

基于双直线的镜头畸变参数估计方法

王平^{1,2,4*}, 姚登银¹, 谯睿³, 张涛⁴, 姚鹏鹏⁵¹兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050;²甘肃省工业过程先进控制重点实验室, 甘肃 兰州 730050;³南京航空航天大学自动化学院, 江苏 南京 210016;⁴苏州注视科技有限公司, 江苏 苏州 215000;⁵珠海复旦创新研究院, 广东 珠海 519031

摘要 利用三维空间直线投影到图像平面依旧为直线的特性,提出了一种基于双直线的镜头畸变参数估计方法。首先使用两条直线所对应的畸变边缘推导出了畸变参数所满足的等式,并使用实际图像的大小确定了畸变参数的分布范围。随后构建了包含畸变参数的优化目标函数,采用枚举搜索的方法得到了最佳的畸变参数。仿真和实际实验表明,提出的方法虽然仅采用了两条直线,但可以准确且有效地估计镜头畸变,相比于主流方法具有明显的优势。

关键词 机器视觉; 图像处理; 直线特征; 畸变矫正; 径向畸变

中图分类号 TP751 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS221724

1 引言

大多数的视觉和图像处理任务^[1-2]以相机的针孔成像模型为基础进行分析计算。然而由于相机镜头加工和装配精度的影响,实际成像过程并不满足理想的针孔模型,而是满足带有不同畸变参数的非线性成像模型^[3],因此在视觉和图像处理任务中对相机镜头畸变参数的估计显得尤为重要。

相机畸变参数估计的方法可粗略分为三类:基于特征点的方法^[4-5]、多视角的方法^[6-9]、基于特征直线的方法^[10-18]。基于特征点的畸变参数估计方法本质上源于相机标定算法,其中最著名的是 Tsai^[4]和 Zhang^[5]提出的标定方法。这类方法通过拍摄 3D 坐标精确已知的标定板或标定物,建立空间 3D 特征点和其图像投影点之间的关系,并基于含有畸变参数的非线性成像模型,得到关于标定参数的方程组,最终通过优化方法求解得到畸变参数。基于特征点的方法通常需要高精度标定物,并且还需要从多个角度拍摄标定物图像以获取到足够多的信息用于求解畸变参数方程组。基于特征点的畸变矫正方法在实际应用中虽然具有精度高的优点,但是其求解过程较为繁琐,且对环境要求较高,通常只能在实验室环境下完成。多视角的方法需要相机运

动下的多幅图像^[8],并通过图像之间的对应点完成相机标定,实现畸变参数的估计。多视角的畸变参数估计方法非常灵活,但不适用于实时在线的畸变参数估计和相机机位固定的情况。通常视觉任务(如移动机器人的定位、空间交会对接、自动泊车)所处的环境中会包含大量的直线特征,这些直线在非线性成像模型的作用下会在图像中呈现为边缘曲线^[15],因此可以利用这一性质对相机镜头的畸变参数进行估计。相比于基于特征点和多视角的畸变参数估计方法,基于直线的参数估计仅需要单幅图像^[16],参数估计过程中无须涉及到成像模型和 3D 空间已知的信息,求解过程中无须解算相机焦距,整个方法实现较简单,使用灵活,对环境适应性好。到目前为止,已有诸多学者开展了基于直线的畸变参数估计方法的研究^[10-18],Brauer 等^[10]提出了一种基于直线的鱼镜头畸变参数估计方法,取得了良好的参数估计效果。Alvarez 等^[11]利用图像中的直线边缘,采用代数方法构建 4 次多项式以实现畸变参数的求解,但整个过程较为复杂。Devernay 等^[12]基于空间直线投影到图像上依旧为直线的特性,构建了用于畸变参数优化求解的目标函数,并采用非线性迭代优化的方式求解得到畸变参数。朱云芳等^[13]采用 3D 空间中 2 组以上的平行线估计鱼镜头的畸变参数,但算法的

收稿日期: 2022-09-20; 修回日期: 2022-10-24; 录用日期: 2023-03-03; 网络首发日期: 2023-03-13

基金项目: 国家自然科学基金(62173170, 62161019, 62001198, 62073161, 61866021)、甘肃省青年科技基金(20JR10RA186)、流程工业综合自动化国家重点实验室联合开放基金(2021-KF-21-04, 2020-KF-21-04)、甘肃省工业过程先进控制重点实验室开放基金(2022KX02)

通信作者: *pingwangsky@163.com

实现需要知道 3D 空间中准确的直线方程,为实际应用带来了困难。Wang 等^[15]基于 Devernay 等^[12]的研究成果,提出了利用直线对应畸变点的共弧特性构建线性方程组来估算相机镜头的畸变参数,该方法实现简单、参数估计精度高,但算法实现时至少需要 3 条以上的直线对应边缘。Bukhari 等^[16]在 Wang 等^[15]工作的基础上,采用一般方程式表示投影直线方程,并进一步研究了圆弧参数拟合方法对镜头畸变参数估计的影响。Bukhari 等^[16]的方法是目目前最实用且最具代表性的基于直线的镜头畸变参数估计方法,但该方法仍需要采用 3 条以上的直线对应边缘估计镜头畸变参数。

综上所述,现有基于直线的畸变参数估计都需要在畸变图像中提取 3 条以上的直线对应边缘,用于构建待求解畸变参数的方程组,3 条以下的直线对应边缘因含有冗余信息不足,无法用于构建方程组求解畸变参数。事实上,虽然边缘冗余信息不足无法用于求解畸变参数,但却能够约束畸变参数之间的关系。实际图像的大小是有限的,因此可以根据有限约束信息确定畸变参数的范围,并在这一范围内采用枚举搜索的策略找到畸变参数的最佳值。依据以上思路,本文仅使用 2 条直线推导出了畸变参数所满足的关系式,确定了畸变参数在图像中的分布范围,构建了用于畸变参数枚举优化的目标函数,并通过枚举搜索的方式得到了最佳的镜头畸变参数。仿真和实际实验的结果表明,相比于现有主流方法需要使用 3 条及以上直线对应边缘估计畸变参数,本文方法仅需要 2 条直线对应边缘,且畸变参数估算精度更高,受约束较少,可广泛应用于自动驾驶、自动泊车等领域。

