

海洋非色素团聚颗粒对水下量子通信性能的影响

张秀再^{1,2*}, 周丽娟², 翟梦思², 葛羽洁²¹南京信息工程大学江苏省大气环境与装备技术协同创新中心, 江苏 南京 210044;²南京信息工程大学电子与信息工程学院, 江苏 南京 210044

摘要 为了研究海洋非色素团聚颗粒对水下量子通信性能的影响,基于 Mie 散射理论和 Gordon 模型,分析了非色素团聚颗粒的散射与吸收特性。针对不同波长的光信号,建立了海洋非色素团聚颗粒质量浓度与链路衰减、量子安全密钥产生率、信道建立速率、幅值阻尼信道容量之间的关系模型并进行了仿真。结果表明,当采用波长为 580 nm 的光信号进行水下量子通信、传输距离为 2 km、海洋非色素团聚颗粒的质量浓度为 1.2 mg/L 时,对应的链路衰减、量子安全密钥产生率和幅值阻尼信道容量分别为 1.659、 8.295×10^{-5} 和 0.486;保真度为 0.899 时,量子信道建立速率为 58.2 pair/s。该仿真结果可为海洋环境中量子通信系统的设计与优化提供参考依据。

关键词 量子通信; 海洋非色素团聚颗粒; 量子安全密钥产生率; 信道建立速率; 幅值阻尼信道

中图分类号 TN929.3

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS221520

1 引言

量子力学^[1]是人类探索微观世界的伟大成果,量子信息科学以量子力学为基础,将量子科学与信息科学相结合,开辟出了量子通信这一全新的学科方向。量子通信技术基于量子态叠加和量子态纠缠特性实现了量子密钥分发,具有高效率、高保密性等优点,是多国发展战略计划的重点。水下量子通信对海底探索与全球通信具有重要意义,具备量子能力的水下航行器等可以在海洋中进行保密通信。2012年,Lanzagorta^[2-3]提出了水下量子密钥分发并作了初步的理论分析,为在海洋信道中传输量子信息提供了理论基础。2016年,赵士成^[4]利用蒙特卡罗模拟的方法研究了海水信道中光子的传输,进一步验证了水下量子通信的可行性。2017年,上海交通大学金贤敏课题组^[5]观察到了光子极化量子态和量子纠缠可以在高损耗和高散射的海水中保持量子特性,实现了海水量子通信实验。2019年,Gariano等^[6]计算了潜艇之间水下密钥分发系统的安全密钥率,研究了水平海洋通道的平均纠缠光子传输的最佳数量。2020年,Chen等^[7]分析了单光子扭曲光在长达 55 m 的水下信道中的透射,揭示了扭曲光子在长距离水下的真实传输性能,向未来建立水下及空海一体量子通信网络迈出了重要一步。

复杂多变的海洋环境会影响水下量子通信的传输

质量,光子信号稳定高质量地传输才能保证信息准确地传达。文献[8]从理论和实验上分析了水下量子密钥分配的信道特性,并计算了误码率和成码率。文献[9]针对吸收和散射衰减导致光子在水下运动时具有复杂性的问题,基于追踪的水下单光子运动状态,建立了光子时空随机信道模型。文献[10]基于 Elamassie 等提出的海洋湍流功率谱模型,建立了不同海洋湍流参数与光子轨道角动量量子通信的性能参数之间的定量关系。

在海洋环境中,海水成分中的各种物质对光的散射主要归结为水分子、非色素团聚颗粒以及藻类粒子的散射^[11-12]。海水中的非色素悬浮颗粒主要包括悬浮泥沙粒子、矿物质粒子和海洋生物的排泄物等。林宏^[13]研究了海洋悬浮粒子的 Mie 散射特性及布里渊散射特性。贺锦涛^[14]研究了海洋典型悬浮团聚颗粒对蓝绿激光的散射和吸收特性。水下量子通信时,大量非色素团聚悬浮颗粒与光子碰撞,导致光子能量衰减,降低通信质量。然而,尚未有学者研究海洋非色素团聚颗粒的质量浓度对水下量子通信性能参数的影响。本文基于 Mie 散射理论,计算了海洋非色素团聚颗粒的光衰减系数,针对不同波长的入射光信号,建立了量子链路衰减、量子安全密钥产生率、量子信道建立速率及幅值阻尼信道容量与海洋非色素团聚颗粒质量浓度之间的关系,仿真结果可为水下量子通信系统的设计与优化提供参考。

收稿日期: 2022-07-25; 修回日期: 2022-08-19; 录用日期: 2022-09-22; 网络首发日期: 2022-09-30

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(11504176, 61601230)、江苏省自然科学基金(BK20141004)

通信作者: *zxzhering@163.com

2 海洋非色素团聚颗粒的光学特性

海洋非色素悬浮粒子是由多个单一粒子凝聚在一起形成团聚颗粒体系,将不同尺寸的海洋非色素团聚颗粒作线性叠加近似处理,叠加后仍可看作球状颗粒,类似于等效球体^[15]。海洋非色素团聚颗粒对光的散射主要为前向散射,根据 Mie 散射理论,散射光强表示为

$$I = \frac{\lambda^2}{8\pi^2 l^2} I_0 [i_1(\theta) + i_2(\theta)], \quad (1)$$

式中: λ 为波长; I_0 为入射光强; l 为相对距离; θ 为散射角; $i_1(\theta)$ 为散射光强函数的垂直分量, $i_2(\theta)$ 为散射光强函数的平行分量。 $i_1(\theta)$ 、 $i_2(\theta)$ 分别表示为

$$i_1(\theta) = S_1(m, \theta, x) \cdot S_1^*(m, \theta, x), \quad (2)$$

$$i_2(\theta) = S_2(m, \theta, x) \cdot S_2^*(m, \theta, x), \quad (3)$$

式中: m 为非色素团聚颗粒的复折射率; x 为粒子尺寸函数,表示为 $x = 2\pi r/\lambda$, r 为粒子半径;上标*表示取复共轭运算; $S_1(m, \theta, x)$ 、 $S_2(m, \theta, x)$ 为散射光的振幅函数,可表示为下列无穷级数^[16]:

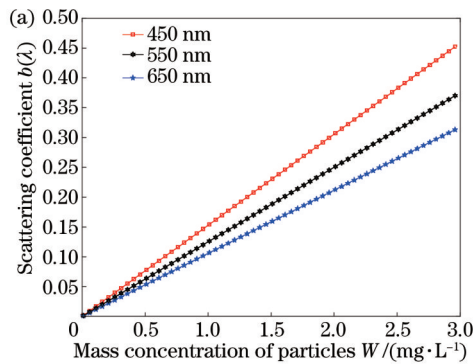
$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n + b_n \tau_n], \quad (4)$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \tau_n + b_n \pi_n], \quad (5)$$

式中: a_n 、 b_n 为 Mie 散射系数; π_n 、 τ_n 为角系数。粒子的散射效率因子表示为

$$Q_b = \frac{\lambda^2}{2\pi^2 r^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) [|a_n|^2 + |b_n|^2], \quad (6)$$

海洋非色素团聚颗粒对光的散射系数表示为



$$b^* = (\pi r^2) N_d Q_b, \quad (7)$$

式中, N_d 为粒子的数量密度(cell/L)。采用 Gordon 模型^[17],海洋非色素团聚颗粒的散射系数由 Mie 散射理论建立的数学表达式为

$$b(\lambda) = \frac{550}{\lambda} \times b(\lambda_0), \quad (8)$$

式中, $b(\lambda_0)$ 为参考波长 λ_0 下非色素团聚颗粒的光散射系数,取 $\lambda_0 = 550$ nm,则有 $b(550) = 0.125W$, W 为海水中非色素团聚颗粒的质量密度(mg/L),海洋非色素悬浮颗粒的浓度范围约为 0.01~3 mg/L。海洋非色素团聚颗粒的吸收系数与波长呈指数关系^[18],表示为

$$a(\lambda) = a'(\lambda_1) \exp[S'(\lambda_1 - \lambda)], \quad (9)$$

式中: $a'(\lambda_1)$ 为参考波长 λ_1 下非色素团聚颗粒的光吸收系数,取 $\lambda_1 = 440$ nm,有 $a'(440) = 0.198 \text{ m}^{-1}$; S' 为光吸收谱的斜率。随着海洋非色素团聚颗粒质量浓度的变化,光吸收谱的斜率变化不大, S' 的值基本上很稳定,其平均值为 0.01 ± 0.002 ^[19]。

图 1(a)为海洋非色素团聚颗粒的散射系数与质量浓度之间的关系曲线;图 1(b)为非色素颗粒的吸收系数与光信号波长之间的关系曲线。由图 1(a)可知,当入射波长一定时,非色素团聚颗粒的 Mie 散射系数与质量浓度成正比关系;对于同一质量浓度而言,入射波长越短,散射系数越大。由图 1(b)可知,海洋非色素团聚颗粒的吸收系数与入射波长呈指数关系,当波长小于 600 nm 时,吸收系数随着波长的增加而减小的趋势较为明显;当波长大于 800 nm 时,吸收系数缓慢下降且趋于 0。因此,海洋非色素团聚颗粒的光吸收和散射特性与光信号波长大小关系密切。

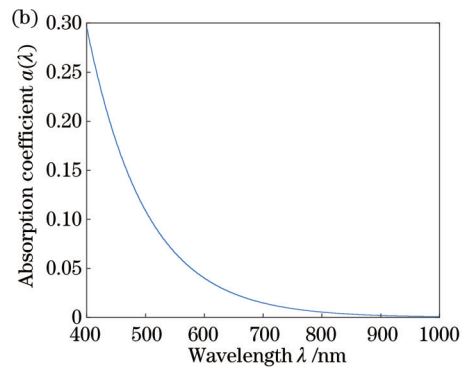


图 1 海洋非色素团聚颗粒的光散射和吸收特性与光信号波长之间的关系。(a) 散射系数和质量浓度与光信号波长之间的关系;(b) 吸收系数与光信号波长之间的关系

Fig. 1 Relationship between scattering and absorption characteristics of marine non-pigment agglomerated particles and optical signal wavelength. (a) Relationship between scattering coefficient and mass concentration and optical signal wavelength; (b) relationship between absorption coefficient and optical signal wavelength

3 海洋非色素团聚颗粒对链路衰减的影响

海洋水下量子通信时,非色素团聚颗粒与光子相互碰撞造成光信号衰减。海洋非色素团聚颗粒对光

子的衰减系数表示为

$$c(\lambda) = a(\lambda) + b(\lambda). \quad (10)$$

故由海洋非色素团聚颗粒导致的能量衰减^[20]表示为

$$E = E_0 \cdot e^{-c(\lambda) \cdot d}, \quad (11)$$

式中: E_0 为光子态的初始振幅; d 为传输距离(km);

E 为光子量子态在海洋信道中传输后的振幅。对式(11)取对数运算,得

$$L_{\text{att}} = 10 \cdot \lg \left| \frac{E_0}{E} \right| = 10 \cdot c(\lambda) \cdot d \cdot \lg e. \quad (12)$$

海水水分子对波长为 450~580 nm 范围内的可见光吸收系数最小,通常在 $0.02 \sim 0.05 \text{ m}^{-1}$ 之间^[21]。因此,选用 450~600 nm 波段的光信号进行仿真实验,取传输距离 $d=6 \text{ km}$,建立海洋非色素团聚颗粒质量浓度与链路衰减、入射光波长的关系并进行仿真实验,结果如图 2 所示;若采用 $\lambda=580 \text{ nm}$ 的光信号进行水下量子通信,海洋非色素团聚颗粒质量浓度与链路衰减、传输距离的关系如图 3 所示。

