁等^[12]提出一种正交实验法, 这种方法不仅可以用于公差分析, 还可以进行像差补偿, 但此方法的过程较为繁琐。

上述公差分析方法存在过程复杂、计算量大、像质函数应用受限制等缺点, 不利于应用到经济公差理论中。为面向经济公差理论的应用, 本文以波像差为像质评价标准, 基于差分光线追迹法, 应用二阶泰勒公式建立公差波像差函数, 完善波像差关于偏心、倾斜两种公差的一阶导数模型, 并在此基础上, 提出拟合公差与波像差之间函数关系的两种方法: 依次求导法和公式移项法。最后对双胶合光学系统进行验证, 将依次求导法、公式移项法和 Youngworth 方法进行对比, 分析 3 种方法的拟合精度以及所需要的额外像质追踪次数, 进一步扩充了经济公差理论中公差和像质拟合方法的研究结果。

2 公差与波像差的函数关系

光线波像差定义为某一视场下, 主光线光程与其他任意一条光线的光程之差^[13], 图 1 为波像差示意图。在图 1 中, O' 为主光线与像面的交点, P' 为非主光线与像面的交点, \widehat{BB}_0 表示以点 O' 为圆心, 作半径为 R 的圆

收稿日期: 2022-11-16; 修回日期: 2022-12-20; 录用日期: 2023-03-02; 网络首发日期: 2023-03-13

通信作者: *huy@cust.edu.cn

弧,分别交主光线和非主光线于点 B_c 和点 B 。此时,波像差的表达式^[14]为

$$W = S_c - S_a + N'[(y' - y'_c)\beta' + z'\gamma'], \quad (1)$$

式中: W 为波像差; S_c 为主光线光程; S_a 为非主光线光程; N' 为像面所处介质的折射率; y' 、 z' 分别为非主光线在像面 Y 方向和 Z 方向的坐标; y'_c 为主光线在像面 Y 方向的坐标; β' 、 γ' 为非主光线在像面 Y 方向和 Z 方向上的入射分量。

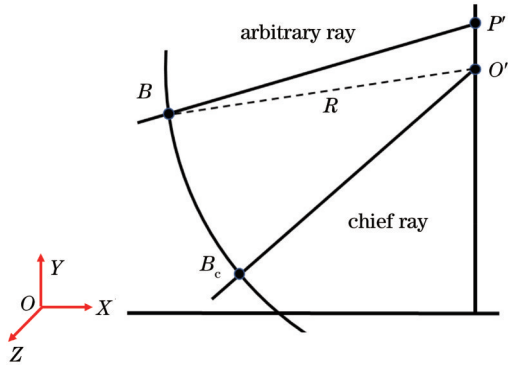


图 1 波像差示意图

Fig. 1 Schematic of wavefront aberration

使用多元泰勒公式表示公差与波像差之间的函数关系,一般取到二阶即可获得很好的拟合效果,因此忽略二阶以上的项,表达式^[1]为

$$W = W_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial W}{\partial p_i} \Delta p_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \left(\frac{\partial^2 W}{\partial p_i \partial p_j} \right) \Delta p_i \Delta p_j, \quad (2)$$

式中: W_0 为在名义结构参数下的波像差值; p_i 、 p_j 为标准结构参数,包括曲率半径、厚度、折射率、偏心、倾斜; Δp_i 、 Δp_j 分别为 p_i 、 p_j 的公差大小; $\partial W / \partial p_i$ 、 $\partial^2 W / (\partial p_i \partial p_j)$ 分别为一阶灵敏度系数和二阶灵敏度系数,二者统称为灵敏度系数。灵敏度系数有效衡量了像质对结构参数的敏感度,其中一阶灵敏度系数决定了像质函数的变化趋势,二阶灵敏度系数则保证了像质函数的精确度。当 $i \neq j$ 时,二阶灵敏度系数可称为交叉项系数,可以同时分析两种不同结构参数对像质的影响。

3 依次求导法

依次求导法依据光线追迹理论,首先计算得到一阶灵敏度系数,然后在此基础上继续求导,获得二阶灵敏度系数。

3.1 一阶灵敏度系数求解

对式(1)求解关于结构参数 p_i 的一阶导数^[15],得到

$$\frac{\partial W}{\partial p_i} = \frac{\partial S_c}{\partial p_i} - \frac{\partial S_a}{\partial p_i} + N' \left[(y' - y'_c) \frac{d\beta'}{dp_i} + z' \frac{d\gamma'}{dp_i} + (\beta'_c - \beta') \frac{dy'_c}{dp_i} \right], \quad (3)$$

式中: β'_c 为主光线在像面 Y 方向上的入射分量。

图 2 为两个相邻面的光线追迹图,其中两片镜面依次称为 0 镜面和 1 镜面, (α, β, γ) 为光线传播方向矢量, n_0 表示两镜面之间介质的折射率, t_0 表示两镜面顶点之间的距离, n_1 表示镜片 1 的折射率, ϵ 表示镜面的法向量, S_0 表示入射点到投射点的几何长度, I_1 和 I'_1 分别表示入射角和折射角。为引入结构参数偏心 e 和倾斜 θ ,对标准球面方程进行变形,得到以球面顶点为原点的方程式,即

$$(x - r \cos \theta)^2 + (y - r \sin \theta - e)^2 + z^2 = r^2, \quad (4)$$

式中: (x, y, z) 为光线在镜面上的交点坐标; r 为标准球面的曲率半径。为便于分析,本文只讨论 XOY 平面内的倾斜以及 Y 方向上的偏心,而其他方向的偏心 and 倾斜计算公式与这两种情况一致。