2 基于双直线的畸变参数估计

2.1 畸变模型的确

相机镜头的畸变主要由装配和加工精度造成^[4],通常有三种:径向畸变、离心畸变和薄棱镜畸变^[5]。在实际的应用中,镜头的薄棱镜畸变和离心畸变通常远小于径向畸变,因此可以忽略,本文的畸变参数估计中仅考虑径向畸变。在只考虑径向畸变参数的情况下,采用 Brown 提出的多项式畸变(PM)模型^[15-16],相机镜头的畸变可表示为

$$\begin{cases} x_u = x_d(1 + \lambda_1 r_d^2 + \lambda_2 r_d^4 + \dots) \\ y_u = y_d(1 + \lambda_1 r_d^2 + \lambda_2 r_d^4 + \dots) \end{cases}, \quad (1)$$

式中: (x_u, y_u) 为无畸变图像点; (x_d, y_d) 为其所对应的畸变图像点; λ_1 和 λ_2 为畸变系数。假设畸变中心在图像原点时, $r_d^2 = x_d^2 + y_d^2$ 。当畸变中心在 (C_x, C_y) 时, $r_d^2 = (x_d - C_x)^2 + (y_d - C_y)^2$,而式(1)变为

$$\begin{cases} x_u - C_x = (x_d - C_x)(1 + \lambda_1 r_d^2 + \lambda_2 r_d^4 + \dots) \\ y_u - C_y = (y_d - C_y)(1 + \lambda_1 r_d^2 + \lambda_2 r_d^4 + \dots) \end{cases} \quad (2)$$

相对于 PM 模型, Bukhari 等^[16]提出了一种除法畸变(DM)模型,该模型采用较小的阶数便可实现较大畸变

的表示,因此使用简单方便。DM 模型的具体形式为

$$r_u = \frac{r_d}{1 + \lambda_1 r_d^2 + \lambda_2 r_d^4 + \dots} \quad (3)$$

通常仅使用 λ_1 参数就可以很好地表示镜头的径向畸变,式(3)在仅包含 λ_1 参数的时候为

$$\begin{cases} x_u = \frac{x_d}{1 + \lambda r_d^2} \\ y_u = \frac{y_d}{1 + \lambda r_d^2} \end{cases}, \quad (4)$$

式中: (x_u, y_u) 、 (x_d, y_d) 和 r_d 与 PM 模型中所表示的意义相同; λ 为畸变系数; $r_d^2 = x_d^2 + y_d^2$ 。同样地,当畸变中心在 (C_x, C_y) 时,式(4)变为

$$\begin{cases} x_u - C_x = \frac{x_d - C_x}{1 + \lambda r_d^2} \\ y_u - C_y = \frac{y_d - C_y}{1 + \lambda r_d^2} \end{cases}, \quad (5)$$

式中, $r_d^2 = (x_d - C_x)^2 + (y_d - C_y)^2$ 。

2.2 畸变参数的约束关系

在针孔成像模型下,3D 空间的直线投影到 2D 图像平面仍为直线。但由于镜头畸变的作用,实际的投影模型并非标准的针孔成像模型,而是含有畸变参数的非线性模型。在非线性模型的作用下,3D 空间的标准直线投影在 2D 图像平面时变成了曲线。

假设畸变中心在图像原点,在针孔成像模型下 3D 空间直线在 2D 图像平面上的理想投影为直线,其方程为

$$ax_u + by_u + c = 0, \quad (6)$$

式中, (x_u, y_u) 是理想投影直线上的任意一像素点。将式(4)代入式(6)得到:

$$a\left(\frac{x_d}{1 + \lambda r_d^2}\right) + b\left(\frac{y_d}{1 + \lambda r_d^2}\right) + c = 0. \quad (7)$$

将 $r_d^2 = x_d^2 + y_d^2$ 代入式(7)经过整理后得到:

$$x_d^2 + y_d^2 + x_d \frac{a}{c\lambda} + y_d \frac{b}{c\lambda} + \frac{1}{\lambda} = 0. \quad (8)$$

从式(8)可以看出,理想直线经过畸变以后变为了曲线。当畸变中心不在图像原点而在 (C_x, C_y) 时,式(8)变为

$$\begin{aligned} & (x_d - C_x)^2 + (y_d - C_y)^2 + (x_d - C_x)a/(c\lambda) + \\ & (y_d - C_y) \frac{b}{c\lambda} + \frac{1}{\lambda} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

将式(9)展开整理后得到:

$$x_d^2 + y_d^2 + x_d e + y_d f + g = 0, \quad (10)$$

式中,

$$\begin{cases} e = \frac{a}{c\lambda} - 2C_x \\ f = \frac{b}{c\lambda} - 2C_y \\ g = C_x^2 + C_y^2 - \frac{a}{c\lambda}C_x - \frac{b}{c\lambda}C_y + \frac{1}{\lambda} \end{cases}. \quad (11)$$

此时可以采用边缘检测的方式,在畸变图像中提取理想直线所对应的边缘曲线(畸变直线)。对于其中任意一条边缘曲线, $(x_{d,i}, y_{d,i}), i = 1, 2, \dots, n$ 为边缘上的任意一点且都满足式(10),因此有

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_{d,1} & y_{d,1} & 1 \\ x_{d,2} & y_{d,2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{d,n} & y_{d,n} & 1 \end{bmatrix}}_M \underbrace{\begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} -x_{d,1}^2 - y_{d,1}^2 \\ -x_{d,2}^2 - y_{d,2}^2 \\ \vdots \\ -x_{d,n}^2 - y_{d,n}^2 \end{bmatrix}}_N \Rightarrow MX = N. \quad (12)$$

采用最小二乘方式求解式(12)得到系数 e, f 和 g , 即

$$X = (M^T M)^{-1} M^T N. \quad (13)$$

在式(11)中, e 两端乘以 C_x, f 两端乘以 C_y , 并且 eC_x, fC_y 和 g 相加得到:

$$C_x^2 + C_y^2 + eC_x + fC_y + g - \frac{1}{\lambda} = 0. \quad (14)$$

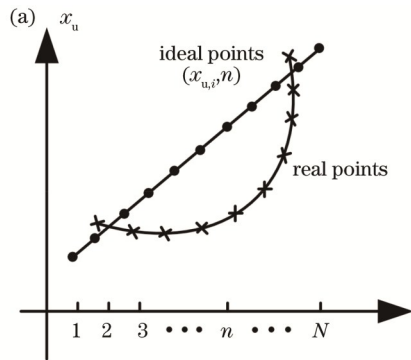
对于每条理想直线所对应的边缘都应该满足式(14), 此时可使用式(12)计算得到每条边缘曲线的系数 e_i, f_i 和 g_i , 然后利用式(14)列出与畸变中心相关的方程组:

$$\begin{cases} C_x^2 + C_y^2 + e_1 C_x + f_1 C_y + g_1 - \frac{1}{\lambda} = 0 \\ C_x^2 + C_y^2 + e_2 C_x + f_2 C_y + g_2 - \frac{1}{\lambda} = 0 \\ \vdots \\ C_x^2 + C_y^2 + e_n C_x + f_n C_y + g_n - \frac{1}{\lambda} = 0 \end{cases}, \quad (15)$$

