

# 光学学报

## 空间振幅调制光谱偏振测量技术信息提取研究

冀海月<sup>1,2,3</sup>, 李双<sup>1,3\*</sup>, 向光峰<sup>1,2,3</sup>, 骆冬根<sup>1,3</sup>, 韩琳<sup>1,3</sup>, 汪军<sup>1,2</sup>, 洪津<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>中国科学院合肥物质科学研究院安徽光学精密机械研究所, 安徽 合肥 230031;

<sup>2</sup>中国科学技术大学, 安徽 合肥 230026;

<sup>3</sup>中国科学院通用光学定标与表征技术重点实验室, 安徽 合肥 230031

**摘要** 基于空间振幅调制的偏振测量技术,通过由复合光楔和检偏器组成的偏振调制模块将入射光偏振信息调制到空间维,再结合色散模块能够在单次测量中同时获取目标的偏振信息和光谱信息。首先,介绍了系统测量原理,推导出系统调制和解调方程。然后,通过对解调方程的分析,证明了系统具有区分不同偏振态入射光的能力,评估了检偏角对测量结果的不确定度和系统调制效率的影响。最后,给出了系统空间维和光谱维的定标方法,利用系统原理样机进行了偏振测量实验。实验结果表明,系统偏振度测量误差小于 0.060,斯托克斯参数  $Q$ 、 $U$ 、 $V$  的测量误差分别小于 0.052、0.035、0.057,测量结果说明了理论分析的正确性。

**关键词** 测量; 偏振; 空间调制; 复合光楔

中图分类号 TH744

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS221952

### 1 引言

气溶胶是全球大气的重要组成部分,对全球气候变化、人类健康等方面具有重要的影响。偏振探测技术在大气气溶胶监测方面具有重要的应用<sup>[1]</sup>,传统偏振测量仪器采用分时测量的方法,通过多次改变分析器和调制器的相对位置来获得目标的偏振信息,如中国科学院上海技术物理研究所研制的多角度宽波段成像仪、中国科学院安徽光学精密机械研究所研制的多角度偏振成像仪<sup>[2]</sup>。当待测目标和仪器处在快速相对运动的状态时,使用分时测量方法获取准确的目标偏振信息有一定难度。因此,近年来静态偏振测量方法成为了偏振测量技术的热点<sup>[3]</sup>。2003年 Oka 等<sup>[4]</sup>提出了基于楔形棱镜的空间调制型静态偏振测量技术。随后 Sparks 等<sup>[5]</sup>在楔形棱镜方案上进行改进,提出了以复合光楔-偏振片为偏振调制模块的空间振幅调制偏振测量方案,并增加了色散模块,实现了通过单次测量同时获取到目标偏振信息和光谱信息。Pertenis 等<sup>[6]</sup>改进了复合光楔的材料,将工作波段扩展到紫外和近红外区域。韩琪玥等<sup>[7]</sup>和袁齐等<sup>[8]</sup>对该测量技术分别进行了调制原理和调制模块消色差的研究。目前针对空间振幅调制偏振测量技术的研究主要集中在调制原理和调制模块材料的选择上,缺少对此系统偏振态区

分能力、调制效率和解调不确定度等信息提取方面的研究。

本文基于空间振幅调制偏振测量技术的调制原理,推导出系统调制和解调方程。通过对解调方程的分析,证明了系统具有区分不同偏振态入射光的能力。在噪声条件下,评估了检偏角对测量结果的不确定度和系统调制效率的影响。最后,给出了系统空间维和光谱维的定标方法,利用原理样机搭建实验装置进行偏振测量实验并给出偏振测量精度。

### 2 测量原理

#### 2.1 调制模块

为实现偏振态的空间调制,需要使用调制器在  $o$  光和  $e$  光之间提供可变的相位延迟,故可采用光楔作为调制模块。如图 1 所示,顶角为  $\epsilon$ 、双折射率为  $\Delta n = n_e - n_o$  的单光楔的延迟量沿着  $y$  方向连续变化,此时光楔顶部延迟量为零,且沿光楔顶部向下偏移  $\delta y$  时单光楔的延迟量  $\phi = \frac{2\pi\Delta n(\lambda)\tan\epsilon}{\lambda} \cdot \delta y$ 。

由于将单个光楔与偏振片结合,只能测量 Stokes 矢量中的  $Q$ 、 $U$  分量,不能完整地测量 Stokes 矢量。因此,为测得完整的斯托克斯矢量需要在调制模块中添加第二个光楔,其顶角为  $2\epsilon$ ,是第一个光楔的二倍。为

收稿日期: 2022-11-08; 修回日期: 2022-12-02; 录用日期: 2022-12-13; 网络首发日期: 2023-01-06

基金项目: 国家自然科学基金委员会-中国科学院天文联合基金(U1331111)、王宽诚率先进人才计划“卢嘉锡国际合作团队项目”(GJTD-2018-15)

通信作者: \*shli@aiofm.ac.cn

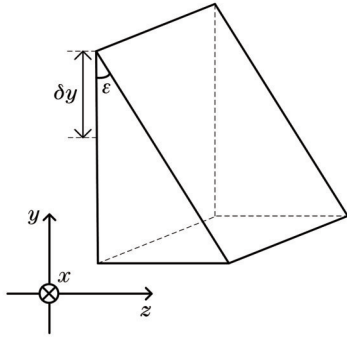


图 1 单光楔  
Fig. 1 Single wedge

为了使调制模块的形状更加稳固并引入对称性,采用光轴角度与原光楔正交,其他参数完全相同的两个光楔分别与原光楔复合,组成如图 2 所示的双复合光楔调制模块。

$$\begin{cases} \phi_{1-1} = \frac{2\pi\Delta n \tan \varepsilon}{\lambda} \cdot \left(\frac{d}{2} - \delta y\right) \\ \phi_{1-2} = \frac{2\pi\Delta n \tan \varepsilon}{\lambda} \cdot \left(\frac{d}{2} + \delta y\right) \\ \phi_{2-1} = \frac{2\pi\Delta n \tan 2\varepsilon}{\lambda} \cdot \left(\frac{d}{2} - \delta y\right) \\ \phi_{2-2} = \frac{2\pi\Delta n \tan 2\varepsilon}{\lambda} \cdot \left(\frac{d}{2} + \delta y\right) \end{cases} \quad (1)$$

为同时测量目标的光谱信息,需要在偏振调制模块后加入光栅色散模块。完整的测量系统如图 3 所示,主要由偏振调制模块和光栅色散部分组成。其中偏振调制模块由双复合光楔和偏振片组成,作用是完成对 Stokes 参数的调制,光栅色散模块由透射光栅和透镜组成,作用是对入射光进行色散分光,最后在探测器面上形成二维光强分布,一维获取光谱信息,另一维获取调制信息。

