

光学学报

基于正向投影面积法的层析粒子图像测速 权重系数计算方法

封明军^{1,3}, 周骛^{1,3*}, 黄浩钦^{1,3}, 张大鹏^{1,3}, 高丽敏², 蔡小舒^{1,3}

¹上海理工大学能源与动力工程学院, 上海 200093;

²翼型叶栅空气动力学国家级重点实验室, 陕西 西安 710129;

³上海市动力工程多相流动与传热重点实验室, 上海 200093

摘要 三维重建是层析粒子图像测速(PIV)中重要的一步,重建过程中的权重系数计算通常较为繁琐。基于此,提出一种层析PIV快速权重计算方法——正向投影面积(FPA)法,即将离散体素投影在相应像元上的面积作为权重系数计算的方法。首先,基于针孔相机模型构建三维空间内粒子多视角投影成像仿真程序,生成仿真图片用于方法分析与验证;其次,将FPA方法结合目前主流重建算法开展三维重建精度和耗时分析。结果表明,当用于本研究所测测量区域重建时,相比于传统后向方法与亚网格法权重系数计算方法,FPA法的权重矩阵元素个数分别降低了大约3个和1个数量级,计算时间分别减少了97%与85%,相应地降低了计算机的内存占用,且FPA法与传统后向方法所计算的权重矩阵的平均相似度高于0.9974。在常用实验粒子数分数($p_{ppp}=0.05$)下,该方法结合目前主流重建算法的重建精度可达0.8以上。同时基于仿真图片分析了相机最佳采集角度以及实验相机噪声对重建结果的影响,结果表明,在实验噪声条件下重建结果仍然满足三维流场重建的要求。

关键词 图像处理;层析粒子图像测速;三维重建;权重系数计算;正向投影面积法

中图分类号 O359 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS222154

1 引言

流体运动现象广泛存在于自然界与工程领域中,流场可视化技术^[1-2]不仅能够推动人们研究流体力学基本问题,还在解决实际工程应用问题中起着至关重要的作用。近年来,层析粒子图像测速(PIV)技术^[3]由于其高精度、多点、三维、瞬时等测量优点,在圆柱绕流^[4]、湍流边界层^[5]、火焰场^[6]等流场测量中的应用日益广泛。层析PIV的基本原理是通过重建两个或多个相邻时刻流场中粒子的三维光强分布,结合三维互相关算法求得其瞬时流场分布。自2005年Elsinga等^[7]正式提出层析PIV技术的工作原理以及应用以来,该方法激起了国内外学者广泛兴趣,并不断致力于其重建算法的研究与改进。对于重建算法的改进包括两方面:1)提高重建精度,即重建粒子场与实际粒子场的相似程度,它影响着最终流场分布的准确性;2)缩短重建时间,其由权重系数计算时间与体素迭代时间两部分组成,是目前层析PIV技术广泛应用的瓶颈。由于需要计算权重系数,即空间体素对像素的强度贡献值,并采用迭代的方式更新体素强度值,因此重建过程

往往非常耗时。

在缩短重建时间方面:Worth等^[8]提出一种快速的空间体素重建方法,在迭代重建前估计空间体素的初始值,在损失较小的重建精度下,相较于统一初始强度值的方法提升了35倍的重建速度;Atkinson等^[9]提出基于multiplicative line of sight(MLOS)的初始粒子场估计方法,将权重系数矩阵大大减小,减少了占用的计算机内存与权重计算时间,结合联合代数重建技术(SART)^[10]与联合乘法代数重建技术(SMART)^[9],在达到相同重建精度的情况下,相较于统一初始强度值的倍增代数重建技术(MART)^[11]提升了77倍的重建速度。

对于提高重建精度:Bosbach等^[12]采用视线与邻近体素距离的线性插值作为权重系数,精准计算空间体素对像素的强度;Schanz等^[13]将光学传递函数(OTF)引入权重系数的计算之中,该方法的权重系数随空间发生变化,取决于实际相机的光学条件,能够有效提高重建精度;Discetti等^[14]对MART算法进行改进,将三维高斯滤波器应用于每次迭代后的重建结果,有效地减小了鬼影粒子对速度计算的影响;Novara

收稿日期: 2022-12-19; 修回日期: 2023-02-01; 录用日期: 2023-02-09; 网络首发日期: 2023-03-09

基金项目: 国家科技重大专项(2017-V-0016-0069)、翼型、叶栅空气动力学重点实验室基金(614220121050327)

通信作者: *zhouwu@usst.edu.cn

等^[15]提出一种在 MART 算法基础上改进的运动增强 (MTE) 方法, 该方法基于两个或多个曝光的图像来增强单个强度场的重建, 降低鬼影图像强度同时提高了实际粒子的强度, 由此来提高重建精度。

权重系数的计算方式对重建精度以及重建时间都起着重要作用, 针对单层体素数量小于成像面像素数量情况下的权重系数计算问题, 本文提出一种基于体素投影面积的简化权重系数计算方法, 在保证重建精度的同时进一步提高重建速度。最后通过仿真与实验验证该方法的有效性。

2 层析 PIV 及重建原理

2.1 层析 PIV 原理

层析 PIV 是一种基于多相机采集与体光源照明的流场测量技术, 通过结合粒子图像测速技术与计算机断层扫描技术 (CT), 能够实现完全意义上三维空间内

三个速度分量 (3D-3C) 的流场测量。通过同时采集多个不同视角的瞬时流场图片, 再利用三维重建与三维互相关算法可视化三维流场, 该技术的核心是通过光学层析成像重建三维粒子光强场。

层析 PIV 的基本原理如图 1 所示, 具体步骤如下:

- 1) 照亮粒子: 采用具有一定厚度的体光源照明流场中的示踪粒子。
- 2) 图像采集: 不同角度的相机同时记录相邻时刻流场中示踪粒子的瞬时分布。
- 3) 三维场重建: 根据同一时刻不同视角的粒子图片重建瞬时粒子场光强分布。
- 4) 三维互相关: 由两个不同时刻的粒子场光强分布根据三维互相关算法求得粒子的位移。

三维粒子光强重建是处理流场数据的第一步, 也是获取准确三维流场信息中至关重要的一步。

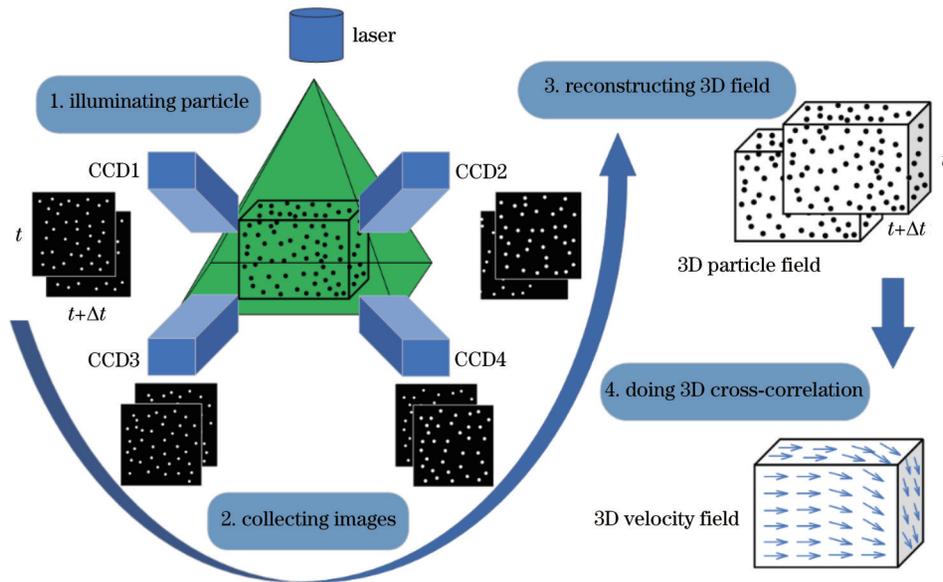


图 1 层析 PIV 原理

Fig. 1 Schematic diagram of tomographic PIV

2.2 三维重建原理

粒子场的重建与 CT 重建原理类似, CT 技术通过多角度的投影数据重建某一切面的图像, 目前重建方法有拉东逆变换 (radon transform)^[16]、滤波反投影 (FBP)^[17]、迭代法等。其中, 拉东逆变换和滤波反投影算法重建质量高且重建速度快, 但是需要完备的投影数据, 通常由于光学窗口空间受限, 层析 PIV 系统一般由 3~6 台^[18]相机组成, 因此获得全角度的粒子场投影数据较为困难, 层析 PIV 中的三维粒子场重建属于不完全投影数据重建, 其求解方程通常是欠定的。对于不完全投影数据的重建, 常用的方法是以加型代数重建法 (ART)^[11]和乘型代数重建法 (MART)^[11]为代表

