

离轴三反望远镜的穆勒矩阵测量

赵鑫鑫^{1,2,3**}, 宋茂新^{2,3*}, 许智龙^{2,3}, 匡大鹏^{2,3}, 向光峰^{2,3}, 洪津^{1,2,3***}¹中国科学技术大学环境科学与光电技术学院, 安徽 合肥 230026;²中国科学院合肥物质科学研究院安徽光学精密机械研究所, 安徽 合肥 230031;³中国科学院通用光学定标与表征技术重点实验室, 安徽 合肥 230031

摘要 搭建了一种大口径反射式物镜的穆勒矩阵测量系统,建立了该测量系统受温度影响的数学分析模型,推导出对应的系统参数求解方程,获得准确的系统参数,最终实现三反物镜的穆勒矩阵测量。通过对延迟器进行温度测量和补偿,提升了测量结果的准确性,得到三反物镜的双向衰减和相位延迟量,与 CODE V 仿真理论值基本吻合,分别差 0.0002、0.5211°。利用所提方法测量的穆勒矩阵各因子的合成标准不确定度 ≤ 0.0006 ,对相机偏振测量精度的影响 $\leq 0.0038@p=1.0$ (p 为偏振度),因此所提方法可作为一种高精度的偏振定标方法。

关键词 测量; 双旋转延迟器; 离轴三反物镜; 穆勒矩阵; 偏振

中图分类号 O436.3

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS221873

1 引言

为利用偏振信息在目标识别增强及对比度提升^[1-3]的优势,可对传统相机增加偏振测量功能。空基全偏振相机通过在物镜焦面前放置波片和偏振分光棱镜,得到 4 个像面,每个像面对应不同的偏振测量矩阵,通过联立方程解算目标的全偏振信息^[4]。为了满足宽视场高分辨和宽光谱的测量需求,相机物镜采用镀银膜的离轴三反方案^[5]。除了法向入射(相位改变 π)和正交补偿外,金属反射一般会引入双向衰减和相位延迟^[6-7],从而影响系统的偏振测量精度,故需要测出三反物镜的穆勒矩阵,以评估其对偏振测量结果的影响。

双旋转延迟器穆勒矩阵测量仪因为器件结构简单、易对准和校准,因此应用广泛^[8],其测量模型及原理由 Azzam 教授^[9]于 1978 年提出。许多学者在测量方案优化和系统误差校准方面进行了研究:1990 年,Goldstein 和 Chipman^[10]仿真了 3 个方位角误差与 2 个延迟器延迟量误差单独和耦合引入的穆勒矩阵测量误差,并推导了小角度近似校准公式;1992 年,Chenault 等^[11]在文献[10]的基础上修正了校准公式,可以测量高达 22.5°的方位角误差和 $\lambda/8$ 的延迟量误差,并通过 2 次测量校准最小化方位角误差,提高系统精度;2002 年,Smith^[8]通过最小化系统数据约简矩阵的条件数,

得到 2 个延迟量的最优值为 127°;2008 年,Piller 等^[12]通过实验证明延迟器的方位角误差比起偏器和检偏器的方位角误差对测量结果的影响更大;2016 年,Li 等^[13]在宽谱段穆勒矩阵测量模型中引入与波长有关的 2 个退偏参数,使得紫外波段的退偏效应被明显修正;2021 年,苗政委等^[14]对椭偏仪直通标定时随机误差进行估计并分析最优配置方案;2022 年,郑州等^[15]通过最小二乘法和双旋转波片法相互验证椭偏仪的定标参数。上述研究中样品测量和系统参数定标可以在一个光路几乎同时完成,一般不考虑温度补偿,本文系统的参数定标与样品测量分离,无法保证二者温度完全一致。通过测出波片延迟量与温度的系数,补偿由温度变动导致的波片延迟量变化^[16],提高样品穆勒矩阵测量精度。

本文考虑了双旋转延迟器穆勒矩阵测量系统中消色差波片的温度效应,通过测量校正,得到准确的定标模型,在此基础上测量了大口径三反物镜的穆勒矩阵,通过极分解^[17]得到双向衰减、延迟等偏振参数,并评估了物镜穆勒矩阵测量不确定度对相机偏振精度的影响。所搭建的模型为反射系统的全偏振定标提供了一种新的方法和思路,特别是对大口径系统有重要意义。

2 测量原理

双旋转延迟器型穆勒矩阵测量原理^[10]如图 1 所

收稿日期: 2022-10-25; 修回日期: 2022-11-18; 录用日期: 2022-12-01; 网络首发日期: 2023-01-04

基金项目: 王宽诚率先进入人才计划“卢嘉锡国际合作团队项目”(GJTD-2018-15)、国家自然科学基金(42275144)、中国科学院合肥研究院院长基金(YZJJ202201-TS)

通信作者: *smx0369@163.com; **heyuee@mail.ustc.edu.cn; ***hongjin@aiofm.ac.cn

示,该测量系统由光源、偏振产生组件、偏振分析组件和探测器组成。光源出射光线经准直后正入射到起偏器产生标准线偏振光,经延迟器 1 调制后入射到待测样品,携带样品偏振信息后再由延迟器 2 调制和检偏器解调,最后聚焦到探测器。初始状态起偏器、检偏器

的透光轴和 2 个延迟器的快轴均保持一个方向,测量时 2 个延迟器以恒定角速率比旋转(本文选择 1:5),将待测样品的穆勒矩阵元素调制到不同频率的光强,通过由光强解调出的傅里叶系数得到穆勒矩阵的元素值。

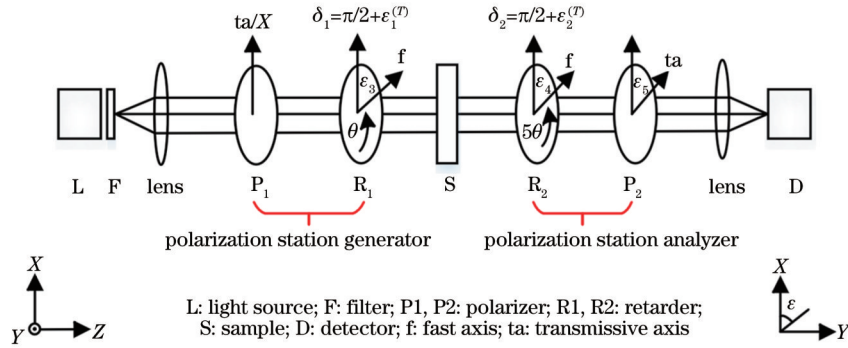


图 1 双旋转延迟器型穆勒矩阵测量原理

Fig. 1 Schematic of Mueller matrix dual-rotating retarder polarimeter

考虑光路中所有器件的偏振特性,将穆勒矩阵连乘,得到出射光 Stokes 矢量 S_{out} 为

$$S_{out} = tR(-\epsilon_5)M_{P_2}R(\epsilon_5)R(-5\theta)R(-\epsilon_4)M_{R_2}(\pi/2 + \epsilon_2^{(T)})R(\epsilon_4)R(5\theta) \cdot M_S \cdot R(-\theta)R(-\epsilon_3)M_{R_1}(\pi/2 + \epsilon_1^{(T)})R(\epsilon_3)R(\theta)M_{P_1}S_{in}, \quad (1)$$