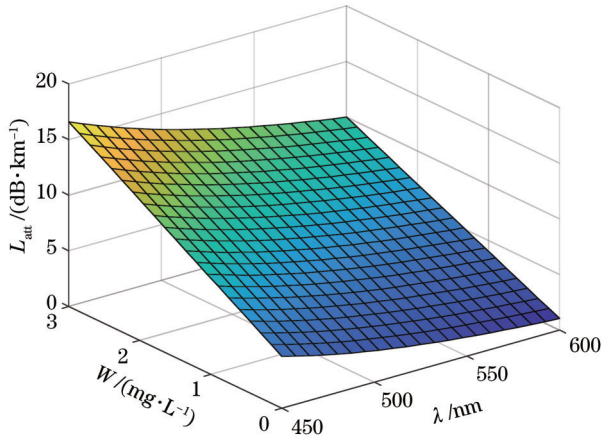


图 2 量子链路衰减与海洋非色素团聚颗粒质量浓度、光信号波长之间的关系

Fig. 2 Relationship among quantum link attenuation, mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles, and optical signal wavelength

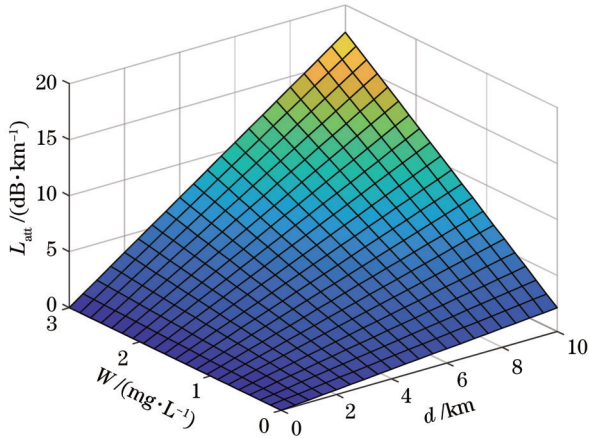


图 3 量子链路衰减与海洋非色素团聚颗粒质量浓度、传输距离之间的关系

Fig. 3 Relationship among quantum link attenuation, mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles, and transmission distance

图 2 和图 3 中, X 轴分别为光信号的入射波长 λ 和传输距离 d , Y 轴为海洋非色素团聚颗粒质量浓度 W ,

Z 轴为链路衰减 L_{att} 。由图 2 可知,对于同一质量浓度的海洋非色素团聚颗粒而言,链路衰减随着入射光信号波长的增大而减小,且质量浓度越大,量子链路衰减下降趋势越明显。当光信号波长一定时,随着非色素颗粒质量浓度的增大,链路衰减呈上升趋势,因为高密度的海洋非色素团聚颗粒群与光子相互碰撞,产生大量吸收和散射效应,导致光信号的衰减增大,降低水下量子通信的质量。根据实验结果,当采用 510 nm 的光信号进行水下量子通信,且非色素团聚颗粒质量浓度由 0 增加到 3 mg/L 时,链路衰减由 2.562 增加到 13.100。由图 3 可知,链路衰减随着传输距离和非色素团聚颗粒质量浓度的增大呈上升趋势,且质量浓度越大,链路衰减的变化趋势越明显。当非色素团聚颗粒质量浓度为 1.2 mg/L、传输距离由 0 增加到 10 km 时,链路衰减由 0 上升到 8.297。

4 海洋非色素团聚颗粒对量子安全密钥产生率的影响

对于制备测量型的量子密钥分发系统,将随机相位的微弱激光脉冲作为光源,从地面发射站发射的量子态表示为

$$\rho^* = \sum_{s=0}^{\infty} p(s) |s\rangle \langle s| = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{u^s}{s!} e^{-u} |s\rangle \langle s|, \quad (13)$$

式中: $p(s)$ 表示光场的光子数分布,满足 Poisson 分布, $s=0, 1, \dots$; u 为平均光子数。当 $s=0$ 时,量子态不含有光子,称为真空态, $p(0) = e^{-u}$; 当 $s=1$ 时,只包含一个光子,称为单光子态, $p(1) = ue^{-u}$; 当 $s > 1$ 时,包含 2 个及以上光子,称为多光子态, $p_m = \sum_{s=2}^{\infty} p(s) = 1 - p(0) - p(1) = 1 - e^{-u} - ue^{-u}$,表示发送信号脉冲中光子数大于 1 的概率。

若水下量子通信系统采用相位随机化的微弱激光脉冲作为光源,根据 GLLP 公式,安全密钥产生率^[22]表示为

$$R_{\text{key}} \geq \eta_a [-Q_u P(E_u) H(E_u) + Q_1 - Q_1 H(e_1)], \quad (14)$$

式中: η_a 为系统效率; Q_u 为光源信号态接收率; $P(E_u)$ 为双边纠错效率; E_u 为接收到信号态的误码率; $H(x)$ 为二元熵函数, $H(x) = -x \log_2(x) - (1-x) \log_2(1-x)$; Q_1 为单光子态的接收率; e_1 为单光子误码率。

单光子在水下量子信道中的传输效率 η_e 受海洋非色素团聚颗粒的影响,表示为

$$\eta_e = 10^{-L_{\text{att}} \cdot d / 10} \cdot \eta_{\text{opt}} \cdot \eta_d, \quad (15)$$

式中: η_{opt} 为接收方内部光路损耗; η_d 为接收方探测器的探测效率。此外,暗计数会导致接收方探测器响应,概括为 Y_0 ,则接收方探测到光子的概率 Y_1 表示为

$$Y_1 = \eta_e + Y_0 - \eta_e Y_0. \quad (16)$$

则 s 光子数态在水下量子信道传输时的脉冲通过率 η_s

表示为

$$\eta_s = 1 - (1 - \eta_c)^s, \quad (17)$$

光源信号态接收率 Q_u 表示为

$$Q_u = \sum_{s=0}^{\infty} Y_s \frac{u^s}{s!} e^{-u} = Y_0 + 1 - e^{-\eta_c u}, \quad (18)$$