的重建方法。

三维重建的第一步是将测量区域离散化, 离散后的子体积称为体素, 体素的坐标由 (X, Y, Z) 表示, 强度值为 $E(X, Y, Z)$, 如图 2 所示。成像面 (x_i, y_i) 处的像元接收来自视线 i 方向上的强度值, 其强度值 $I(x_i, y_i)$ 可以看作是视线方向上所有体素强度值的叠加, 可由一个线性方程表示:

$$\sum_{j \in N_i} w_{i,j} E(X_j, Y_j, Z_j) = I(x_i, y_i), \quad (1)$$

式中: N_i 代表视线 i 方向内体素的个数; $w_{i,j}$ 为 j 体素对 i 像元的强度贡献值。若采用 n 台相机, 每台相机有 m 个像元被利用时, 有 $m \times n$ 个方程:

$$\begin{cases} \omega_{11}E(X_1, Y_1, Z_1) + \omega_{12}E(X_2, Y_2, Z_2) + \dots + \omega_{1N_1}E(X_{N_1}, Y_{N_1}, Z_{N_1}) = I(x_1, y_1) \\ \omega_{21}E(X_2, Y_2, Z_2) + \omega_{22}E(X_2, Y_2, Z_2) + \dots + \omega_{2N_2}E(X_{N_2}, Y_{N_2}, Z_{N_2}) = I(x_2, y_2) \\ \vdots \\ \omega_{m \times n 1}E(X_1, Y_1, Z_1) + \omega_{m \times n 2}E(X_2, Y_2, Z_2) + \dots + \omega_{m \times n N_n}E(X_{N_n \times n}, Y_{N_n \times n}, Z_{N_n \times n}) = I(x_{m \times n}, y_{m \times n}) \end{cases}, \quad (2)$$

式中： $E(X, Y, Z)$ 为要求解的体素强度值，构成粒子场的光强分布。

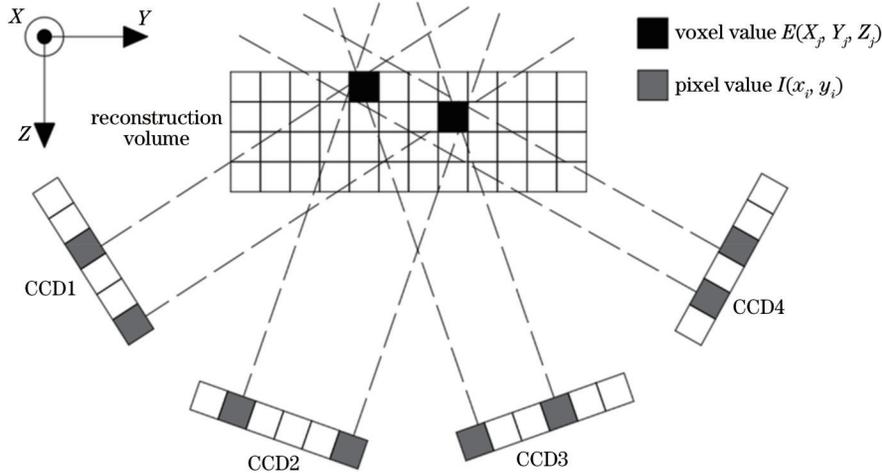


图 2 体素强度重建原理

Fig. 2 Principle of voxel intensity reconstruction

与加型代数重建法 ART 相比, MART 算法基于乘型倍增进行, 迭代过程中一旦某体素值计算结果为 0, 则该体素值后续不再发生变化, 因此 MART 算法更适合于高空间分辨率的层析粒子场重建^[19]。其原理是给定一个合适的初始光强分布, 通过式(3)逐次更新每个体素的强度, 使得迭代后的投影像素强度 $\sum_{j \in N_i} \omega_{ij} E(X_j, Y_j, Z_j)^k$ 与 CCD 记录的像素强度之间的差异最小化, 最终得到重建体的光强分布:

$$E(X_j, Y_j, Z_j)^{k+1} = E(X_j, Y_j, Z_j)^k \left(\frac{P_i}{\sum_{j \in N_i} \omega_{ij} E(X_j, Y_j, Z_j)^k} \right)^{\mu \omega_{ij}}, \quad (3)$$

式中： k 表示迭代次数； μ 表示松弛系数，其值通常在 0~2 之间^[19]。

但仅使用 MART 算法也存在一些问题, 比如权重矩阵阶数过大、迭代时间过长等。Atkinson 等^[9]提出的 MLOS 算法可加快重建速度, 通过将体素投影, 得到体素中心在像平面上的位置, 采用最邻近插值的方式将其对应的像素值赋给体素, 由此可以得到一个重建体的光强分布。对每台相机都进行如上操作, 最后将得到的体素强度值相乘, 即为 MLOS 算法的初始光强分布。该算法能够确定重建体中大部分强度为 0 的体素, 因此在计算权重矩阵过程中忽略这些 0 体素。该算法不仅能够减少权重系数的阶数, 还能够为

MART 算法提供初始光强分布, 使 MART 算法能够在较少的迭代次数下达到收敛, 并大幅减少迭代所需时间。

与此同时, 改进 MART 算法, 如 SMART^[9]算法也可以加快重建速度。由式(3)可知, MART 算法一次基于一个像素修正对其有贡献的体素强度, 而 SMART 同时基于所有像素的投影校正所有体素强度, 其迭代形式如下:

$$E(X_j, Y_j, Z_j)^{k+1} = E(X_j, Y_j, Z_j)^k \prod_i^{N_i} \left[\left(\frac{P_i}{\sum_n W_{in} I_n^k} \right)^{\mu W_{ij}} \right]^{1/N_i} \quad (4)$$

式中： N_i 为接收 j 体素强度的像素个数。

3 权重系数计算

根据光线追踪原理^[20], CCD 接收到的视线是线束, 因此对某一像元强度有贡献的体素中, 只有部分体素的强度能完全投影到像元中, 不完全投影的体素涉及权重系数的计算, 权重系数和相机内外参数与空间体的设定有关, 如图 3 所示。在 CT 技术中, 由于发生器发出的射线截面积较小, 可以看作是没有宽度的射线, 因此只需考虑射线穿过的体素, 并将其穿过该体素的长度作为权重系数。而在相机成像过程中, 每个像元接收到的视线是有宽度的, 即同一个深度方向上, 一定区域内的体素对其起作用。

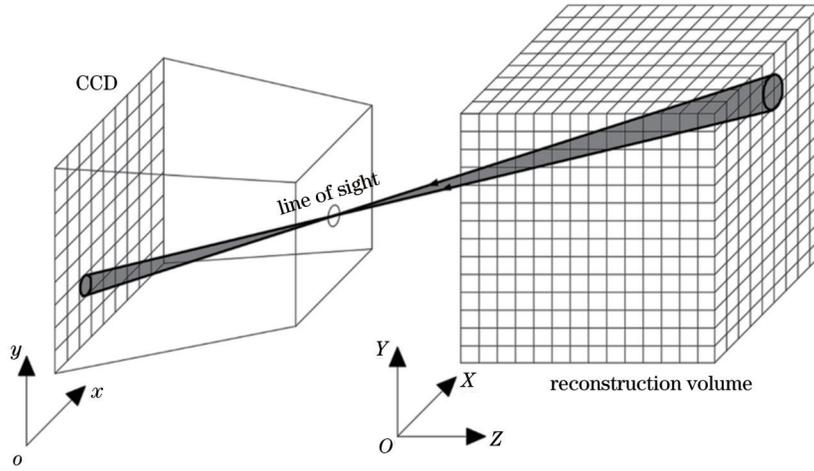


图 3 体素投影与其强度积分过程
Fig. 3 Voxel projection and its intensity integration process

3.1 传统后向方法和亚网格方法

传统后向方法常采用 Lamarche 等^[21]提出的圆柱体与球体相交法计算权重,即将每个体素看作半径为 r 的球体,并将视线设为截面半径为 R 的圆柱体, a 为体素中心与视线的最近距离。通过后向投影的计算方式,将圆柱体与体素的相交体积作为权重系数。

$$w = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \left[2R^2 a \cos(r/2R) - r/2 \sqrt{4R^2 - r^2} \right] a, & a \leq r + R \\ 0, & a > r + R \end{cases} \quad (5)$$

在大多数情况下,权重矩阵的元素个数 W_N 设置为

$$N_{\text{cam}} \times N_{\text{pix}} \times N_{\text{vox}}, \quad (6)$$

式中: N_{cam} 为相机个数; N_{pix} 为每台相机的像元个数; N_{vox} 为划分的体素个数。权重矩阵的阶数非常庞大,导致权重计算耗时在整个重建过程中占了很大一部分,同时还需要巨大的计算机内存来对其进行存储。

Atkinson 等^[9]提出的亚网格权重计算方法 (TSM) 假设重建体在深度方向被划分成 N_z 个切面,若一个切面内 N 个体素对视线有强度贡献,权重矩阵元素数 W_N 的表达式为

$$N_{\text{cam}} \times N_{\text{pix}} \times N_z \times N, \quad (7)$$

式中: N_z 为深度方向上的切面个数; N 为切面内对视线强度有贡献的体素数。该方法降低了权重矩阵大小的数量级,在一定程度上缩短了重建时间并减少了计算机占用的内存。

3.2 正向投影面积法

由于划分的空间体素与像素个数较多,权重系数的阶数通常较大,后向投影的方法不仅要计算每条视线方程,还需要根据该方程计算与其相交的体素序号与体积,权重矩阵的计算量非常庞大。因此减少权重矩阵的计算时间是提高重建速度的关键,本实验组提