式中: S_{in} 为入射非偏振光的 Stokes 矢量; M_{P_1} 、 M_{R_1} 、 M_{R_2} 、 M_{P_2} 分别为起偏器 P_1 、延迟器 R_1 、延迟器 R_2 、检偏器 P_2 的穆勒矩阵,偏振元件的穆勒矩阵表达式参见文献[7]; R 为旋转矩阵; $\epsilon_1^{(T)}$ 、 $\epsilon_2^{(T)}$ 表示温度为 T 时 R_1 、 R_2 的延迟量与理论值 $\pi/2$ 的误差; ϵ_3 、 ϵ_4 、 ϵ_5 分别为 R_1 、 R_2 、 P_2 的方位角(以起偏器的透光轴为参考并选为 X 轴); t 为系统透过率; M_S 为待测样品的 4×4 穆勒矩阵,其 16 个因子为 $m_{ij}(i, j = 1, 2, 3, 4)$; θ 、 5θ 分别是 R_1 、 R_2 的步进角。

$\epsilon_1^{(T)}$ 、 $\epsilon_2^{(T)}$ 与温度的关系为

$$\begin{cases} \epsilon_1^{(T)} = \epsilon_1^{(T_0)} + (\delta_1\gamma_1 - \delta_2\gamma_2)\Delta T_1 \\ \epsilon_2^{(T)} = \epsilon_2^{(T_0)} + (\delta_1\gamma_1 - \delta_2\gamma_2)\Delta T_2 \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $\epsilon_1^{(T_0)}$ 、 $\epsilon_2^{(T_0)}$ 表示温度为 T_0 时 R_1 、 R_2 的延迟量误差; δ_1 、 δ_2 、 γ_1 、 γ_2 为消色差波片中石英晶体和 MgF_2 晶体的延迟量与温度系数; ΔT_1 、 ΔT_2 为 R_1 、 R_2 的温度变化。

S_{out} 的第一个量为探测器接收的光强信号 I , 根据式(1), 将待测穆勒矩阵的前后矩阵相乘, 并将光强归一化后消掉 t , 则光强分量可表示为

$$I = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4] \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{22} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{33} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{44} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中: $a_i(i = 1, 2, 3, 4)$ 为偏振分析组件穆勒矩阵的首行, 2~4 行因与光强 I 的计算无关未列出; $p_j(j =$

1, 2, 3, 4) 为光到达样品前的 Stokes 矢量。

$$I = a_1 p_1 m_{11} + a_1 p_2 m_{12} + \dots + a_4 p_4 m_{44} = \sum_{i,j=1}^4 a_i p_j m_{ij} = \sum_{i,j=1}^4 \mu_{ij} m_{ij}, \quad (4)$$

式中: $\mu_{ij} = a_i p_j$, 含有待定参数 $\epsilon_k(k = 1, 2, 3, 4, 5)$ 和步进角度 θ 。将 16 个 μ_{ij} 展成角度为 θ 的傅里叶级数 f_{ij} , 则式(4)可表示为

$$I = \sum_{i,j=1}^4 \mu_{ij} m_{ij} = \sum_{i,j=1}^4 f_{ij} [\sin(2\theta), \cos(2\theta), \dots, \sin(24\theta), \cos(24\theta)] m_{ij}, \quad (5)$$

将同一级偶次谐波合并, 光强 I 可表示为

$$I = a_0 + \sum_{n=1}^{12} [a_n \cos(2n\theta) + b_n \sin(2n\theta)], \quad (6)$$

式中: a_0 、 a_n 、 b_n 为对应级数的傅里叶系数, 一共有 25 个系数。

25 个傅里叶系数是待测穆勒矩阵各因子 m_{ij} 和系统参数 ϵ_k 的函数 g , 即

$$a_0, a_n, b_n = g_l [m_{ij}(i, j = 1, 2, 3, 4), \epsilon_k(k = 1, 2, 3, 4, 5), l = 1, 2, 3, \dots, 25]. \quad (7)$$

当 5 个待定参数 ϵ_k 已知, 在测量周期内, 旋转角的数量 ≥ 25 时, 由式(6)可求得 25 个傅里叶系数, 然后根据式(7)求得 m_{ij} 。

要测量待测穆勒矩阵的元素 m_{ij} , 首先要获取系统的待定参数 ϵ_k 。通过测量一个穆勒矩阵已知的器件,

本文采用直通模式测空气, 即 M_s 为单位矩阵, 将其代入式(7), 则 5 个待定参数与傅里叶系数的关系为

$$\begin{cases} a_0 = 0.5 + 0.125\cos(2\epsilon_5)(\sin\epsilon_1^{(T)} - 1)(\sin\epsilon_2^{(T)} - 1) \\ a_2 = -0.125\cos(2\epsilon_5 - 4\epsilon_3)(\sin\epsilon_1^{(T)} + 1)(\sin\epsilon_2^{(T)} - 1) \\ a_4 = -0.25\cos(2\epsilon_3 - 2\epsilon_4 + 2\epsilon_5)\cos\epsilon_1^{(T)}\cos\epsilon_2^{(T)} \\ a_6 = 0.25\cos(2\epsilon_3 + 2\epsilon_4 - 2\epsilon_5)\cos\epsilon_1^{(T)}\cos\epsilon_2^{(T)} \\ a_8 = 0.125\cos(4\epsilon_3 - 4\epsilon_4 + 2\epsilon_5)(\sin\epsilon_1^{(T)} + 1)(\sin\epsilon_2^{(T)} + 1) \\ a_{10} = -0.125\cos(4\epsilon_4 - 2\epsilon_5)(\sin\epsilon_1^{(T)} - 1)(\sin\epsilon_2^{(T)} + 1) \\ b_2 = -0.125\sin(2\epsilon_5 - 4\epsilon_3)(\sin\epsilon_1^{(T)} + 1)(\sin\epsilon_2^{(T)} - 1) \\ b_4 = -0.25\sin(2\epsilon_3 - 2\epsilon_4 + 2\epsilon_5)\cos\epsilon_1^{(T)}\cos\epsilon_2^{(T)} \\ b_6 = -0.25\sin(2\epsilon_3 + 2\epsilon_4 - 2\epsilon_5)\cos\epsilon_1^{(T)}\cos\epsilon_2^{(T)} \\ b_8 = 0.125\sin(4\epsilon_3 - 4\epsilon_4 + 2\epsilon_5)(\sin\epsilon_1^{(T)} + 1)(\sin\epsilon_2^{(T)} + 1) \\ b_{10} = 0.125\sin(4\epsilon_4 - 2\epsilon_5)(\sin\epsilon_1^{(T)} - 1)(\sin\epsilon_2^{(T)} + 1) \end{cases} \quad (8)$$