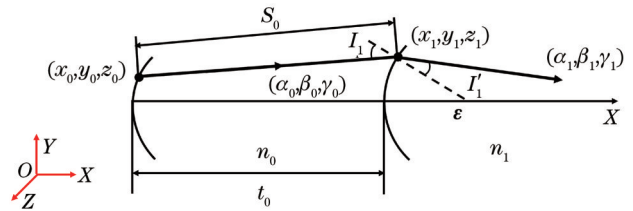


图 2 两个相邻面的光线追迹示意图

Fig. 2 Schematic of ray tracing of two adjacent surfaces

联立式(4)和光线追迹方程组,对偏心 e 、倾斜 θ 进行求导,可获得式(3)中系数 $\partial S / \partial p_i$ 关于偏心和倾斜的表达式,即

$$\frac{\partial S_0}{\partial e_0} = N_0 \beta_0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial S_0}{\partial \theta_1} = N_1 g_1 y_1, \quad (6)$$

式中:下标 0 或 1 表示该参数位于 0 镜面或 1 镜面;常量 $g_1 = \cos I'_1 - (N_0 / N_1) \cos I_1$,其中 $\cos I_1$ 、 $\cos I'_1$ 分别为光线在 1 镜面上的入射角余弦和折射角余弦。系数 $\partial S / \partial p_i$ 中关于曲率半径、厚度和折射率的计算公式参考文献[14]。

考虑到波像差反映的是像面像质情况,对于式(3)中的 $d\beta / dp_i$ 、 $d\gamma / dp_i$ 、 dy'_c / dp_i ,可利用传递公式计算得到,该公式可将结构参数对波像差的影响依次传递至像面。传递公式为

$$\frac{dy_{m+1}}{dp_i} = \frac{\partial y_{m+1}}{\partial y_m} \cdot \frac{dy_m}{dp_i} + \frac{\partial y_{m+1}}{\partial z_m} \cdot \frac{dz_m}{dp_i} + \frac{\partial y_{m+1}}{\partial \beta_m} \cdot \frac{d\beta_m}{dp_i} + \frac{\partial y_{m+1}}{\partial \gamma_m} \cdot \frac{d\gamma_m}{dp_i} + \frac{\partial y_{m+1}}{\partial p_i}, \quad (7)$$

式中: m 为镜面序号。这里仅列出 dy_{m+1} / dp_i ,由于 dz_{m+1} / dp_i 、 $d\gamma_{m+1} / dp_i$ 、 $d\beta_{m+1} / dp_i$ 与式(7)相似,这里不再赘述。式(7)各项的计算可参考文献[15]和文献[16]。

3.2 二阶灵敏度系数求解

在式(3)基础上,继续对结构参数求二阶导,便可以在理论上得到二阶灵敏度系数 $\partial^2 W / (\partial p_i \partial p_j)$,但是结合式(7)来看,二阶求导公式极其复杂,很难应用到实际生产中。这是因为求导过程中不仅包括许多复合函数,还需要对 $d\beta_{m+1}/dp_i$ 、 $d\gamma_{m+1}/dp_i$ 、 dz_{m+1}/dp_i 继续求导,如此一来,二阶灵敏度系数 $\partial^2 W / (\partial p_i \partial p_j)$ 的求解将变得难以实现。

虽然这种方法求解二阶灵敏度系数繁琐复杂,但是有一个参数例外,即光学系统最后一个镜面到像面的距离 t_p 。这是因为当 t_p 发生改变时,它并不影响像面上的入射光线方向,只会影响光线在像面上的交点坐标位置,且这种关系是线性的。这种数学关系可表示为

$$\begin{cases} \frac{dy_p}{dt_p} = k_y \\ \frac{dz_p}{dt_p} = k_z \\ \frac{d\beta_p}{dt_p} = \frac{d\gamma_p}{dt_p} = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

式中: y_p 、 z_p 为光线在像面 Y、Z 方向上的交点坐标; β_p 、 γ_p 为光线在像面 Y、Z 方向上的入射分量; k_y 、 k_z 为常数。

将参数 t_p 代入式(3),并对 t_p 求二阶导数,此时 $\partial^2 S_q / \partial t_p^2$ 、 $\partial^2 S_q / \partial t_p^2$ 均为 0,再结合式(8)得到:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t_p^2} = 0. \quad (9)$$

综上,若像面为平面,当光学后截距 t_p 在一定范围内变化时(此时 t_p 变化不是很大), t_p 与波像差呈线性关系,数学表达式为

$$W = W_0 + \frac{\partial W}{\partial t_p} \Delta t_p = W_0 + N(\beta'_c - \beta')(1 + \beta'_c / \cos I_p) \Delta t_p, \quad (10)$$

式中: I_p 为主光线在平面上的入射角。

4 公式移项法

公式移项法的一阶灵敏度系数求解方法与依次求导法相同,但二阶灵敏度系数的求解方法不同。在计算得到一阶灵敏度系数后,对式(2)的公差取极限公差,并追迹相应的像质,然后对式(2)移项,便可得到二阶灵敏度系数。二阶灵敏度系数 $\partial^2 W / \partial p_i^2$ 的求解式为

$$\frac{\partial^2 W}{\partial p_i^2} = \frac{2 \left[W(p_i \pm \delta p_i) - W_0 - \frac{\partial W}{\partial p_i} (\pm \delta p_i) \right]}{(\delta p_i)^2}, \quad (11)$$

