

基于量子照明的导航测距方案

惠俊, 柴洪洲*

中国人民解放军战略支援部队信息工程大学地理空间信息学院, 河南 郑州 450001

摘要 针对以往脉冲纠缠测距方案对光子损耗十分敏感的特点及量子干涉法测距中利用光路延迟测距时难以实现远距离传输的问题,利用量子压缩效应来提升时延估计精度,同时还提出一种基于量子照明原理的非经典纠缠导航测距方案,对目标存在的回波信号进行统计判断,从而确定距离参数。在相干探测的基础上,分别研究了相干态、热态和压缩态等3种高斯量子态的统计特性,并对量子照明测距方案中经典相干态与双模压缩真空态的信号检测性能进行了理论分析和数值模拟实验。结果表明,相较于传统测距方法,利用量子信号压缩和纠缠特性的方法能有效提高导航测距的距离分辨率,性能上优于经典方案,且在噪声光子数较多时具有更强的抗环境干扰能力。

关键词 量子光学; 无线电导航; 量子照明; 量子纠缠; 压缩态; 脉冲测距

中图分类号 O431 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS220802

1 引言

测距技术作为实现未知目标定位与导航的基础技术,与人民生活、国防建设、航空航天探测等方面息息相关。传统导航测距系统通过不断向空间发射电磁脉冲,经过目标反射到接收端,检测回波脉冲并估计其与发射时刻的时间延迟即可实现导航测距^[1]。发射电磁脉冲信号的带宽越宽、发射功率越大,所测得的时间精度也就越高,但受到电磁波脉冲的能量与带宽的限制,其测距精度存在一定的极限^[2]。为了获得更高的测距精度,通常将多项传统测距技术(如重磁/地形辅助导航^[3],视觉惯性组合导航^[4]等)进行有效组合,但其测距精度始终受限于散粒噪声极限。

纠缠是量子物理相较于经典物理最奇特的现象之一,量子精密测距技术便得益于量子信息的纠缠特性^[5-6]。在传感测量中,纠缠使得测量精度能够突破散粒噪声极限,达到海森堡极限^[7-9];纠缠也是脆弱的,环境噪声和损耗可以轻易地破坏纠缠^[10]。然而研究发现,在量子照明中,即使传输通道完全破坏了初始制备的纠缠态,目标探测的能力相对于经典信号仍然有约 6 dB 的性能提升,其量子优势仍然可以保持^[11-13]。

为了超越经典测量中能量、带宽和精度的限制,量子测距利用量子纠缠、量子压缩等特性,使传递的量子信息具有强相关性和高密度程度,其精度可接近海森堡测不准原理所限定的物理极限^[14],获得比经典无线电测距系统高得多的测距精度,并可进一步应用于诸如导航^[15]、定位^[16]和引力波测量^[17]等系统中。

经典纠缠方案根据非对角元测量值最大化,估计得到最佳延迟时间,从而实现距离的最优估计^[18]。量子照明原理利用多模场的纠缠达到超越单模场的更强烈丰富的非经典效应,由统计测量结果构建 Wigner 准概率分布的协方差函数,并由此实现时延参数的最优估计^[19]。利用由高斯纠缠态增强的量子测距方案来解决高精度测距问题,其形式与经典无线电导航测距方式非常相似,从发射端发射脉冲信号,在接收端进行连续测量,以检测导航视距目标的反射信号。本文基于量子照明测距方案,通过参量下转换过程形成一对彼此纠缠的光子对,将一对光子对中的某个光子作为探测信号发射出去,而将另外一个光子留在本地作为纠缠辅助测量信号,若存在目标,则经过目标散射回来的光子与本地光子进行纠缠测量,便可以获得额外的性能增益。Barzanjeh 等^[20]提出了微波量子照明增强的基本原理,但只是针对理想传输情况下的研究,且并未涉及导航测距性能的分析;Zhuang 等^[21]进一步分析了在环境损耗下的量子照明信号传输问题,为在实际导航测距环境中利用量子态区分理论提供了理论指导;肖怀铁等^[22]对前期的量子照明研究工作进行了总结,但主要围绕探测性能,对于距离估计性能未有涉及。

由于现有研究对基于量子照明的测距鲜有涉及,本文分析了量子照明对目标探测性能的提升作用,并进一步利用该特性实现导航距离参数的估计。首先,介绍了雷达测距与量子照明的基本原理,并对高斯量子态检测区分理论进行了推导说明。其次,通过对相干态、热态和压缩态等3种高斯量子态的统计特性进