根据式(8), 通过给定 ϵ_k 初值并使用 L-M (Levenberg-Marquardt) 最优化迭代可求得 5 个待定参数 ϵ_k 。求得 ϵ_k 后, 根据式(7), 通过 25 个超定方程给定 M_s 初值并使用 L-M 最优化迭代求解出待测器件的穆勒矩阵。

3 方法与结果

3.1 系统参数定标

系统参数定标光路如图 2 所示, 样品为空气。为避免不同波长下的系统偏振特性差异, 在光源后放置

中心波长为 670 nm、带宽为 20 nm 的滤光片构建准单色光, 光源采用卤钨灯积分球, 在球口处放置直径为 1 mm 的针孔, 起偏器为格兰泰勒棱镜, 检偏器为 codixx VISIR 偏振片, 2 个延迟器是由石英和 MgF_2 胶合而成的 1/4 消色差波片, 单元探测器为 newport 的光功率计, 准直和聚焦透镜均使用焦距为 80 mm、口径为 25 mm 的消色差双胶合透镜。棱镜、偏振片和 2 个波片分别安装在 4 个北光 RS102 一维精密电动转台上。实验中用 PT100 温度传感器监测波片 1、2 安装面的温度。实验使用器件参数如表 1 所示。

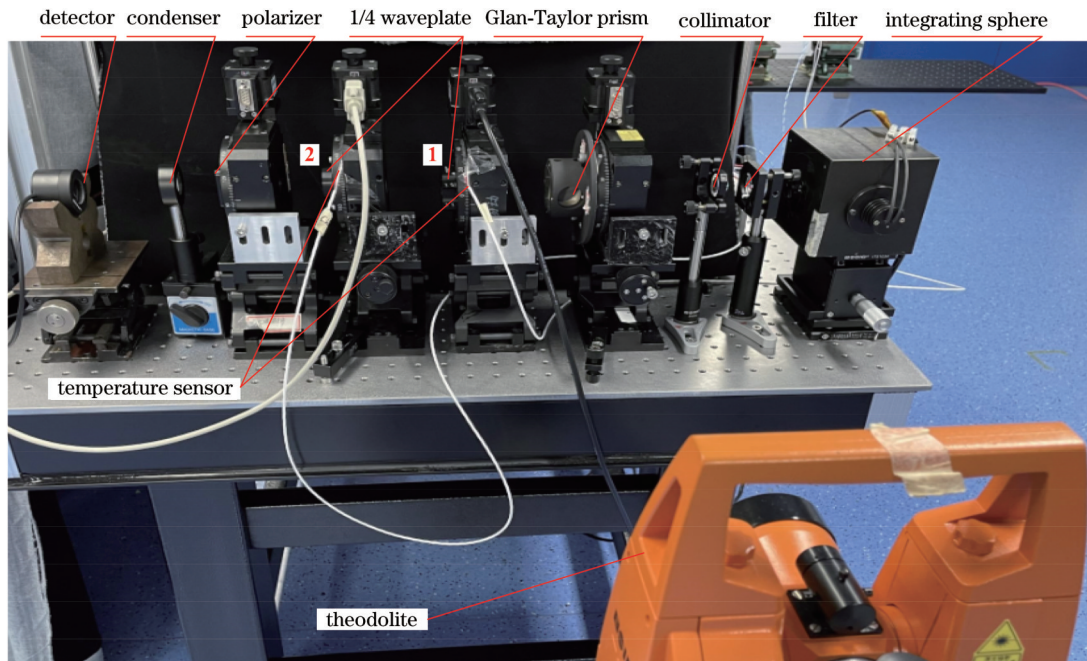


图 2 系统参数定标实验装置

Fig. 2 Diagram of system parameters calibration experiment device

表 1 测量系统的器件参数
Table 1 Device parameters of measurement system

Parameter	Value
Stability of light source /h	6×10^{-4}
Extinction ratio of Glan-Taylor prism and polarizer	$> 10^5$
Accuracy of the rotator /($^\circ$)	0.005
Retardance accuracy of 1/4 achromatic waveplate @400-700 nm	$\lambda/100$
Linearity of detector /%	± 0.5
Temperature measurement accuracy of PT100 sensor / $^\circ\text{C}$	± 0.1
Angular positioning accuracy of theodolite /($^\circ$)	0.005

1) 定位偏振定标器件的光轴

首先,放置格兰泰勒棱镜,以经纬仪为基准,观测棱镜侧面,利用棱镜侧面与透光偏振方向垂直的特点,将出射偏振光调整至水平;然后,放置检偏偏振片,步进旋转偏振片,根据最小二乘法计算的光强极值将透光轴定位至水平,转台角度置零;最后,将检偏器旋转至 90° ,依次放入 2 个延迟器,利用光强极值将其光轴调至水平^[18]。

2) 待定参数 ϵ_s 定标

系统开机后控制 2 个转台带动波片 1、2 分别以 5° 、 25° 步长旋转,每步旋转到位后,使用光功率计采集 10 个数据,待采集完成后再旋转到下一个位置,直到波片 1 转完 360° 。连续定标测试 12 h,用 PT100 温度传感

器监测波片 1、2 安装面的温度。I) 转台旋转产生热量,导致周围环境缓慢升温,将温度到达平衡状态后的数据记为有效数据,测量 30 组;II) 改变环境温度,待系统达到平衡状态时,重复步骤 I);III) 通过式(8)计算每组有效定标数据的延迟量,并提取对应时刻的波片温度,将二者进行最小二乘法线性拟合,得到波片延迟量的表达式。

由于实验测量的是安装面的温度,近似为波片的温度,将 $\epsilon_1^{(T)}$ 、 $\epsilon_2^{(T)}$ 的定标公式——式(2)改写为

$$\begin{cases} \epsilon_1^{(T)} = b_1 + k_1 \Delta T_1 \\ \epsilon_2^{(T)} = b_2 + k_2 \Delta T_2 \end{cases} \quad (9)$$