式中, Y_s 为发射 s 光子数态时, 接收方探测到光子的概率, 表示为

$$Y_s = Y_0 + \eta_s - Y_0 \eta_s. \quad (19)$$

接收到信号态的误码率 E_u 表示为

$$E_u = \frac{e_0 Y_0 + e_d (1 - e^{-\eta_c u})}{Q_u}, \quad (20)$$

式中: e_0 表示由暗计数引起的误码率; e_d 表示由系统光路的非理想性引起的误码率。

假设所有的多光子信号态脉冲都能被接收端探测到, 即误码率均来自单光子信号, 经过水下信道传输后, 接收端对于单光子态的接收率为

$$Q_1 = Q_u - p_m, \quad (21)$$

由式(21)可知, 当 $Q_u = p_m$ 时, 单光子态的接收率 $Q_1 = 0$, 不能再生成安全密钥, 因此式(21)仅在 $Q_u \geq p_m$ 的条件下成立。单光子态的量子误码率表示为

$$e_1 = \frac{Q_u E_u}{Q_1}. \quad (22)$$

受海洋非色素团聚颗粒影响, 量子安全密钥产生率的部分参数取值如表 1 所示。

表 1 量子安全密钥产生率参数取值

Table 1 Parameter value of quantum security key generation rate

η_{opt}	η_d	e_d	e_0	Y_0	$P(E_u)$	u
0.4	0.15	0.01	0.5	4×10^{-6}	1	0.01

取传输距离 $d = 1$ km, 建立量子安全密钥产生率与海洋非色素团聚颗粒质量浓度、入射光波长之间的关系并进行仿真实验, 结果如图 4 所示; 若采用 $\lambda = 580$ nm 的光信号进行水下量子通信, 海洋非色素团聚颗粒质量浓度与量子安全密钥产生率、传输距离的关系如图 5 所示。

图 4 和图 5 中, X 轴分别为光信号的入射波长 λ 和传输距离 d , Y 轴为海洋非色素团聚颗粒质量浓度 W , Z 轴为量子安全密钥产生率 R_{key} 。由图 4 可知, 对于同一质量浓度的海洋非色素团聚颗粒而言, 量子安全密钥产生率随着入射光信号波长的增大而增大。图 4 中, 当采用 540 nm 的光信号进行水下量子通信、非色素团聚颗粒质量浓度由 0 增加到 3 mg/L 时, 量子安全密钥产生率由 1.99×10^{-4} 下降到 1.25×10^{-4} 。由图 5 可知, 量子安全密钥产生率随着传输距离和非色素团聚颗粒质量浓度的增大呈下降趋势, 且传输距离越远, 量子安全密钥产生率的衰减趋势越明显。当非色素团聚颗粒质量浓度为 1.2 mg/L、传输距离由 0 增加到

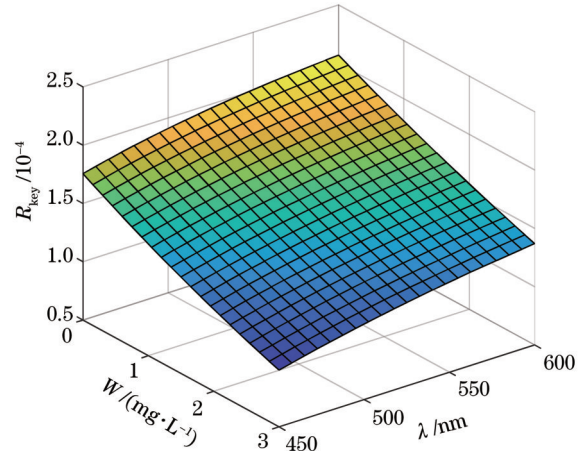


图 4 量子安全密钥产生率与海洋非色素团聚颗粒质量浓度、光信号波长之间的关系

Fig. 4 Relationship among quantum security key generation rate, mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles, and optical signal wavelength

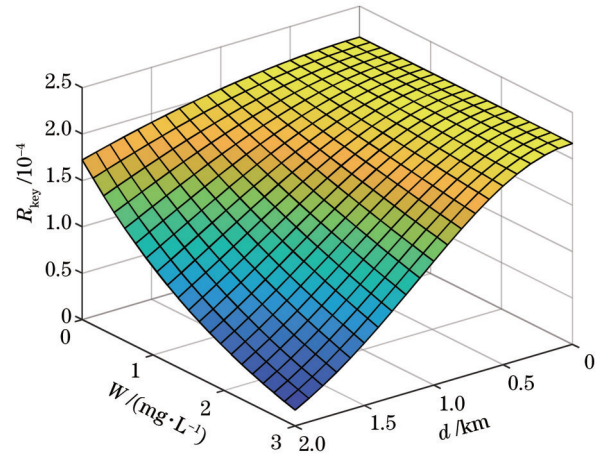


图 5 量子安全密钥产生率与海洋非色素团聚颗粒质量浓度、传输距离之间的关系

Fig. 5 Relationship among quantum security key generation rate, mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles, and transmission distance

2 km 时, 安全密钥产生率由 2.17×10^{-4} 下降到 8.30×10^{-5} 。随着传输距离的增加, 水下量子通信链路由海洋非色素颗粒产生的衰减越大, 密钥产生率也就越低。因此, 在进行水下量子通信时, 为了保证较高的密钥生成率, 应考虑海水信道中非色素团聚颗粒的影响。

5 海洋非色素团聚颗粒对量子信道建立速率的影响

基于纠缠态的量子通信网络, 两个通信节点之间建立量子纠缠对的速率称为量子信道建立速率。对于纠缠态的量子密钥分发系统, 二节点之间成功得到一个纠缠光子对的平均时间为

$$\tau(f, d, P_g) = \frac{1}{f \cdot P_g} + \frac{d}{c}, \quad (23)$$

式中: f 为节点光子产生纠缠粒子操作的频率; c 为光速; P_g 为节点成功产生一定保真度 F 的纠缠粒子对的概率^[23], 表示为

$$P_g = 0.5 \left[1 - (2F - 1)^{\frac{2\kappa}{1-\kappa}} \right], \quad (24)$$

式中, $\kappa = e^{-c(\lambda) \cdot d}$ 为衰减因子。式(23)中 f 由节点纠缠粒子存储空间 M 决定, 最大频率为

$$f_{\max} = \frac{Mc}{4d}。 \quad (25)$$

考虑到实际纠缠光子在短距离内的传播速度远大于纠缠生成的速率, 即 $\frac{1}{f \cdot P_g} \gg \frac{d}{c}$, 式(23)可以表示为

$$\tau(f, d, P_g) = \frac{1}{f \cdot P_g}。 \quad (26)$$

则海洋环境下受非色素团聚颗粒影响, 量子系统信道建立速率表示为

$$V(F) = \frac{1}{\tau_{\min}} = f_{\max} \cdot P_g。 \quad (27)$$

取海洋非色素团聚颗粒质量浓度 $W=1 \text{ mg/L}$, 传输距离 $d=2 \text{ km}$, 仿真得到量子信道建立速率与保真度、入射光波长的关系如图 6 所示; 若采用 $\lambda=580 \text{ nm}$ 的光信号进行水下量子通信, 当传输距离 $d=2 \text{ km}$ 时, 海洋非色素团聚颗粒质量浓度与信道建立速率、保真度的关系如图 7 所示。