出正向投影的方法来计算权重系数。

图 4(a) 中,空间体被离散成若干与像元大小相当的球形体素,以保证重建精度^[22]。由于空间体素的投影面积与像元大小相当,以直径为 d 的 j 体素为例,其投影面积 A_j 可视为

$$A_j = \pi (d/2)^2. \quad (8)$$

图 4(b) 中,由相机成像近大远小的特点可知,距离成像面越远的体素投影面积越小,相应地,其权重系数也越小,因此引入式(9)修正投影面积:

$$A'_j = A_j \frac{u}{u_j}, \quad (9)$$

式中: A'_j 为修正后的投影面积; u 为距离重建体中心的物距; u_j 为 j 体素距离主镜头的距离。

由于相机与空间重建体的相对位置关系,大多数体素的中心不会直接投在像元中心上,如图 4(a) 中体素 j ,其中心投影在像元 (x_i, y_i) 某一位置上,相应的投影面积分布在相邻 4 个像素上,即体素 j 对领域内 4 个像素的强度都有贡献。反之,像元接收到强度为其视线方向内相交中心周围 4 个体素强度的叠加。当投影面积与像元面积相等时,单个体素最多对邻近的 4 个像素有贡献。因此,所提方法存储的权重矩阵元素个数 W_N 为

$$N_{\text{vox}} \times N_{\text{cam}} \times 4. \quad (10)$$

4 示踪粒子仿真成像

为对所提权重计算及重建算法进行准确验证,需生成仿真层析成像图片作为处理对象。在过去大多数重建算法研究中^[9, 19],为简化模型,通常针对二维平面投影到一维图像的过程进行算法验证。本研究为了直接对三维空间重建算法进行验证。首先构建了三维空间粒子场生成与投影成像仿真程序,生成二维仿真投影成像图片,然后将上述图片用于三维光强分布场的重建,并将重建后的粒子场光强分布与原始粒子场光

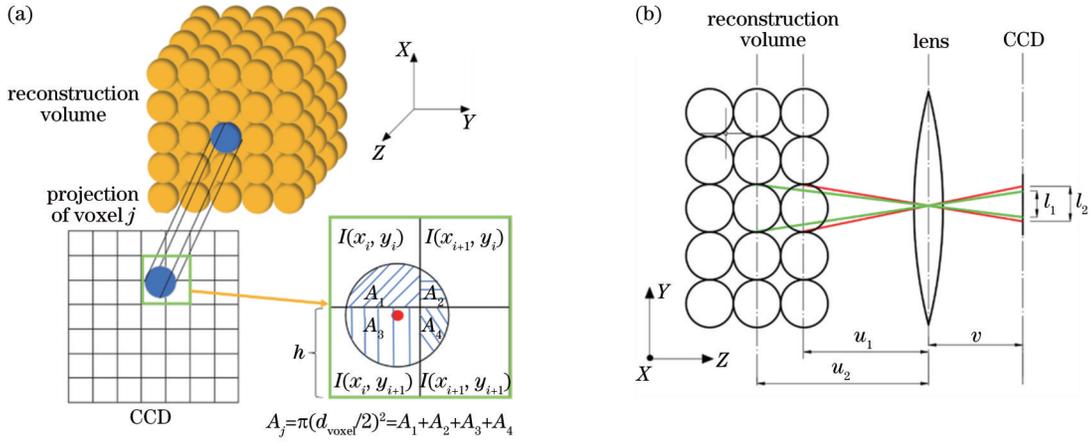


图 4 正向投影面积法原理。(a)正视方向；(b)俯视方向

Fig. 4 The principle of the forward projected area method. (a) Front view direction; (b) top view direction

强分布进行比较,便可对所提方法进行定量分析和进一步研究。

4.1 相机模型与投影

实际成像中, P 点光线经过主镜头后成像在 P' 上, P' 点是无数条光线共同作用的结果,如图 5(a)所示。

由于投影过程的本质是将点在空间坐标系中的位置转化为其在相机坐标系上的位置, P 点投影位置可以由针孔相机模型^[23]简化成一条光线单独作用的结果,如图 5(b)所示。

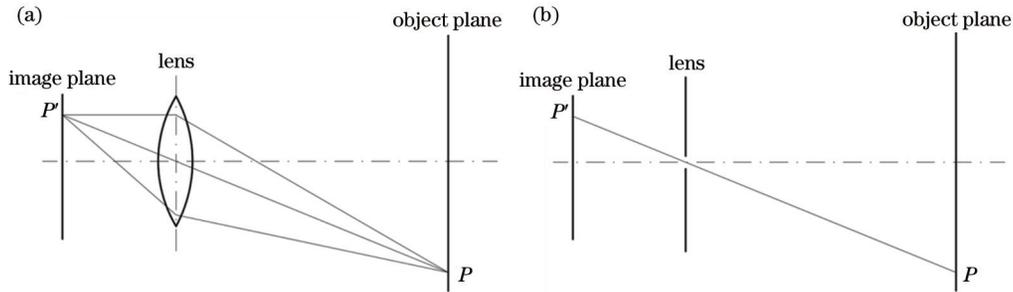


图 5 成像过程。(a)实际成像；(b)针孔相机模型成像

Fig. 5 Imaging process. (a) Actual imaging; (b) pinhole camera model imaging

图 6 为针孔相机模型的示意图,空间坐标点与图像坐标点之间的对应关系可通过 4 个坐标系互相转化:世界坐标系 ($O\text{-}XYZ$)、相机坐标系 ($O\text{-}X_c Y_c Z_c$)、图像坐标系 ($o\text{-}xy$) 与像素坐标系 ($o\text{-}uv$)。具体如式 (11)

所示:

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/d_x & 0 & u_0 \\ 0 & 1/d_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

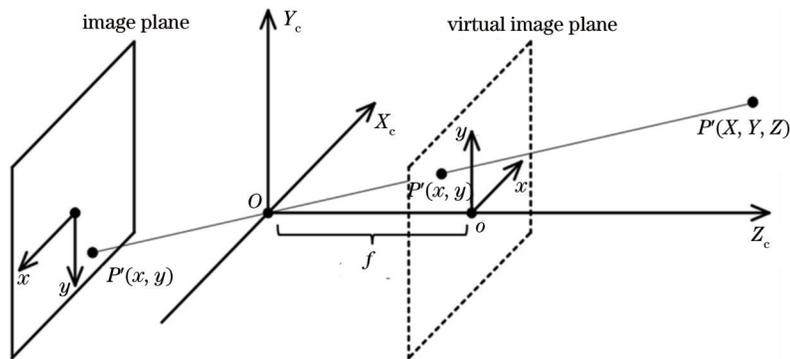


图 6 针孔相机模型示意图

Fig. 6 Schematic diagram of pinhole camera model

式中: (u_0, v_0) 为成像面的中心点坐标; f 为焦距; (d_x, d_y) 分别为 CCD 像元尺寸, 属于相机内部参数; (u, v) 为其投影在成像面上的坐标; (X_c, Y_c, Z_c) 为空间中某点在相机坐标系下的坐标。

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中: (X, Y, Z) 为该点在世界坐标系下的坐标; \mathbf{R} 和 \mathbf{T} 为相机的外部参数, 分别代表相机的旋转矩阵与平移向量。相机的内部参数与外部参数可以通过标定得到。本研究在针孔相机模型的基础上, 考虑粒子成像的强度与形状大小, 下面分别从这两方面进行分析。

4.2 粒子形状仿真

在实验过程中, 成像在 CCD 上的粒子图像并不是实际粒子, 而是实际粒子形状与粒子发出的散射光经过透镜发生衍射后形成的艾里斑形状的结合, Adrian 等^[24]指出其成像直径是粒子的实际直径与艾里斑直径的函数:

$$d_e = \sqrt{(Md_p)^2 + d_{\text{diff}}^2}, \quad (13)$$

$$d_{\text{diff}} = 2.44f_{\#}(M+1)\lambda, \quad (14)$$

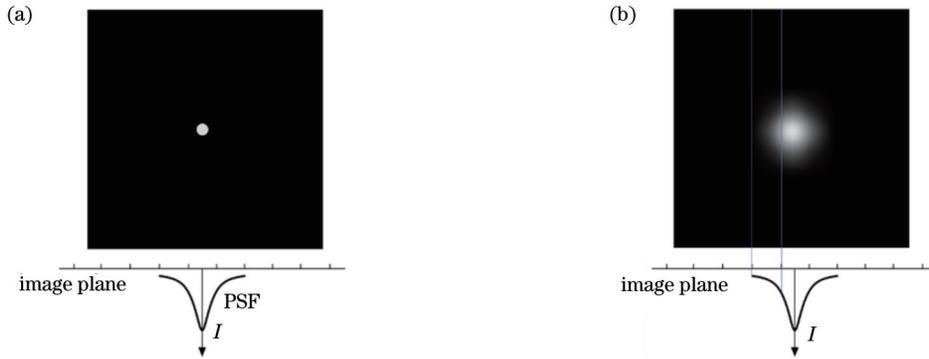


图 7 粒子成像强度计算方式。(a)PSF 方式;(b)线积分方式

Fig. 7 Particle imaging intensity calculation methods. (a) PSF method; (b) line integral method