式中: k_1 、 k_2 、 b_1 、 b_2 为线性拟合系数。实测数据与拟合结果见图 3,系统参数定标结果如表 2 所示。

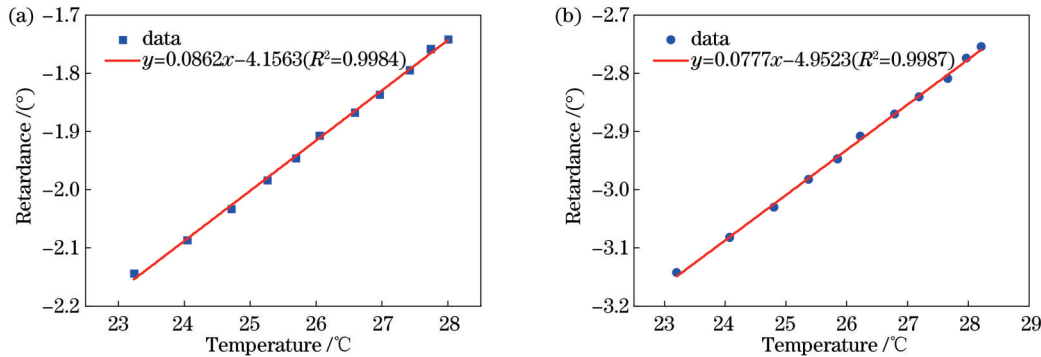


图 3 线性最小二乘法拟合的延迟量与温度关系。(a)波片 1;(b)波片 2

Fig. 3 Relationship of retardance and temperature fitted by linear least square method. (a) Waveplate 1; (b) waveplate 2

表 2 系统参数测量结果

Table 2 Measurement results of system parameters

Parameter	$\epsilon_3 / (^\circ)$	$\epsilon_4 / (^\circ)$	$\epsilon_5 / (^\circ)$	$k_1 / [(^\circ) \cdot ^\circ\text{C}^{-1}]$	$k_2 / [(^\circ) \cdot ^\circ\text{C}^{-1}]$	$b_1 / (^\circ)$	$b_2 / (^\circ)$
Value	0.2664	0.4858	0.4789	0.0862	0.0777	-4.1563	-4.9523

3.2 物镜的穆勒矩阵测量

图 4 为离轴三反物镜穆勒矩阵测量系统的光路图。积分球准单色光经准直透镜后依次入射到格兰泰勒棱镜和 1/4 波片 1,经望远扩束系统后准直入射到被测三反物镜,然后聚焦到物镜焦点处的针孔,又经准直透镜依次入射到 1/4 波片 2 和偏振片,最终聚焦到单元探测器。被测离轴三反物镜由主镜、次镜、三镜、校正

镜 1、校正镜 2 组成,口径为 115 mm,焦距为 700 mm,视场为 $8.5^\circ \times 0.055^\circ$,焦面针孔直径为 0.6 mm。

由于测量系统中安装了三反物镜,整个测试光路呈 V 形结构,光轴夹角为 6.73° ,出射端变为左手坐标系,X、Y、Z 轴均旋转 180° 。相对于图 1 所示的光路,在起偏器和波片 1 后增加望远扩束光路以满足大口径需求,在物镜焦面后增加准直透镜以保证出射光准直入

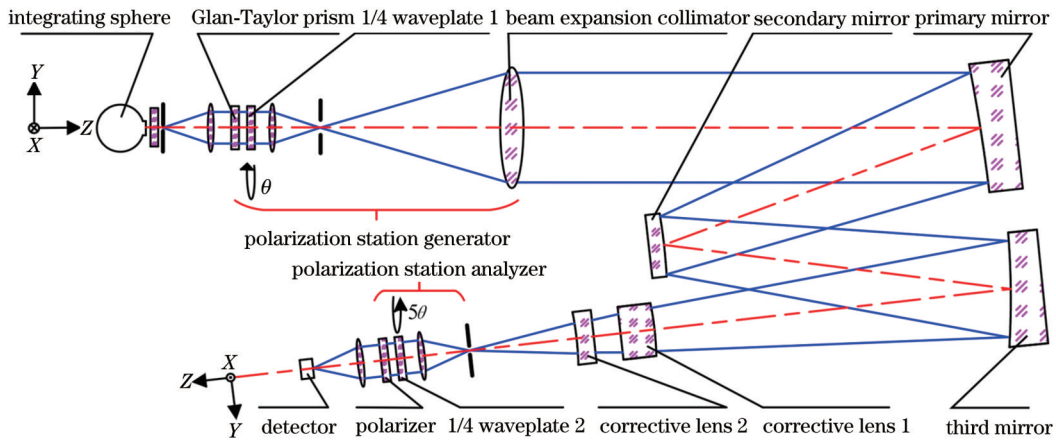


图 4 离轴三反物镜穆勒矩阵测量装置原理

Fig. 4 Schematic of off-axis three-mirror objective Mueller matrix measurement system

射到波片 2 和偏振片,在 2 个波片中间增加的大透镜的焦距为 550 mm、口径为 120 mm,小透镜的焦距为 80 mm、口径为 25 mm。根据测试视场,通过 CODE V 对大透镜在 $\pm 0.03^\circ$ 和小透镜在 $\pm 0.17^\circ$ 以内多个视场分别单独进行偏振光线追迹,得到穆勒矩阵均值,皆近似为单位矩阵(误差在 10^{-5} 量级),故忽略 2 组透镜的偏振效应,双旋转波片法测量的结果近似为三反物镜

的穆勒矩阵。

系统参数定标完成后,将格兰泰勒棱镜、偏振片和 2 个波片按图 4 所示位置插入物镜穆勒矩阵测试装置中,测试过程中监测 2 个波片安装面的温度。为了保证各器件的方位角不变,偏振产生组件和偏振分析组件处的安装平面用水平仪调至水平。测试光路的实物见图 5。

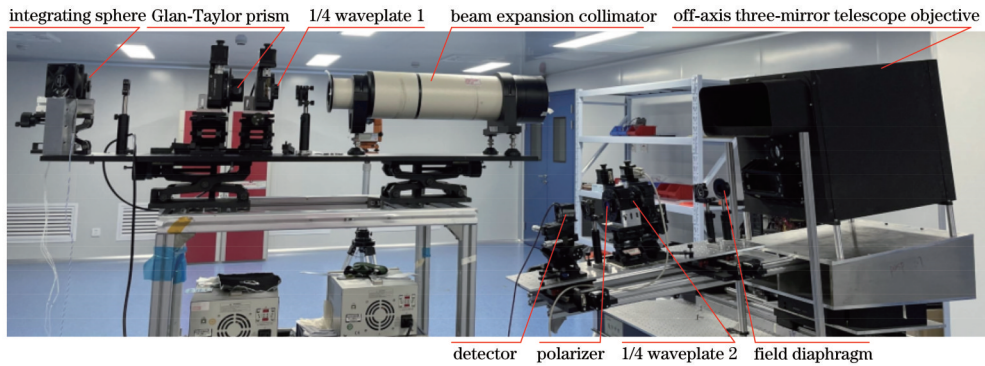


图 5 物镜穆勒矩阵测量装置

Fig. 5 Diagram of objective Mueller matrix measurement device

物镜测试时,波片 1、2 的温度分别为 $T_1 = 27.68^\circ\text{C}$ 、 $T_2 = 28.30^\circ\text{C}$,根据式(9)取 $\epsilon_1^{(T_1)} = -1.7634^\circ$, $\epsilon_2^{(T_2)} = -2.7313^\circ$,将 $\epsilon_k (k = 1, 2, 3, 4, 5)$ 代入式(7)求得物镜穆勒矩阵的 30 次结果的均值 \bar{M}_{obj} 和标准差 $\sigma_{M_{\text{obj}}}$ 如式(10)、(11)所示,从标准差可以看出重复测量精度优于 0.0007。

