

光学学报

基于双泽尼克多项式的多视场稀疏孔径成像

范君柳^{1,2}, 吴泉英^{2*}, 陈宝华², 陈磊^{1**}, 王军², 王森森^{2,3,4}, 陈晓翌⁵

¹南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094;

²苏州科技大学物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215009;

³江苏省研究生工作站苏州苏大明世光学股份有限公司, 江苏 苏州 215028;

⁴江苏省研究生工作站苏州一光仪器有限公司, 江苏 苏州 215006;

⁵苏州明世光学科技有限公司, 江苏 苏州 215028

摘要 基于双泽尼克多项式推导稀疏孔径光学系统与视场相关的广义光瞳函数,以 Golay3 稀疏孔径成像系统为例,通过 ZEMAX 软件进行光学设计和数据拟合获得广义光瞳函数的双泽尼克多项式系数,根据傅里叶变换关系计算得到稀疏孔径光学系统的调制传递函数(MTF),并针对不同视场稀疏孔径光学系统进行成像模拟和图像复原。结果表明,调制传递函数的理论计算结果与 ZEMAX 设计结果一致,利用双泽尼克多项式可以表示不同视场稀疏孔径光学系统的成像特性。构建与视场相关的维纳滤波器进行图像复原,可有效提高不同视场稀疏孔径光学系统的成像质量。

关键词 成像系统; 稀疏孔径; 双泽尼克多项式; 视场; 维纳滤波器

中图分类号 TH75 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS221860

1 引言

在空间遥感领域,欲提高遥感探测器的空间分辨率,需要增大光学系统的孔径^[1-2],然而增大光学系统孔径受到材料、制造和航天运载能力等因素的严重制约^[3-5],因此需要提出新的成像理论和方法来解决上述问题,稀疏孔径光学系统就是解决上述问题的方案之一。稀疏孔径系统是将数个较小的光学孔径以一定规则排列,构成一个大的光学孔径,整个系统的通光面积比单个大孔径小,但所捕获的目标信息与单个大孔径系统相当^[6-10]。稀疏孔径光学系统各个子孔径的波前误差直接影响光学系统的成像质量,需要对所成图像进行复原以提升成像质量^[11-12]。目前人们已经开展了稀疏孔径子孔径波前误差校正和图像复原方法等研究^[13-16],但大多未考虑光学系统视场因素的影响。

针对单孔径光学系统视场与成像关系,1993年,Kwee 和 Braat^[17]利用包含光瞳和视场坐标的双泽尼克多项式(DZP)描述了光学系统的波前像差。Braat 和 Janssen^[18]将光学系统的 DZP 系数转换为出瞳和像场坐标的幂级数,并利用该幂级数计算光学系统的各类像差。Tsao 等^[19-20]通过对测量数据进行最小二乘拟合,利用 DZP 系数表示菲佐干涉仪系统在不同视场的

像差测量结果。对于稀疏孔径光学成像系统,视场大小不仅决定了系统的成像范围,也决定了子孔径与视场相关的轴外像差,因此,构建合理的与视场相关的系统波前表征方式,能够有效实现系统轴外像差的检测和子孔径的共相位。本文首先推导基于 DZP 的稀疏孔径光学系统的广义光瞳函数,以 Golay3 稀疏孔径系统为例,通过 ZEMAX 软件进行光学设计和数据拟合,得到 DZP 系数,计算不同视场稀疏孔径光学系统的调制传递函数。然后,对不同视场稀疏孔径光学系统进行成像模拟和图像复原。

2 基本原理

对于线性空间不变光学系统,当入射光为准单色非相干光时,物像关系可表示为

$$I(x_i, y_i) = o(x, y) * h(x_i, y_i), \quad (1)$$

式中: (x_i, y_i) 为像面坐标; (x, y) 为光瞳坐标; $o(x, y)$ 和 $I(x_i, y_i)$ 分别表示目标物和像面的光强分布; $*$ 为卷积算符。 $h(x_i, y_i)$ 为光学系统的非相干点扩散函数(PSF),通过对广义光瞳函数 f_{GP} 的傅里叶变换函数取模后平方,得到

$$h(x_i, y_i) = \left| F \{ f_{GP}(x, y) \} \right|^2. \quad (2)$$

对于稀疏孔径光学成像系统,广义光瞳函数 f_{GP} 可

收稿日期: 2022-10-21; 修回日期: 2022-12-01; 录用日期: 2022-12-27; 网络首发日期: 2023-01-06

基金项目: 国家自然科学基金(61875145, 11804243, 62275187)、江苏省“十四五”重点学科项目(2021135)、苏州市光学精密测试技术重点实验室建设项目(SZS201202)

通信作者: *wqcyh@mail.usts.edu.cn; **chenlei@mail.njust.edu.cn

写为

$$f_{GP}(x, y) = \sum_{n=1}^N P_n(x_n, y_n) \exp[i\phi_n(x_n, y_n)], \quad (3)$$

式中: $P_n(x_n, y_n)$ 表示第 n 个子孔径的二元光瞳函数; (x_n, y_n) 为该子孔径的光瞳坐标; N 为子孔径的数量; ϕ_n 表示子孔径的波前。

$$\phi_n(x_n, y_n) = \sum_{k=1}^K a_{n,k} Z_{n,k}(x_n, y_n), \quad (4)$$

式中: $a_{n,k}$ 表示第 n 个子孔径的第 k 阶泽尼克多项式 $Z_{n,k}(x_n, y_n)$ 的系数; K 为泽尼克多项式的最高阶数。

根据文献[12], 当光学系统具有圆形视场时, 系统的波前采用 DZP 进行描述, 得到

$$\phi(x_i, y_i, x, y) = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K C_{j,k} Z_j^F(x_i, y_i) Z_k(x, y), \quad (5)$$

式中: $Z_j^F(x_i, y_i)$ 表示视场泽尼克多项式, J 为其最高阶数, 像面坐标 (x_i, y_i) 对应光学系统的视场; $C_{j,k}$ 为 $Z_j^F(x_i, y_i) Z_k(x, y)$ 的系数。

在稀疏孔径光学成像系统中, 由于每个子孔径都具有相同的视场角, 因此第 n 个子孔径与视场相关的波前可表示为

$$\phi_n(x_i, y_i, x_n, y_n) = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K C_{n,j,k} Z_j^F(x_i, y_i) Z_{n,k}(x_n, y_n). \quad (6)$$