4.3 粒子强度仿真

粒子散射由光源入射后发出的光, 其强度与粒子大小、形状、观察角度和粒子与介质的折射率等有关。由于粒子在流场中的分布稀疏, 粒子成像在 CCD 上重合的概率较小, 忽略粒子间散射的互相影响, CCD 上接收到的强度即为光源经粒子散射后的强度。

本研究将 DEHS 气溶胶经加压雾化后产生的悬浮微粒子作为示踪粒子, 直径 d 为 $1 \mu\text{m}$, 折射率为 1.450。光源为波长 $\lambda=532 \text{ nm}$ 、能量为 200 mJ 的脉冲激光光源。无量纲粒子尺寸参数 α 的表达式为

$$\alpha = \frac{\pi d}{\lambda}. \quad (17)$$

当 $\alpha \geq 0.1$ 时, 认为粒子发生的是米氏散射^[24], 根据米氏散射理论即可计算其在 CCD 上成像的理论强度,

式中: d_p 为粒子实际直径 d_{diff} 为艾里斑直径; $f_{\#}$ 为光圈数, 即镜头焦距与光圈直径的比值; M 为放大倍率; λ 为入射光波长。上述过程形成的图像也是成像系统的点扩散函数 (PSF)^[25], 通常情况下, PSF 可近似为高斯分布, 其标准差为

$$\sigma_{\text{PSF}} = f_{\#}(1+M)\lambda\sqrt{2}/\pi, \quad (15)$$

$$P(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\text{PSF}}^2} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2\sigma_{\text{PSF}}^2}\right], \quad (16)$$

式中: $P(x, y)$ 为成像面 (x, y) 处的 PSF 值; (x_0, y_0) 为粒子中心投射到成像面的位置。

PSF 成像的原理如图 7(a) 所示。图 7(a) 为实际粒子在重建体中的俯视图, 其中的白点代表实际粒子。在实验中, 实际粒子的几何尺寸通常小于一个像素, 粒子的散射光经过衍射后形成的 PSF 图像大于一个像素。例如, 当 $d_p=1 \mu\text{m}$, $f_{\#}=10$, $\lambda=0.532 \mu\text{m}$, $M=0.1$ 时, CCD 单位像元大小为 $5 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$ 。由式 (13) 可知, 当粒子的几何尺寸足够小时, 其几何尺寸对成像直径的影响可以忽略不计, 计算得到的 d_e 为 $14.279 \mu\text{m}$, 最终粒子在 CCD 成像的 PSF 图像大小是 $3 \text{ pixel} \times 3 \text{ pixel}$ 。

如图 6(a) 所示, 相机所在位置的单粒子 P 的米氏散射强度为

$$I(\theta, \varphi, r) = \frac{\lambda^2 I_0}{4\pi^2 r^2} \left[|S_1(\theta)|^2 \sin^2(\varphi) + |S_2(\theta)|^2 \cos^2(\varphi) \right], \quad (18)$$

式中: θ 为散射角; φ 为方向角, 即光源的振动面与散射面的夹角; r 为粒子中心与相机的距离; $|S_1(\theta)|^2$, $|S_2(\theta)|^2$ 分别为和散射面平行和垂直的散射光强度分量。

方向角对于粒子散射光强的分布几乎无影响^[26], 本研究取 $\varphi=45^\circ$, 散射角 θ 在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 内的归一化散射强度计算结果如图 8(b) 所示。可以看出, 粒子散射强

度随散射角变化较大,强度极差达到 6 个数量级,因此当相机观察角度不同时(镜头与相机参数一致),同一粒子在不同相机上的成像强度值会存在较大差异,4 台相机在不同位置时接收到的散射光强有所不同。

粒子成像形状和直径已在上一节中介绍,根据成像系统的点扩散函数,单个粒子在像面上的光强分布为式(16)、(18)卷积的结果,可表示为

$$\chi(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\text{PSF}}} \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2\sigma_{\text{PSF}}}\right] \times \int_{\Omega} \left[|S_1(\theta)|^2 \sin^2(\varphi) + |S_2(\theta)|^2 \cos^2(\varphi) \right] d\theta d\varphi \quad (19)$$

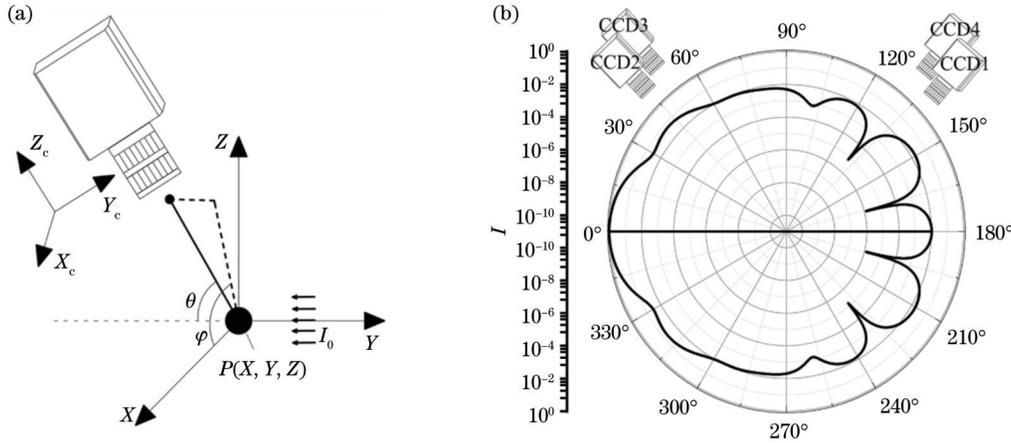


图 8 散射强度。(a)相机接收米散射强度示意图;(b)仿真粒子归一化散射强度计算结果

Fig. 8 Scattering intensity. (a) Schematic diagram of the scattering intensity of the meter received by the camera; (b) normalized scattering intensity of simulate particle

由于层析重建的原理是通过迭代的方法逐步更新对像素强度有贡献的体素强度值,如果对图 7(a)中成像的粒子进行重建,重建后会得到图 7(b)中的粒子团。因此如果粒子被建模为实际粒子大小,并根据 PSF 原理成像到 CCD 上,重建后的粒子场将无法与设定的粒子场进行对比,无法验证其重建精度。在后续生成仿真粒子场的过程中,采用图 7(b)的方式将重建体中的粒子建模为粒子团,粒子强度通过线性方式积

分在 CCD 上,使像面上的强度分布满足 PSF 分布。

所成图像中的粒子数分数是 PIV 测量中需考虑的基本参数之一,一般用图片中粒子个数与图片中像素数的比值 p_{ppp} 表示,即 particle per pixel。为了评估所提权重计算方法的正确性,按本小节所述方法生成了不同浓度的粒子投影图,典型图片如图 9 所示,投影过程考虑了衍射对成像直径的影响以及由于米散射造成不同相机位置受到光强不同的影响。

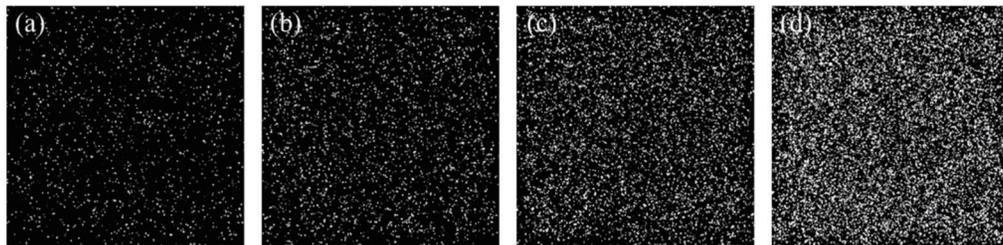


图 9 不同浓度的粒子场在相机 1 上投影图。(a) $p_{\text{ppp}}=0.0125$; (b) $p_{\text{ppp}}=0.025$; (c) $p_{\text{ppp}}=0.05$; (d) $p_{\text{ppp}}=0.1$

Fig. 9 Projection of particle fields of different p_{ppp} on camera 1. (a) $p_{\text{ppp}}=0.0125$; (b) $p_{\text{ppp}}=0.025$; (c) $p_{\text{ppp}}=0.05$; (d) $p_{\text{ppp}}=0.1$

5 粒子场重建及结果分析

5.1 仿真粒子场设定

为对所提权重计算及重建算法与程序进行验证,按照以下参数生成仿真图片。假设有一 $5 \text{ mm} \times$

$5 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ 大小的三维空间体,其中随机布撒直径为 $1 \mu\text{m}$ 的示踪粒子。按式(13)计算得到的粒子衍射成像(成像参数为: $f_{\#}=10$ 、放大倍率 $M=0.1$ 、 $\lambda=0.532 \mu\text{m}$ 、CCD 单位像元大小为 $5 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$)的直径为 3 pixel。同时,为保证每个图像像素尺寸与每个体

素成像后大小基本接近,按空间分辨率 20 voxels/mm 将该空间体离散成 $100 \times 100 \times 40$ 个球形体素,即每个体素直径为 $50 \mu\text{m}$ 。采用 3 台相机对空间体进行投影,并假设整个重建体都在相机景深内,去除离焦对其造成的影响。3 台相机呈线性摆放在同一条轴上,与 z 轴偏离角度 $\theta = \{-20^\circ, 0^\circ, 20^\circ\}$,像元个数为 120×120 ,相机焦距 $f = 6 \text{ mm}$,放大倍率 $M = 0.1$,与重建体中心点位置的距離 $T = 60 \text{ mm}$ 。