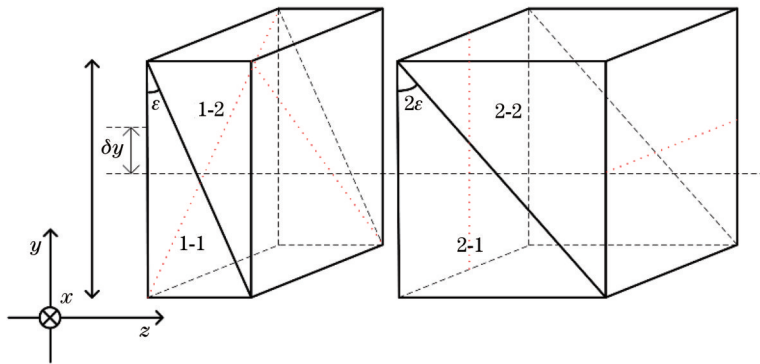


图 2 双复合光楔  
Fig. 2 Double combo wedge

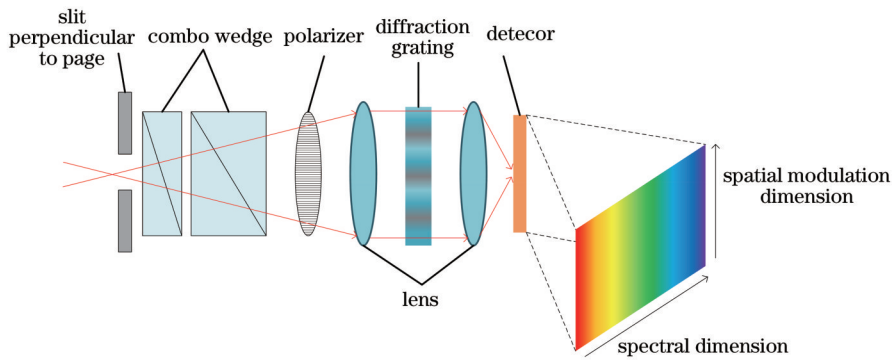


图 3 空间振幅调制光谱偏振测量系统示意图  
Fig. 3 Schematic diagram of spatial amplitude modulation spectral polarization measurement system

### 2.2 调制和解调方程

在理想情况下,检偏角为  $\theta$  的偏振片 Mueller 矩阵  $M_p^{[9]}$  可以表示为

$$M_p = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

光轴方位角为  $\theta_i$ 、延迟量为  $\phi_i$  的单光楔 Mueller 矩阵  $M_i (i = 1-1, 1-2, 2-1, 2-2)^{[9]}$  可以表示为

$$M_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta_i + \sin^2 2\theta_i \cos \phi_i & \cos 2\theta_i \sin 2\theta_i (1 - \cos \phi_i) & -\sin 2\theta_i \sin \phi_i \\ 0 & \cos 2\theta_i \sin 2\theta_i (1 - \cos \phi_i) & \sin^2 2\theta_i + \cos^2 2\theta_i \cos \phi_i & \cos 2\theta_i \sin \phi_i \\ 0 & \sin 2\theta_i \sin \phi_i & -\cos 2\theta_i \sin \phi_i & \cos \phi_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

偏振调制模块的 Mueller 矩阵  $M$  可以由四个单光楔形 Mueller 矩阵和偏振片 Mueller 矩阵级联得到, 假定入射光的 Stokes 矢量为  $S_{in} = [I \ Q \ U \ V]^T$ , 出射光的 Stokes 矢量为调制模块 Mueller 矩阵和入射光 Stokes 矢量的乘积:

$$S_{out} = M \cdot S_{in} \quad (4)$$

$$M = M_p \cdot M_{2-2} \cdot M_{2-1} \cdot M_{1-2} \cdot M_{1-1}$$

由于探测器只能接收光强信息, 所以只保留式(4)中输出 Stokes 矢量的第一行, 得到光强调制方程式为

$$I_{out}(y, \lambda) = i \cdot I + q(y, \lambda) \cdot Q + u(y, \lambda) \cdot U + v(y, \lambda) \cdot V \quad (5)$$

调制方程中调制系数表示为

$$\begin{cases} i = 0.5 \\ q(y, \lambda) = 0.5(\cos \Phi \cos 2\theta - \sin \Phi \sin 2\theta \sin 2\theta) \\ u(y, \lambda) = 0.5 \cos 2\Phi \sin 2\theta \\ v(y, \lambda) = 0.5(\sin \Phi \cos 2\theta + \cos \Phi \sin 2\theta \sin 2\theta) \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\Phi = \phi_{1-1} - \phi_{1-2}; 2\Phi = \phi_{2-1} - \phi_{2-2}$

由光强调制方程可以看出, 输出光强是空间位置和波长的函数, 当固定波长时输出光强是空间位置的周期函数。可以通过读取固定波长下不同空间位置的  $N$  个调制光强值来建立测量方程组:

$$\begin{cases} I_{out}(y_1) = i \cdot I + q(y_1) \cdot Q + u(y_1) \cdot U + v(y_1) \cdot V \\ I_{out}(y_2) = i \cdot I + q(y_2) \cdot Q + u(y_2) \cdot U + v(y_2) \cdot V \\ I_{out}(y_3) = i \cdot I + q(y_3) \cdot Q + u(y_3) \cdot U + v(y_3) \cdot V \\ \vdots \\ I_{out}(y_N) = i \cdot I + q(y_N) \cdot Q + u(y_N) \cdot U + v(y_N) \cdot V \end{cases} \quad (7)$$

由此方程组可解出入射光的偏振态, 然而考虑到调制系数的复杂性和任意数量的方程, 需要证明测量方程组求解入射光偏振态的唯一性。

### 3 解调分析

#### 3.1 测量结果的唯一性

为了验证上述测量方案的可行性, 要分析该测量方案区分不同偏振态入射光的能力<sup>[10]</sup>, 即证明输入不同的 Stokes 矢量会输出不同的光强分布。采用反证法进行说明, 假设在固定波长、任意空间位置下, 存在两组不同的输入 Stokes 矢量会输出相同的光强分布, 如下式所示:

$$\begin{cases} S_{in1} \neq S_{in2} \\ I_{out1}(y) = I_{out2}(y) \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $S_{in1} = [I_1 \ Q_1 \ U_1 \ V_1]^T; S_{in2} =$