$$\bar{M}_{\text{obj}} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0012 & 0.0000 \\ 0.0008 & 0.9975 & 0.0485 & 0.0042 \\ 0.0002 & 0.0500 & -0.9949 & -0.0492 \\ 0.0001 & -0.0009 & 0.0486 & -0.9976 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\sigma_{M_{\text{obj}}} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0001 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0001 & 0.0002 & 0.0001 & 0.0006 \\ 0.0001 & 0.0001 & 0.0002 & 0.0003 \\ 0.0000 & 0.0007 & 0.0003 & 0.0000 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

将 \bar{M}_{obj} 进行极分解^[17],得到双向衰减值为 0.0012,退偏值为 0.0017,起偏值为 0.0015,相位延迟为 182.8117° 。

当波片 1、2 的温度分别升高 1.00°C ,测量物镜穆勒矩阵时,不经温度补偿,测出的穆勒矩阵误差 e_1 、 e_2 如式(12)所示,温度降低时取相反的符号。可以看到,温度主要补偿了 m_{12} 、 m_{21} 与 m_{22} 、 m_{33} 项。

$$\left\{ \begin{aligned} e_1 &= \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0016 & -0.0016 & -0.0001 & 0.0000 \\ 0.0001 & -0.0001 & 0.0016 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0001 & 0.0001 \end{bmatrix} \\ e_2 &= \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0014 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -0.0014 & -0.0001 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0001 & 0.0014 & 0.0001 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0001 \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (12)$$

改变环境温度,实验测量得到波片 1、2 的温度分

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{M}_{\text{obj}}^{(-T)} - \bar{M}_{\text{obj}} &= \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0018 & 0.0005 & -0.0004 \\ -0.0041 & 0.0065 & 0.0010 & 0.0020 \\ -0.0005 & 0.0004 & -0.0057 & -0.0021 \\ 0.0004 & -0.0016 & 0.0008 & -0.0003 \end{bmatrix} \\ \bar{M}_{\text{obj}}^{(T)} - \bar{M}_{\text{obj}} &= \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0009 & 0.0006 & -0.0004 \\ 0.0001 & -0.0004 & 0.0007 & 0.0020 \\ -0.0003 & 0.0001 & -0.0011 & -0.0019 \\ 0.0004 & -0.0016 & 0.0006 & 0.0000 \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (13)$$

4 验证与分析

4.1 CODE V 仿真验证

通过与 CODE V 中离轴三反物镜建模仿真得到的穆勒矩阵进行对比,验证离轴三反物镜穆勒矩阵测量方法的正确性。2 个校正镜的增透膜使用 $\lambda/4$ MgF₂, 反射膜层使用银膜,银膜参数 $n_{\text{Ag}} = 0.140$, $k_{\text{Ag}} = 4.293@670 \text{ nm}$ 。实验中视场光阑为 0.6 mm,对应的视场角约为 0.050° ,选取 X、Y 方向视场分别为 $\pm 0.025^\circ$ 、 $\pm 0.020^\circ$ 、 $\pm 0.015^\circ$ 、 $\pm 0.010^\circ$ 、 $\pm 0.005^\circ$ 、 0° 进行偏振光追迹,在得到每个视场的穆勒矩阵后求均值,从而得到理论穆勒矩阵:

$$M_{\text{theory}} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0014 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0014 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.9992 & -0.0409 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0409 & -0.9992 \end{bmatrix} \quad (14)$$

通过极分解^[17]得到的双向衰减为 0.0014,相位延迟为 182.2906° ,与实测结果相比,双向衰减相差 0.0002,相位延迟相差 0.5211° 。受到几何角度、遮挡不对称性以及杂光等因素的影响,实际光学系统表现出一定的起偏和退偏效应,但量级很小,可以忽略。

别为 $T_1 = 25.10^\circ\text{C}$ 、 $T_2 = 26.65^\circ\text{C}$ 的物镜穆勒矩阵。波片未经过温度补偿[使用式(10)对应的温度下的波片延迟量]的矩阵 $\bar{M}_{\text{obj}}^{(-T)}$ 和延迟量经过温度补偿的矩阵 $\bar{M}_{\text{obj}}^{(T)}$ 分别与式(10)相减得到式(13),比较 m_{12} 、 m_{21} 与 m_{22} 、 m_{33} 项,可以看出未经温度补偿时最大误差约为 0.0065,而经过温度补偿后,最大误差为 0.0011,精度明显提高。经过计算, $\bar{M}_{\text{obj}}^{(-T)} - \bar{M}_{\text{obj}}^{(T)}$ 与温度差值的比值与式(12)对应。

4.2 m_{12} 、 m_{13} 验证

因实测三反物镜穆勒矩阵与 CODE V 仿真的 16 个因子不是完全一致,通过旋转起偏器测量物镜穆勒矩阵的 m_{12} 、 m_{13} 项进一步验证测量结果。在图 5 所示的测量光路中,去掉波片和检偏器,起偏器步进 10° 旋转 1 个周期,忽略探测器的偏振效应,则探测器的探测光强与物镜穆勒矩阵 M_{obj} 的关系如式(15)所示。实测数据与式(15)的拟合曲线见图 6,由此得到 $m_{12} = 0.0002$ 、 $m_{13} = 0.0011$,与通过双旋转延迟器测得的 m_{12} 、 m_{13} 分别相差 0.0002 和 0.0001。