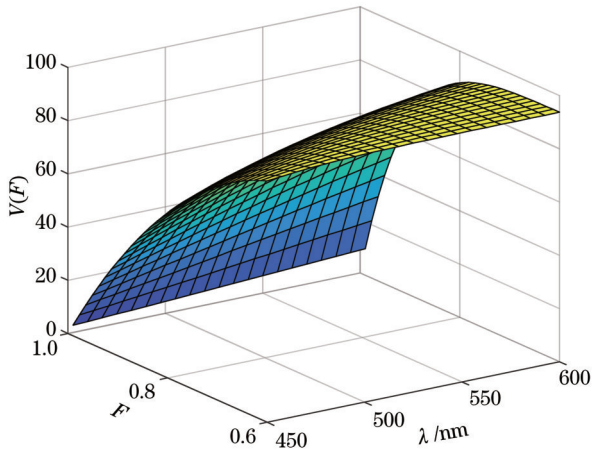


图 6 量子信道建立速率与光信号波长、保真度之间的关系
Fig. 6 Relationship among quantum channel establishment rate, optical signal wavelength, and fidelity

图 6 和图 7 中, X 轴分别为光信号的入射波长 λ 和海洋非色素团聚颗粒质量浓度 W , Y 轴为保真度 F , Z 轴为水下量子链路中信道的建立速率 $V(F)$, 单位为 pair/s。由图 6 可知, 当波长一定时, 量子信道建立速率随着保真度的增大而减小。对于同一保真度而言, 量子信道建立速率随着入射光信号波长的增大而增大, 但总体上升趋势较小。这是因为波长越大, 海洋非色素团聚颗粒的衰减系数越小, 量子通信的性能也就越好。图 6 中, 当采用 540 nm 的光信号进行水下量子

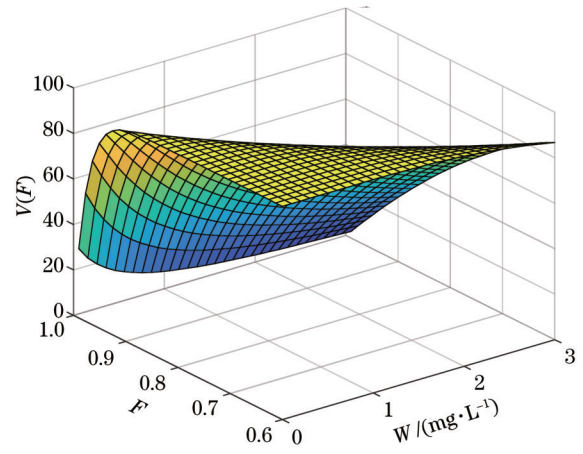


图 7 量子信道建立速率与海洋非色素团聚颗粒质量浓度、保真度之间的关系
Fig. 7 Relationship among quantum channel establishment rate, mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles, and fidelity

通信, 且保真度由 0.60 增加到 0.99 时, 量子信道建立速率由 93.61 pair/s 衰减到 7.39 pair/s。由图 7 可知, 量子信道建立速率随着保真度和非色素团聚颗粒质量浓度的增大呈下降趋势。当非色素团聚颗粒质量浓度为 1.2 mg/L、保真度由 0.60 增加到 0.99 时, 量子信道建立速率由 93.660 pair/s 下降到 7.796 pair/s。由此可见, 保真度对水下量子信道建立速率的影响较为显著。

6 海洋非色素团聚颗粒对幅值阻尼信道容量的影响

光量子在水下信道传送的过程中与海洋非色素团聚颗粒相互作用, 引起量子态发生跃迁, 导致退相干^[24]。

设海洋信道非色素团聚颗粒环境的初始状态为 $|e_{npi}\rangle$, 水下量子通信系统的量子态为

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle_s + \beta|1\rangle_s, \quad (28)$$

式中: $|0\rangle_s$ 为系统量子态的基态; $|1\rangle_s$ 为激发态; $|\alpha|^2$ 、 $|\beta|^2$ 分别为量子态出现在 $|0\rangle_s$ 和 $|1\rangle_s$ 上的概率, 且 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 。光量子态与海洋非色素团聚颗粒环境量子态发生相互作用后, 系统量子态激发态 $|1\rangle_s$ 将会以概率 p 衰减到基态 $|0\rangle_s$, 环境量子初态 $|e_{npi}\rangle$ 以概率 p 跃迁到 $|e_{npi}\rangle$, 该过程可以用量子位与海洋非色素团聚颗粒环境态混合系统的幺正演化 $U^{[25]}$ 表示为

$$U: \begin{cases} |0\rangle_s |e_{npi}\rangle \rightarrow |0\rangle_s |e_{npi}\rangle \\ |1\rangle_s |e_{npi}\rangle \rightarrow \sqrt{1-p} |1\rangle_s |e_{npi}\rangle + \sqrt{p} |0\rangle_s |e_{npi}\rangle \end{cases}, \quad (29)$$

式中, p 为量子态受海洋非色素团聚颗粒影响丢失一个光子的概率, 表示为

$$p = 1 - e^{-c(\lambda) \cdot d}, \quad (30)$$

根据式(29),进一步得

$$U(|\varphi\rangle|e_{npi}\rangle) = (\alpha|0\rangle_s + \sqrt{1-p}\beta|1\rangle_s)|e_{npi}\rangle + \sqrt{p}|0\rangle_s|e_{npf}\rangle \quad (31)$$