5.2 权重计算效率分析

所采用的硬件环境为 AMD Ryzen 5 4600H 3.00 GHz 处理器、16 GB 内存,软件环境为 PyThon 3.8 版本,按第 3.3 节中 3 种不同权重矩阵计算方法计算所占内存及耗时,如表 1 所示。

从表 1 可以看出,与传统后向方法相比,TSM 法的总矩阵元素降低了大约 4 个数量级,在一定程度上

加快了权重矩阵的计算,能够减少整个重建过程的耗时。所提 FPA 法相对于 TSM 法,其矩阵元素数减少幅度有限。

上述分析表明:传统后向方法的权重矩阵元素个数取决于相机像元数以及划分的体素数;TSM 法的权重矩阵元素个数取决于视线数(即像元数)以及划分的体素切面数;FPA 法的权重矩阵元素个数完全取决于划分的体素个数。为了在保持划分体素个数不变时减少权重矩阵大小,可以通过去掉强度值为 0 的体素来减少体素个数:当某一体素值为 0 时,其对任何像元的贡献强度都为 0,由此可以忽略权重计算。该过程可以通过 MLOS 算法来实现,本研究进一步采用 MLOS 算法分别结合以上 3 种不同权重矩阵计算方法对设置的仿真实验参数进行权重矩阵计算,其计算结果如表 2 所示。

表 1 不同计算方法下权重矩阵元素个数

Table 1 Number of elements of weight matrix under different calculation methods

Computing method	Weight matrix row	Weight matrix column	Number of weight matrix elements
Traditional backward method	$3 \times 120 \times 120$	$100 \times 100 \times 40$	1.72×10^{10}
TSM	$3 \times 120 \times 120$	40×4	6.91×10^6
FPA	$3 \times 100 \times 100 \times 40$	4	4.80×10^6

表 2 不同计算方法在经过 MLOS 初值估计后的权重矩阵元素个数

Table 2 Number of weight matrix elements after MLOS by different calculation methods

Computing method	Weight matrix row	Weight matrix column	Number of weight matrix elements
Traditional backward method	13844	26453	3.66×10^8
TSM	13844	40×4	2.22×10^6
FPA	3×26453	4	3.17×10^5

由表 2 可以得出,经过 MLOS 算法初值估计后,重建体中强度值不为 0 的体素个数为 26453 个,3 台相机中像素强度不为 0 的像元总数为 13844 个。TSM 法的矩阵元素降低了大约 2 个数量级,而 FPA 法的矩阵元素比 TSM 法降低了大约 1 个数量级,即 MLOS 算法能够有效提升 FPA 的计算效率。相应地,图 10 为 3 种方法计算权重矩阵所耗时间与占用内存以及采用 MLOS 处理后的对比。结果表明,与传统后向方法和 TSM 相比,MLOS 算法结合 FPA 大幅度减少了计算机占用内存,且分别减少了 97% 与 85% 的计算时间。这是由于 FPA 是从单个体素出发进行权重系数计算的,而 MLOS 去掉了大量强度为 0 的体素值,由此可以忽略大部分体素的权重计算,进而加快整个重建过程。

5.3 权重计算准确度分析

FPA 法原理与 TSM 相似,仅存在前向投影与后向投影的差别,因此在准确度方面仅与传统后向方法进行对比。由于像元个数较多,为直观对比 FPA 的准确度,在相机靶面 x 方向中心位置处,每间隔 5 个像元计算其对应体素的权重系数值。图 11(a)、(b)分别为

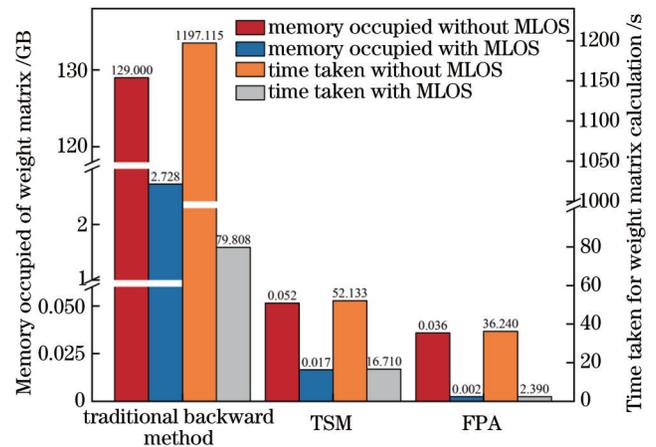


图 10 $100 \times 100 \times 40$ 个体素下不同方法权重计算内存与计算耗时

Fig. 10 Memory occupied and time taken of different weight calculation methods under $100 \times 100 \times 40$ voxels

传统后向方法与 FPA 方法计算的权重值,从上到下依次为相机 1 (-20°)、相机 2 (0°)、相机 3 ($+20^\circ$) 对应权重矩阵在 X 方向中心位置处的切面。从图中可以清晰看出,FPA 法的计算结果与传统后向方法的计算结果

基本一致。

采用式(20)计算传统后向方法与FPA法所计算的权重矩阵相似度:

$$S_i = \frac{\sum_j w_{tr}(i, j) w_{fpa}(i, j)}{\sqrt{\sum_j w_{tr}(i, j)^2 \sum_j w_{fpa}(i, j)^2}}, \quad (20)$$

式中: S_i 表示像元 i 对应权重系数的相似度; $w_{tr}(i, j)$ 为

传统后向方法计算的 i 像元对应的权重系数; $w_{fpa}(i, j)$ 为FPA法计算的 i 像元对应的权重系数。

图 12 为 3 台相机每个像元所对应体素权重值的相似度计算结果, 平均相似度分别为 0.9975、0.9974、0.9975, 表明传统后向方法与FPA法的计算结果相差较小, FPA法在降低权重系数计算时间与内存的同时能够保证其可靠性。

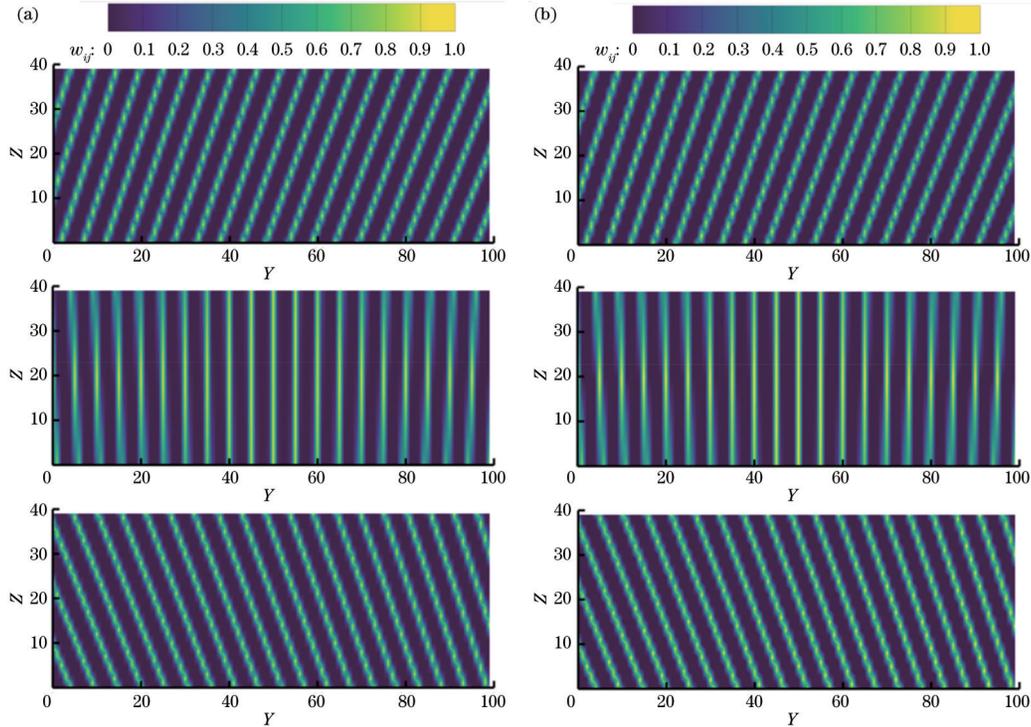


图 11 X 方向中心位置处的权重矩阵切面。(a) 传统后向方法计算结果; (b) FPA 法计算结果

Fig. 11 Weight matrix section at the center of X direction. (a) Calculation results of traditional backward method; (b) calculation results of FPA