$[I_2 \ Q_2 \ U_2 \ V_2]^T; I_{out1}(y)$  和  $I_{out2}(y)$  表示固定波长下的输出光强值, 如下式所示:

$$\begin{cases} I_{out1}(y) = i \cdot I_1 + q(y) \cdot Q_1 + u(y) \cdot U_1 + v(y) \cdot V_1 \\ I_{out2}(y) = i \cdot I_2 + q(y) \cdot Q_2 + u(y) \cdot U_2 + v(y) \cdot V_2 \end{cases} \quad (9)$$

式中的调制系数  $i, q(\lambda), u(\lambda), v(\lambda)$  如式(6)所示。结合式(8)和式(9)可得:

$$i \cdot \Delta I + q(y) \cdot \Delta Q + u(y) \cdot \Delta U + v(y) \cdot \Delta V = 0 \quad (10)$$

式中:  $\Delta I = I_2 - I_1; \Delta Q = Q_2 - Q_1; \Delta U = U_2 - U_1; \Delta V = V_2 - V_1$ 。由于输入的两个 Stokes 矢量不同, 所以  $\Delta I, \Delta Q, \Delta U, \Delta V$  不全为零。因此只有  $[1, q(y), u(y), v(y)]$  线性相关时式(10)成立。利用 Wronskian 行列式分析  $[1, q(y), u(y), v(y)]$  的相关性, Wronskian 行列式<sup>[10]</sup>可以表示为

$$W[1, q(y), u(y), v(y)] = \begin{vmatrix} 1 & q(y) & u(y) & v(y) \\ 0 & \frac{dq(y)}{dy} & \frac{du(y)}{dy} & \frac{dv(y)}{dy} \\ 0 & \frac{d^2q(y)}{dy^2} & \frac{d^2u(y)}{dy^2} & \frac{d^2v(y)}{dy^2} \\ 0 & \frac{d^3q(y)}{dy^3} & \frac{d^3u(y)}{dy^3} & \frac{d^3v(y)}{dy^3} \end{vmatrix} \forall y \in \left[-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}\right] \quad (11)$$

Wronskian 行列式随空间位置的变化如图 4(a) 所示, 说明在给出固定波长时 Wronskian 行列式在对应的空间位置区间内不恒为零; 同样在固定空间位置时可得到 Wronskian 行列式随波长的变化如图 4(b) 所示, 说明在固定空间处 Wronskian 行列式在对应的波长区间内不恒为零。因此由 Wronskian 定理可以推断  $[1, q(y), u(y), v(y)]$  是线性独立的<sup>[11]</sup>, 说明了式(10)是不成立的, 即不能从两组不同的输入偏振态得到相同的强度输出。证明了由一组输出光强值得入射光偏振态是唯一的, 该测量方案具有区分不同入射偏振态的能力。

#### 3.2 测量结果的不确定度

前面给出解的唯一性分析是在无噪声的理想情况下进行的。事实上, 在真实的测量过程中存在多种噪声, 包括光子噪声、暗电流噪声、读出噪声等。这里主要考虑实际输出光强值与理论输出光强值之间的差异由光子噪声产生, 分析噪声对 Stokes 参数提取质量的影响。

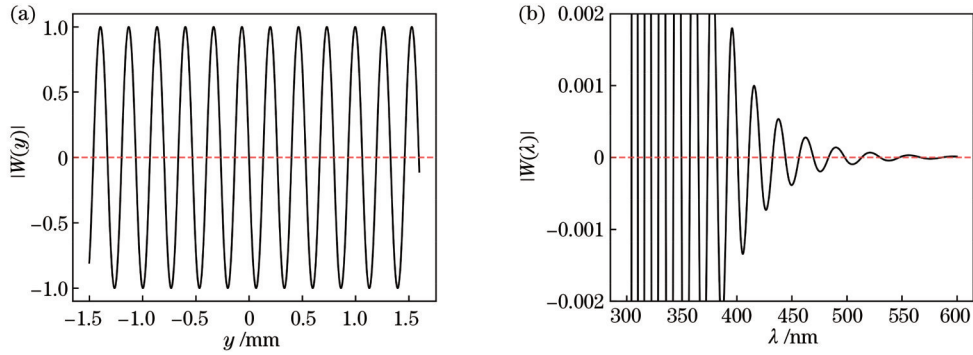


图 4 归一化的 Wronskian 行列式变化。(a)  $\lambda=546.07\text{ nm}$ ; (b)  $y=1.5\text{ mm}$

Fig. 4 Variation of normalized Wronskian determinant. (a)  $\lambda=546.07\text{ nm}$ ; (b)  $y=1.5\text{ mm}$

固定某一波长,不同空间位置的实际输出光强值由理论输出光强值和每个像元的噪声  $\sigma(y_i)$  组成,如下式所示:

$$I_{\text{real}}(y_i) = I_{\text{out}}(y_i) + \delta(y_i). \quad (12)$$

假设在固定波长时,探测器上一列像元的标准差相同,因为光子噪声服从泊松分布,噪声的标准差可以

表示为

$$\sigma(y_i) = \sigma = \sqrt{\frac{N_{\text{tot}}}{N}}, \quad (13)$$

式中,  $N_{\text{tot}}$  表示总光子数。

结合式(5)、式(12),应用最小二乘法求解 Stokes 参数可以得到:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{I_{\text{real}}(y_i) - I_{\text{out}}(y_i)}{\delta(y_i)} \right]^2 = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{I_{\text{real}}(y_i) - [i \cdot I + q(y_i) \cdot Q + v(y_i) \cdot U + v(y_i) \cdot V]}{\delta(y_i)} \right\}^2. \quad (14)$$

为得到最小拟合优度参数  $\chi^2$ ,将式(14)分别对 Stokes 参数求偏导数并令其为零可得:

$$\underbrace{\sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} \frac{i^2}{\delta^2(y_i)} & \frac{i \cdot q(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{i \cdot u(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{i \cdot v(y_i)}{\delta^2(y_i)} \\ \frac{i \cdot q(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{q^2(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{q(y_i) \cdot u(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{q(y_i) \cdot v(y_i)}{\delta^2(y_i)} \\ \frac{i \cdot u(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{q(y_i) \cdot u(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{u^2(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{u(y_i) \cdot v(y_i)}{\delta^2(y_i)} \\ \frac{i \cdot v(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{q(y_i) \cdot v(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{u(y_i) \cdot v(y_i)}{\delta^2(y_i)} & \frac{v^2(y_i)}{\delta^2(y_i)} \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}}_S = \sum_{i=1}^N \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{I_{\text{real}}(y_i) \cdot i}{\delta^2(y_i)} \\ \frac{I_{\text{real}}(y_i) \cdot q(y_i)}{\delta^2(y_i)} \\ \frac{I_{\text{real}}(y_i) \cdot u(y_i)}{\delta^2(y_i)} \\ \frac{I_{\text{real}}(y_i) \cdot v(y_i)}{\delta^2(y_i)} \end{bmatrix}}_Y. \quad (15)$$