因此, 稀疏孔径光学成像系统的广义光瞳函数 f_{GP} 可改写为

$$f_{GP}(x_i, y_i, x, y) = \sum_{n=1}^N P_n(x_n, y_n) \exp[i\phi_n(x_i, y_i, x_n, y_n)] = \sum_{n=1}^N P_n(x_n, y_n) \exp\left[i \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K C_{n,j,k} Z_j^F(x_i, y_i) Z_{n,k}(x_n, y_n)\right], \quad (7)$$

将式(7)代入式(2)得到与视场相关的稀疏孔径光学系统点扩散函数 $h(x_i, y_i, x, y)$, 通过对 $h(x_i, y_i, x, y)$ 进行傅里叶变换即可得到在视场坐标下系统的光学传递函数(OTF; f_{OTF})。

$$f_{OTF}(x_i, y_i, u, v) = \mathcal{F}\left[h(x_i, y_i, x, y)\right] = \mathcal{F}\left\{\mathcal{F}\left[f_{GP}(x_i, y_i, x, y)\right]\right\}, \quad (8)$$

式中: (u, v) 为 (x, y) 对应的频域坐标。对 OTF 取模即可得到系统的调制传递函数(MTF)。

3 不同视场稀疏孔径光学系统成像

3.1 Golay3 稀疏孔径光学系统 DZP 系数

以 Golay3 稀疏孔径成像系统为例, 如图 1 所示, 采用 RC 结构, 焦距为 3500 mm, F 数为 7。主镜由 3 个相同的子镜构成, 每个子孔径的直径为 160 mm, 主镜包围孔径的直径为 500 mm, 系统的工作波长为 $0.55 \mu\text{m}$ 。选取图 2 所示的 17 个不同中心坐标位置的子视场成像, 系统的视场角为 $\pm 0.1^\circ$, 各个子视场的坐标如表 1 所示。

设不同视场每个子镜的 DZP 均由 15 阶视场泽尼克多项式 $Z_j^F(x_i, y_i)$ 和 13 阶光瞳泽尼克多项式 $Z_{n,k}(x, y)$ 组成, 子镜的波前 $\phi_n(x_i, y_i, x, y)$ 可表示为

$$\phi_n(x_i, y_i, x_n, y_n) = \sum_{j=1}^{15} \sum_{k=1}^{13} C_{n,j,k} Z_j^F(x_i, y_i) Z_{n,k}(x, y) = \sum_{k=1}^{13} a_{n,k} Z_{n,k}(x, y), \quad (9)$$

式中: $a_{n,k} = \sum_{j=1}^{15} C_{n,j,k} Z_j^F(x_i, y_i)$, 即此时第 k 阶光瞳泽尼克项的系数 $a_{n,k}$ 表示前 15 阶视场泽尼克多项式的线性叠加。当系统波前利用光瞳泽尼克多项式表示时, 多

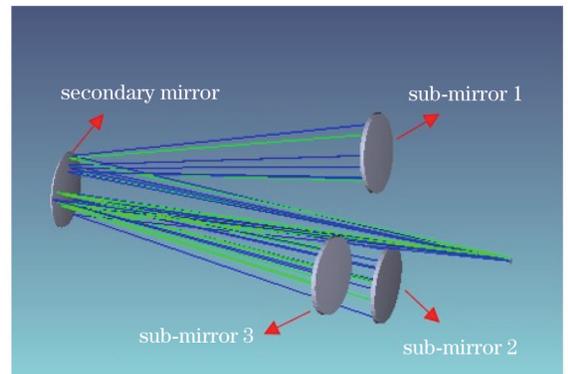


图 1 Golay3 稀疏孔径系统结构
Fig. 1 Configuration of Golay3 sparse aperture system

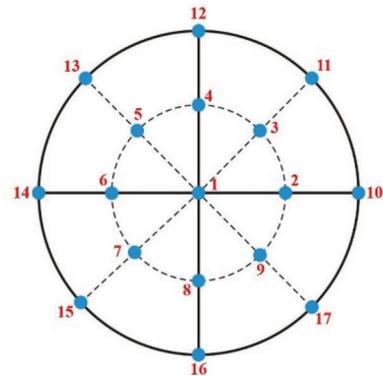


图 2 光学系统的 17 个视场坐标图
Fig. 2 Coordinates of 17 field points in the optical system

项式与特定像差对应, 多项式系数表示像差大小, 而在某一视场下, 当系统波前采用 DZP 描述时, 通常多个 DZP 的组合才与特定像差对应, 像差大小由各个 DZP 系数组合决定。利用 ZEMAX 软件设计上述 Golay3

稀疏孔径光学系统,计算各子镜在不同视场的波前,并通过视场泽尼克多项式拟合得到稀疏孔径光学系统中

各子镜的 DZP 系数 $C_{n,j,k}$,结果如表 2~4 所示。

表 1 Golay3 稀疏孔径成像系统的视场坐标
Table 1 Field coordinates of Golay3 sparse aperture imaging system

Number	Field of view	Number	Field of view
1	(0°, 0°)	10	(0.1°, 0°)
2	(0.05°, 0°)	11	(0.071°, 0.071°)
3	(0.035°, 0.035°)	12	(0°, 0.1°)
4	(0°, 0.05°)	13	(-0.071°, 0.071°)
5	(-0.035°, 0.035°)	14	(-0.1°, 0°)
6	(-0.05°, 0°)	15	(-0.071°, -0.071°)
7	(-0.035°, -0.035°)	16	(0°, -0.1°)
8	(0°, -0.05°)	17	(0.071°, -0.071°)
9	(-0.035°, 0.035°)		