式中: $\pm \delta p_i$ 为极限公差,可为正值或负值。

通常情况下,极限公差 δp_i 在正、负两种情况下,大部分二阶灵敏度系数 $\partial^2 W / \partial p_i^2$ 互为相反数,少部分则存在偏差。由于 δp_i 是二阶项,任选一种情况获得的系数 $\partial^2 W / \partial p_i^2$ 都能在全公差范围内获得较好的拟合效果,而且在经济公差理论中,对式(2)求取方差时,根据方差性质, $D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial p_i^2} \Delta x_i^2 \right)$ 可变为 $\left(\frac{\partial^2 W}{\partial p_i^2} \right)^2 D(\Delta x_i^2)$,其中 D 表示方差,因此系数 $\partial^2 W / \partial p_i^2$ 的大小和正负对极限公差的影响较小。

交叉项系数 $\partial^2 W / (\partial p_i \partial p_j)$ 的求解公式见式(12)~(14),有时仅需式(12)或者式(13)也可计算得到,并且拟合精度也能得到保证。如此,求解交叉项系数只需追迹像质 1~2 次即可。

$$\frac{\partial^2 W_+}{\partial p_i \partial p_j} = \frac{\left\{ W(p_i \pm \delta p_i, p_j + \delta p_j) - W_0 - \frac{\partial W}{\partial p_i} (\pm \delta p_i) - \frac{\partial W}{\partial p_j} \delta p_j - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 W}{\partial p_i^2} (\delta p_i)^2 \pm \frac{\partial^2 W}{\partial p_j^2} (\delta p_j)^2 \right] \right\}}{(\pm \delta p_i) \delta p_j}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 W_-}{\partial p_i \partial p_j} = \frac{\left\{ W(p_i \pm \delta p_i, p_j - \delta p_j) - W_0 - \frac{\partial W}{\partial p_i} (\pm \delta p_i) - \frac{\partial W}{\partial p_j} (-\delta p_j) - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 W}{\partial p_i^2} (\delta p_i)^2 \mp \frac{\partial^2 W}{\partial p_j^2} (-\delta p_j)^2 \right] \right\}}{(\pm \delta p_i) (-\delta p_j)}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial p_i \partial p_j} = \frac{\frac{\partial^2 W_-}{\partial p_i \partial p_j} + \frac{\partial^2 W_+}{\partial p_i \partial p_j}}{2}. \quad (14)$$

5 分析与讨论

5.1 双胶合光学系统

为方便验证,本文设计了一个双胶合光学系统,其二维结构如图 3 所示,其中 F 数为 8,视场大小为 3° ,焦距为 80 mm,波长 $\lambda = 587.6$ nm,系统具体结构参数见

表 1。本文分析的是一束从半视场以 1.5° 射出,经过归一化光瞳 0.5 处的子午光线,其理论波像差为 -0.009λ 。

所要分析的结构参数公差包括:2 块透镜的折射率以及 3 个镜面的曲率半径、偏心、倾斜以及厚度,并将折射率、曲率半径、偏心、倾斜、厚度的最严公差分别设置为 0.0001、1 个光圈、0.01 mm、 0.01° 、0.01 mm,最宽松公差分别设置为 0.0005、5 个光圈、0.1 mm、 0.05° 、0.1 mm。

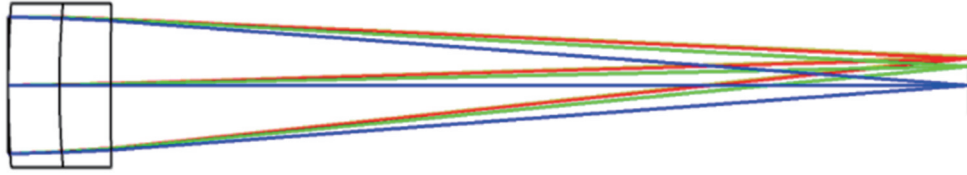


图 3 双胶合透镜结构图
Fig. 3 Layout of doublet lens

表 1 双胶合镜头参数
Table 1 Parameters of doublet lens

Curvature radius r / mm	Thickness t / mm	Material	Semi-diameter / mm
70.534	4.50	H-QK1	6
56.886	4.50	H-ZLAF92	6
283.154	75.4	—	6
Infinity	—	—	—

5.2 单一参数拟合分析

所分析的单个参数包括光学后截距 t_3 和第三个镜

面的倾斜 θ_3 。在对每种方法的拟合程度进行比较时, 通过求取几个点位的残差平方和进行对比分析, 而依次求导法只用于分析 t_3 。

图 4 所示为 3 种方法对结构参数 t_3 的拟合结果。可以看到, 3 种方法的拟合曲线基本一致。对 3 种拟合方法的残差平方和进行计算, 得到依次求导法的残差平方和为 1.1153×10^{-6} , 公式移项法的残差平方和为 9.7626×10^{-7} , Youngworth 方法的残差平方和为 8.8320×10^{-7} 。由于后两种方法均具有二阶项, 因此可以对像质进行补偿, 从而减小误差。