根据最小二乘法,曲率矩阵  $B^{-1}$  的对角线元素分别为四个 Stokes 参数的方差,非对角线元素表示协方差。可以利用积分代替求和计算矩阵  $B$  中每个矩阵元的表达式为

$$\sum_{i=1}^N f(y_i) = \frac{N}{nx} \int_0^{nx} f(y) dy, \quad (16)$$

式中,  $nx$  表示一个调制周期的像元数量。由式(6)可知,  $q(y_i), u(y_i), v(y_i)$  均为三角函数形式,因此矩阵  $B$  中非对角线元素经整周期积分后均为零,对角线元素因存有平方项积分后为正数,整理后矩阵  $B$  如下式所示:

$$B = \frac{N}{32\sigma^2} \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 4\theta + 2\sin 4\theta + 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4\sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos 4\theta - 2\sin 4\theta + 3 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

式中,  $\theta$  为检偏角。

结合式(15)、式(17)可求出曲率矩阵  $B^{-1}$ ,进而得

到四个 Stokes 参数的归一化标准差分别为

$$\begin{cases} \sigma(I) = B_{11}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{N_{\text{tot}}}} \\ \sigma(Q) = B_{22}^{-1} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{N_{\text{tot}} \cdot \sqrt{\cos 4\theta + 2\sin 4\theta + 3}}} \\ \sigma(U) = B_{33}^{-1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{N_{\text{tot}} \cdot |\sin 4\theta|}} \\ \sigma(V) = B_{44}^{-1} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{N_{\text{tot}} \cdot \sqrt{\cos 4\theta - 2\sin 4\theta + 3}}} \end{cases} \quad (18)$$

一般情况下,对于典型的科学 CCD 每个像元可容纳 100000 个电子<sup>[5]</sup>,每列 1000 个像元时为  $\sqrt{N_{\text{tot}}} = 0.0001$ ,Stokes 参数不确定度随偏振片方位角的变化如图 5 所示。图中表明,参数  $Q$  和  $V$  的不确定度分别在检偏角取  $15.9^\circ$  和  $74.1^\circ$  时达到最小值 0.000124,参数  $U$  的不确定度在检偏角取  $45^\circ$  时达到最小值 0.00014。且当测量系统中其他参数固定时,Stokes 参数的不确定度是检偏角的周期函数,当检偏角变化  $90^\circ$  时,Stokes 参数的不确定度不变。

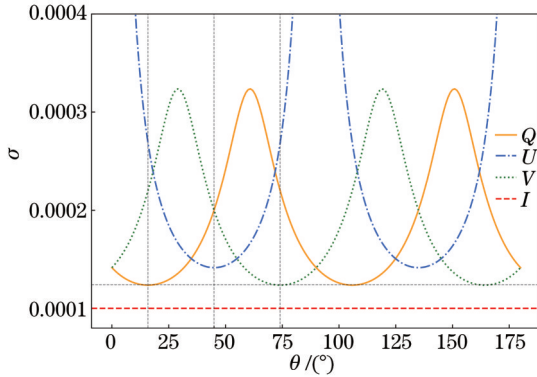


图 5 Stokes 参数的不确定度随检偏角的变化情况

Fig. 5 Variation of uncertainty of Stokes parameter with analyzer angle

## 4 调制效率

固定波长条件时可在空间维中选取  $N$  个调制后的光强值建立含有  $N$  个等式的解调方程组来求解入射的 Stokes 矢量,如式(7)所示。由于此测量系统的调制原理是调制模块在空间方向上相位的连续变化,理论上  $N$  可以取到无穷个,但是考虑到探测器的实际高度与像元大小要通过有限数量的调制光强值来求解入射的 Stokes 矢量。本节通过分析  $N$  的大小对总调制效率的影响来选取合适大小的  $N$ ,并分析了不同的检偏角和波长对每个 Stokes 参数调制效率的影响。

将式(7)写为矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} I_{\text{out}}(y_1) \\ I_{\text{out}}(y_2) \\ \vdots \\ I_{\text{out}}(y_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & q(y_1) & u(y_1) & v(y_1) \\ i & q(y_2) & u(y_2) & v(y_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ i & q(y_N) & u(y_N) & v(y_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中, $O$ 为调制矩阵。入射的 Stokes 矢量为

$$\begin{cases} S_{\text{in}} = D \cdot I_{\text{out}} \\ D = (O^T O)^{-1} O^T \end{cases} \quad (20)$$

式中, $D$ 为解调矩阵。

根据文献[12]所述,Stokes 参数的调制效率可由解调矩阵  $D$  确定表示为

$$\xi_i = (N \cdot \sum_{j=1}^N D_{ij}^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (21)$$

式中, $i=(I, Q, U, V)$ 。总调制效率与 Stokes 参数的调制效率相关且最大值为 1,定义为

$$\xi = \sqrt{\xi_Q^2 + \xi_U^2 + \xi_V^2} \quad (22)$$

图 6 给出了该测量系统中总调制效率随  $N$  的变化情况。从图中整体的变化趋势来看,总调制效率随  $N$  的增加而提高并逐渐接近 1,当  $N \geq 130$  时总的调制效率将大于 0.99,因此尽可能选择较大的  $N$  值来构建解调矩阵有利于提高解调精度。

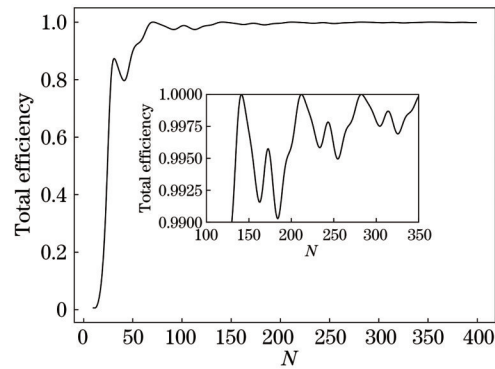


图 6 总调制效率随  $N$  的变化情况

Fig. 6 Variation of total modulation efficiency with  $N$

当取  $N=100, \lambda=546.07 \text{ nm}$  来构建调制和解调矩阵时,总效率和 Stokes 参数提取效率随检偏角的变化情况如图 7 所示。图 7(a)中结果表明,在检偏角的可选范围内,当检偏角为  $67.1^\circ$  时总调制效率最低为 0.938,当检偏角为  $44.5^\circ$  时总调制效率最高为 0.988。文献[12]中所提到的苏黎世成像偏振仪(ZIMPOL)的总调制效率为 0.72,先进斯托克斯偏振仪(ASP)的总调制效率为 0.88,特内里费红外偏振仪(TIP)的总调制效率为 0.92,文中所研究的测量模型总调制效率优于上述仪器,说明了该测量模型的部分优势。图 7(b)中结果表明,在检偏角可选范围内,参数  $Q, U, V$  的调制效率分别在检偏角取  $15.9^\circ, 45^\circ, 74.1^\circ$  时达到最大值 0.791、0.662、0.841,可以发现参数  $Q, U, V$  调制效率最大时的检偏角度与图 5 中其不确定度最小时的检偏角度一致,事实上 Stokes 参数的调制效率与 Stokes 参数不确定度的倒数正相关,Stokes 参数的调制效率越高其不确定度越低。