式(15)中的式子两两相减可以得到仅关于 (C_x, C_y) 的线性方程。当提取到的边缘多于3条时,关于 (C_x, C_y) 的线性方程可求解,此时将求解参数回代则可以得到完整的相机镜头畸变参数。而当提取到的边缘曲线仅有两条时,式(15)变为

$$\begin{cases} C_x^2 + C_y^2 + e_1 C_x + f_1 C_y + g_1 - \frac{1}{\lambda} = 0 \\ C_x^2 + C_y^2 + e_2 C_x + f_2 C_y + g_2 - \frac{1}{\lambda} = 0 \end{cases}, \quad (16)$$

上两式相减得到:



$$C_x(e_1 - e_2) + C_y(f_1 - f_2) + g_1 - g_2 = 0. \quad (17)$$

可以看出,式(17)中含有 C_x 和 C_y 两个变量,仅通过式(17)无法求解。但式(17)给出了 C_x 和 C_y 之间的约束关系:

$$C_y = C_x h_1 + h_2, \quad (18)$$

$$\text{式中: } h_1 = \frac{e_1 - e_2}{f_2 - f_1}; h_2 = \frac{g_1 - g_2}{f_2 - f_1}.$$

假设畸变图像的宽为 W , 高为 H , 畸变中心 C_y 满足 $0 < C_y < H$ 。将式(18)代入以上约束并考虑 $0 < C_x < W$ 得到:

$$\begin{cases} -h_2 < C_x h_1 < H - h_2 \\ 0 < C_x < W \end{cases}. \quad (19)$$

设 C_x 的取值范围为 I , 则 I 和 h_1 的正负密切相关, 接下来分类讨论 I :

a) 当 $h_1 = 0$ 时, 根据式(17)两条直线为同一条直线, 不满足条件;

b) 当 $h_1 > 0$ 时, 可得 C_x 的取值范围 $I = \left[\max\left(-\frac{h_2}{h_1}, 0\right), \min\left(\frac{H - h_2}{h_1}, W\right) \right]$;

c) 当 $h_1 < 0$ 时, 可得 C_x 的取值范围 $I = \left[\max\left(\frac{H - h_2}{h_1}, 0\right), \min\left(-\frac{h_2}{h_1}, W\right) \right]$, 其中 $\max(), \min()$ 分别表示两个数里面最大的或最小的。

2.3 畸变参数的最优估计

假设从畸变图像中提取到的边缘曲线由 N 个畸变像素点构成, 经式(5)计算分别得到无畸变点集 $\{x_{u,i} | i = 1, 2, \dots, N\}$ 和 $\{y_{u,i} | i = 1, 2, \dots, N\}$ 。通常情况下, 如果畸变参数估计是准确的, 则 $\{x_{u,i} | i = 1, 2, \dots, N\}$ 和 $\{y_{u,i} | i = 1, 2, \dots, N\}$ 按序列 $i = 1, 2, \dots, N$ 分别满足线性分布(构成直线), 如图1中“•”点所示。实际情况下, 由于畸变参数估计不准确, $\{x_{u,i} | i = 1, 2, \dots, N\}$ 和 $\{y_{u,i} | i = 1, 2, \dots, N\}$ 按其排列序列满足的是非线性关系, 即与理想点构成的直线之间存在误差, 如图1中“×”点所示。

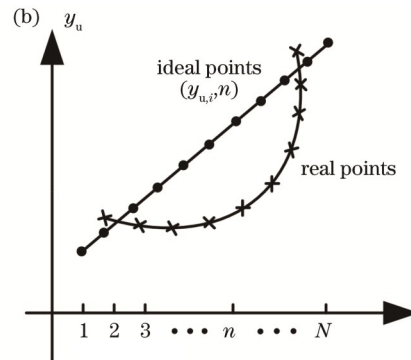


图1 无畸变点分布曲线。(a)沿着 x_u 方向; (b)沿着 y_u 方向

Fig. 1 Distribution curve of undistorted points. (a) Along x_u direction; (b) along y_u direction

令无畸变点 $\{x_{u,i}|i=1,2,\dots,N\}$ 和 $\{y_{u,i}|i=1,2,\dots,N\}$ 满足的直线方程分别为

$$\begin{cases} x_{u,i} = k_1 i + t_1 \\ y_{u,i} = k_2 i + t_2 \end{cases} \quad (20)$$

将 $\{x_{u,i}|i=1,2,\dots,N\}$ 和 $\{y_{u,i}|i=1,2,\dots,N\}$ 代入式(20)有

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ \vdots & 1 \\ N & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ t_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{u,1} \\ x_{u,2} \\ \vdots \\ x_{u,N} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ \vdots & 1 \\ N & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_2 \\ t_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{u,1} \\ y_{u,2} \\ \vdots \\ y_{u,N} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式(21)采用最小二乘法可以得到 k_1, t_1, k_2 和 t_2 。此时将 $\{x_{u,i}|i=1,2,\dots,N\}$ 和 $\{y_{u,i}|i=1,2,\dots,N\}$ 回代入式(20),定义误差函数为

$$E = \sum_{i=1}^2 \sum_{i=1}^N \left[(k_1 i + t_1 - x_{u,i})^2 + (k_2 i + t_2 - y_{u,i})^2 \right], \quad (22)$$

式中, l 表示检测到的边缘条数。依据式(21)和式(18)可得,式(22)的结果和 C_x 的值紧密相关。通常情况下,畸变图像大小固定,而 C_x 在式(18)和式(19)的约束下取值是有限的。因此以式(22)为代价函数,在 C_x 取值范围内采用枚举方式搜索最优 $C_{x,best}$, 并将其回代入式(18)和式(14)可得到完整的畸变参数。为了提高搜索 $C_{x,best}$ 的速度和精度,搜索过程中首先以单位像素为步长搜索到 C_x 的初始值 $C_{x,initial}$, 然后以 $C_{x,initial}$ 为中心在 $[C_{x,initial} - T_j, C_{x,initial} + T_j]$ 范围内缩小搜索步长,并重复以上搜索过程直至搜索到最优的 $C_{x,best}$, 其中 T_j 为搜索阈值,与搜索精度的设置有关。以上搜索 $C_{x,best}$ 的具体流程如下。