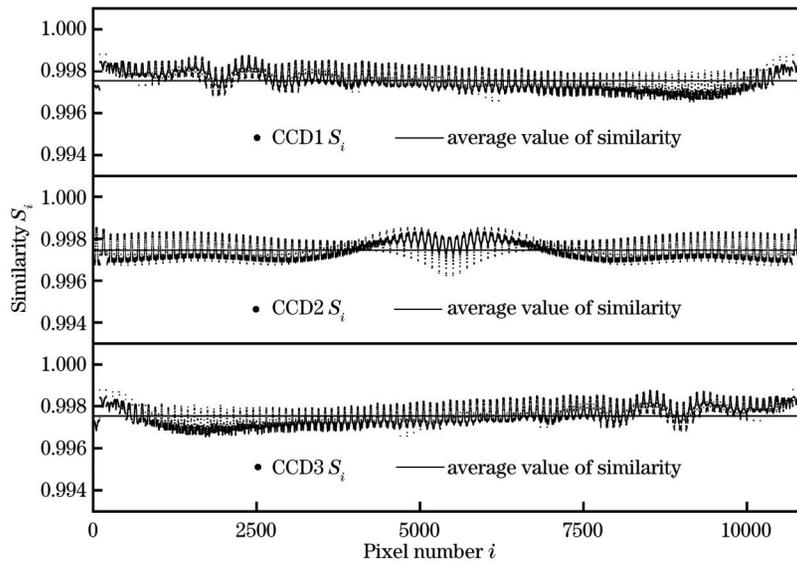


图 12 相机 1、2、3 所有像元所对应的体素权重值相似度计算结果

Fig. 12 The similarity of weight values corresponding to all pixel of CCD 1, 2, 3

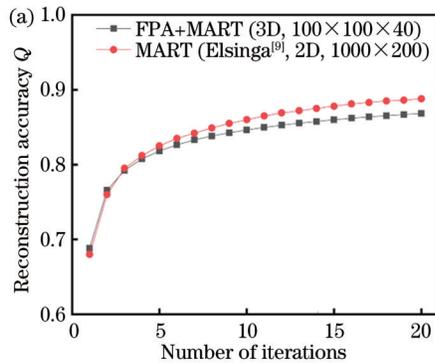
5.4 重建质量分析

将正向投影的面积作为权重计算输入,将FPA权重计算方法分别结合MART、MLOS+SMART算法进行重建与评估,并将重建的结果与前人采用不同权重系数方法得到的结果进行对比。重建结果的好坏用空间分布相关系数 $Q^{[19]}$ 表示:

$$Q = \frac{\sum_j E_{\text{rec}}(X_j, Y_j, Z_j) E_{\text{true}}(X_j, Y_j, Z_j)}{\sqrt{\sum_j E_{\text{rec}}(X_j, Y_j, Z_j)^2 \sum_j E_{\text{true}}(X_j, Y_j, Z_j)^2}}, \quad (21)$$

式中: $E_{\text{true}}(X_j, Y_j, Z_j)$ 为仿真粒子场的光强分布; $E_{\text{rec}}(X_j, Y_j, Z_j)$ 为重建的光强分布。在前人的研究^[19]中把 $Q_{\text{th}}=0.75$ 作为判断依据,当 Q 值高于 Q_{th} 时表明重建足够精确。

图13(a)中,在与前人的仿真实验采用相同的粒子数分数($p_{\text{ppp}}=0.05$)以及相机摆放位置下,FPA+MART算法的重建精度相比于Elsinga等^[19]的重建精度低0.02左右,这是多方面的原因造成的。首先,前人的研究中通常将三维空间体简化成二维切面,再将



二维切面投影成一维图像进行重建,而本研究将相机建模在三维空间中,维度的升高导致重建精度有所降低。其次,FPA算法简化了权重的计算方式,在加快权重计算速度的同时牺牲了一些重建精度,但仍然满足互相关算法的输入要求。

图13(b)中,在Atkinson等^[9]采用TSM方法计算权重系数的研究中,MART算法的重建精度在第20次迭代后开始逐渐降低,到第80次时为0.78,而FPA+MART算法的重建精度随着迭代次数逐渐增加,经过80次迭代后达到0.89。同样,对FPA+SMART算法的重建结果进行分析,可以看出,重建精度随着迭代次数上升,在第80次迭代后重建精度达到0.85,结果相比较为相近。

由上述分析可知,在实验常用粒子数分数下,FPA法结合MART、MLOS+SMART重建算法都可以达到0.8以上,表明该方法适用于层析PIV中权重系数的计算。同时结合第5.2节中结论可知,MLOS+FPA+MART具有更短的重建耗时与更高的重建精度,适用于三维流场的重建。

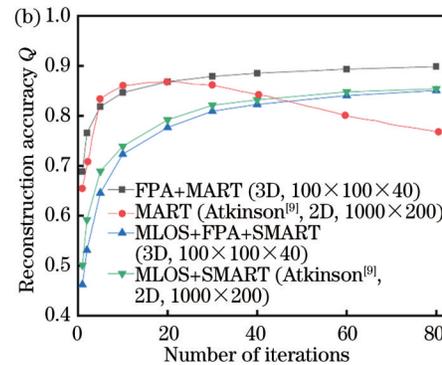


图13 重建结果。(a)与传统后向方法的重建精度对比;(b)与TSM方法的重建精度对比

Fig. 11 Reconstruction results. (a) Comparison of reconstruction accuracy with traditional backward methods; (b) comparison of reconstruction accuracy with TSM method

5.5 噪声影响分析

相机在采集和传输图片时会产生多种噪声,包括散粒噪声、暗噪声、读出噪声等^[27]。噪声是影响重建精度的重要因素之一,因此需要评估噪声对重建精度的影响。实际相机噪声更接近高斯噪声模型,该模型基于空间域及频率域影响图像的质量,是目前应用广泛的噪声模型。其概率分布满足正态分布:

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (22)$$

式中: $G(x)$ 为噪声水平; x 为图像的灰度值; μ 为均值; σ 为标准差。本研究在成像过程中分别加入服从 $\sigma=1, 2, 4, 7, 10$ ($\mu=0$)的随机高斯噪声,分析 σ 对重建精度的影响。

为接近实际情况,将实际拍摄条件下相机产生的噪声水平加入仿真图像中进行重建精度影响分析。采

用实验测量系统对透明水箱进行拍摄,采用双脉冲激光器作为光源,通过同步器控制相机与光源同步工作,如图14所示。噪声提取过程如下:首先连续拍摄500张水箱图片,并对这些原始图片取平均,此时得到的图片可以认为是无噪声图片;再将原始图片与无噪声图片相减,即可得到噪声图片。

$$\bar{L} = \frac{\sum_{i=1}^N L_i}{N}, \quad (23)$$

$$L_{i,\text{noise}} = L_i - \bar{L}, \quad (24)$$

式中: L_i 代表第 i 张图片; \bar{L} 为无噪声图片; $L_{i,\text{noise}}$ 为第 i 张图片噪声水平; N 为图片张数,为500。

图15(a)为实验图片平均噪声水平,图15(b)为实验图片噪声的频数分布与分布拟合结果。可以看出,实验图片噪声分布满足高斯噪声模型。通过高斯拟合该噪声分布可知,该分布服从均值 $\mu=0$ 、标准差 $\sigma=1.62$ 的

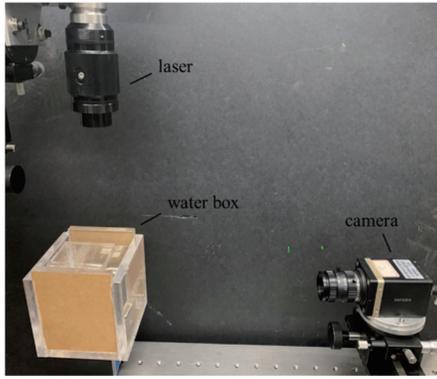


图 14 实验台布置

Fig. 14 Layout of experimental equipment

概率分布,后续实验噪声模型均由该分布给出。

图 16(a)为服从 $\mu=0$ 、不同 σ 的噪声分布,噪声对图像的影响程度随着 σ 的增加而增加。采用MLOS+FPA+MART的方法对加入服从不同 σ 概率分布噪声的图片进行重建,结果如图 16(b)所示。可以看出,重建精度降低随着 σ 的增加而降低,这是由于噪声改变了原始图像的灰度值,使图片信噪比降低。同时收敛速度也随着 σ 的增加而加快,在 $\sigma=10$ 时,MLOS+FPA+MART算法在第5次迭代重建时便达到收敛。当加入噪声水平的 σ 高于7时,重建精度开始低于0.75,不能满足互相关算法的输入要求;当加入噪声水平的 σ 为实验值1.62时,重建结果可以保持高于0.75的精度。因此MLOS+FPA+MART算法对噪声具有较好的鲁棒性。

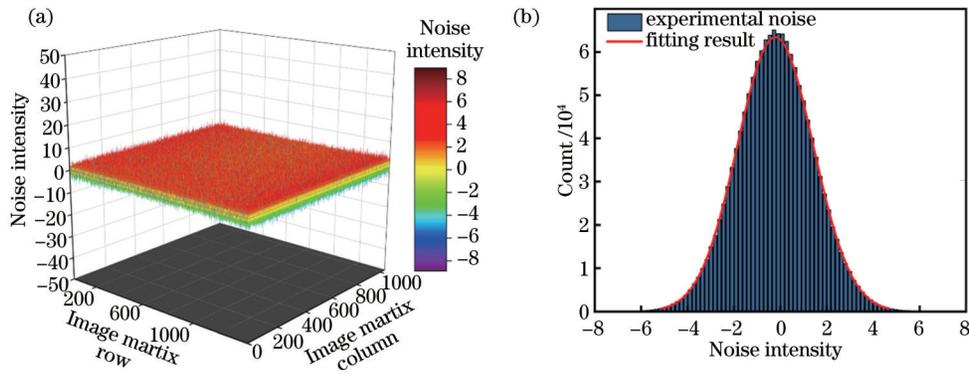


图 15 实验噪声提取及拟合结果。(a) 图片噪声分布;(b) 图片噪声频数分布及拟合结果

Fig. 15 Experimental image noise extraction and fitting results. (a) Image noise distribution; (b) image noise frequency distribution and fitting results