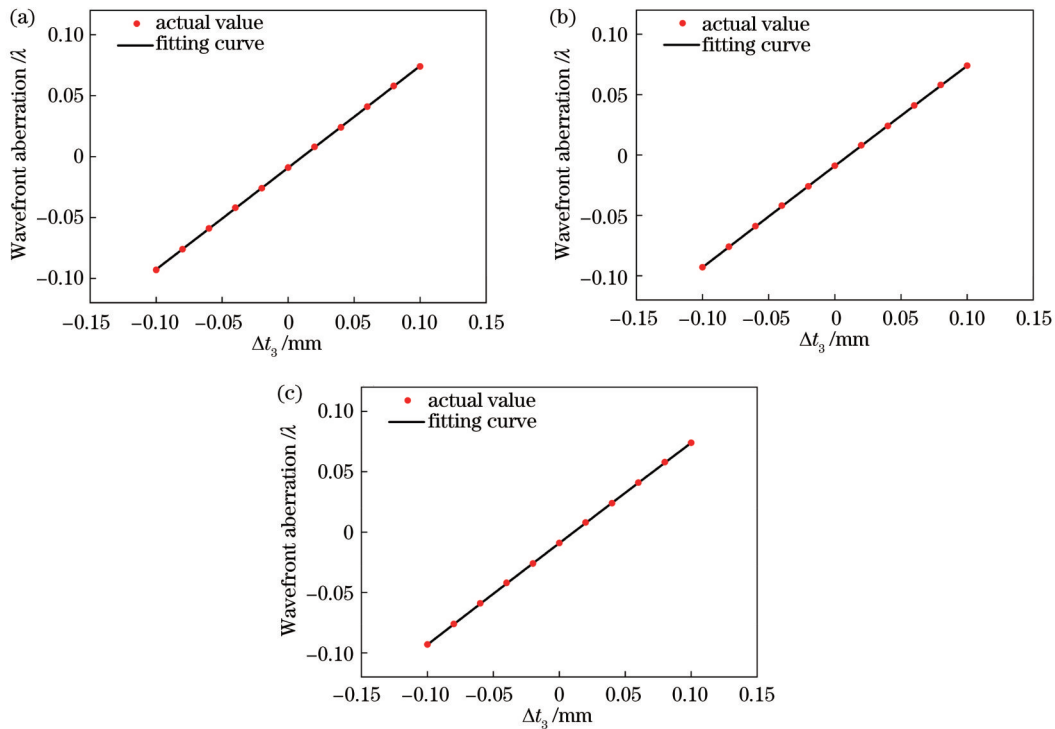


图 4 不同方法对公差 Δt_3 -波像差的拟合结果。(a) 依次求导法; (b) 公式移项法; (c) Youngworth 方法

Fig. 4 Fitting results of tolerance Δt_3 and wavefront aberration by different methods. (a) Sequential derivation method; (b) formula transfer term method; (c) Youngworth method

对公差 $\Delta\theta_3$ 的拟合结果如图 5 所示。利用 Youngworth 方法获得的拟合式中不包含二阶项, 所以拟合效果略差, 计算得到的残差平方和为 1.2401×10^{-6} , 但与公式移项法计算获得的残差平方和 (1.1846×10^{-6}) 基本一致。

5.3 双参数拟合分析

选择以下两组参数进行分析: 1) 厚度 t_1 和厚度 t_2 ;

2) 厚度 t_1 和第二块透镜材料折射率 N_2 。在使用 Youngworth 方法和公式移项法拟合时, 前组交叉项 $\partial^2 W / (\partial p_i \partial p_j)$ 均为 0, 而后组交叉项 $\partial^2 W / (\partial p_i \partial p_j)$ 均存在。在对拟合式进行分析时, 由于含有两个公差自变量, 为方便起见, 将其中一个公差的大小固定, 进而观察另一个公差与像质之间的关系。本文取固定公差的大小为极限公差。

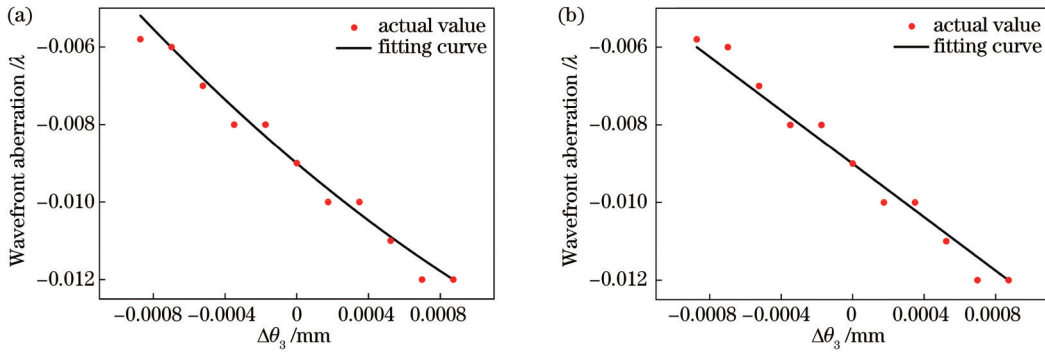


图 5 不同方法对公差 $\Delta\theta_3$ -波像差的拟合结果。(a)公式移项法;(b) Youngworth 方法

Fig. 5 Fitting results of tolerance $\Delta\theta_3$ and wavefront aberration by different methods. (a) Formula transfer term method; (b) Youngworth method

5.3.1 厚度 t_1 和厚度 t_2

图 6 展示了利用公式移项法和 Youngworth 方法分别对厚度公差 Δt_1 和 Δt_2 进行像质拟合的情况。当应用公式移项法时,仅使用式(13)计算交叉项系数,即

厚度公差 Δt_1 和 Δt_2 的极限公差均为 -0.1 mm ,可见当公差 Δt_1 和 Δt_2 均为负数时,像质拟合效果最好,因此本实验使用该交叉项系数拟合其他公差范围内的波像差。