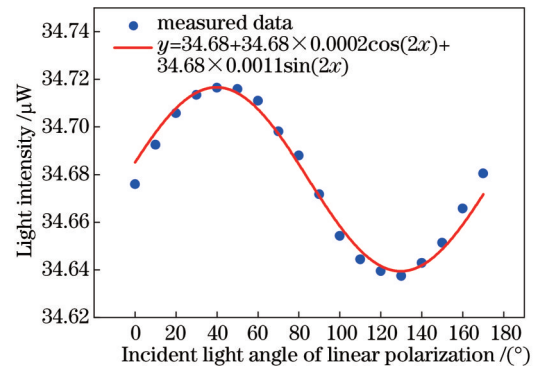


图 6 非线性最小二乘法拟合的 m_{12} 、 m_{13}

Fig. 6 m_{12} and m_{13} fitted by nonlinear least square method

$$I = t[1 \ 0 \ 0 \ 0] M_{\text{obj}} R(-\theta) M_{\text{P}_1} R(\theta) [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T = 0.5t + 0.5t \cdot m_{12} \cos(2\theta) + 0.5t \cdot m_{13} \sin(2\theta). \quad (15)$$

4.3 系统测量不确定度对相机偏振精度的影响

物镜穆勒矩阵的最佳估计值写为 $M_{\text{obj}} = \bar{M}_{\text{obj}} + Z$, 其中 Z 为修正值。由前文的分析可知,系统误差足够小,物镜穆勒矩阵无需修正, $Z = 0$ 。 \bar{M}_{obj} 作为最佳估

计值,其每个因子的标准不确定度 $u(\bar{M}_{\text{obj},i}) = \sigma_{M_{\text{obj},i}} / \sqrt{30}$ ($i = 1, 2, \dots, 16$),自由度 $\nu_{M_{\text{obj},i}}$ 为 29。假设双旋转波片测量的穆勒矩阵每个因子的分辨率为

0.001, 其标准不确定度用 B 类不确定度评估, $u(Z_i) = 0.001/\sqrt{12} = 0.0003$, 自由度 ν_{Z_i} 为 ∞ 。合成标准不确定度 $u(M_{\text{obj},i}) = \sqrt{u^2(\bar{M}_{\text{obj},i}) + u^2(Z_i)}$, 等效自由度 $\nu_{\text{eff}} = u^2(M_{\text{obj},i}) / \left[u^4(\bar{M}_{\text{obj},i}) / \nu_{\bar{M}_{\text{obj},i}} + u^4(Z_i) / \nu_{Z_i} \right] =$

$u^2(M_{\text{obj},i}) / \left[u^4(\bar{M}_{\text{obj},i}) / \nu_{\bar{M}_{\text{obj},i}} \right]$ 。95% 置信区间的扩展不确定度 $U(M_{\text{obj}}) = \kappa u(M_{\text{obj},i})$, κ 为对应等效自由度下的置信因子, 查表可得 $\kappa = 1.96^{[19]}$, 则 95% 置信度下包含物镜穆勒矩阵真值的置信区间为

$$\bar{M}_{\text{obj}} \pm U(M_{\text{obj}}) = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0012 & 0.0000 \\ 0.0008 & 0.9975 & 0.0485 & 0.0042 \\ 0.0002 & 0.0500 & -0.9949 & -0.0492 \\ 0.0001 & -0.0009 & 0.0486 & -0.9976 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0006 & 0.0006 & 0.0006 \\ 0.0006 & 0.0006 & 0.0006 & 0.0006 \\ 0.0006 & 0.0006 & 0.0006 & 0.0006 \\ 0.0006 & 0.0006 & 0.0006 & 0.0006 \end{bmatrix} \quad (16)$$

为了评估系统测量误差对相机偏振精度的影响, 假设相机测量矩阵的误差完全由物镜穆勒矩阵的误差贡献, 其余器件的穆勒矩阵没有误差, 均采用设计值^[4]。通过计算全偏振度、线偏振度和圆偏振度的误差进行评价。

对于全偏振相机, 设入射光的 Stokes 矢量为 S_{in} , 4

个探测器接收光强矢量为 I , 相机真实测量矩阵为 A_0 , $I = A_0 \cdot S_{\text{in}}$, 含有物镜穆勒矩阵误差的测量矩阵为 A_e , 则含误差的入射光 Stokes 矢量可表示为

$$S_e = A_e^{-1} \cdot I = A_e^{-1} \cdot A_0 \cdot S_{\text{in}} \quad (17)$$

目标全偏振度 D_p 、线偏振度 D_{lp} 、圆偏振度 D_{cp} 的误差为

$$\begin{cases} e_{D_p} = \frac{\sqrt{S_e^2(2) + S_e^2(3) + S_e^2(4)}}{S_e(1)} - \frac{\sqrt{S_{\text{in}}^2(2) + S_{\text{in}}^2(3) + S_{\text{in}}^2(4)}}{S_{\text{in}}(1)} \\ e_{D_{lp}} = \frac{\sqrt{S_e^2(2) + S_e^2(3)}}{S_e(1)} - \frac{\sqrt{S_{\text{in}}^2(2) + S_{\text{in}}^2(3)}}{S_{\text{in}}(1)} \\ e_{D_{cp}} = \frac{S_e(4)}{S_e(1)} - \frac{S_{\text{in}}(4)}{S_{\text{in}}(1)} \end{cases} \quad (18)$$

将最佳估计矩阵 \bar{M}_{obj} 作为物镜含误差的穆勒矩阵代入全偏振相机测量模型^[4], 得到相机的含误差测量矩阵

$$A_e = \begin{bmatrix} 0.2501 & 0.1396 & 0.2065 & 0.0105 \\ 0.2501 & 0.1596 & -0.1917 & -0.0092 \\ 0.2499 & -0.1494 & -0.0167 & 0.1989 \\ 0.2499 & -0.1498 & 0.0028 & -0.2001 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

从而求逆得到解调矩阵 A_e^{-1} 。95% 置信区间内物镜真

实穆勒矩阵为正态分布, 生成均值为 \bar{M}_{obj} , 标准差为 $U(M_{\text{obj}})$ 的 1000 个穆勒矩阵 $M_{o,i} (i = 1, 2, \dots, 1000)$, 再将 $M_{o,i}$ 代入相机测量模型得到相机真实测量矩阵 $A_{o,i}$ 。当输入不同的入射光 Stokes 矢量 S_{in} , 即可由式 (17) 得到含误差的入射光 Stokes 矢量 S_e , 进而由式 (18) 得到全偏振度、线偏振度和圆偏振度的误差。

不同偏振度 p 、偏振方位角 φ_n 、椭圆角 χ_n 的入射光 Stokes 矢量 S_{in} 表示为

$$S_{\text{in}} = \begin{bmatrix} 1 & p \cos(2\chi_n) \cos(2\varphi_n) & p \cos(2\chi_n) \sin(2\varphi_n) & p \sin(2\chi_n) \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