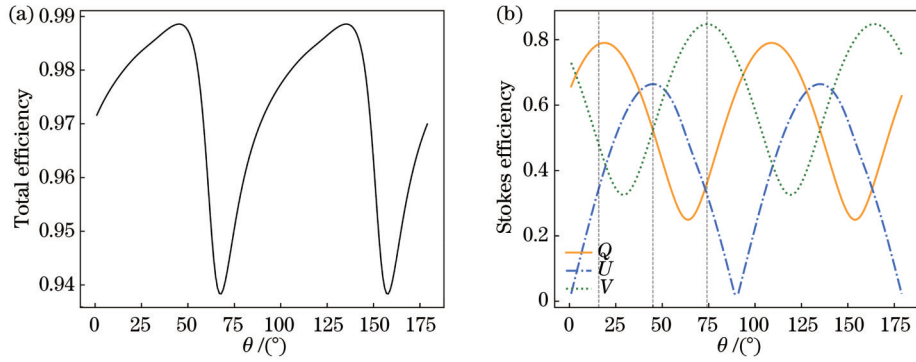


图 7 调制效率随检偏角的变化情况。(a)总调制效率;(b) Stokes 参数调制效率

Fig. 7 Variation of modulation efficiency with analyzer angle. (a) Total modulation efficiency; (b) modulation efficiency of Stokes parameters

当检偏角度为  $45^\circ$  时构建调制和解调矩阵,观察总效率和 Stokes 参数调制效率随波长的变化情况如图 8 所示。可以看出,不同的波长对效率有一定的影响,在所给波长范围内,波长为  $500\text{ nm}$  时总调制效率最高,

波长为  $584\text{ nm}$  时总调制效率最低。参数  $U$  的调制效率在所给波长范围内显著高于参数  $Q$ 、 $V$  的调制效率,这说明当取检偏角为  $45^\circ$  时求解参数  $U$  的精度应该略高于求解参数  $Q$ 、 $V$  的精度。

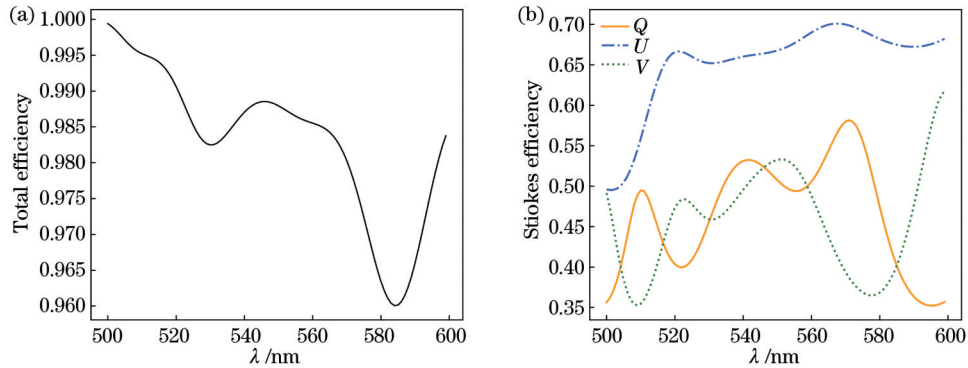


图 8 调制效率随波长的变化情况。(a)总调制效率;(b) Stokes 参数调制效率

Fig. 8 Variation of modulation efficiency with wavelength. (a) Total modulation efficiency; (b) modulation efficiency of Stokes parameters

## 5 偏振测量实验

结合上述的理论分析,利用空间振幅调制偏振光谱仪原理样机进行偏振测量实验,给出了原理样机的光谱维定标方法、空间维定标方法以及实验测量结果。实验装置如图 9 所示,偏振光源由积分球和偏振片组成,用来产生偏振光;仪器的内部结构如上文图 3 所示,主要由偏振调制模块和光栅色散部分组成,分别负责对 Stokes 参数的调制和入射光的色散,最后用面阵 CCD 获取调制光强数据。仪器中关键器件参数如下。

1) 光楔:采用两组石英材料的复合光楔作为相位延迟器,光楔高度均为  $20\text{ mm}$ ,其中第一组复合光楔由楔角为  $3^\circ$ 、光轴分别与  $y$  轴夹角为  $45^\circ$ 、 $135^\circ$  的两个单光楔复合而成;第二组复合光楔由楔角为  $6^\circ$ 、光轴分别与  $y$  轴夹角为  $0^\circ$ 、 $90^\circ$  的两个单光楔复合而成。

2) 狭缝和偏振片:狭缝缝长为  $5\text{ mm}$ ,缝宽为  $450\text{ nm}$ ;偏振片直径为  $50\text{ mm}$ ,工作波长为  $350\sim$

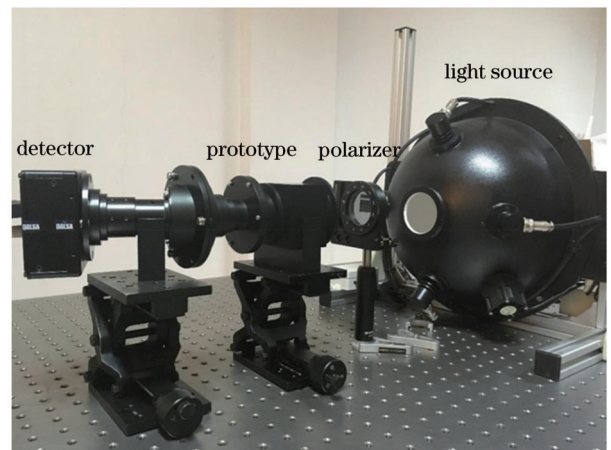


图 9 实验装置图

Fig. 9 Schematic diagram of experimental setup

$700\text{ nm}$ ,偏振片与  $y$  轴夹角为  $45^\circ$ 。

3) 探测器: DASLA 公司的 1M30 型号面阵相机,分辨率为  $1024\text{ pixel}\times 1024\text{ pixel}$ ,像元大小为