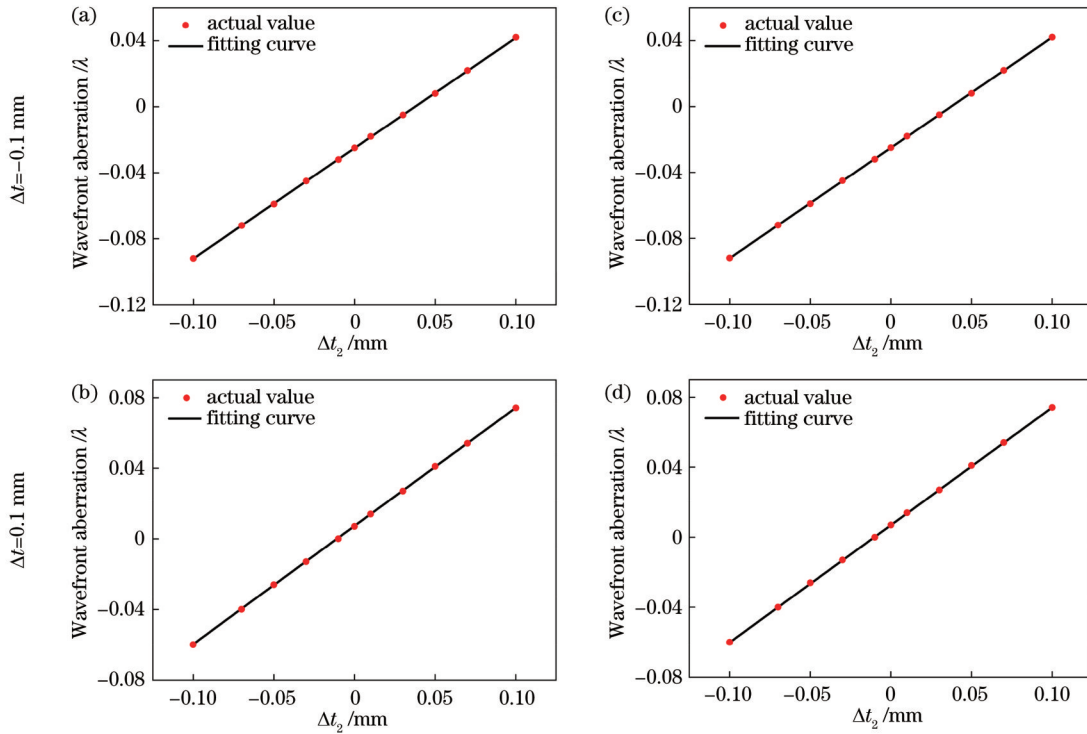


图 6 公差 Δt_1 和 Δt_2 对波像差的拟合结果。(a)(b)公式移项法;(c)(d) Youngworth 方法

Fig. 6 Fitting results of tolerance Δt_1 , Δt_2 and wavefront aberration. (a) (b) Formula transfer term method; (c) (d) Youngworth method

图 6(a)~(d)计算的残差平方和分别为 7.8479×10^{-7} 、 1.2001×10^{-6} 、 7.2000×10^{-7} 、 7.2000×10^{-7} 。经过对比分析可以看到,虽然两种方法的拟合曲线的变化趋势几乎相同,但是从残差平方和大小看出,Youngworth 方法的拟合精度更高。由于在公式移项法中二阶灵敏度系数是利用局部来表示整体的,因此图 6(a)所示的拟合精度比图 6(b)高。

5.3.2 厚度 t_1 和折射率 N_2

图 7 展示了应用公式移项法和 Youngworth 方法

对公差 Δt_1 和 ΔN_2 的拟合结果。在应用公式移项法时,选取 ΔN_2 的极限公差为 -0.0005 ,并应用式(12)~(14)来计算交叉项系数。图 7(a)~(d)的残差平方和结果分别为 2.4975×10^{-6} 、 4.0226×10^{-6} 、 1.6800×10^{-6} 、 2.7200×10^{-6} 。基于数据和图像,发现除了得出与 5.3.1 节相似的结论外,当存在交叉项系数时,两种方法的拟合精度均有所下降。