Step 1: 设置搜索精度为 A_{cc} , 依据式(23)和式(24)确定重复搜索次数 R_{ep} 和第 j 次的搜索阈值 T_j :

$$R_{ep} = \text{Ceil} \left[\lg \left(\frac{1}{A_{cc}} \right) \right] + 1, \quad (23)$$

$$T_j = \frac{1}{10^{j-1}} \quad j \in [1, 2, \dots, R_{ep}], \quad (24)$$

式中, $\text{Ceil}()$ 表示向上取整。例如设置搜索精度 $A_{cc} = 0.01$, 则重复搜索次数为 $R_{ep} = 3$, 第 2 次的搜索阈值 $T_2 = 0.1$;

Step 2: 从畸变图像中提取 2 条边缘曲线(对应于理想直线), 2 条边缘曲线所对应的图像点集合分别为 $\{(x_{d,i}^1, y_{d,i}^1)|i=1,2,\dots,N\}$ 和 $\{(x_{d,j}^2, y_{d,j}^2)|j=1,2,\dots,M\}$;

Step 3: 利用 Step 2 的边缘点集合, 根据式(12)和式(13)计算边缘曲线系数 e_i, f_i 和 $g_i, i=1,2$;

Step 4: 根据式(18)计算 h_1 和 h_2 , 确定畸变图像宽 W 和高 H , 并综合式(19)确定 C_x 的取值范围 I ;

Step 5: 对于任意的 $C_{x,i} \in I$, 利用式(18)计算 $C_{y,i}$, 并将 $C_{x,i}$ 和 $C_{y,i}$ 代入式(16)得到 $\lambda_i = 0.5(\lambda_1^i + \lambda_2^i)$, 其中 $\lambda_k^i, k=1,2$ 表示采用式(16)中第 k 个式子计算得

到的 λ ;

Step 6: 基于式(5), 并利用 $C_{x,i}, C_{y,i}$ 和 λ_i 对边缘曲线点集 $\{(x_{d,i}^1, y_{d,i}^1)|i=1,2,\dots,N\}$ 和 $\{(x_{d,j}^2, y_{d,j}^2)|j=1,2,\dots,M\}$ 实现畸变矫正, 得到矫正后的图像点集 $\{(x_{u,i}^1, y_{u,i}^1)|i=1,2,\dots,N\}$ 和 $\{(x_{u,j}^2, y_{u,j}^2)|j=1,2,\dots,M\}$;

Step 7: 对于每条矫正后的边缘曲线, 利用式(21)计算 k_1, t_1, k_2 和 t_2 , 并与矫正后的图像点集 $\{(x_{u,i}^1, y_{u,i}^1)|i=1,2,\dots,N\}$ 和 $\{(x_{u,j}^2, y_{u,j}^2)|j=1,2,\dots,M\}$ 一起代入式(22)计算误差 E ;

Step 8: 重复以上 Step 5 到 Step 7 直至找到使式(22)取最小的 $C_{x,i}$ 作为 $C_{x,initial}$;

Step 9: 以式(24)得到的 T_j 为下一次的搜索阈值, 在 $[C_{x,initial} - T_j, C_{x,initial} + T_j]$ 范围内以 10^{-j} 为步长进一步枚举寻找最优的 C_x^i ;

Step 10: 重复以上 Step 5 到 Step 9 的搜索步骤, 直至达到重复搜索次数 R_{ep} , 此时得到的 C_x^i 即为最优的 $C_{x,best}$ 。

3 实验分析

本部分通过仿真和真实图像测试本文提出的畸变参数估计方法, 并和 Bukhari 等^[16]的方法进行对比, 本文测试代码可以从 <https://github.com/pingwangsky> 下载。

3.1 仿真实验

网格图像通常用于相机的标定, 能够清晰反映相机镜头的畸变。因此仿真实验中采用如图 2 中所示(分辨率: $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$)的网格图像为原始未畸变图像, 为了方便描述网格图像的行和列, 对网格图像中的每行和每列进行了编号, 其中 $R_i (i=1, 2, \dots, 5)$ 表示行, $C_j (j=1, 2, \dots, 7)$ 表示列。通过改变畸变中心 (C_x, C_y) 和径向畸变系数 λ 并在原始未畸变图像中添加均值为 0.2 pixel 的白噪声以产生不同的枕形畸变和桶形畸变图像(图 3)。然后利用本文提出的方法(搜索精度 A_{cc} 为 0.01)和 Bukhari 等^[16](使用了 3 条边缘)的方法分别计算镜头的主点 (C'_x, C'_y) 和径向畸变系数 λ' , 并依照式(25)计算 (C'_x, C'_y) 和 λ' 与真值之间的误差, 其中 D_{is} 表示主点的绝对误差, R_{ei} 表示径向畸变

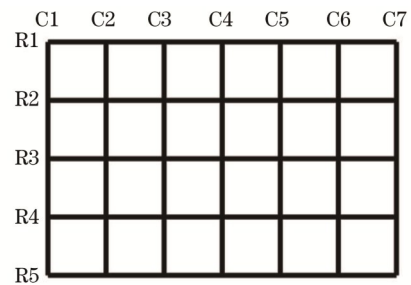


图 2 原始图像
Fig. 2 Source image

系数的相对误差。镜头主点和径向畸变系数的估算结果如表 1 中所示,所对应的估算误差如表 2 中所示,其中表 1 中第二列表示本文方法在参数估计时所选择的边缘编号,对应于图 3 中虚线所示部分。综合表 1 和表 2 可以看出,本文方法虽然在参数估计过程中仅使用了 2 条边缘,相比于 Bukhari 等^[16]的方法少了 1 条,但本文方法的参数估计值和真实值之间非常接近,其主点的绝对估计误差在 2 pixel 以内,整体小于 Bukhari 等^[16]

方法的主点估计误差。本文方法径向畸变系数的相对估计误差在 1.34% 以内,和 Bukhari 等^[16]方法的径向系数估计误差持平。利用表 1 中本文方法估计的主点 (C'_x, C'_y) 和径向畸变系数 λ' 对仿真时生成的畸变图像(图 3 中每组左侧图像,图像中虚线边缘用于本文方法参数的估计)进行矫正,结果如图 3 中每组右侧图像所示,可以看出本文方法准确且有效地对畸变图像实现了矫正。