海洋非色素团聚颗粒环境基 $\{|e_{npi}\rangle, |e_{npf}\rangle\}$ 中,超算符 \mathcal{E} 的 Kraus 算子^[26]为

$$E_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

设水下量子通信系统的初始化密度矩阵为

$$\rho_s = \begin{bmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{01}^* & \rho_{11} \end{bmatrix}, \quad (33)$$

式中,上标*表示复共轭。系统初始化密度矩阵 ρ_s 经幅值阻尼信道演化为

$$\rho_s \rightarrow \epsilon(\rho_s) \equiv \mathcal{E}(\rho_s) = \begin{bmatrix} 1 - (1-p)(1-\rho_{00}) & \rho_{01}\sqrt{1-p} \\ \rho_{01}^*\sqrt{1-p} & \rho_{11}(1-p) \end{bmatrix} \quad (34)$$

对于量子系统 $\{\rho_i, \rho_i\}$,量子位以 p_i 的概率处于状态 ρ_i ,且 $\sum p_i = 1, i = 1, 2, 3, \dots$ 。输入字符 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|, \rho_2 = |1\rangle\langle 1|$,在海洋非色素团聚颗粒的作用下,水下量子通信系统的状态演化为

$$\rho_s \rightarrow \epsilon(\rho_s) = \epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right) = [p_1 \rho_1 + (1-p_1) \rho_2] = \begin{bmatrix} p_1 + (1-p_1)p & 0 \\ 0 & (1-p_1)(1-p) \end{bmatrix} \quad (35)$$

演化后量子态对应的诺伊曼熵为

$$S\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] = -\sum \lambda_i \log_2 \lambda_i = -[p_1 + (1-p_1)p] \cdot \log_2 [p_1 + (1-p_1)p] - (1-p_1)(1-p)^2 \cdot \log_2 (1-p_1), \quad (36)$$

式中, λ_i 为 ρ 的固有本征值。由此,幅值阻尼信道容量为

$$C = \max \left\{ S\left[\epsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] - \sum_i p_i S[\epsilon(\rho_i)] \right\} = \max \left\{ -[p_1 + (1-p_1)p] \cdot \log_2 [p_1 + (1-p_1)p] + (1-p_1)(1-p)^2 \cdot \log_2 (1-p_1) - (1-p_1) \cdot H(p) \right\}, \quad (37)$$

式中, $H(p)$ 为二元熵函数。为了便于计算,引入参数 $\chi = 2^{\frac{H(p)}{1-p}}$,则 p_1 表示为

$$p_1 = \frac{\chi(1-p) - p}{(1+\chi)(1-p)} \quad (38)$$

取传输距离 $d=6$ km,建立幅值阻尼信道容量与海洋非色素团聚颗粒质量浓度、入射光波长之间的关系并进行仿真实验,结果如图8所示;若采用 $\lambda=$

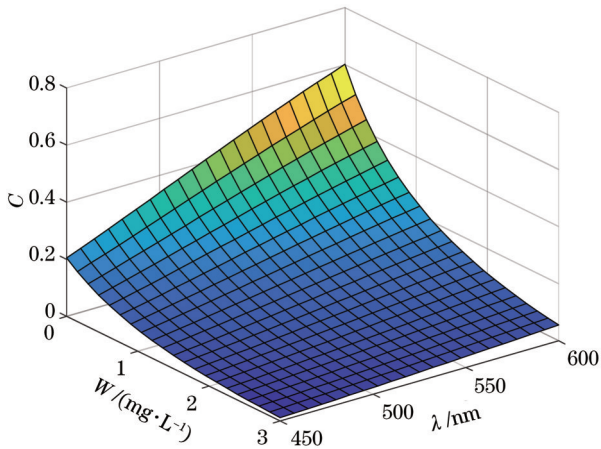


图8 幅值阻尼信道容量与海洋非色素团聚颗粒质量浓度、光信号波长之间的关系

Fig. 8 Relationship among amplitude damping channel capacity, mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles, and optical signal wavelength

580 nm 的光信号进行水下量子通信,海洋非色素团聚颗粒质量浓度与幅值阻尼信道容量、传输距离的关系如图9所示。

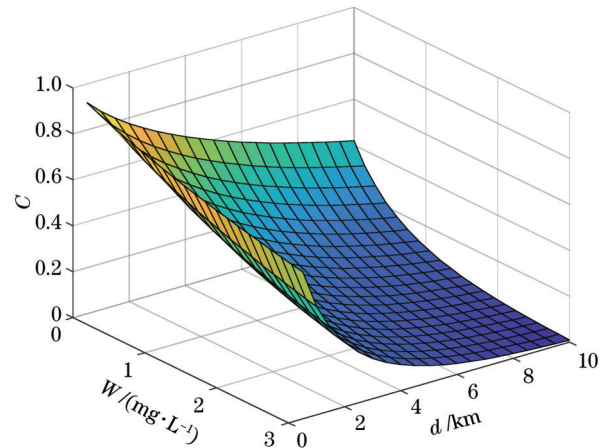


图9 幅值阻尼信道容量与海洋非色素团聚颗粒质量浓度、传输距离之间的关系

Fig. 9 Relationship among amplitude damping channel capacity, mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles, and transmission distance

图8和图9中,X轴分别为光信号的入射波长 λ 和传输距离 d ,Y轴为海洋非色素团聚颗粒质量浓度 W ,Z轴为幅值阻尼信道容量 C 。由图8可知,对于同一质量浓度的海洋非色素团聚颗粒而言,幅值阻尼信道容量随着入射光信号波长的增大而增大,且浓度越小,信

道容量的上升趋势越明显。图 8 中,当采用 555 nm 的光信号进行水下量子通信、非色素团聚颗粒质量浓度由 0 增加到 3 mg/L 时,信道容量由 0.490 衰减到 0.040。由图 9 可知,幅值阻尼信道容量随着传输距离和非色素团聚颗粒质量浓度的增大呈下降趋势。当非色素团聚颗粒质量浓度为 1.8 mg/L、传输距离由 0.5 km 增加到 10 km 时,信道容量由 0.726 下降到 0.040。当传输距离大于 7 km、颗粒质量浓度大于 2.1 mg/L 时,幅值阻尼信道容量小于 0.069,此时通信效率极低。