综上所述,在拟合公差与波像差的函数的过程中,无论是单一参数还是双参数,Youngworth 方法和公式

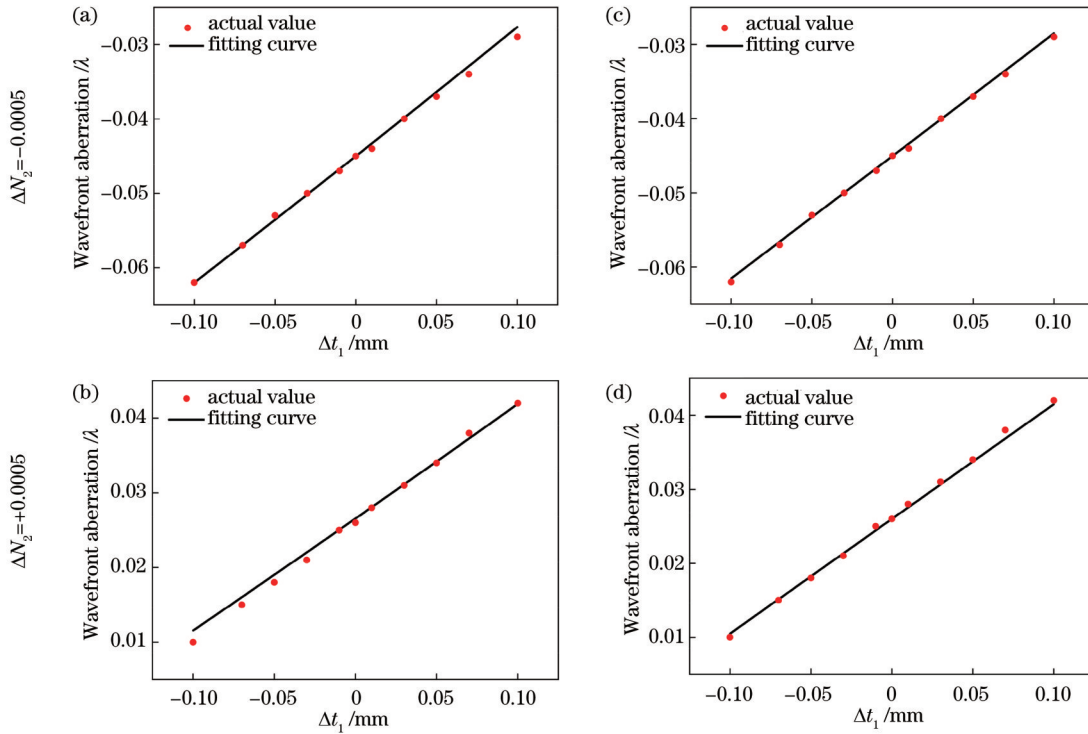


图 7 公差 Δt_1 和 ΔN_2 对波像差的拟合结果。(a)(b)公式移项法;(c)(d) Youngworth 方法

Fig. 7 Fitting results of tolerance Δt_1 , ΔN_2 and wavefront aberration. (a)(b) Formula transfer term method; (c)(d) Youngworth method

移项法的残差平方和相差很小,数量级基本一致。相比于 Youngworth 方法,公式移项法在保证精度的同时,还可实现少次像质追踪。依次求导法只可对后截距进行拟合,但是所得结果足以说明在一定范围内 t_p 与波像差之间呈线性关系。

5.4 经济公差分析

本文分析的是从半视场 1.5° 射出,经过归一化光瞳 0.5 处的子午光线波像差,因此在计算灵敏度系数

并进行函数拟合时:首先,对该光线以及 1.5° 视场下的主光线进行光线追迹,以获取光线位置坐标及传播方向矢量;其次,联立式(5)、(6)及文献[14-16]中的公式,计算得到一阶灵敏度系数 $\partial W/\partial p_i$;最后,根据公式移项法,联立式(11)~(14)计算出二阶灵敏度系数 $\partial^2 W/(\partial p_i \partial p_j)$ 。表 2 所示为一阶灵敏度系数值,表 3 和表 4 所示为二阶灵敏度系数值。由于含有偏心和倾斜交叉项的系数值很小,接近 0,这里不再展示。

表 2 双胶合镜头波像差一阶灵敏度系数 $\partial W/\partial p_i$

Table 2 First-order sensitivity coefficient $\partial W/\partial p_i$ of wavefront aberration of the doublet lens

Surface	Curvature	Decenter	Tilt	Thickness	Refractive index
1	1.4722	1.6000×10^{-5}	0.0011	9.5011×10^{-5}	-0.0087
2	1.6060	-6.0781×10^{-5}	-0.0035	3.9299×10^{-4}	0.0421
3	-2.7965	-8.0878×10^{-6}	-0.0023	4.9030×10^{-4}	—

表 3 双胶合镜头波像差二阶灵敏度系数 $\partial^2 W/\partial p_i^2$

Table 3 Second-order sensitivity coefficient $\partial^2 W/\partial p_i^2$ of wavefront aberration of the doublet lens

Surface	Curvature	Decenter	Tilt	Thickness	Refractive index
1	-265.1139	2.0255×10^{-4}	2.5870	2.0028×10^{-5}	1.9704
2	-152.4075	-0.0012	7.9242	1.3450×10^{-5}	-0.9853
3	-808.7249	4.4243×10^{-5}	-0.6192	-6.4956×10^{-5}	—

在计算出上述灵敏度系数后即可确定式(2),即波像差 W 与公差 $(\Delta p_i, \Delta p_j)$ 之间的函数表达式。在经济公差理论模型中,将公差加工成本函数作为目标函

数,以波像差函数和公差加工上下限为约束条件,优化公差求解过程,使加工成本最低。对应的数学表达式为

表 4 双胶合镜头波像差交叉项系数 $\partial^2 W / (\partial p_i \partial p_j)$

Table 4 Cross-sensitivity coefficient $\partial^2 W / (\partial p_i \partial p_j)$ of wavefront aberration of the doublet lens

Parameter	c_1	c_2	c_3	t_1	t_2	t_3	N_1	N_2
c_1	—	-264.56040	441.0748	0	0	0	14.3980	-14.3980
c_2	-264.5604	—	529.2140	0	-0.07120	0	0	-14.3951
c_3	441.0748	529.21400	—	0.0720	0.14400	0.0720	-14.3997	14.3997
t_1	0	0	0.0720	—	0	0	0.0118	-0.0118
t_2	0	-0.07120	0.1440	0	—	0	0	0
t_3	0	0	0.0720	0	0	—	0	0
N_1	14.3980	0	-14.3997	0.0118	0	0	—	2.3502
N_2	-14.3980	-14.39510	14.3997	-0.0118	0	0	2.3502	—

$$\begin{cases} \min E = \sum_{i=1}^n E_i \\ \left| W_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial W}{\partial p_i} \Delta p_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \left(\frac{\partial^2 W}{\partial p_i \partial p_j} \right) \Delta p_i \Delta p_j \right| \leq |\Delta W| \\ \Delta p_i^{(t)} \leq |\Delta p_i| \leq \Delta p_i^{(s)}, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (15)$$

式中： E_i 为每个公差成本函数； E 为公差加工总成本；

ΔW 为加工后波像差允许变化值； $\Delta p_i^{(t)}$ 、 $\Delta p_i^{(s)}$ 分别为公差 Δp_i 的最严格值和最宽松值。

基于上述经济公差理论，表 5 列出了在公差分析过程中，波像差允许值为 -0.5λ 时，优化求解得到的经济公差集合，其中： d_{fringe} 为条纹宽度；式 (15) 涉及的公差成本函数参考了文献 [16] 和文献 [17] 的相关研究结果。