表 1 畸变参数估算结果

Table 1 Estimated results of distortion parameters

Sequence	Selected edges	Real parameter		Proposed method		Bukhari et al ^[16]	
		(C_x, C_y)	λ	(C'_x, C'_y)	λ'	(C'_x, C'_y)	λ'
(a)	R1,R4	(320, 240)	3×10^{-6}	(319.99, 240.05)	2.99×10^{-6}	(320.49, 240.05)	2.99×10^{-6}
(b)	R5,C5	(310, 230)	1×10^{-6}	(310.11, 229.91)	1.01×10^{-6}	(312.22, 229.91)	1.01×10^{-6}
(c)	R1,C1	(300, 220)	6×10^{-7}	(300.06, 220.75)	6.03×10^{-7}	(307.49, 220.75)	6.03×10^{-7}
(d)	R1,R5	(330, 250)	-3×10^{-6}	(330.01, 249.98)	-2.99×10^{-6}	(330.05, 249.98)	-2.99×10^{-6}
(e)	R2,R5	(340, 260)	-1×10^{-6}	(339.75, 259.56)	-1.01×10^{-6}	(339.78, 259.56)	-1.01×10^{-6}
(f)	R1,C2	(350, 270)	-6×10^{-7}	(349.64, 268.85)	-6.08×10^{-7}	(353.56, 268.85)	-6.08×10^{-7}

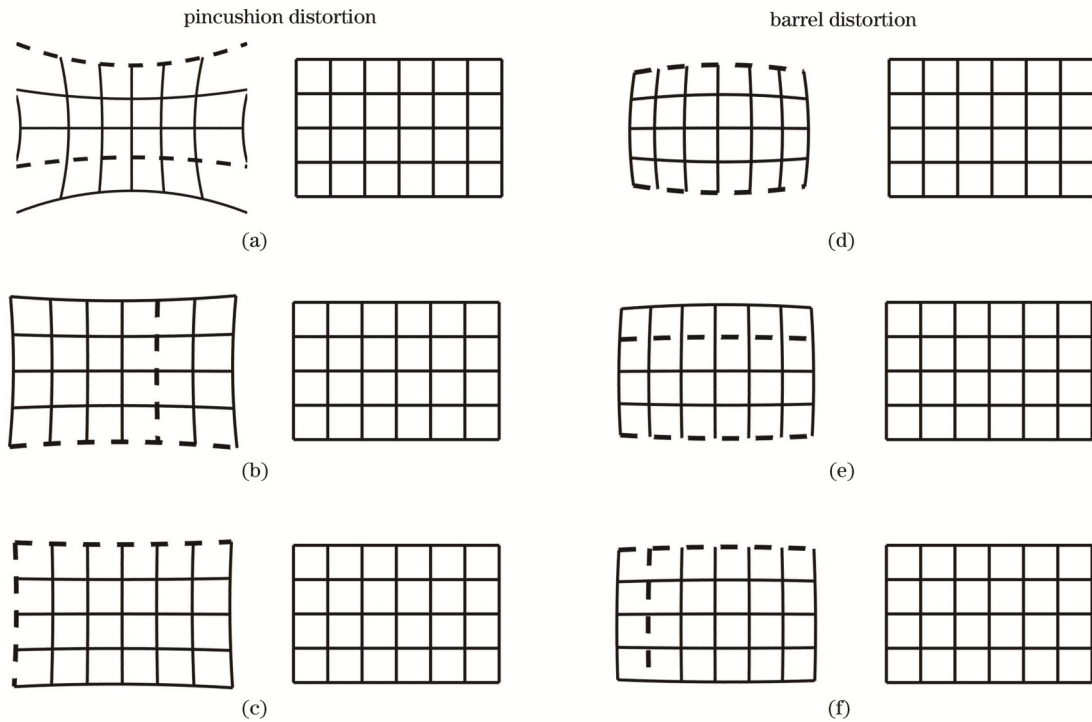


图 3 畸变的图像和矫正的图像。(a)~(c)枕形畸变图像和矫正图像;(d)~(f)桶形畸变图像和矫正图像

Fig. 3 Distorted images and corrected images. (a)-(c) Pincushion distorted images and corrected images; (d)-(f) barrel distorted images and corrected images

$$\begin{cases} D_{is} = \sqrt{(C'_x - C_x)^2 + (C'_y - C_y)^2} \\ R_{el} = \left| \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} \right| \times 100\% \end{cases} \quad (25)$$

接下来测试本文算法中双直线选择对最终参数估算结果的影响,仿真时设置噪声等级为 0.2 pixel,固定畸变中心 $(C_x, C_y) = (300, 220)$,径向畸变系数 $\lambda = 6 \times$

10^{-7} ,并采用两种规则在畸变图像中选择双直线所对应的边缘,如图 4 所示。

规则 1: 参数估计时选择的双直线对应边缘尽可能靠近图像中心,如图 4(a)~4(e)所示;

规则 2: 参数估计时选择的双直线对应边缘尽可能远离图像中心,如图 4(f)~4(j)所示。

采用本文算法按照图 4 中所选择的边缘分别估算

表 2 畸变参数估算误差
Table 2 Estimated errors of distortion parameters

Sequence		(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Proposed method	D_{is} / pixel	0.05	0.14	0.75	0.01	0.28	1.19
	$R_{el} / \%$	0.10	0.12	0.59	0.04	0.49	1.34
Bukhari et al ^[16]	D_{is} / pixel	0.50	2.11	7.43	0.04	0.50	3.92
	$R_{el} / \%$	0.10	0.12	0.59	0.04	0.49	1.34

镜头的主点 (C'_x, C'_y) 和径向畸变系数 λ' , 并依照式 (25) 计算主点的绝对误差和径向畸变系数的相对误差。为了测试的可靠性, 采用每幅图像估算畸变参数时分别重复 50 次取其误差平均值, 结果如图 5 所示。从图中可以看出, 按照规则 1 选择边缘 (边缘靠近图像中心) 时, 参数估计的整体误差较大。当按照规则 2 选择边缘 (边缘远离图像中心) 时, 参数估计的整体误差较小, 精度更高。其原因在于: 本文方法的实现基于直线经