7 结 论

研究了海洋非色素团聚颗粒对水下量子通信链路的影响,基于 Mie 散射理论和 Gordon 模型,分析了不同光信号波长下非色素团聚颗粒的散射与吸收特性。针对不同波长的光量子信号,建立了海洋非色素团聚颗粒质量浓度与链路衰减、量子安全密钥产生率、信道建立速率以及幅值阻尼信道容量之间的关系模型并进行了仿真。结果表明,当采用波长为 580 nm 的光信号进行水下量子通信、传输距离为 2 km、海洋非色素团聚颗粒的质量浓度为 1.2 mg/L 时,对应的链路衰减、量子安全密钥产生率和幅值阻尼信道容量分别为 1.659、 8.295×10^{-5} 和 0.486;保真度为 0.899 时,量子信道建立速率为 58.2 pair/s。该仿真结果可为水下量子通信系统的设计与优化提供参考依据。

参 考 文 献

- [1] Bouwmeester D, Ekert A K, Zeilinger A. The physics of quantum information: quantum cryptography, quantum teleportation, quantum computation[M]. New York: Springer, 2000.
- [2] Lanzagorta M. Underwater communications[M]//Synthesis lectures on communications. Cham: Springer, 2012: 1-129.
- [3] Uhlmann J, Lanzagorta M, Venegas-Andraca S E. Quantum communications in the maritime environment[C]//OCEANS 2015-MTS/IEEE Washington, October 19-22, 2015, Washington, DC, USA. New York: IEEE Press, 2015.
- [4] 赵士成. 基于偏振编码的水下光量子通信的理论与实验研究[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2014.
- [5] Zhao S C. Theoretical and experimental research of underwater quantum optical communication based on the polarization encoding[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2014.
- [6] Ji L, Gao J, Yang A L, et al. Towards quantum communications in free-space seawater[J]. Optics Express, 2017, 25(17): 19795-19806.
- [7] Gariano J, Djordjevic I B. Theoretical study of a submarine to submarine quantum key distribution systems[J]. Optics Express, 2019, 27(3): 3055-3064.
- [8] Chen Y, Shen W G, Li Z M, et al. Underwater transmission of high-dimensional twisted photons over 55 meters[EB/OL]. (2019-02-04)[2022-03-05]. <https://arxiv.org/abs/1902.01392>.
- [8] 史鹏, 赵士成, 李文东, 等. 水下量子密钥分配的误码率和成码率[J]. 中国海洋大学学报(自然科学版), 2017, 47(4): 114-120.
- Shi P, Zhao S C, Li W D, et al. Bit error rate and key generation rate for underwater quantum key distribution[J]. Periodical of Ocean University of China, 2017, 47(4): 114-120.
- [9] 戴伟辉, 鄢秋荣, 王明, 等. 水下光子时空随机信道模型的建立与仿真[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(17): 1706006.
- [10] Dai W H, Yan Q R, Wang M, et al. Establishment and simulation of underwater photon spatio-temporal random channel model[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(17): 1706006.
- [10] 刘瑞熙, 马磊. 海洋湍流对光子轨道角动量量子通信的影响[J]. 物理学报, 2022, 71(1): 010304.
- Liu R X, Ma L. Effects of ocean turbulence on photon orbital angular momentum quantum communication[J]. Acta Physica Sinica, 2022, 71(1): 010304.
- [11] 宋庆君, 唐军武. 黄海、东海海区水体散射特性研究[J]. 海洋学报, 2006, 28(4): 56-63.
- Song Q J, Tang J W. The study on the scattering properties in the Huanghai Sea and East China Sea[J]. Acta Oceanologica Sinica, 2006, 28(4): 56-63.
- [12] Lin H, Dong T L, Ma Y, et al. The study on infrared scattering of red tide[J]. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2007, 28(4): 305-314.
- [13] 林宏. 海洋悬浮粒子的米氏散射特性及布里渊散射特性研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007.
- Lin H. The study on Mie scattering and Brillouin scattering of oceanic suspended particles[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2007.
- [14] 贺锦涛. 海洋典型悬浮团聚颗粒蓝绿激光的散射和吸收特性研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2021.
- He J T. Study on scattering and absorption characteristics of blue-green laser of typical marine suspended aggregate particles [D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2021.
- [15] Dubovik O, Holben B, Eck T F, et al. Variability of absorption and optical properties of key aerosol types observed in worldwide locations[J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 2002, 59(3): 590-608.
- [16] 王小东, 吴健, 邱荣, 等. MIE 散射系数的改进算法[J]. 光电工程, 2006, 33(3): 24-27.
- Wang X D, Wu J, Qiu R, et al. Improved algorithm for MIE scattering coefficient[J]. Opto-Electronic Engineering, 2006, 33(3): 24-27.
- [17] Gordon H R. Diffuse reflectance of the ocean: influence of nonuniform phytoplankton pigment profile[J]. Applied Optics, 1992, 31(12): 2116-2129.
- [18] Roesler C S. Theoretical and experimental approaches to improve the accuracy of particulate absorption coefficients derived from the quantitative filter technique[J]. Limnology and Oceanography, 1998, 43(7): 1649-1660.
- [19] Bricaud A, Morel A, Babin M, et al. Variations of light absorption by suspended particles with chlorophyll a concentration in oceanic (case I) waters: analysis and implications for bio-optical models[J]. Journal of Geophysical Research, 1998, 103: 31033-31044.
- [20] 张秀再, 翟梦思, 董千恒, 等. 黑碳与非吸收性气溶胶的不同混合方式对量子传输信道的影响[J]. 光学学报, 2022, 42(12): 1227001.
- Zhang X Z, Zhai M S, Dong Q H, et al. Effects of different mixing modes of black carbon and non-absorbent aerosol on quantum transmission channel[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(12): 1227001.
- [21] Duntley S Q. Light in the sea[J]. Journal of the Optical Society of America, 1963, 53(2): 214-233.
- [22] 郭弘, 李政宇, 彭翔. 量子密码[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016: 263-274.
- Guo H, Li Z Y, Peng X. Quantum cryptography[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2016: 263-274.
- [23] Zhou Y H, He Q S, Zheng X J. Attenuation of electromagnetic wave propagation in sandstorms incorporating charged sand particles[J]. The European Physical Journal E, 2005, 17(2): 181-187.