在邦加球面和球内分别均匀选取 1001 个点, 模拟 $p = 1.0, 0.8, 0.5, 0.3, 0.1$ 、 $\chi_n = -\frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2000}$ 、 $\varphi_n = \frac{n\pi}{50} (n = 0, 1, \dots, 1000)$ 的入射光, 计算每个真实测量矩阵 $A_{o,i}$ 下的每个偏振度 1001 个输入点的全偏振度、线偏振度与圆偏振度与理论值的最大误差的绝对值, 结果分别如图 7(a)~(c) 所示。可以看出, 误差均随偏振度的增加而增大, 当偏振度 $p = 1.0$ 时, 测量误差最大, 将最大误差视为测量精度, 则全偏振度、线偏振度和圆偏振度的测量精度均优于 0.0038。

5 结 论

基于双旋转延迟器法设计并建立了大口径反射物镜的穆勒矩阵测量系统, 该系统解决了三反物镜偏振定标对大口径和全偏振的需求。在测量原理上, 增加了波片的温度特性, 在穆勒矩阵测量公式中对波片延迟量进行温度补偿, 并在待定参数定标过程中获得波片延迟量随温度的变化方程。经过温度补偿后, 物镜穆勒矩阵元素 m_{12} 、 m_{21} 、 m_{22} 和 m_{33} 的误差 ≤ 0.0011 。矩阵极分解后双向衰减与相位延迟与

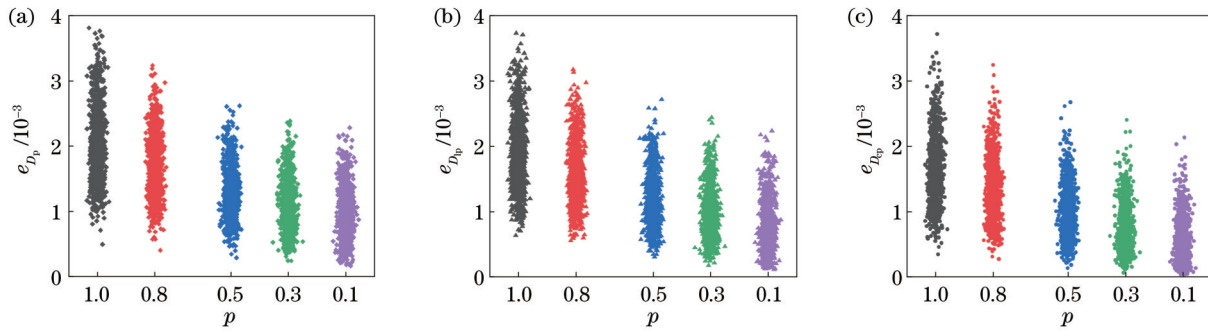


图 7 入射光的偏振度 p 分别为 1.0、0.8、0.5、0.3、0.1, 输入 1001 个高斯噪声时, 偏振测量误差的变化。(a) 全偏振度误差; (b) 线偏振度误差; (c) 圆偏振度误差

Fig. 7 When input 1001 Gaussian noise, variation of measurement error of polarization under the condition of $p=1.0, 0.8, 0.5, 0.3, 0.1$. (a) Measurement error of D_p ; (b) measurement error of D_p ; (c) measurement error of D_{cp}

CODE V 仿真结果基本吻合。通过旋转起偏器得到的 m_{12} 、 m_{13} 与双旋转波片法的结果分别相差 0.0002 和 0.0001。此外, 评估了测量结果的不确定度以及对偏振相机偏振测量精度的影响, 在不同偏振度、方位角、椭圆偏角入射光条件下偏振测量精度为 $0.0038@p=1.0$, 具有良好的偏振定标精度。本文仅对物镜的中心视场进行测量验证, 考虑到边缘视场受杂散光等非理想因素影响, 其定标修正模型需进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 罗海波, 曹军峰, 盖兴琴, 等. 基于偏振成像的工业视觉及其关键技术[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(14): 1415003.
Luo H B, Cao J F, Gai X Q, et al. Industrial vision based on polarization imaging and its key technologies[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(14): 1415003.
- [2] 邓宇, 付强, 张肃, 等. 基于偏振检测技术的海面太阳耀光抑制方法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(20): 2001003.
Deng Y, Fu Q, Zhang S, et al. Method of suppressing sea surface solar flare based on polarization detection technology[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(20): 2001003.
- [3] 刘飞, 孙少杰, 韩平丽, 等. 水下偏振成像技术研究及进展[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(6): 0600001.
Liu F, Sun S J, Han P L, et al. Development of underwater polarization imaging technology[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(6): 0600001.
- [4] 陶菲, 宋茂新, 洪津, 等. 基于离轴三反的同时全偏振成像仪的偏振定标方法[J]. 光学学报, 2018, 38(9): 0912005.
Tao F, Song M X, Hong J, et al. Polarization calibration method for simultaneous imaging polarimeter based on off-axis three-mirror[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(9): 0912005.
- [5] 凌明椿, 宋茂新, 洪津, 等. 离轴三反同时偏振成像仪光机设计[J]. 红外与激光工程, 2019, 48(5): 0518001.
Ling M C, Song M X, Hong J, et al. Optical design for simultaneous polarization imager based on off-axis three-mirror[J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(5): 0518001.
- [6] 鲜于子安, 侯立周. 金属镜面双反射消偏研究[J]. 航天返回与遥感, 2015, 36(5): 67-75.
Xianyu Z A, Hou L Z. Research on eliminating polarization characteristic of metal reflectors of double reflection[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2015, 36(5): 67-75.
- [7] Goldstein D H. Polarized light[M]. 3rd ed. Boca Raton: CRC Press, 2011.
- [8] Smith M H. Optimization of a dual-rotating-retarder Mueller matrix polarimeter[J]. Applied Optics, 2002, 41(13): 2488-2493.
- [9] Azzam R M A. Photopolarimetric measurement of the Mueller matrix by Fourier analysis of a single detected signal[J]. Optics Letters, 1978, 2(6): 148-150.
- [10] Goldstein D H, Chipman R A. Error analysis of a Mueller matrix polarimeter[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1990, 7(4): 693-700.
- [11] Chenault D B, Pezzaniti J L, Chipman R A. Mueller matrix algorithms[J]. Proceedings of SPIE, 1992, 1746: 231-246.
- [12] Piller G, Broch L, Johann L. Experimental study of the systematic errors for a Mueller matrix double rotating compensator ellipsometer[J]. Physica Status Solidi C, 2008, 5(5): 1027-1030.
- [13] Li W Q, Zhang C W, Jiang H, et al. Depolarization artifacts in dual rotating-compensator Mueller matrix ellipsometry[J]. Journal of Optics, 2016, 18(5): 055701.
- [14] 苗政委, 汤媛媛, 魏凯, 等. DRC-MME 直通标定随机误差估计及最优配置分析[J]. 光学学报, 2021, 41(24): 2412003.
Miao Z W, Tang Y Y, Wei K, et al. Random error estimation and configuration optimization of dual-rotating compensator-Mueller matrix ellipsometer calibration experiments[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(24): 2412003.
- [15] 郑州, 侯俊峰. 单波长中红外穆勒矩阵椭圆偏仪的设计、定标与测试[J]. 光学学报, 2022, 42(18): 1812004.
Zheng Z, Hou J F. Design, calibration, and measurement of single wavelength mid-infrared Mueller matrix ellipsometer[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(18): 1812004.
- [16] 穆廷魁, 李国华, 宋连科. 石英波片相位延迟随温度的变化行为[J]. 中国激光, 2006, 33(7): 949-952.
Mu T K, Li G H, Song L K. Study on retardation variation behavior of quartz wave-plate follows temperature[J]. Chinese Journal of Lasers, 2006, 33(7): 949-952.
- [17] Lu S Y, Chipman R A. Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1996, 13(5): 1106-1113.
- [18] 宋志平, 张明辉, 洪津, 等. 新型偏振光谱仪调制器的简易装调方法[J]. 光学技术, 2014, 40(6): 560-564.
Song Z P, Zhang M H, Hong J, et al. Simple and precise method for assembling the modulator of an intensity modulation spectropolarimeter[J]. Optical Technique, 2014, 40(6): 560-564.
- [19] 莱斯·柯卡普, 鲍伯·弗伦克尔. 测量不确定度导论[M]. 曾翔君, 骆一萍, 申森, 译. 西安: 西安交通大学出版社, 2011: 193.
Kirkup L, Frenkel B. An introduction to uncertainty in measurement[M]. Zeng X J, Luo Y P, Shen M, Transl. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2011: 193.