镜头畸变后会在图像中呈现为边缘曲线这一特性。通常情况下相机镜头的中心畸变较小, 而越靠近镜头边缘畸变越大, 这反映在畸变图像上时为越靠近畸变图像边缘, 直线所对应的边缘曲线越弯曲, 畸变作用的效果也越明显。因此选用离畸变图像中心越远的边缘估计参数时方法可靠性和精度也越好。实际中应用本文方法时, 为保证参数估计的可靠性和准确性, 要尽可能选择离图像中心较远的畸变边缘。

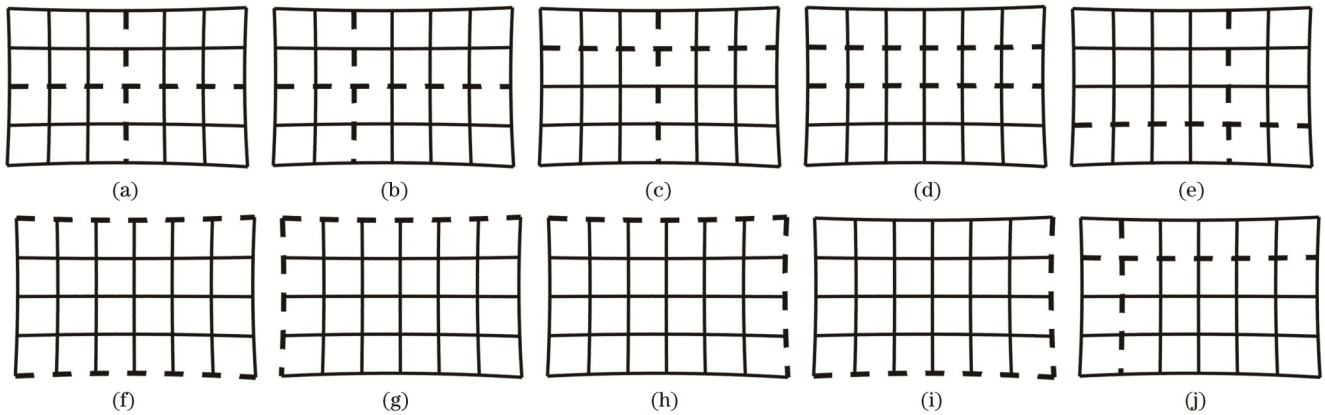


图 4 两种规则约束下双直线的选择。(a)~(e) 双直线对应边缘尽可能靠近图像中心; (f)~(j) 双直线对应边缘尽可能远离图像中心
Fig. 4 Choice of two lines with two kinds of constraint rules. (a)~(e) Corresponding edge of two lines should be as close to center of image as possible; (f)~(j) corresponding edge of two lines should be as far away from center of image as possible

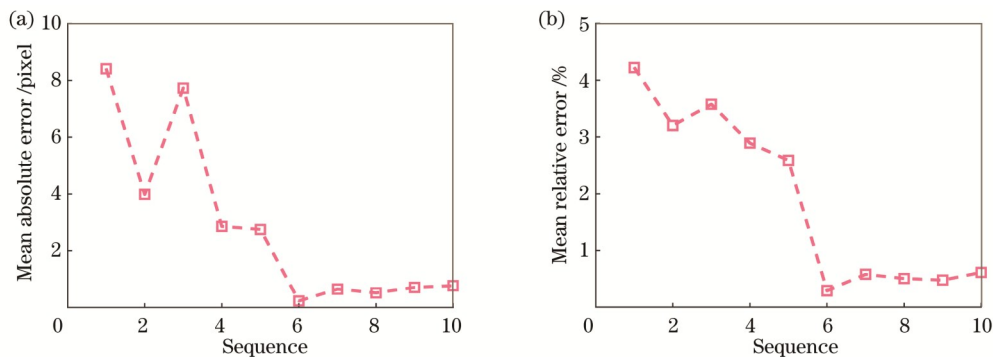


图 5 选择不同边缘时的平均估计误差。(a) 平均绝对误差; (b) 平均相对误差
Fig. 5 Average estimation errors when different edges are selected. (a) Mean absolute error; (b) mean relative error

进一步测试本文方法的鲁棒性, 固定 $(C_x, C_y) = (320, 240)$, $\lambda = -5 \times 10^{-6}$, 在生成畸变图像时改变噪声等级从 0.1 pixel 到 1 pixel, 分别利用 Bukhari 等^[16]的方法和本文方法计算 (C'_x, C'_y) 和 λ' , 并依照式 (25) 计算主点的绝对误差和径向畸变系数的相对误差, 每个噪声等级处分别测试 50 次取其平均值, 结果如图 6 所示。从图中可以看出, 随着噪声等级的增加, 两种方法参数

估计的精度整体在下降。相比于 Bukhari 等^[16]的方法, 本文方法虽然仅使用了 2 条边缘, 但是畸变参数估算误差整体上更小。其中本文方法主点估计误差的最大值不超过 5 pixel, 而 Bukhari 等^[16]方法的主点估计误差最大达到了 15 pixel, 对比之下本文方法具有更好的计算精度和鲁棒性。

综合以上分析可以得出, 相比于现有主流方法, 本

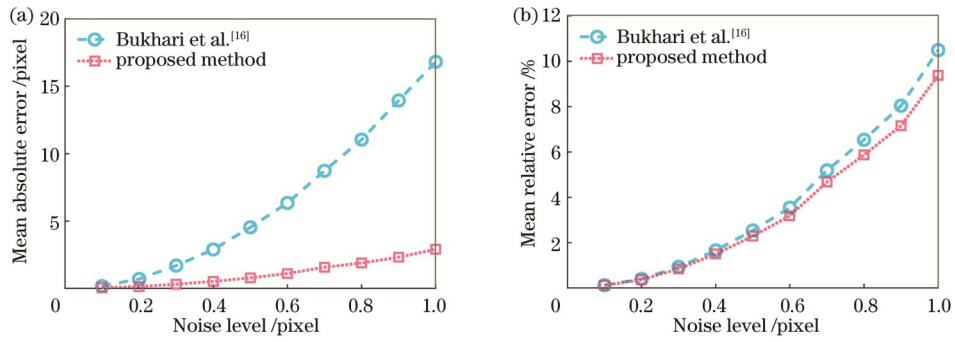


图 6 噪声等级变化时的误差均值。(a)主点误差;(b)径向畸变误差

Fig. 6 Average errors when noise level varies. (a) Errors of principal point; (b) errors of radial distortion