12 μm×12 μm。

### 5.1 光谱维定标

仪器中的色散模块利用衍射光栅色散和透镜组聚焦将不同波长的光投射在探测器不同列的像元上,通过光谱定标来建立波长和探测器列像元序号的线性对应关系。应用较多的光谱定标方法有单色仪法、可调谐激光器法和标准谱线灯法,其中标准谱线灯法利用特定化学元素放电时的特征谱线进行定标,具有实验装置搭建简单、定标效率高等优点<sup>[13]</sup>。故本文使用标准谱线灯法进行定标,根据仪器的工作波长范围采用汞氩灯作为标准定标光源。当入射光偏振态为  $S_m=[1, 0, 1, 0]$  时,探测器接收到的原始数据图像如图 10 所示。

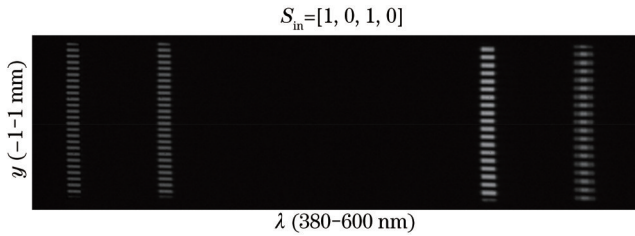


图 10 探测器采集的汞氩灯光谱图像

Fig. 10 Spectral image of mercury argon lamp acquired by detector

利用高斯拟合法对光谱定标数据进行处理从而确定特征光谱的中心波长位置与列像元序号之间的对应关系,图 11 给出了汞氩灯特征谱线为 546.07 nm 处的仪器光谱响应曲线,其中横坐标为列像元序号,纵坐标为响应光强值。

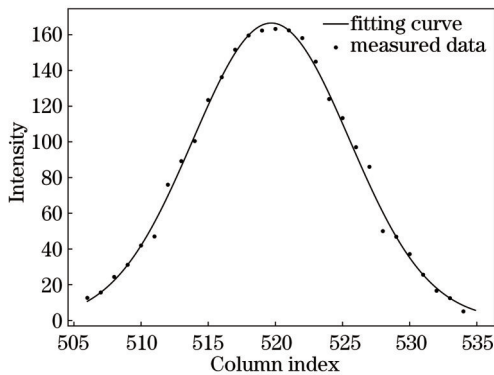


图 11 仪器光谱响应曲线

Fig. 11 Spectral response curve of instrument

将汞氩灯特征波长与高斯拟合得到的中心波长对应的像元列像元序号进行匹配,结果如表 1 所示。

表 1 波长-像元匹配关系

Table 1 Wavelength-pixel matching relationship

Wavelength /nm	Pixel of center peak
404.65	46.97
435.83	151.20
546.07	519.70

因为汞氩灯特征波长和探测器列像元号近似满足线性关系,采用最小二乘法对波长-像元数据进行回归分析,结果如图 12 所示。

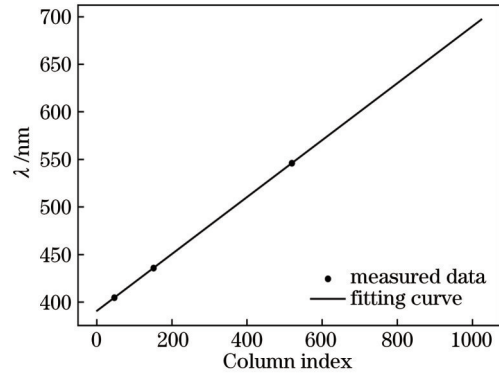


图 12 光谱定标回归直线

Fig. 12 Spectral calibration regression line

最终得到光谱定标方程式为

$$\lambda = 2.67225e^{-8} \cdot j^2 + 0.29914 \cdot j + 390.59929, \quad (23)$$

式中,  $j$  为列像元号。

### 5.2 空间维定标

除了通过上述光谱定标方程建立了波长和探测器列像元序号的线性对应关系外,还需要建立空间位置和探测器行像元序号的线性对应关系。根据上文中式 (5) 给出的光强调制方程模型,结合原理样机各元器件的方位角度,仪器的光强调制方程可以表示为

$$I_{out}(y, \lambda) = 0.5(I + \sin \Phi \sin 2\Phi \cdot Q + \cos 2\Phi \cdot U + \cos \Phi \sin 2\Phi \cdot V), \quad (24)$$

由上文已知式中  $\Phi = \frac{4\pi\Delta n(\lambda) \tan \epsilon}{\lambda} \cdot \delta y$ , 当输入偏振态为  $S_m=[1, 0, 1, 0]$  的入射光时,式 (24) 可写为

$$\begin{cases} I_{out}(y, \lambda) = 0.5 \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{T} \cdot \delta y \right) \\ T = \frac{\lambda}{4\Delta n(\lambda) \tan \epsilon} \end{cases}. \quad (25)$$

观察式 (25) 可知,当空间位置  $\delta y = \pm kT$ ,  $k = (0, 1, 2, \dots)$  时对应的输出光强值最大,由于仪器存在色差调制模块的相位延迟量受到波长的影响,不同波长对应的调制周期  $T$  也不同,这说明不同波长下最大输出光强值所对应的输入空间位置是不同的,因此输出的行像元序号也不同,如图 13 中虚线所示。但是在  $\delta y = 0$  处调制模块相位延迟量抵消为零即无色差影响,此时不同波长下最大输出光强值所对应输入空间位置和输出行像元序号相同,如图 13 中实线所示。

因此可以通过输入偏振态为  $S_m=[1, 0, 1, 0]$  的入射光作为标准量来确定  $\delta y = 0$  处空间位置所对应的行像元序号,采用高斯拟合方法确定三个波长下最大光强值所对应的行像元序号,如表 2 所示。分析表中数据可知,三个波长的光强最大值近似共同出现在