表 2 子镜 1 的 DZP 系数 $C_{1,j,k}$ 拟合结果
Table 2 Fitting results of DZP coefficients for sub-mirror 1

j	$C_{1,j,1}$	$C_{1,j,2}$	$C_{1,j,3}$	$C_{1,j,4}$	$C_{1,j,5}$	$C_{1,j,6}$	$C_{1,j,7}$	$C_{1,j,8}$	$C_{1,j,9}$	$C_{1,j,10}$	$C_{1,j,11}$	$C_{1,j,12}$	$C_{1,j,13}$
$j=1$	0.853	0.528	0.659	0.650	0.347	0.369	0.110	0.438	0.406	0.635	0.306	0.482	0.515
$j=2$	0.052	-10.230	0.031	0.065	0.011	0.072	0.074	-3.589	0.009	-0.005	-0.006	0.003	0.018
$j=3$	0.539	0.003	-10.820	0.3662	0.005	-0.191	-3.723	0.003	0.055	0.000	0.085	-0.051	0.026
$j=4$	0.150	0.460	-0.259	0.365	0.302	-0.033	-0.225	0.381	0.415	0.553	0.385	0.361	0.448
$j=5$	0.584	0.236	0.766	0.242	0.775	2.839	2.247	0.643	0.656	0.540	0.348	0.774	0.954
$j=6$	0.674	0.968	0.463	0.634	0.447	0.936	0.966	0.307	0.607	0.586	0.621	0.227	0.699
$j=7$	0.017	-0.008	0.011	0.023	0.004	0.026	0.026	0.002	0.003	-0.002	-0.002	0.001	0.006
$j=8$	0.192	0.001	-0.219	0.130	0.002	-0.068	-0.045	0.001	0.020	0.000	0.030	-0.018	0.009
$j=9$	0.000	-0.009	0.000	0.000	0.011	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$j=10$	-0.084	0.003	0.110	-0.057	0.001	0.044	0.033	0.000	-0.006	0.000	-0.008	0.006	0.000
$j=11$	-0.592	0.120	-0.067	-0.268	0.079	-0.009	-0.059	0.099	0.109	0.144	0.102	0.095	0.117
$j=12$	0.147	0.061	0.208	0.060	0.202	0.640	0.590	0.168	0.171	0.141	0.091	0.203	0.250
$j=13$	0.176	0.253	0.121	0.166	0.011	0.245	0.253	0.081	0.159	0.153	0.163	0.059	0.183
$j=14$	0.884	0.076	-1.065	0.596	0.120	-0.458	-0.343	0.005	0.069	0.000	0.088	-0.060	0.000
$j=15$	0.582	0.994	0.696	0.755	0.822	0.834	0.534	0.815	0.121	0.147	0.209	0.738	0.333

3.2 不同视场 Golay3 稀疏孔径光学系统的 MTF

将表 2~4 中各个子镜的 DZP 系数代入式(9)得到 Golay3 稀疏孔径光学系统的广义光瞳函数,选取图 2 中序号分别为 1、2、4、6、8、10、12、14、16 等 9 组离散坐标作为成像视场,根据式(8)计算光学系统各视场的 OTF 并取模得到 MTF,结果如图 3 所示。零视场时,光学系统成像趋于衍射极限,如图 3(a)所示。由图 3(b)~(e)可知,在大小相同、方向各异的视场角下,MTF 的主瓣和旁瓣迅速减小,并且主瓣随着入射光的入射方向不同呈现出相应的发散方向。随着视场的增大,MTF 的主瓣呈现进一步缩小的趋势,旁瓣几乎消失,光学系统的成像性能显著下降,如图 3(f)~(i)所示。为了验证利用 DZP 描述不同视场光学系统波前的正确性,利用 ZEMAX 光学设计软件对该稀疏孔径系统进行设计,并获得上述 9 个视场的 MTF,结果如

图 4 所示。比较图 3 和图 4 可知,尽管受到视场泽尼克多项式拟合精度及计算圆整误差等的影响,利用 DZP 计算得到的 MTF 和 ZEMAX 软件设计得到的 MTF 具有较高的相似性,从而证明了利用 DZP 描述某一视场下稀疏孔径光学系统波前这一方法的可行性。

3.3 不同视场的稀疏孔径光学系统模拟成像与图像复原

选取 USAF951 分辨率板作为目标物,利用 3.1 节中的 Golay3 稀疏孔径光学系统进行模拟成像,成像过程在频域可表示为

$$I(x_i, y_i, u, v) = O(u, v) \cdot H(x_i, y_i, u, v) + N(u, v), \quad (10)$$

式中: $O(u, v)$ 为目标物的傅里叶变换结果; $H(x_i, y_i, u, v)$ 为系统在视场 (x_i, y_i) 的 OTF; $I(x_i, y_i, u, v)$ 和 $N(u, v)$ 分别为系统所成图像和噪声

表 3 子镜 2 的 DZP 系数 $C_{2,j,k}$ 拟合结果
Table 3 Fitting results of DZP coefficients for sub-mirror 2

unit: λ

j	$C_{2,j,1}$	$C_{2,j,2}$	$C_{2,j,3}$	$C_{2,j,4}$	$C_{2,j,5}$	$C_{2,j,6}$	$C_{2,j,7}$	$C_{2,j,8}$	$C_{2,j,9}$	$C_{2,j,10}$	$C_{2,j,11}$	$C_{2,j,12}$	$C_{2,j,13}$
$j=1$	0.928	0.279	0.133	0.607	0.295	0.347	0.817	0.354	0.206	0.270	0.475	0.342	0.220
$j=2$	-0.017	-10.250	-0.007	-0.001	-0.003	-0.018	-0.041	-3.619	-0.014	0.003	0.010	0.008	-0.017
$j=3$	0.000	-0.003	-10.20	-0.002	-0.003	0.002	-3.582	-0.005	0.006	0.002	-0.002	0.006	-0.004
$j=4$	0.238	0.994	0.536	0.343	0.569	0.493	0.872	0.594	0.242	0.237	0.534	0.329	0.243
$j=5$	0.775	0.364	0.762	0.536	0.559	0.855	0.376	0.284	0.687	0.207	0.2780	0.941	0.328
$j=6$	0.163	1.001	0.693	0.504	1.018	0.361	0.848	0.860	0.587	0.149	0.425	0.491	0.625
$j=7$	-0.002	-0.013	0.000	0.003	0.001	-0.006	-0.014	-0.007	-0.005	0.001	0.004	0.003	-0.006
$j=8$	0.002	0.001	0.002	0.001	0.000	0.001	0.005	-0.001	0.002	0.001	-0.001	0.002	-0.001
$j=9$	0.000	0.006	0.000	0.016	-0.004	-0.006	-0.005	-0.006	0.000	0.001	0.001	0.000	-0.009
$j=10$	0.000	0.007	0.000	0.007	0.001	0.002	0.011	-0.004	0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.003
$j=11$	-0.569	0.260	0.140	-0.273	0.148	0.128	0.228	0.155	0.063	0.062	0.140	0.086	0.063
$j=12$	0.203	0.095	0.199	0.140	0.146	0.117	0.098	0.074	0.180	0.054	0.073	0.247	0.085
$j=13$	0.043	0.261	0.181	0.131	0.160	0.094	0.221	0.225	0.154	0.039	0.111	0.129	0.163
$j=14$	0.000	0.137	0.002	0.089	0.076	0.078	0.269	0.035	0.000	0.000	0.052	0.000	0.168
$j=15$	0.746	0.656	0.824	0.276	0.959	0.352	0.130	0.451	0.869	0.853	0.489	0.235	0.184