文方法在畸变参数估计时具有使用条件少、估算精度高的优点,具有较好的实用性。

3.2 实际图像

如图 7 所示,采用实际畸变图像验证本文提出的

方法,其中第一列为原始畸变图像。对原始畸变图像采用 Canny 算子检测并提取边缘,选择其中两条边缘用于计算畸变参数,结果如表 3 所示。通过计算的畸变参数对原始畸变图像进行矫正,结果如图 7 中第三

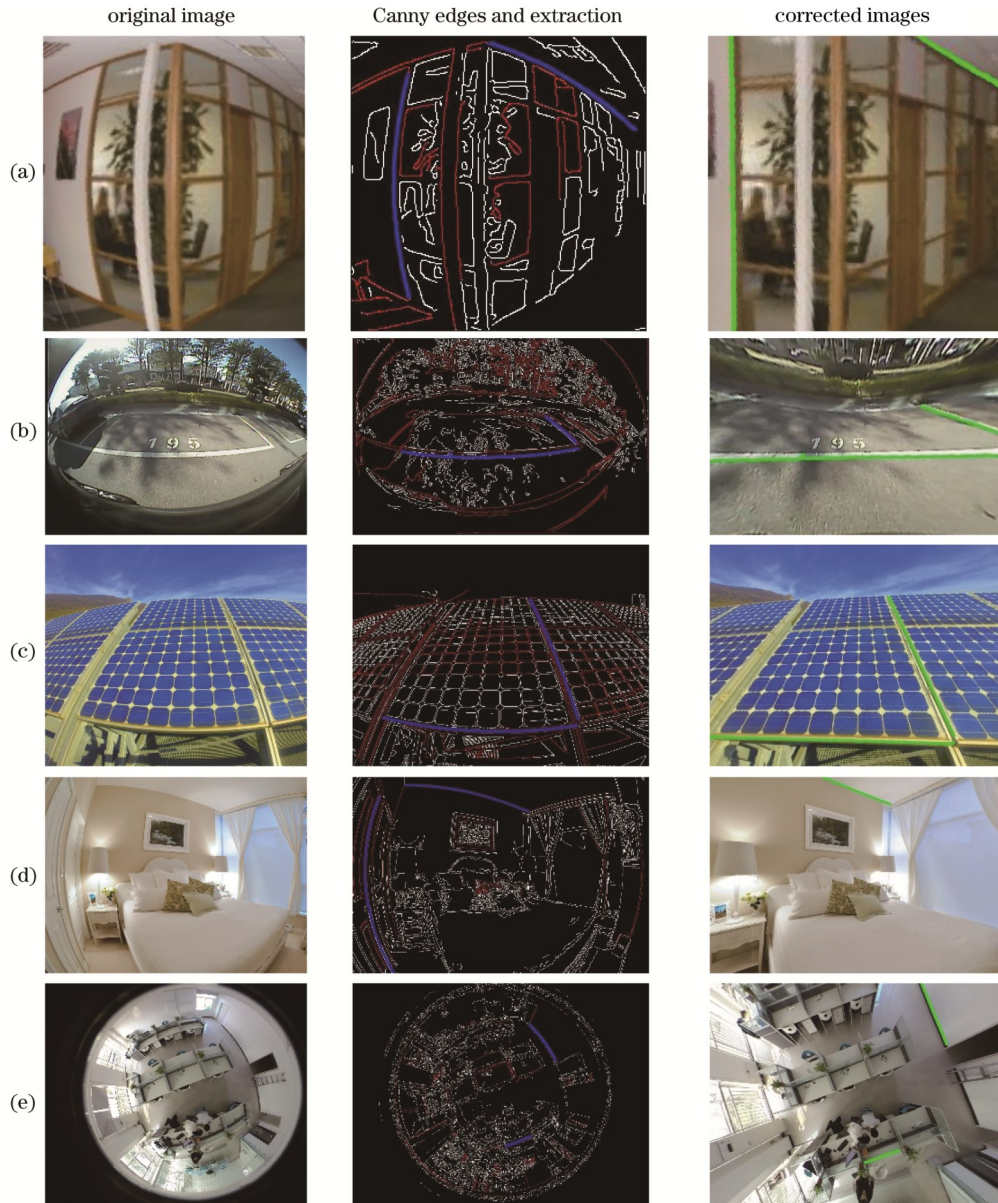


图 7 真实畸变图像的矫正。(a)~(e)不同场景图像

Fig. 7 Correction of real distorted images. (a)-(e) Different scene images

表 3 真实畸变图像的估计结果
Table 3 Estimated results of real distorted images

Sequence	Image size	Distortion center	Distortion parameter
(a)	256×256	$(C_x, C_y)=(130.92, 131.59)$	$\lambda=-1.6814\times 10^{-5}$
(b)	720×480	$(C_x, C_y)=(333.64, 258.33)$	$\lambda=-1.1934\times 10^{-5}$
(c)	800×600	$(C_x, C_y)=(369.90, 271.13)$	$\lambda=-1.7466\times 10^{-6}$
(d)	1024×680	$(C_x, C_y)=(490.33, 308.66)$	$\lambda=-2.4160\times 10^{-6}$
(e)	2560×1920	$(C_x, C_y)=(1228.90, 942.75)$	$\lambda=-1.0704\times 10^{-6}$

列所示。从图 7 可以看出,本文提出的方法可以准确地计算相机畸变参数,并有效消除图像畸变。

4 结 论

本文利用 2 条直线推导出了畸变参数所满足的关系式,确定了畸变参数在图像中的分布范围,构建了含有畸变参数的优化目标函数,并采用枚举搜索的方式确定了最佳的畸变参数。通过仿真和实际实验证明,本文提出的方法虽然仅用了 2 条直线,但可以准确且有效地估计镜头畸变参数,且使用条件更少,相比于主流方法具有明显的优势,可广泛应用于自动驾驶等领域。