- [24] 张登玉. 量子逻辑门与量子退相干[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 90-110.
Zhang D Y. Quantum logic gates and quantum decoherence[M]. Beijing: Science Press, 2013: 90-110.
- [25] 张秀再, 徐茜, 刘邦宇. 卷云对自由空间星地量子通信信道的影响[J]. 光学学报, 2021, 41(20): 2027001.
Zhang X Z, Xu X, Liu B Y. Influence of cirrus clouds on space-to-earth quantum communication channels in free space[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(20): 2027001.
- [26] 张永德. 量子信息物理原理[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
Zhang Y D. Principles of quantum information physics[M]. Beijing: Science Press, 2006.

Influence of Marine Non-Pigment Agglomerated Particles on Performance of Underwater Quantum Communication

Zhang Xiuzai^{1,2*}, Zhou Lijuan², Zhai Mengsi², Ge Yujie²

¹*Jiangsu Provincial Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, Jiangsu, China;*

²*School of Electronics and Information Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, Jiangsu, China*

Abstract

Objective Underwater quantum communication is of great significance to seabed exploration and global communication, whose quality is affected by the complex and changeable marine environment. The stable and high-quality transmission of optical quantum signals can ensure the accurate transmission of information. In the process of underwater quantum communication transmission, various marine environmental factors will inevitably lead to the attenuation of communication links, such as seawater molecules, algal suspended particles, and marine sediment particles. However, up to now, research on the effect of marine non-pigment agglomerated particles on the performance of underwater quantum channels has not been carried out. Non-pigment suspended particles in seawater mainly include suspended sediment particles, mineral particles, and excreta of marine organisms. During underwater quantum communication, the collision between non-pigment agglomerated particles and light quantum signals will cause the attenuation of optical signals, which can lead to the attenuation of communication links and reduce the reliability of underwater quantum communication. It is expected that the simulation results in this study can provide a reference for the design and optimization of quantum communication systems in the marine environment.

Methods Marine non-pigment suspended particles are agglomerated particle systems formed by multiple single particles. After linear superposition approximation treatment for marine non-pigment agglomerated particles of different sizes, they can still be regarded as spherical particles, similar to equivalent spheres. Firstly, Mie scattering theory and the Gordon model are used to analyze the absorption and scattering characteristics of marine non-pigment agglomerated particles. Then, the relationship model between mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles and link attenuation is built, and simulation experiments are carried out. After that, a physical model for the quantum security key generation rate under the influence of marine non-pigment agglomerated particles is constructed, and the simulation experiment is conducted for the preparation and measurement quantum key distribution system. For quantum communication networks based on entangled states, the influence of marine non-pigment agglomerated particles on the establishment rate of underwater quantum channels is studied and analyzed. In addition, the capacity of the amplitude damping channel in a marine non-pigment environment is analyzed and calculated.

Results and Discussions For the same wavelength, the Mie scattering coefficient of marine non-pigment agglomerated particles is proportional to the mass concentration; for the same mass concentration, a shorter incident wavelength means a greater scattering coefficient. Moreover, the absorption coefficient of marine non-pigment agglomerated particles is exponentially related to the incident wavelength (Fig. 1). The link attenuation decreases with the increase in the wavelength of the incident light signal, and a larger mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles is accompanied by a more significant decreasing trend of the quantum link attenuation (Fig. 2). When the optical signal wavelength is constant, the link attenuation shows an upward trend with the increase in the mass concentration of non-pigment agglomerated particles (Fig. 3). The generation rate of the quantum security key grows with the increase in the wavelength of the incident light signal and drops with the increase in the mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles (Fig. 4). The establishment rate of quantum channels is greatly affected by fidelity. For the same

fidelity, the establishment rate increases with the increase in the wavelength of the incident optical signal, but the overall upward trend is gentle (Fig. 6). The capacity of the amplitude damping channel shrinks with the increase in the mass concentration and transmission distance of marine non-pigment agglomerated particles (Fig. 9). Overall, a higher incident wavelength indicates better quality of underwater quantum communication when only marine non-pigment agglomerated particles are considered.

Conclusions In the present study, the scattering and absorption characteristics of non-pigment agglomerated particles are analyzed according to the Mie scattering theory and the Gordon model. For different wavelengths of optical signals, the relationship models between mass concentration of marine non-pigment agglomerated particles and link attenuation, generation rate of the quantum security key, channel establishment rate, as well as the capacity of the amplitude damping channel are constructed and simulated. The experimental results show that for quantum communication using 510-nm optical signals, the link attenuation increases from 2.562 to 13.100 when the mass concentration of non-pigment agglomerated particles increases from 0 to 3 mg/L. When 580-nm wavelength signals are selected as the incident wavelength, the mass concentration of non-pigment agglomerated particles is 1.2 mg/L, and the transmission distance increases from 0 to 2 km, while the generation rate of the quantum security key increases from 2.17×10^{-4} to 8.30×10^{-5} . When 540-nm optical signals are used for underwater quantum communication, and the fidelity increases from 0.60 to 0.99, the quantum channel establishment rate is attenuated from 93.61 to 7.39 pair/s. For underwater quantum communication with 580-nm optical signals, when the mass concentration of non-pigment agglomerated particles is 1.8 mg/L, and the transmission distance increases from 0.5 to 10 km, the channel capacity decreases from 0.726 to 0.040. When the transmission distance is greater than 7 km, and the mass concentration is greater than 2.1 mg/L, the capacity of the amplitude damping channel is less than 0.069, and the communication efficiency is extremely low.

Key words quantum communication; marine non-pigment agglomerated particles; quantum security key generation rate; channel establishment rate; amplitude damping channel