表 4 子镜 3 的 DZP 系数 $C_{3,j,k}$ 拟合结果
Table 4 Fitting results of DZP coefficients for sub-mirror 3

unit: λ

j	$C_{3,j,1}$	$C_{3,j,2}$	$C_{3,j,3}$	$C_{3,j,4}$	$C_{3,j,5}$	$C_{3,j,6}$	$C_{3,j,7}$	$C_{3,j,8}$	$C_{3,j,9}$	$C_{3,j,10}$	$C_{3,j,11}$	$C_{3,j,12}$	$C_{3,j,13}$
$j=1$	1.055	0.736	0.232	0.619	0.608	0.803	0.417	0.396	0.252	0.610	0.597	0.560	0.1882
$j=2$	0.012	-10.210	0.004	0.010	-0.011	0.005	0.014	-3.604	-0.003	-0.015	-0.001	0.019	-0.0152
$j=3$	-0.019	0.005	-10.200	-0.038	0.002	-0.001	-3.590	0.034	-0.000	0.001	0.003	0.011	0.000
$j=4$	0.350	-0.109	0.622	0.354	0.217	0.890	0.524	0.059	0.282	0.529	0.640	0.519	0.113
$j=5$	0.330	0.116	0.539	0.536	0.812	0.423	0.292	0.731	0.309	0.348	0.228	0.799	0.151
$j=6$	0.985	0.047	0.486	1.014	0.403	0.871	0.852	0.600	0.243	0.474	0.828	0.492	0.253
$j=7$	0.000	0.002	-0.001	0.001	-0.002	0.001	0.004	-0.002	-0.001	-0.005	-0.001	0.007	-0.005
$j=8$	-0.005	0.000	0.002	-0.012	-0.000	0.000	0.002	0.012	0.000	0.000	0.001	0.004	0.000
$j=9$	0.021	0.000	-0.003	0.002	-0.006	0.000	0.021	0.007	-0.003	-0.002	0.015	0.007	0.000
$j=10$	0.012	0.000	-0.001	0.001	0.000	-0.001	0.004	0.002	0.001	0.001	0.005	0.000	0.000
$j=11$	-0.539	-0.028	0.162	-0.270	0.057	0.233	0.137	0.015	0.074	0.138	0.168	0.135	0.029
$j=12$	0.086	0.030	0.141	0.140	0.212	0.005	0.076	0.191	0.081	0.091	0.059	0.209	0.040
$j=13$	0.257	0.012	0.127	0.265	-0.001	0.228	0.222	0.157	0.063	0.124	0.216	0.129	0.067
$j=14$	0.195	0.000	0.065	0.041	0.087	0.006	0.172	0.074	0.031	0.016	0.085	0.032	0.000
$j=15$	0.656	0.824	0.276	0.959	0.352	0.130	0.451	0.869	0.730	0.904	0.183	0.173	0.106

信号的傅里叶变换结果。选择噪声类型为高斯噪声，方差为 0.1%，并选择 3.2 节的 9 个视场进行成像，成像结果如图 5 所示。在零视场下光学系统具有较好的成像效果，随着视场角的增大，像质逐渐退化，当视场角增大至 0.1° 时，成像结果中已无法分辨目标物细节。图 6 展示了光学系统主镜为全孔径时不同视场下的成像情况。由于所选光学系统为旋转对称系统，该系统在不同视场方向下的成像情况均相同。与稀疏孔径光学系统相比，全孔径光学系统由于通光面积增大及中高频对比度提高，在不同视场下的成像质量普遍优于稀疏孔径成像光学系统。

为了改善不同视场稀疏孔径光学系统的成像质量，构建不同视场的维纳滤波器，并对上述模拟成像结果进行图像复原。与视场相关的维纳滤波器可表示为

$$G(x_i, y_i, u, v) = \frac{H^*(x_i, y_i, u, v)}{|H(x_i, y_i, u, v)|^2 + R}, \quad (11)$$

式中： $H(x_i, y_i, u, v)$ 为 Golay3 稀疏孔径光学系统的 OTF； $H^*(x_i, y_i, u, v)$ 为 $H(x_i, y_i, u, v)$ 的共轭项； R 为噪声与信号功率谱的比值，一般为常数。目标物频谱 $\widehat{F}(u, v)$ 的估算公式为