参 考 文 献

- [1] 束安,裴浩东,段慧仙.空间非合作目标的三目立体视觉测量方法[J].光学学报,2021,41(6):0615001.
Shu A, Pei H D, Duan H X. Trinocular stereo visual measurement method for spatial non-cooperative target[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(6): 0615001.
- [2] 侯艳丽,苏显渝,陈文静.旋转视觉测量系统相机光心与转轴距离的标定方法[J].光学学报,2022,42(21):2112001.
Hou Y L, Su X Y, Chen W J. Calibration method of distance between optical center of camera and rotation axis in rotating vision measurement system[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(21): 2112001.
- [3] 王国琿,钱克矛.线阵相机标定方法综述[J].光学学报,2020,40(1):0111011.
Wang G H, Qian K M. Review on line-scan camera calibration methods[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(1): 0111011.
- [4] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal on Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323-344.
- [5] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [6] Barreto J P, Daniilidis K. Fundamental matrix for cameras with radial distortion[C]//Tenth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV'05) Volume 1, October 17-21, 2005, Beijing, China. New York: IEEE Press, 2005: 625-632.
- [7] Fitzgibbon A W. Simultaneous linear estimation of multiple view geometry and lens distortion[C]//Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. CVPR, December 8-14, 2001, Kauai, HI, USA. New York: IEEE Press, 2003.
- [8] Hartley R, Kang S B. Parameter-free radial distortion correction with center of distortion estimation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(8): 1309-1321.
- [9] Ricolfe-Viala C, Sánchez-Salmerón A J. Robust metric calibration of non-linear camera lens distortion[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(4): 1688-1699.
- [10] Brauer-Burchardt C, Voss K. A new algorithm to correct fish-eye- and strong wide-angle-lens-distortion from single images [C]//Proceedings 2001 International Conference on Image Processing (Cat. No. 01CH37205), October 7-10, 2001, Thessaloniki, Greece. New York: IEEE Press, 2002: 225-228.
- [11] Alvarez L, Gómez L, Sendra J R. An algebraic approach to lens distortion by line rectification[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2009, 35(1): 36-50.
- [12] Devernay F, Faugeras O. Straight lines have to be straight: automatic calibration and removal of distortion from scenes of structured environments[J]. Machine Vision and Applications, 2001, 13(1): 14 - 24.
- [13] 朱云芳,杜歆.基于圆心共线约束的鱼镜头径向畸变估计[J].光电工程,2014,41(11):36-43.
Zhu Y F, Du X. Estimating radial distortion for fish-eye lens based on collinear constraint[J]. Opto-Electronic Engineering, 2014, 41(11): 36-43.
- [14] Swaminathan R, Nayar S K. Nonmetric calibration of wide-angle lenses and polycameras[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(10): 1172-1178.
- [15] Wang A Q, Qiu T S, Shao L T. A simple method of radial distortion correction with centre of distortion estimation[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2009, 35(3): 165-172.
- [16] Bukhari F, Dailey M N. Automatic radial distortion estimation from a single image[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2013, 45(1): 31-45.
- [17] 周前飞,刘晶红.航空变焦镜头非线性畸变快速校正方法[J].光学学报,2015,35(4):0411001.
Zhou Q F, Liu J H. Rapid nonlinear distortion correction of aerial optical zoom lens system[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(4): 0411001.
- [18] Wu F L, Wei H, Wang X J. Correction of image radial distortion based on division model[J]. Optical Engineering, 2017, 56(1): 013108.

Estimation Method of Lens Distortion Parameters Based on Two Lines

Wang Ping^{1,2,4*}, Yao Dengyin¹, Qiao Rui³, Zhang Tao⁴, Yao Pengpeng⁵

¹College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, Gansu, China;

²Key Laboratory of Gansu Advanced Control for Industrial Processes, Lanzhou 730050, Gansu, China;

³College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, Jiangsu, China;

⁴Suzhou Focus Technology Co., Ltd., Suzhou 215000, Jiangsu, China;

⁵Zhuhai Fudan Innovation Institute, Zhuhai 519031, Guangdong, China

Abstract

Objective Most computer vision applications, such as structure from motion and camera pose estimation, rely on the assumption of linear pinhole camera models. However, the pinhole assumption is invalid for most commercially available cameras, and distortion correction for digital cameras is necessary. Methods for distortion parameter estimation can be classified into three major categories: point correspondence-based methods, multi-view auto-calibration, and line-based methods. Point correspondence-based methods estimate the distortion parameters by using a known pattern such as a chessboard, and they are highly reliable and accurate in distortion parameter estimation. However, these methods have high requirements for working conditions. Multi-view auto-calibration aims to extract camera parameters automatically from a sequence of arbitrary natural images without any special pattern. The main limitation of the method is that it requires multiple images under camera motion, and it is inappropriate for fixed cameras and online distortion parameter estimation. In contrast to the point correspondence and auto-calibration methods, line-based methods estimate distortion parameters by using distorted straight lines from a single image or a small number of images and can achieve robust distortion parameter estimation. However, line-based methods require at least three or more distorted straight lines to estimate the distortion parameters. In our research, we find that two distorted straight lines can provide the constraints of distortion parameters, and the ranges of the distortion parameters can be determined via these constraints. Based on the above conditions, we present a novel method for distortion parameter estimation via two distorted straight lines, and experimental results demonstrate that the proposed method is robust and efficient in distortion parameter estimation and can be widely applied.

Methods According to the property that the straight lines in three-dimensional (3D) space projected to the two-dimensional (2D) image plane do not change, an estimation method of lens distortion parameters based on two lines is presented in this study. Firstly, two distorted edges, which correspond to two straight lines, are used to derive the equation satisfied by the distortion parameters, and the ranges of the distortion parameters are determined using the size of the real image. Then an optimization objective function, which contains the distortion parameters, is constructed according to the fact that there are deviations between ideal straight lines and distorted straight lines, and the optimal distortion parameters are obtained using the enumerating-search method. The simulation and real experiments show that although the proposed method only uses two lines, it can accurately and effectively estimate the distortion parameters, which has obvious advantages compared with the mainstream methods.

Results and Discussions The simulated grid images and real images are used to test the proposed method, and the following results can be obtained:

1) The proposed method is extremely accurate in distortion parameter estimation (Table 1 and Table 2), and it is applicable for correcting pincushion and barrel distortions (Fig. 3).

2) In order to ensure the reliability and accuracy of distortion parameter estimation, two distorted straight lines, which are far from the image center, should be selected to estimate the distortion parameters (Fig. 4 and Fig. 5).

3) The proposed method is robust with respect to varying noise levels from 0.1 to 1 pixel for simulated images, and it is better than the mainstream methods (Fig. 6).

4) The proposed method is accurate enough for correcting real distorted images (Fig. 7).

Conclusions We propose a novel method based on two distorted straight lines to estimate the distortion parameters. This method works on a single image and does not require a special calibration pattern. Experimental results show that the proposed method is robust and accurate in distortion parameter estimation compared with the mainstream methods, and it is extremely useful in many applications such as self-driving and self-parking.

Key words machine vision; image processing; line features; distortion correction; radial distortion