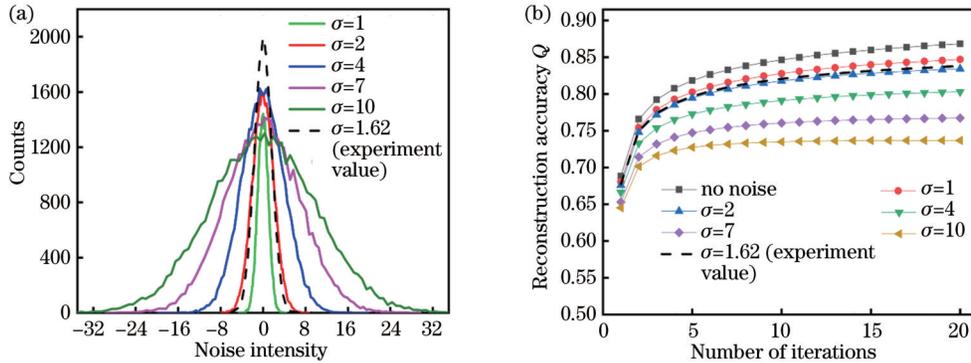


图 16 不同 σ 时噪声强度分布及其对重建精度的影响。(a)不同 σ 时噪声强度分布;(b)不同 σ 时重建精度

Fig. 16 Noise intensity distribution at different σ and its influence on reconstruction accuracy. (a) Noise intensity distribution at different σ ; (b) reconstruction accuracy at different σ

5.6 相机角度分析

层析 PIV 系统中 4 台相机十字型^[22]摆放时具有较高的重建精度,对十字对称型相机摆放位置进行研究,分析 4 台相机在空间中的最佳采集位置。图 17 中,世界坐标系原点位于重建体中心处,体光源沿 Y 方向发射照亮重建体中的粒子,4 台相机初始位置均在原点处,经过同时绕 X 轴与 Y 轴对称旋转,再沿着相机坐标系的 Z 方向移动相同距离后,呈十字对称型布置位于

重建体上方。以图 17 中 CCD2 为例,其绕 X 和 Y 轴的旋转角度分别为 α 和 β (本研究设置其范围为 $5^\circ \sim 85^\circ$,步长为 5°),与图 6(a)所描述的米散射理论散射角 θ 与方位角 φ 有以下对应关系:

$$\begin{cases} \theta = 90 - \alpha \\ \varphi = 90 - \beta \end{cases} \quad (25)$$

该分析在成像过程中加入了实验噪声,同时考虑相机在不同位置所接收到的米散射强度差异,如图 6

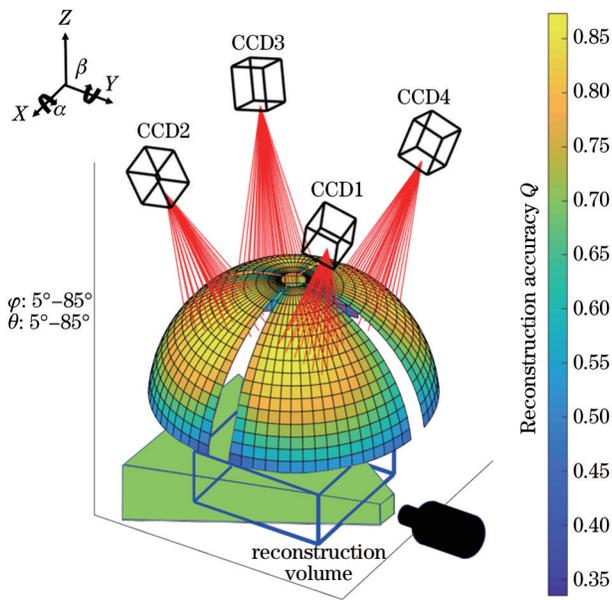


图 17 相机在不同角度采集时的重建结果

Fig. 17 Reconstruction results when the camera collects at different angles

(b)所示。同样以 CCD2 为例, θ 和 φ 的范围为 $5^\circ \sim 85^\circ$, 重建体参数设置与第 5.1 节相同。采用 MLOS+FPA+MART 算法进行重建, 结果如图 17 所示。可以看出, 重建精度由 θ 和 φ 共同决定: 当 CCD1 在绕 X 轴和 Y 轴分别旋转 $45^\circ \sim 75^\circ$ 和 $50^\circ \sim 80^\circ$ 时, 重建精度可达到 0.8 以上; 当 θ 和 φ 分别为 55° 和 60° 时, 重建精度达到最大值 0.87; 当 θ 与 φ 大于 75° 与 80° 时, 重建精度开始低于 0.75, 原因在于 4 台相机之间视差过小, 重建体在深度方向上的分辨率降低, 导致粒子在深度方向上被拉长^[18]; 当 θ 与 φ 均小于 30° 时, 重建精度开始低于 0.75, 这是由于 4 台相机之间视差过大, 相机视线在测量体内的穿过的光程较长, 在重建过程中产生大量的伪影粒子, 重建体的精度降低。由此可得十字对称型布置中 CCD2 的最佳采集角度 α 和 β 分别为 $15^\circ \sim 45^\circ$ 和 $10^\circ \sim 40^\circ$, 其他 CCD 的采集角度可由其对称得到。

6 结 论

针对层析 PIV 重建过程中权重矩阵计算量与计算耗时较大的问题, 提出从单个体素出发的 FPA 法。为验证所提方法的正确性, 建立三维空间内的针孔相机模型, 结合艾里斑成像原理计算粒子的成像直径以及米散射理论计算粒子的成像强度, 构建粒子投影成像程序。将仿真成像图片作为重建输入, 结果表明, FPA 法结合 MLOS 算法相比于传统后向方法与 TSM 法的矩阵元素分别能够降低大约 3 个与 1 个数量级, 计算时间分别减少了 97% 与 85%, 大幅度降低了计算机内存占用。通过相似度分析可知, FPA 法与传统后向方法所计算的权重矩阵的平均相似度高于 0.9974, 证明了 FPA 法的可靠性。将 FPA 法与前人在简化二维

平面内的重建结果进行对比研究, 结果表明, FPA 法结合 MART、MLOS+SMART 的重建结果与前人相比最大仅损失 0.02 的重建精度。并且 FPA 法结合 MART、MLOS+SMART 算法均具有较好的重建结果, 在常用实验粒子数分数下 ($p_{ppp} = 0.05$) 重建精度能够达到 0.8 以上。通过对比可知, MLOS+FPA+MART 具有较高的重建精度与较快的重建速度, 适用于三维流场的重建。从相机噪声和三维空间内相机布置两个方面深入分析, 将实验噪声加入成像过程后采用 MLOS+FPA+MART 进行重建。结果显示, 加入噪声后的重建精度仍高于 0.75, 表明 FPA 对噪声具有较好的鲁棒性。并对三维空间内十字对称型相机布置进行分析, 结果表明, 十字对称型中 CCD2 的最佳采集角度 α 和 β 分别为 $15^\circ \sim 45^\circ$ 和 $10^\circ \sim 40^\circ$ 。

参 考 文 献

- [1] 周骛, 王芳婷, 王宵宵, 等. 基于双目视觉多曝光的粒子轨迹测速方法研究[J]. 光学学报, 2021, 41(12): 1215001.
Zhou W, Wang F T, Wang X X, et al. Particle streak velocimetry method based on binocular vision and multiple exposure[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(12): 1215001.
- [2] 王宵宵, 周骛, 王芳婷, 等. 基于离焦成像的粒子轨迹测速[J]. 光学学报, 2021, 41(19): 1912004.
Wang X X, Zhou W, Wang F T, et al. Particle streak velocimetry based on defocused imaging[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(19): 1912004.
- [3] Kim S K, Chung S K. An investigation on airflow in disordered nasal cavity and its corrected models by tomographic PIV[J]. Measurement Science and Technology, 2004, 15(6): 1090-1096.
- [4] 段双成, 杨苗, 封明军, 等. 基于三目视觉的圆柱尾迹层析 PIV 测量[J]. 化工进展, 2021, 40(12): 6523-6531.
Duan S C, Yang M, Feng M J, et al. Measurement of cylindrical wake flow field using Tomographic-PIV based on trinocular vision[J]. Chemical Industry and Engineering Progress, 2021, 40(12): 6523-6531.
- [5] Schröder A, Geisler R, Staack K, et al. Eulerian and Lagrangian views of a turbulent boundary layer flow using time-resolved tomographic PIV[J]. Experiments in Fluids, 2011, 50(4): 1071-1091.
- [6] Ebi D, Clemens N T. Simultaneous high-speed 3D flame front detection and tomographic PIV[J]. Measurement Science and Technology, 2016, 27(3): 035303.
- [7] Elsinga G E, Wieneke B, Scarano F, et al. Assessment of Tomo-PIV for three-dimensional flows[C]//6th International Symposium on Particle Image Velocimetry, Pasadena, California, USA, 2005.
- [8] Worth N A, Nickels T B. Acceleration of Tomo-PIV by estimating the initial volume intensity distribution[J]. Experiments in Fluids, 2008, 45(5): 847-856.
- [9] Atkinson C, Soria J. An efficient simultaneous reconstruction technique for tomographic particle image velocimetry[J]. Experiments in Fluids, 2009, 47(4): 553-568.
- [10] Andersen A H, Kak A C. Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART): a superior implementation of the ART algorithm[J]. Ultrasonic Imaging, 1984, 6(1): 81-94.
- [11] Badea C, Gordon R. Experiments with the nonlinear and chaotic behaviour of the multiplicative algebraic reconstruction technique (MART) algorithm for computed tomography[J]. Physics in Medicine and Biology, 2004, 49(8): 1455-1474.
- [12] Bosbach J, Kühn M, Wagner C. Large scale particle image velocimetry with helium filled soap bubbles[J]. Experiments in