$$\widehat{F}(u, v) = G(x_i, y_i, u, v) \cdot I(x_i, y_i, u, v). \quad (12)$$

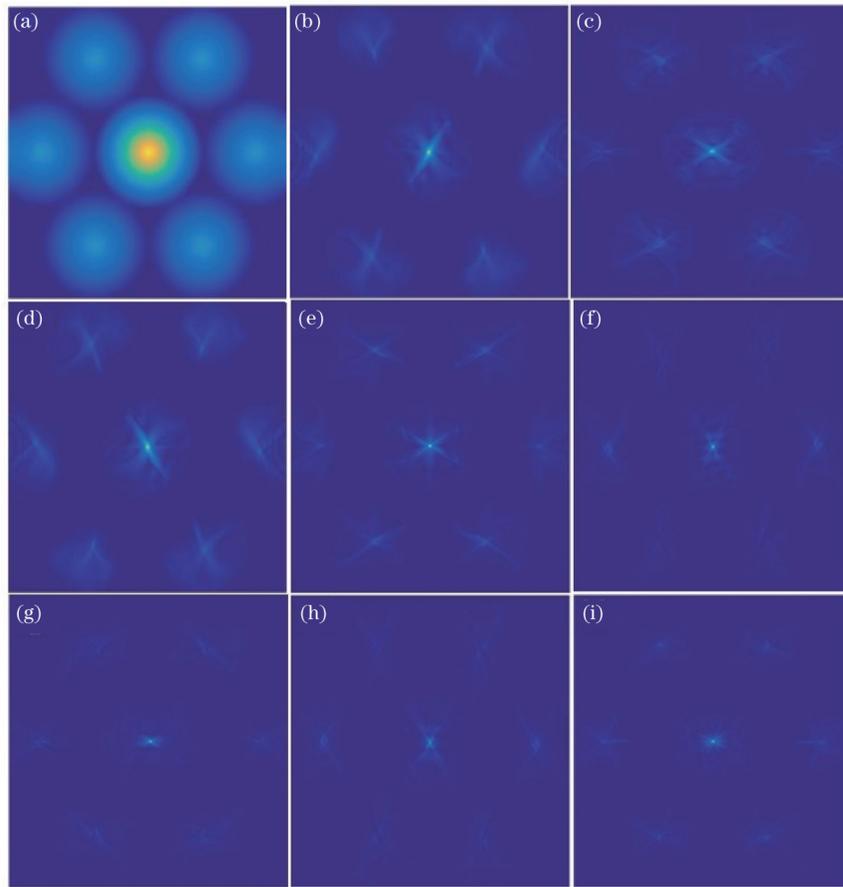


图 3 采用 DZP 计算不同视场获得的 Golay3 稀疏孔径光学系统的 MTF。(a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

Fig. 3 MTFs of Golay3 optical system under different field coordinates calculated by DZP. (a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

采用维纳滤波器将图 5 的模拟结果进行图像复原,结果如图 7 所示,可以看到,同一视场复原后的图像清晰度和信噪比明显提高。由于维纳滤波是基于原始图像和估计图像之间的均方误差达到最小的准则函数来实现图像复原,随着视场的增大,各子孔径的轴外像差增大,系统的 OTF 发生退化,基于式 (11) 和式 (12) 的图像复原效果也不断下降。图 8 所示为全孔径光学系统的图像复原结果,与图 6 所示的成像结果相比,全孔径光学系统在不同视场下的成像质量得到显著提高,其成像清晰度和信噪比明显高于稀疏孔径光学系统的图像复原结果。

分别计算在视场 1、2、4、10 下稀疏孔径光学系统模拟所成图像及维纳滤波后图像中各线对的对比度,并绘制对比度曲线,结果分别如图 9(a)~(d) 所示。可以看到,采用维纳滤波可大幅提升各视场图像在水平和垂直方向上的对比度。由于稀疏孔径成像系统中各子镜在水平和垂直方向上的空间分布不对称,当视场角大小相同、方向不同时,复原后的图像在水平和垂直方向具有不同的对比度。如图 9(b) 所示,当视场角为 $(0.05^\circ, 0^\circ)$ 时,水平和垂直方向上的对比度范围分别为 $0.84\sim 0.99$ 和 $0.62\sim 0.99$; 如图 9(c) 所示,当视场

角为 $(0^\circ, 0.05^\circ)$ 时,水平和垂直方向对比度范围则分别为 $0.44\sim 0.84$ 和 $0.89\sim 0.99$ 。随着视场角的进一步增大,维纳滤波后图像对比度逐步降低。如图 9(d) 所示,当视场角为 $(0.1^\circ, 0^\circ)$ 时,复原前图像垂直方向上的对比度范围为 $0.13\sim 0.26$,复原后图像垂直方向上的对比度范围仅为 $0.30\sim 0.43$ 。

4 结 论

非零视场稀疏孔径光学系统每个子孔径的波前由包含光瞳与视场的 DZP 表示,由此构建稀疏孔径光学系统的广义光瞳函数,根据傅里叶变换分别计算不同视场稀疏孔径光学系统的 MTF。以 Golay3 稀疏孔径光学系统为例,利用 ZEMAX 软件对系统进行光学设计,通过对视场泽尼克多项式数据进行拟合,获得广义光瞳函数的 DZP 系数,据此计算得到的光学系统 MTF 与 ZEMAX 软件光学设计结果一致,有效验证了利用 DZP 描述不同视场稀疏孔径成像系统波前的正确性。利用广义光瞳函数计算得到光学系统的 OTF,并以此构建与视场相关的维纳滤波器,对系统的模拟成像结果进行图像复原,有效提高了不同视场稀疏孔径光学系统的成像质量。

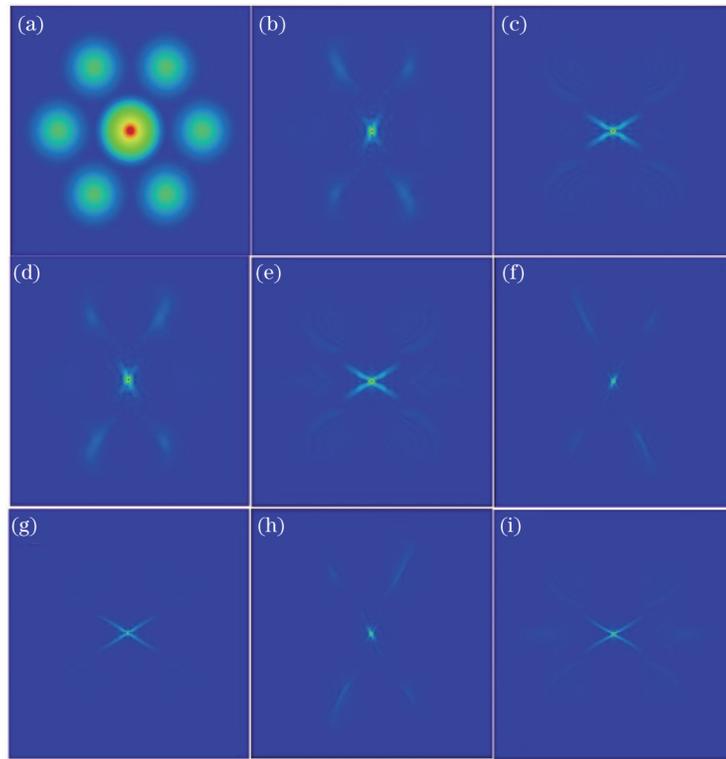


图 4 采用 ZEMAX 软件计算不同视场获得的 Golay3 稀疏孔径光学系统的 MTF。(a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