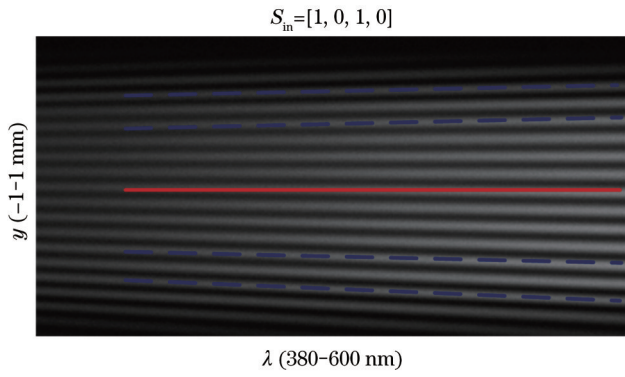


图 13 空间维定标示意图

Fig. 13 Schematic diagram of spatial calibration

482 行像元处,因此确定行像元序号 482 为  $\delta y = 0$  处,在其上下第  $k$  个最大光强值的行像元序号对应  $\delta y = \pm kT$  处。

此外,通过表 2 中的数据还可以确定出一个像元对应空间维度上的距离,从而给出空间维定标方程式为

$$\delta y = \frac{i - 482}{0.0573}, \quad (26)$$

式中,  $i$  为行像元序号。

### 5.3 实验结果

偏振光源由积分球和偏振片组成,按照一定角度间隔转动偏振片得到不同偏振态的入射光,经过仪器调制、色散后得到的数据如图 14 所示。

对输入不同偏振态入射光产生的调制数据图,选择波长为 546.07 nm、100 个不同空间位置的调制光强值,按式 (7) 构建测量方程,利用最小二乘法解调出 Stokes 矢量,不同输入的 Stokes 矢量对应的解调结果如表 3 所示。

由于输入的 Stokes 矢量不同时解调的误差值也不同,表 4 给出了偏振度和 Stokes 参数的最大解调误差。

表 4 中结果表明,仪器偏振度测量误差小于 0.06,  $Q$  分量测量误差小于 0.052,  $U$  分量测量误差小于 0.035,  $V$  分量测量误差小于 0.057。在上述实验设置下,  $U$  分量的测量精度明显高于  $Q$  分量和  $V$  分量的测量精度,由上文中分析可知,当检偏器角度设置为  $45^\circ$  时,  $U$  分量的调制效率高于  $Q$  分量和  $V$  分量的调制效率,且在 500~600 nm 的波长范围内  $U$  分量的调制效率也明显高于  $Q$  分量和  $V$  分量,实验结果与理论分析相吻合,说明了理论分析的正确性。

表 2 空间位置-像元匹配关系  
Table 2 Spatial location-pixel matching relationship

$\delta y$ / nm	5T	4T	3T	2T	T	0	-T	-2T	-3T	-4T	-5T
435.83	446	453	461	468	475	482	490	497	504	511	518
576.96	430	441	451	461	471	481	491	501	511	521	531
680.00	425	436	448	459	471	482	495	507	519	531	542

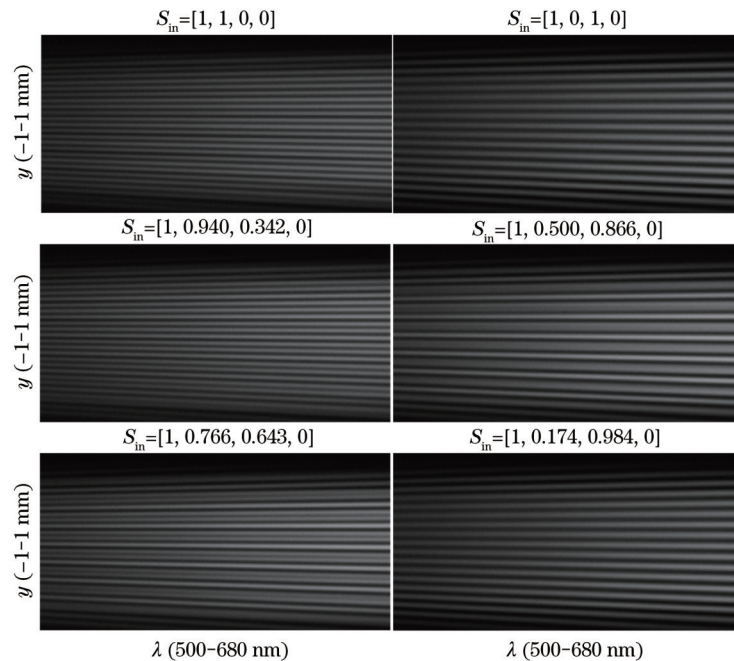


图 14 实验数据图

Fig. 14 Diagram of experimental data



表 3 输入 Stokes 矢量的解调结果

Table 3 Demodulation results of incident Stokes vector

Incident Stokes vector	Demodulated Stokes vector
[1, 1, 0, 0]	[1, 0.948, 0.012, 0.057]
[1, 0.940, 0.342, 0]	[1, 0.896, 0.328, 0.048]
[1, 0.766, 0.643, 0]	[1, 0.714, 0.610, 0.036]
[1, 0.500, 0.866, 0]	[1, 0.467, 0.839, 0.029]
[1, 0.174, 0.984, 0]	[1, 0.140, 0.951, 0.034]
[1, 0, 1, 0]	[1, 0.037, 0.965, 0.041]

表 4 解调误差

Table 4 Demodulation error

Error term	DoLP	Q	U	V
Maximum error	0.060	0.052	0.035	0.057

## 6 结 论

本文介绍了空间振幅调制偏振光谱测量技术的基本原理,给出了系统调制和解调方程。通过对解调方程的分析,证明了系统区分不同偏振态入射光的能力,评估了检偏角对 Stokes 参数解的不确定度和系统调制效率的影响。搭建实验装置进行了偏振测量实验,完成了系统的光谱维和空间维定标,实验结果具有一定的精度并且说明了理论分析的正确性。以上工作证明了空间振幅调制型光谱偏振测量技术的可行性,同时该测量技术具有无运动部件、结构稳定、单次测量即可获取目标全部 Stokes 信息等优点,未来有望应用于大气气溶胶探测任务。

### 参 考 文 献

- [1] 丁宁, 于博, 颜昌翔, 等. 星载气溶胶被动光学遥感仪器: 进展与未来展望[J]. 光学学报, 2022, 42(17): 1701002.  
Ding N, Yu B, Yan C X, et al. Spaceborne aerosol passive optical remote sensing instruments: progress and future prospects [J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(17): 1701002.
- [2] 黄禅. 多角度偏振成像仪实验室定标方法研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2021: 3-5.