- Fluids, 2009, 46(3): 539-547.
- [13] Schanz D, Gesemann S, Schröder A, et al. Tomographic reconstruction with non-uniform optical transfer functions (OTF) and an additive SMART approach[EB/OL]. [2022-20-08]. http://ltces.dem.ist.utl.pt/lxllaser/lxllaser2010/upload/1709_bvfbvd_3.10.1.Full_1709.pdf.
- [14] Discetti S, Natale A, Astarita T. Spatial filtering improved tomographic PIV[J]. *Experiments in Fluids*, 2013, 54(4): 1505.
- [15] Novara M, Batenburg K J, Scarano F. Motion tracking-enhanced MART for tomographic PIV[J]. *Measurement Science and Technology*, 2010, 21(3): 035401.
- [16] Deans S R. The radon transform and some of its applications [M]. Mineola: Dover Publications, 2007.
- [17] Lauritsch G, Haerer W H. Theoretical framework for filtered back projection in tomosynthesis[J]. *Proceedings of SPIE*, 1998, 3338: 1127-1137.
- [18] 李晓辉, 王宏伟, 黄湛, 等. 层析粒子图像测速技术研究进展[J]. *实验流体力学*, 2021, 35(1): 86-96.
Li X H, Wang H W, Huang Z, et al. Research advances of tomographic particle image velocimetry[J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2021, 35(1): 86-96.
- [19] Elsinga G E, Scarano F, Wieneke B, et al. Tomographic particle image velocimetry[J]. *Experiments in Fluids*, 2006, 41(6): 933-947.[LinkOut]
- [20] 吴治安, 朱效宇, 李健, 等. 基于体标定追迹法的光场 PIV 权重系数计算方法[J]. *光学学报*, 2021, 41(20): 2010001.
Wu Z A, Zhu X Y, Li J, et al. Volumetric-calibration ray tracing-based calculation method of weight coefficient in light field PIV[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(20): 2010001.
- [21] Lamarche F, Leroy C. Evaluation of the volume of intersection of a sphere with a cylinder by elliptic integrals[J]. *Computer Physics Communications*, 1990, 59(2): 359-369.
- [22] Scarano F. Tomographic PIV: principles and practice[J]. *Measurement Science and Technology*, 2013, 24(1): 012001.
- [23] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [24] Adrian R J, Yao C S. Pulsed laser technique application to liquid and gaseous flows and the scattering power of seed materials[J]. *Applied Optics*, 1985, 24(1): 44-52.
- [25] Braat J J M, van Haver S, Janssen A J E M, et al. Assessment of optical systems by means of point-spread functions[M]// *Progress in optics*. Amsterdam: Elsevier, 2008: 349-468.
- [26] 张芬. Tomo-PIV 的立体照明技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2017.
Zhang F. Research on stereoscopic lighting technology of Tomo-PIV[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2017.
- [27] Farrell J, Okincha M, Parmar M. Sensor calibration and simulation[J]. *Proceedings of SPIE*, 2008, 6817: 68170R.

Calculation Method of Weight Coefficient for Tomographic PIV Based on FPA

Feng Mingjun^{1,3}, Zhou Wu^{1,3*}, Huang Haoqin^{1,3}, Zhang Dapeng^{1,3}, Gao Limin², Cai Xiaoshu^{1,3}

¹*School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

²*National Key Laboratory of Aerodynamic Design and Research, Xi'an 710129, Shaanxi, China;*

³*Key Laboratory of Multiphase Flow and Heat Transfer for Power Engineering, Shanghai 200093, China*

Abstract

Objective Recently, tomographic particle image velocimetry (TPIV) has been widely employed in the measurement of the flow field around a cylinder, turbulent boundary layer, flame field, and other flow fields since it is highly accurate, multi-point, three-dimensional, and instantaneous. The principle of TPIV is to reconstruct the three-dimensional scattering intensity distribution of particles in the flow field at the adjacent time and combine the three-dimensional cross-correlation algorithm to obtain its instantaneous flow field. 3D particle field reconstruction is the basis of TPIV and the premise of obtaining an accurate 3D flow field. Therefore, it is necessary to develop fast and high-precision 3D particle field reconstruction algorithms. The improvement of the reconstruction algorithm includes two aspects. The first is to improve the reconstruction accuracy, which is the similarity between the reconstructed particle field and the actual particle field, thus affecting the accuracy of the flow field. The second is to shorten the reconstruction time, since the reconstruction process needs to calculate the weight coefficient that is the intensity contribution value of spatial voxels to pixels, and iteration is adopted to update the intensity value of voxels. Thus, the reconstruction process often takes a lot of time, which is the biggest bottleneck in the TPIV application. Therefore, the calculation method of the weight coefficient plays an important role in reconstruction accuracy and reconstruction time.

Methods According to the imaging principle, the line of sight received by a pixel is a spatial volume, so only some of the voxels that contribute to the intensity of a certain pixel can be fully projected into the pixel. The partially projected voxels involve the weight coefficient calculation, which is related to the setting of the camera's internal and external parameters and the spatial volume. The traditional method often employs back projection to calculate the weight coefficient. However, due to a large number of divided spatial voxels and pixels, the order of the weight coefficient is usually large.

Additionally, the back projection method not only needs to calculate each line of sight equation but also needs to calculate the number and volume of voxels intersected with the line of sight, thereby resulting in a huge amount of the weight matrix calculation. Therefore, reducing the calculation time of the weight matrix is the key to improving the reconstruction speed. In this paper, the area of voxels projected on the corresponding pixel is calculated as the weight coefficient, and a forward projection method (FPA) is proposed.

Results and Discussions Firstly, a multi-view projection imaging simulation program based on the pinhole camera model for particles in 3D space is constructed, and artificial images are generated for analysis and verification. Secondly, FPA is combined with the current mainstream reconstruction algorithms (such as MART, MLOS+MART, and MLOS+SMART) to analyze reconstruction accuracy and time consumption. The results show that when FPA is employed for the reconstruction volume described in this paper, compared with the traditional backward method and the sub-grid method, the number of FPA weight matrix elements is reduced by about three and one orders of magnitude respectively, thus reducing calculation time and computer memory occupation. When the commonly experimental particle concentration ρ_{ppp} (particle per pixel) is 0.05, the reconstruction accuracy of this method combined with the current mainstream reconstruction algorithm will be higher than 0.8. In addition, based on the artificial images, the influence of the best camera acquisition angle and the experimental camera noise on the reconstruction results is analyzed, which proves that the reconstruction accuracy still meets the requirements of three-dimensional flow field reconstruction under the experimental noise conditions.

Conclusions A forward projection weight calculation method (FPA) based on single voxel is proposed in this paper. A particle projection imaging program in 3D space is constructed to verify the correctness of the proposed method. Taking the simulated imaging image as the reconstruction input, it is shown that the matrix elements of FPA combined with the MLOS algorithm can be reduced by about three and one orders of magnitude respectively compared with the traditional backward method and TSM, and the computing time can be reduced by 97% and 85% respectively, greatly reducing the computer memory consumption. Through similarity analysis, the average similarity of the weight matrix calculated by FPA and the traditional backward method is higher than 0.9974, which proves the reliability of FPA. Comparison between the reconstruction results of FPA and those of predecessors in the simplified two-dimensional plane shows that the reconstruction results of the FPA method combined with MART and MLOS+SMART only lose 0.02 reconstruction accuracy. Additionally, FPA together with MART and MLOS+SMART algorithms has good reconstruction results, and the reconstruction accuracy can reach more than 0.8 under the common experimental particle concentration ($\rho_{ppp} = 0.05$). By comparison, MLOS+FPA+MART has higher reconstruction accuracy and faster reconstruction speed, which is suitable for 3D flow field reconstruction. After the experimental noise is added to the imaging process, MLOS+FPA+MART is employed for reconstruction. The results show that the reconstruction accuracy after adding noise is still higher than 0.75, indicating that FPA has good robustness against noise. The analysis of the cross-symmetry camera layout in 3D space shows that the best acquisition angle of CCD2 in the cross-symmetry type is $15^\circ - 45^\circ$ and $10^\circ - 40^\circ$ respectively.

Key words image processing; tomographic particle image velocimetry; three-dimensional reconstruction; weight coefficient calculation; forward projection area