Fig. 4 MTFs of Golay3 optical system under different field coordinates calculated by ZEMAX software. (a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

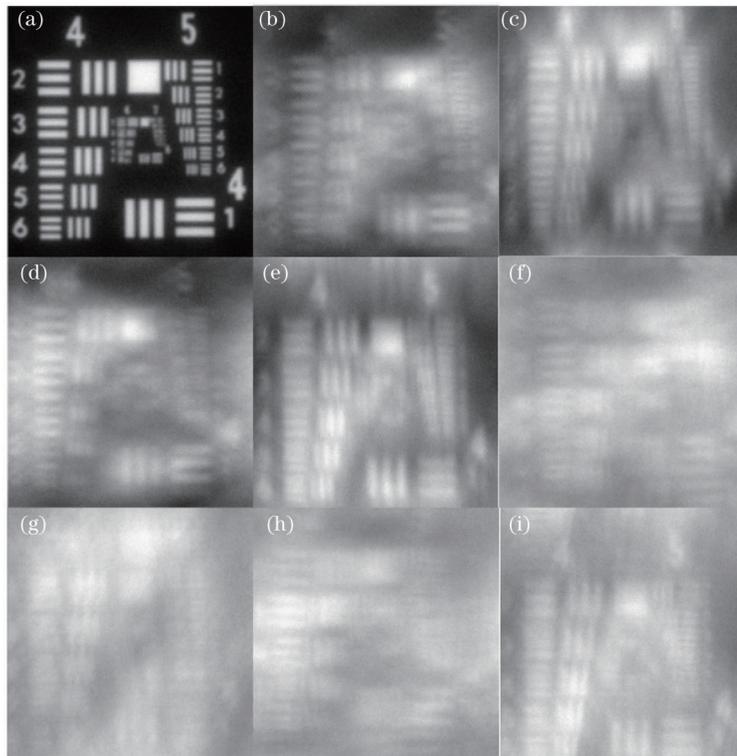


图 5 不同视场下稀疏孔径光学系统模拟成像结果。(a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

Fig. 5 Simulated imaging results under different field coordinates of sparse aperture optical system. (a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

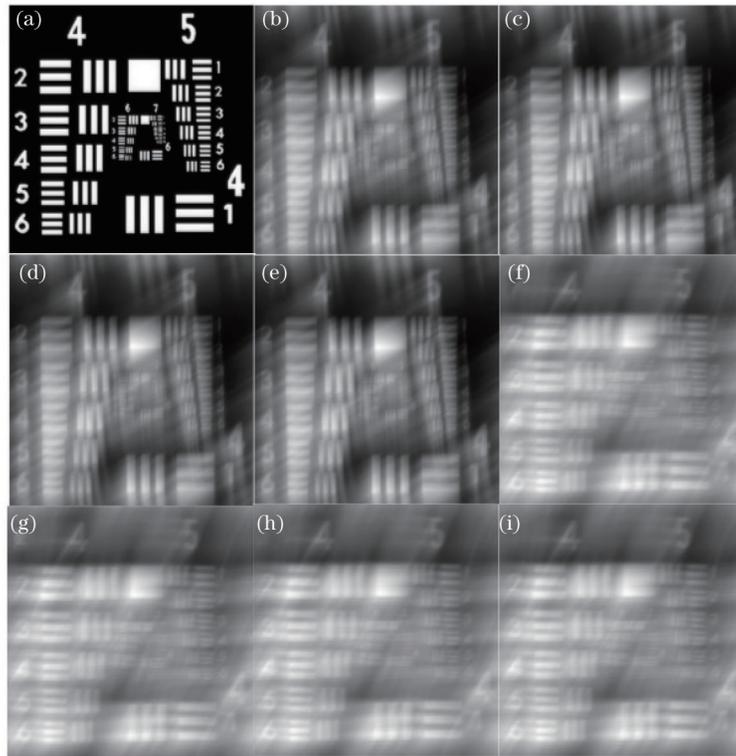


图 6 不同视场下全孔径光学系统模拟成像结果。(a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

Fig. 6 Simulated imaging results under different field coordinates of full aperture optical system. (a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

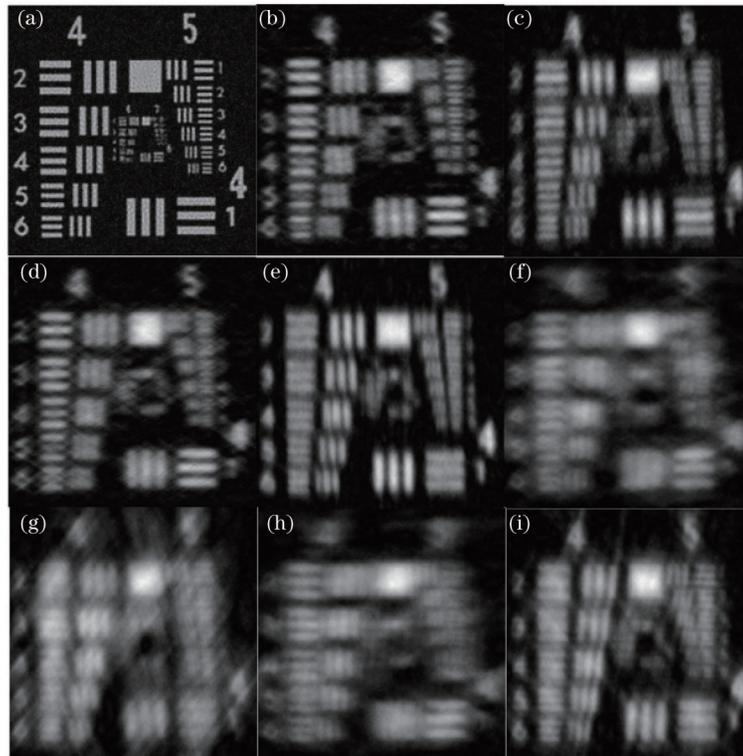


图 7 不同视场下稀疏孔径光学系统采用维纳滤波的图像复原结果。(a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