- Huang S. Research on laboratory calibration methods of the directional polarimetric camera[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2021: 3-5.
- [3] 石晶晶, 胡亚东, 李孟凡, 等. 基于光谱调制的线偏振测量技术研究及精度验证[J]. 光学学报, 2022, 42(2): 0212003.  
Shi J J, Hu Y D, Li M F, et al. Research and accuracy verification of linear polarization measurement technology based on spectral modulation[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(2): 0212003.
- [4] Oka K, Kaneko T. Compact complete imaging polarimeter using birefringent wedge prisms[J]. Optics Express, 2003, 11(13): 1510-1519.
- [5] Sparks W, Germer T A, MacKenty J W, et al. Compact and robust method for full Stokes spectropolarimetry[J]. Applied Optics, 2012, 51(22): 5495-5511.
- [6] Pertenais M, Neiner C, Bernardi P, et al. Static spectropolarimeter concept adapted to space conditions and wide spectrum constraints[J]. Applied Optics, 2015, 54(24): 7377-7386.
- [7] 韩琪玥, 李双, 韩琳, 等. 双复合光楔偏振调制模块消色差研究[J]. 光子学报, 2018, 47(1): 0126001.  
Han Q Y, Li S, Han L, et al. Achromatic study on double combo wedge polarization modulation module[J]. Acta Photonica Sinica, 2018, 47(1): 0126001.
- [8] 袁齐, 李双, 韩琳. 空间振幅调制光谱偏振测量技术研究[J]. 光谱学与光谱分析, 2017, 37(11): 3321-3326.  
Yuan Q, Li S, Han L. Research on spatial amplitude modulation for spectropolarimetry measurement technology[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2017, 37(11): 3321-3326.
- [9] 廖延彪. 偏振光学[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 57-62.  
Liao Y B. Polarized light science[M]. Beijing: Science Press, 2003: 57-62.
- [10] Vasilescu B, Nazè Y, Loicq J. Solution uniqueness and noise impact in a static spectropolarimeter based on birefringent prisms for full Stokes parameter retrieval[J]. Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 2020, 6(2): 028001.
- [11] 蔡燧林. 常微分方程[M]. 4版. 杭州: 浙江大学出版社, 2017.  
Cai S L. Ordinary differential equation[M]. 4th ed. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2017.
- [12] Collados M. High resolution spectropolarimetry and magnetography[J]. ASP Conference Series, 1999, 184: 3-21.
- [13] 石晶晶, 李孟凡, 胡亚东, 等. 紫外可见偏振成像光谱仪的光谱定标与匹配方法[J]. 光学学报, 2022, 42(9): 0930002.  
Shi J J, Li M F, Hu Y D, et al. Spectral calibration and matching method for ultraviolet-visible polarization imaging spectrometer[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(9): 0930002.

# Research on Information Extraction of Spectrum Polarization Measurement Technology Based on Spatial Amplitude Modulation

Ji Haiyue<sup>1,2,3</sup>, Li Shuang<sup>1,3\*</sup>, Xiang Guangfeng<sup>1,2,3</sup>, Luo Donggen<sup>1,3</sup>, Han Lin<sup>1,3</sup>, Wang Jun<sup>1,2</sup>,  
Hong Jin<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, Anhui, China;

<sup>2</sup>University of Science and Technology of China, Hefei 230026, Anhui, China;

<sup>3</sup>Key Laboratory of Optical Calibration and Characterization, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, Anhui, China

## Abstract

Aerosols are an important part of the global atmosphere and have a great effect on global climate change and human health. Polarization detection technology has important applications in the monitoring of atmospheric aerosols. Traditional polarization measurement instruments use the time-sharing measurement method to obtain the polarization information of the target by changing the relative positions of the analyzer and modulator multiple times. It is difficult to accurately determine the polarization information of the target by the time-sharing measurement approach when the target to be measured and the instrument are in the state of rapid relative motion. This study reports a polarization measurement method based on spatial amplitude modulation, which modulates the polarization information of the incident light to the spatial dimension through a polarization modulation module composed of a combo wedge and a polarizer. The module is combined with the dispersion module to disperse the incident light, and thus, the polarization information and spectral information of the target can be obtained simultaneously in a single measurement. In addition, the structure is stable without moving parts.

**Methods** Firstly, the measurement principle of the system is introduced, and the modulation and demodulation equations of the system are derived. Then, the system's ability to distinguish incident light with different polarization states is demonstrated through the analysis of the demodulation equation, and the effect of the analyzer angle on the uncertainty of the measurement results is evaluated. After that, the effect of the amount of demodulated data on the overall modulation efficiency of the system is analyzed, and the effect of the analyzer angle on the modulation efficiency of Stokes parameters is evaluated. Finally, the system's calibration method of spatial and spectral dimensions is given, and the polarization measurement experiment is carried out with the system's principle prototype.

**Results and Discussions** The uncertainties of the Stokes parameters  $Q$  and  $V$  reach the minimum value of 0.000124 at the analyzer angle of  $15.9^\circ$  and  $74.1^\circ$ , respectively, and the uncertainty of the Stokes parameter  $U$  reaches the minimum value of 0.00014 at the analyzer angle of  $45^\circ$  (Fig. 5). The overall modulation efficiency of the system is greater than 0.99 when the amount of demodulated data is greater than 130 (Fig. 6). The impact of the analyzer angle on the modulation efficiency of Stokes parameters is analyzed at the wavelength of 546.07 nm. The modulation efficiencies of Stokes parameters  $Q$ ,  $U$ , and  $V$  reach the maximum values of 0.791, 0.662, and 0.841 when the analyzer angles are  $15.9^\circ$ ,  $45^\circ$ , and  $74.1^\circ$ , respectively (Fig. 7). The effect of wavelength on the modulation efficiency of Stokes parameters is analyzed at the analyzer angle of  $45^\circ$ , and the modulation efficiency of the Stokes parameters  $U$  is always higher than those of the Stokes parameters  $Q$  and  $V$  in the wavelength range from 500 nm to 600 nm (Fig. 8). The experimental results show that the measurement error of the degree of polarization of the system is less than 0.060, and the measurement errors of the Stokes parameters  $Q$ ,  $U$ , and  $V$  are less than 0.052, 0.035, and 0.057, respectively (Table 4). The measurement results illustrate the correctness of the theoretical analysis.

**Conclusions** The article introduces the basic principle of the polarization measurement technique based on spatial amplitude modulation and gives the modulation and demodulation equations of the system. The system's ability to distinguish incident light with different polarization states is demonstrated through demodulation equation analysis, and the effect of the analyzer angle on the uncertainty of the measurement results and the modulation efficiency of the system is evaluated. An experimental device is built for polarization measurement experiments, and the system's calibration method of spatial and spectral dimensions is given. The experimental results are accurate to a certain extent and illustrate the correctness of the theoretical analysis. The work proves the feasibility of spectral polarization measurement technology based on spatial amplitude modulation. It is expected to be applied to atmospheric aerosol detection tasks in the future.

**Key words** measurement; polarization; spatial modulation; combo wedge