Mueller Matrix Measurement of Off-Axis Three-Mirror Telescope Objective

Zhao Xinxin^{1,2,3**}, Song Maoxin^{2,3*}, Xu Zhilong^{2,3}, Kuang Dapeng^{2,3}, Xiang Guangfeng^{2,3},
Hong Jin^{1,2,3***}

¹*School of Environmental Science and Optoelectronic Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, Anhui, China;*

²*Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, Anhui, China;*

³*Key Laboratory of Optical Calibration and Characterization, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, Anhui, China*

Abstract

Objective The space-based full-Stokes imaging polarimeter places the polarizing beam splitting prisms and retarders in front of the focal plane of the objective to achieve simultaneous polarimetric measurement. It can obtain not only the light intensity information of the target but also the degree of polarization, azimuth of polarization, and external contour and thus is used to enhance ground target detection and restore haze images. In order to meet the needs of high spatial resolution, large field of view, and wide spectrum, the telescope objective adopts a silver-coated off-axis three-mirror system. The metal reflective film makes the objective to exhibit diattenuation and retardance effects, which affect the ideal measurement matrix of the imaging polarimeter. For the sake of the accuracy of the imaging polarimeter measurement, the Mueller matrix of the objective needs to be measured accurately.

Methods In this study, the Muller matrix of the off-axis three-mirror telescope objective is measured by a dual-rotating retarder. To begin with, the transmission axis of the Glan-Taylor prism as a polarizer is adjusted to horizontal with a theodolite. Then the optical axis of two waveplates and an analyzer are adjusted horizontally based on the Glan-Taylor prism. After that, two waveplates rotate one cycle at an angular rate of 1 : 5. The Fourier amplitude is measured by performing a discrete Fourier transform of the light intensity, and 16 elements of the Mueller matrix are determined. Specifically, the test is divided into two stages. Firstly, the straight-through device measures five system parameters, including the retardation of two waveplates, the azimuth of the two waveplates, and the analyzer relative to the polarizer. The straight-through device is operated with no sample, and five system parameters are deduced through the identity matrix. By changing the ambient temperature, the retardation of two waveplates is measured by equations of the temperature. Secondly, the V-structure device measures the Mueller matrix of the objective. The polarizer, two waveplates, and analyzer are moved to the V-structure device. The temperature of the waveplate is monitored during the measurement of the dual-rotating waveplate, so the retardation at the current temperature of the waveplate is obtained through the equations. Finally, the five system parameters and Fourier amplitude are used to calculate the Mueller matrix of the objective.

Results and Discussions A Mueller matrix measurement system for a large-aperture reflective objective is built, and a mathematical model of the temperature effect of the measurement system is established. The equations for the retardation of the waveplates and temperature are obtained by least squares fitting (Fig. 3), and the accuracy of Muller matrix measurement of the objective is improved obviously. When the temperature changes by 1 °C, the accuracy of Mueller matrix elements m_{12} , m_{21} , m_{22} , and m_{33} increases theoretically by 0.0014, 0.0016, 0.0030, and 0.0030, respectively. The experiment shows that the measurement error of Mueller matrix elements m_{12} , m_{21} , m_{22} , and m_{33} of the objective is no more than 0.0011 after temperature compensation. The measured results are basically consistent with the theoretical values of CODE V simulation, with the diattenuation and retardation of the objective having a difference of 0.0002 and 0.5211°. The extended uncertainty of the measured Mueller matrix of the objective is 0.0006 at a confidence of 95%, which has an effect of $\leq 0.0038@p=1$ on the accuracy of the degree of polarization, degree of linear polarization, and degree of circular polarization (Fig. 7). It can be used as a high-precision polarization calibration method.

Conclusions In this paper, a Mueller matrix measurement system for a reflective objective is designed and established based on the dual-rotating retarder method, which solves the requirements for large-aperture and full-Stokes measurement for the polarization calibration of an off-axis three-mirror objective. In terms of measurement principle, the temperature characteristics of the waveplates are considered and added to the measurement model. The temperature compensation of

the waveplate retardation is carried out by the Mueller matrix measurement formula. The equations of the retardation of waveplates with temperature are obtained during the calibration of the five system parameters. After temperature compensation, the measurement error of Mueller matrix elements m_{12} , m_{21} , m_{22} , and m_{33} of the objective is no more than 0.0011. By pole decomposition of the Mueller matrix, the diattenuation and retardation are basically consistent with the CODE V simulation results, with a difference of 0.0002 and 0.5211° , respectively. The Mueller matrix elements m_{12} and m_{13} obtained by rotating the polarizer differ from the dual-rotating retarder method by 0.0002 and 0.0001. The uncertainty of the Mueller matrix measurement results and the influence on the accuracy of polarization measurement are also evaluated. The polarization measurement accuracy is better than $0.0038@p=1$ when the incident light is input under the condition of different degrees of polarization, azimuths of polarization, and angles of ellipticity. In conclusion, the measurement method shows excellent polarization calibration accuracy.

Key words measurement; dual-rotating retarder; off-axis three-mirror objective; Mueller matrix; polarization