Fig. 7 Results of image restoration using Wiener filters under different field coordinates for sparse aperture optical system. (a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$



图 8 不同视场下全孔径光学系统采用维纳滤波的图像复原结果。(a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

Fig. 8 Results of image restoration using Wiener filters under different field coordinates for full aperture optical system. (a) $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) $(-0.05^\circ, 0^\circ)$; (e) $(0^\circ, -0.05^\circ)$; (f) $(0.1^\circ, 0^\circ)$; (g) $(0^\circ, 0.1^\circ)$; (h) $(-0.1^\circ, 0^\circ)$; (i) $(0^\circ, -0.1^\circ)$

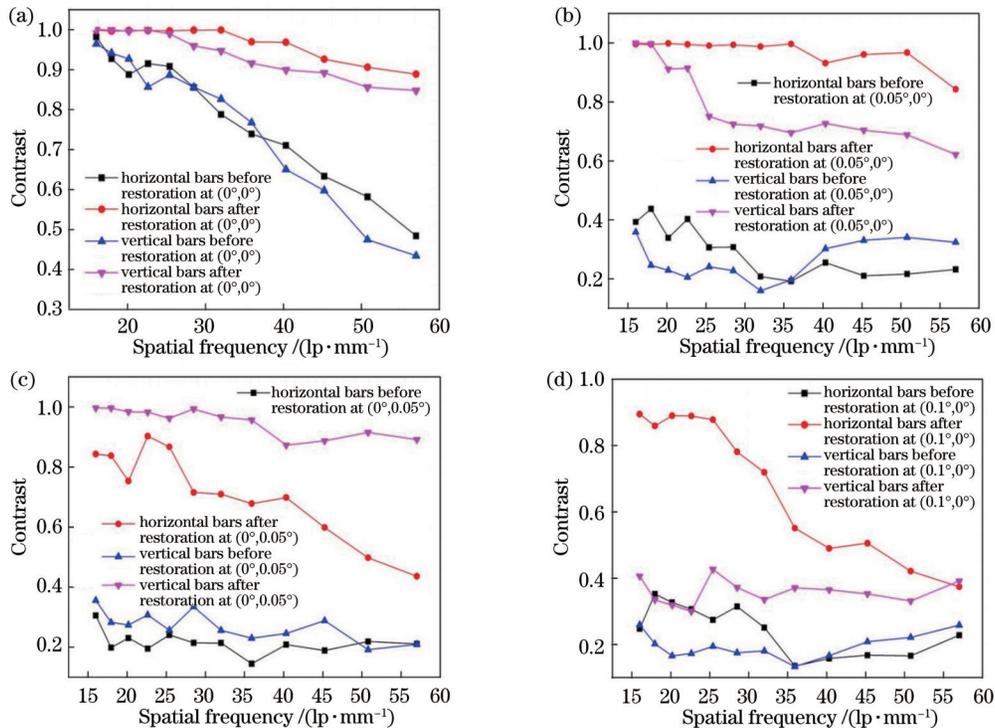


图 9 不同视场坐标下维纳滤波前后图像对比度曲线。(a) 视场坐标为 $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) 视场坐标为 $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) 视场坐标为 $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) 视场坐标为 $(0.1^\circ, 0^\circ)$

Fig. 9 Contrast curves before and after Wiener filtering under different field of view coordinates. (a) Field coordinate is $(0^\circ, 0^\circ)$; (b) field coordinate is $(0.05^\circ, 0^\circ)$; (c) field coordinate is $(0^\circ, 0.05^\circ)$; (d) field coordinate is $(0.1^\circ, 0^\circ)$

参 考 文 献

- [1] 付玉, 袁沫, 金振宇, 等. 中国巨型太阳望远镜主动对准建模分析[J]. 光学学报, 2022, 42(12): 1211002.
Fu Y, Yuan S, Jin Z Y, et al. Active alignment modeling and analysis of Chinese giant solar telescope[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(12): 1211002.
- [2] 梁琼心, 黄金龙, 潘年, 等. 基于本征系数的大口径望远镜装调方法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(12): 1211001.
Liang Q X, Huang J L, Pan N, et al. Alignment method of a large aperture telescope based on the eigen coefficient[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(12): 1211001.
- [3] Hill J M. The large binocular telescope[J]. Applied Optics, 2010, 49(16): D115-D122.
- [4] Kimble R A, Feinberg L D, Voyton M F, et al. James Webb Space Telescope (JWST) optical telescope element and integrated science instrument module (OTIS) cryogenic test program and results[J]. Proceedings of SPIE, 2018, 10698: 1069805.
- [5] Manuel E A, Constantinou M C, Grigel E, et al. Telescope pier seismic isolation for the Giant Magellan Telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2018, 10700: 107005Y.
- [6] Fiete R D, Tantalos T A, Calus J R, et al. Image quality of sparse aperture designs for remote sensing[J]. Optical Engineering, 2002, 41(8): 1957-1969.
- [7] 周程灏, 王治乐, 朱峰. 大口径光学合成孔径成像技术发展现状[J]. 中国光学, 2017, 10(1): 25-38.
Zhou C H, Wang Z L, Zhu F. Review on optical synthetic aperture imaging technique[J]. Chinese Optics, 2017, 10(1): 25-38.
- [8] Rai M R, Rosen J. Optical incoherent synthetic aperture imaging by superposition of phase-shifted optical transfer functions[J]. Optics Letters, 2021, 46(7): 1712-1715.
- [9] Wu Y, Hui M, Li W Q, et al. MTF improvement for optical synthetic aperture system via mid-frequency compensation[J]. Optics Express, 2021, 29(7): 10249-10264.
- [10] 雷天成, 高蓉康, 刘成波. 合成孔径技术在光声成像中的应用[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(6): 0617007.
Lei T C, Gao R K, Liu C B. Application of synthetic aperture technology in photoacoustic imaging[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(6): 0617007.
- [11] 郑佳慧, 俞晓迪, 赵生妹, 等. 基于均值滤波的关联成像去噪[J]. 光学学报, 2022, 42(22): 2211002.
Zheng J H, Yu X D, Zhao S M, et al. Ghost imaging denoising based on mean filtering[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(22): 2211002.
- [12] 吴天琦, 肖文, 李仁剑, 等. 基于时域迭代小波变换的单分子定位图像背景去噪[J]. 中国激光, 2021, 48(13): 1307001.
Wu T Q, Xiao W, Li R J, et al. Single-molecule localization image background denoising based on time-domain iterative wavelet transform[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(13): 1307001.
- [13] Paine S W, Fienup J R. Extending capture range for piston retrieval in segmented systems[J]. Applied Optics, 2017, 56(33): 9186-9192.
- [14] Wang C C, Shen Y, Zou G Y, et al. Research on position error of sparse optical system[J]. Optik, 2017, 144: 191-198.
- [15] Yang H S, Zhang X J, Li Z L, et al. Impact of random segment pose errors for deployable telescope and its tolerance allocation[J]. Optics Communications, 2020, 456: 124549.
- [16] Guerra-Ramos D, Trujillo-Sevilla J, Manuel Rodríguez-Ramos J. Global piston restoration of segmented mirrors with recurrent neural networks[J]. OSA Continuum, 2020, 3(5): 1355-1363.
- [17] Kwee I W, Braat J J M. Double Zernike expansion of the optical aberration function[J]. Pure and Applied Optics: Journal of the European Optical Society Part A, 1993, 2(1): 21-32.
- [18] Braat J J M, Janssen A J E M. Double Zernike expansion of the optical aberration function from its power series expansion[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2013, 30(6): 1213-1222.
- [19] Tsao M S, Liang C W. Double Zernike polynomial and its application in optical alignment[J]. Proceedings of SPIE, 2013, 8844: 88440B.
- [20] Chang H S, Liang C W, Lin P C, et al. Characterization of field dependent aberrations in Fizeau interferometer using double Zernike polynomials[J]. Proceedings of SPIE, 2014, 9203: 92030I.