表 5 加工波像差允许值为 -0.5λ 时的优化公差集合

Table 5 Set of optimal tolerance for machining wavefront aberration of -0.5λ

Surface	Curvature radius r / d_{fringe}	Thickness t / mm	Decenter e / mm	Tilt $\theta / (^\circ)$	Refractive index
1	-2	-0.080	-0.10	-0.050	0.0005
2	2	-0.050	-0.09	-0.050	-0.0004
3	2	-0.048	0.10	0.048	—
Image	—	—	—	—	—

在 $-0.8\lambda \sim -0.1\lambda$ 范围内设置了 11 种波像差，图 8 为不同波像差情况下公差相对成本的变化图，其中波像差在 $-0.3\lambda \sim -0.2\lambda$ 内，又细分出三种情况。随着波像差要求不再严格，从 -0.1λ 变化到 -0.3λ ，成本显著降低；当对波像差的要求继续放宽，由于公差已经处于极为宽松的状态，此时成本降低趋势不再明显，逐渐趋于平稳。

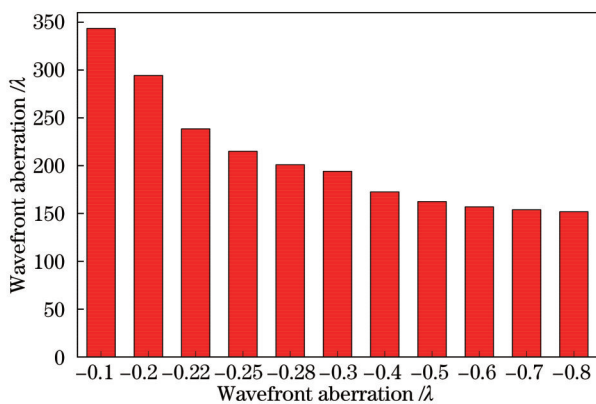


图 8 波像差和相对成本的关系

Fig. 8 Relationship between wavefront aberration and relative cost

6 结 论

基于差分光线追迹法，提出一种结合依次求导法和公式移项法拟合公差与波像差之间函数关系的方法，并将上述两种方法与 Youngworth 方法进行对比分析。研究表明：Youngworth 方法的拟合效果良好，但所需像质数据量庞大；依次求导法不需要进行追迹像质，通过调取光线追迹数据即可完成计算，但是求解过程复杂，应用受限，目前只能有效分析后截距，证明后截距和波像差呈线性关系；公式移项法是基于差分光线追迹法和 Youngworth 方法的改进方法，利用光线追迹理论求解一阶灵敏度系数，避免了积分运算，在计算二阶灵敏度系数时，虽然应用到像质追踪，但是追迹次数明显减少，极大缓解了像质数据存储的压力，同时兼顾了函数的高拟合精度，利用此方法可以对光学系统进行有效的经济公差分配。此外，所提出的公差波像差拟合方法对其他像质评价方法也具有借鉴意义，并对光学系统经济公差的应用具有一定促进意义。

参 考 文 献

[1] 姜会林. 光学系统经济公差探讨[J]. 光学学报, 1987, 7(12):

- 1127-1132.
Jiang H L. On the economic tolerance of optical system[J]. Acta Optica Sinica, 1987, 7(12): 1127-1132.
- [2] Perrin J C, Mazuray L, Wartmann R. Making effective use of tolerancing[J]. Proceedings of SPIE, 2005, 5962: 59620F.
- [3] 戴勋义, 谭毅, 任戈, 等. 扫描哈特曼方法的像质检测性能分析[J]. 光学学报, 2020, 40(7): 0712002.
Dai X Y, Tan Y, Ren G, et al. Analysis of image quality detection performance of scanning Hartmann technology[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(7): 0712002.
- [4] 刘柱, 彭起, 任戈, 等. 一种基于二阶灵敏度矩阵的离轴望远镜装调法[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(8): 0811002.
Liu Z, Peng Q, Ren G, et al. Second-order sensitivity matrix method for aligning off-axis telescopes[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(8): 0811002.
- [5] 陈和, 孙雨婷, 檀望舒, 等. 多级共焦抛物面反射式激光扩束系统光学设计[J]. 光学学报, 2022, 42(13): 1322001.
Chen H, Sun Y T, Tan W S, et al. Optical design of multi-stage confocal parabolic reflection laser beam expander[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(13): 1322001.
- [6] Youngworth R N, Stone B D. Cost-based tolerancing of optical systems[J]. Applied Optics, 2000, 39(25): 4501-4512.
- [7] Hopkins H H, Tiziani H J. A theoretical and experimental study of lens centring errors and their influence on optical image quality[J]. British Journal of Applied Physics, 1966, 17(1): 33-54.
- [8] Youngworth R N. Statistical truths of tolerance assignment in optical design[J]. Proceedings of SPIE, 2011, 8131: 81310E.
- [9] Koch D G. A statistical approach to lens tolerancing[J]. Proceedings of SPIE, 1978, 0147: 71-82.
- [10] Heshmaty-Manesh D, Haig G Y. Lens tolerancing by desk-top computer[J]. Applied Optics, 1986, 25(8): 1268-1270.
- [11] Yabe A. Rapid optimization of cost-based tolerancing[J]. Applied Optics, 2012, 51(7): 855-860.
- [12] 李湘宁, 贺莉清. 正交试验法在光学系统公差设计中的应用[J]. 上海机械学院学报, 1985, 7(1): 47-52.
Li X N, He L Q. Application of orthogonal-test method in optical tolerancing[J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 1985, 7(1): 47-52.
- [13] 张以谟. 应用光学[M]. 4版. 北京: 电子工业出版社, 2015: 148-157.
Zhang Y M. Applied optics[M]. 4th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2015: 148-157.
- [14] Feder D P. Calculation of an optical merit function and its derivatives with respect to the system parameters[J]. Journal of the Optical Society of America, 1957, 47(10): 913-925.
- [15] Feder D P. Differentiation of ray-tracing equations with respect to construction parameters of rotationally symmetric optics[J]. Journal of the Optical Society of America, 1968, 58(11): 1494-1505.
- [16] Hu Y, Jiang H, Fu Y G. Economic tolerance analysis of optical systems based on distortion[J]. Applied Optics, 2022, 61(28): 8258-8264.
- [17] 唐九华, 于维洲. 最低成本的光学公差优化法探讨[J]. 光学学报, 1986, 6(9): 854-858.
Tang J H, Yu W Z. An approach to optimization of optical tolerance for minimum cost[J]. Acta Optica Sinica, 1986, 6(9): 854-858.