Multi-Field-of-View Sparse Aperture Imaging Based on Double Zernike Polynomials

Fan Junliu^{1,2}, Wu Quanying^{2*}, Chen Baohua², Chen Lei^{1**}, Wang Jun², Wang Senmiao^{2,3,4}, Chen Xiaoyi⁵

¹*School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China;*

²*School of Physical Science and Technology, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215009, Jiangsu, China;*

³*Graduate Workstation in Soochow Mason Optics Co., Ltd., Suzhou 215028, Jiangsu, China;*

⁴*Graduate Workstation in Suzhou FOIF Co., Ltd., Suzhou 215006, Jiangsu, China;*

⁵*Suzhou Mason Optical Co., Ltd., Suzhou 215028, Jiangsu, China*

Abstract

Objective The sparse aperture optical system employs multiple discrete sub-apertures to replace the full aperture and achieves the resolution equivalent to that of the full aperture optical system while reducing the volume, quality, and costs. The sub-aperture's wavefront aberrations of the sparse aperture optical system exert impacts on the imaging performance of

the whole system. In most studies, the system's field of view is not taken into account during the analysis of the imaging performance and sub-apertures' wavefronts of the sparse aperture optical system. Starting from the generalized pupil function, this paper develops the sparse aperture imaging model considering the system's field of view, thereby providing a theoretical basis for predicting the imaging performance and image restoration of the sparse aperture optical system under different fields of view.

Methods The generalized pupil function of the sparse aperture optical system considering the field of view is derived on the theoretical basis of double Zernike polynomials (DZPs). The modulation transfer function (MTF) of the system is obtained by the Fourier transform. The Golay3 sparse aperture imaging system designed by the ZEMAX optical software is taken as an example. According to the design results, the coefficients of double Zernike polynomials are fitted. The theoretical calculation results and optical design results are compared to verify the sparse aperture imaging theory considering the field of view. The Wiener filter is constructed according to the optical transfer function (OTF) for image restoration to improve the imaging quality of the system under different fields of view.

Results and Discussions According to the theoretical model, the results show that when the field of view is 0° , the imaging of the sparse aperture optical system approaches the diffraction limit as shown in Fig. 3(a). Figs. 3(b)–(e) indicate that under the same field of view, the main lobe and side lobe of MTFs decrease rapidly, and the main lobe shows different divergent directions corresponding to the directions of the incident light. As the field of view rises, the main lobe of MTFs further narrows, and the imaging performance of the optical system decreases significantly. MTFs calculated by DZPs are similar to those obtained by ZEMAX software.

The contrasts of each line pair in the image simulated by the sparse aperture optical system are calculated under different fields of view. The images are processed by the Wiener filter, and the contrast curves are drawn, as shown in Figs. 9 (a)–(d). The figures demonstrate that the image contrasts of each field of view in horizontal and vertical directions can be greatly improved by the Wiener filter. Under the same field of view and different directions, the restored image has different contrasts in the horizontal and vertical directions. As shown in Fig. 9(b), when the field of view is $(0.05^\circ, 0^\circ)$, the contrast ranges in the horizontal and vertical directions are 0.84–0.99 and 0.62–0.99, respectively. In Fig. 9(c), when the field of view is $(0^\circ, 0.05^\circ)$, the contrast ranges in the horizontal and vertical directions are 0.44–0.84 and 0.89–0.99, respectively. As the field of view further increases, the contrasts of the image processed by the Wiener filter gradually decrease. In Fig. 9(d), when the field of view is $(0.1^\circ, 0^\circ)$, the contrast range in the vertical direction of the image before and after restoration is 0.13–0.26 and 0.30–0.43, respectively.

Conclusions The sub-aperture's wavefront of the sparse aperture optical system under a non-zero field of view is represented by the DZP. When the generalized pupil function is constructed, the MTFs of the system under different fields of view are calculated by the Fourier transform, and the optical design of the system is carried out by ZEMAX software. Upon the fitting of the DZPs, the calculated MTFs of the system are proven to be consistent with those of the ZEMAX software, which verifies the method of utilizing DZPs to describe the wavefront of the sparse aperture imaging system under different fields of view. The Wiener filter related to the field of view is constructed on the basis of the OTF of the optical system. The image restoration using the Wiener filter effectively improves the imaging quality of the sparse aperture optical system under different fields of view.

Key words imaging systems; sparse aperture; double Zernike polynomials; field of view; Wiener filter