Wavefront Aberration Fitting for Economic Tolerance Application

Jiang Hao¹, Hu Yuan^{1*}, Huo Jiaqi¹, Zhao Zhiliang², Fu Yuegang¹

¹Key Laboratory of Opto-Electronic Measurement and Optical Information Transmission Technology of Ministry of Education, School of Opto-Electronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, Jilin, China;

²Chengdu Tyggo Photo-Electricity Co., Ltd., Chengdu 610041, Sichuan, China

Abstract

Objective Economic tolerance is characterized by meeting the image quality requirements and minimizing processing costs, and it thus achieves looser tolerances. In nature, it is the balance of the relationship between image quality and processing costs. At present, in the research related to the establishment of the relationship function between image quality and tolerance, the theory is macro, and modulation transfer function (MTF) is mostly used as the image quality evaluation standard for detailed study, which makes the image quality single. In the analysis based on ray tracing theory, only three structural parameters, namely the radius of curvature, thickness, and refractive index are included, with fewer types. In addition, in the current method, the differential ray tracing method cannot ensure the accuracy of the image quality function in some instances. In contrast, the Youngworth method results in excessive image quality traces. Therefore, we wish to enrich the image quality evaluation methods and improve the types of structural parameters. Meanwhile, we propose methods that have high precision and can reduce the number of image quality traces.

Methods The functional relationship between the tolerance and the image quality is usually expressed by the form of the second-order Taylor formula. In the equation, the first-order derivative and the second-order derivative are called the first-order sensitivity coefficient and the second-order sensitivity coefficient, which can be collectively referred to as the sensitivity coefficient. The sensitivity coefficient effectively measures the sensitivity of the image quality to the structural parameters. The first-order sensitivity coefficient determines the trend of the image quality. Due to the analysis of the effect of two different structural parameters on the image quality, the second-order sensitivity coefficient ensures the

accuracy of the image quality function. In this paper, wavefront aberration is used as the image quality evaluation criterion. The first-order sensitivity coefficients of eccentricity and decenter structural parameters with respect to wavefront aberration are deduced and improved based on ray tracing theory, which solves the shortcoming of a few types of structural parameters. In order to address the problem of excessive image quality traces, two methods of sequential derivation and formula transfer term are proposed to establish the mathematical model of the second-order sensitivity coefficient, so as to realize high-precision, simple, and fast establishment of function.

Results and Discussions Firstly, a doublet optical system is optimized and designed for theoretical verification (Fig. 3, Table 1). Secondly, in order to verify the accuracy of the fitting of the function between the tolerance and the image quality established by using the theory of this paper, the fitting analysis is performed for single-parameter tolerance and two-parameter tolerance and compared with the existing Youngworth method (Figs. 4-7). The verification results reveal that both the formula transfer term method and the Youngworth method have basically identical fitting accuracy for single and two parameters. The residual sum of squares is in the range of 10^{-6} - 10^{-7} , but the number of traces of the formula transfer method is far less than that of the Youngworth method, which requires a smaller amount of data. However, the sequential derivation method can only be used to analyze the optical back focal length and verifies that it is linearly with the wavefront aberration. Eventually, the economic analysis of the doublet lens is carried out according to the economic tolerance theory. The set of economic tolerances for wavefront aberration of -0.5λ is listed (Table 5), as well as a graph demonstrating the relationship between wavefront aberration and cost (Fig. 8).

Conclusions The application of the tolerance and image quality relationship function proposed in this paper to establish the model can enrich and improve the variety of structural parameters, effectively reduce the number of image quality traces, and ensure the high accuracy of the fitting. The research results show that the first-order sensitivity coefficients can be solved by the formula transfer term method that can avoid the integration operation with the ray tracing theory. Although image quality tracing is applied to calculate the second-order sensitivity coefficient, the number of traces is significantly reduced compared with the Youngworth method, which relieves the pressure of data storage and maintains the high fitting accuracy of the function. This method can be used to efficiently assign economic tolerances of optical systems. The sequential derivation method requires no additional tracing image quality. However, this method involves complex solutions, difficult practice, and limited application. Currently, only the back focal length that is linear with the wavefront aberration can be effectively analyzed. In addition, the proposed tolerance wavefront aberration fitting methods have significance for other image quality evaluation methods and can promote the application of economic tolerance for optical systems.

Key words optics in computing; optical fabrication; economic tolerance; wavefront aberration; ray tracing; simulation analysis