收稿日期: 2022-03-15; 修回日期: 2022-05-26; 录用日期: 2022-06-27; 网络首发日期: 2022-07-08

通信作者: *chaih1969@163.com

行分析,阐述了基于量子压缩效应提高时延峰值估计精度的导航测距方法,进一步利用所提出的量子照明方案实现纠缠测距性能的提升。最后,基于量子照明导航测距方案,着重将相干态纠缠测距性能与双模压缩真空态(TMSV)纠缠测距性能进行对比分析,并利用量子信号检测的Chernoff界进行定量分析。结果表明,在实际低亮度照明光源或强噪声环境下,通过存储与信号脉冲纠缠的辅助信号,双模压缩真空态的检测错误概率相对于经典相干态在指数部分产生了约6 dB的下降,有效提升了导航测距系统的性能。

2 测距方案设计

2.1 雷达距离方程

设导航测距系统的信号发射功率为 P_t ,则在自由空间工作时,脉冲信号到达距离发射端的目标处的功率密度为 $P_1 = \frac{P_t}{4\pi R^2}$,目标由于受到发射电磁波的照射而产生散射回波。若假定点目标可将接收到的功率以反射率 η 辐射回来,则可得到目标二次回波功率为 $P_2 = \eta P_1 = \frac{\eta P_t}{4\pi R^2}$ 。又假设 P_2 均匀辐射,则在接收端收到的回波功率密度为 $P_r = \frac{P_2}{4\pi R^2} = \frac{\eta P_t}{(4\pi R^2)^2}$ 。由此可看出,接收端的回波功率 P_r 反比于导航测距目标与脉冲发射端之间的距离 R 的四次方,可见反射功率经过往返 2 倍的路程,能量衰减很大,接收到的功率 P_r 必须超过最小可检测信号功率,导航测距系统才能可靠地确定目标,当 P_r 正好等于最小可检测信号功率 S_{\min} 时,可得到导航测距系统的最大作用距离 R_{\max} ,它们的关

系可以表示为 $P_r = S_{\min} = \frac{\eta P_t}{16\pi^2 R_{\max}^4}$ 或 $R_{\max} = \left(\frac{\eta P_t}{16\pi^2 S_{\min}}\right)^{1/4}$,这是基于点目标的雷达距离方程的基本形式,它表明了最大测程 R_{\max} 和最小距离分辨率之间的关系。

由于导航测距系统总在热噪声背景场或其他干扰环境下确定测距目标,再加上测距目标的回波脉冲信号本身也具有起伏特性,因此接收端输出的是随机量,其最大作用距离也不是一个确定值,而是统计值,通常只考虑概率意义上当检测概率或虚警概率一定时的最大测程。

2.2 量子照明测距原理

在常见的脉冲测距中,通过对信号往返传播时间 t_R 的测量可计算目标距离 R 。由于光速 c 已知,距离测量结果可表示为

$$R = \frac{1}{2} ct_R \quad (1)$$

由式(1)可知,在不考虑大气对信号传播影响的情形下,距离测量的精度完全由往返传播时间测量的精度决定。通常采用回波脉冲中心作为到达位置对传播时延进行测定,对应回波中心的窄脉冲相对于发射时刻的延迟时间可以用高速计数器或其他设备测得,并可转换成距离数据输出。

理论分析表明,图1中基于回波脉冲中心的时延估计均方误差 σ_{t_k} 正比于信号的脉冲时宽 τ (对应于距离分辨率 $\Delta = c\tau$),而反比于信号噪声比(SNR)。因此,测距精度的提升可通过减小脉冲时宽(提高距离分辨率)或提升信噪比来实现^[1]。

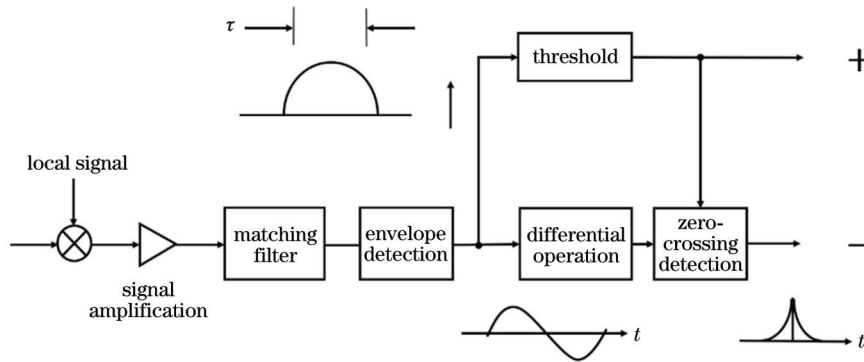


图1 回波脉冲峰值时延估计流程图

Fig. 1 Flow chart of peak estimation of echo pulse

经典接收机理论认为测量精度最高可达到散粒噪声极限;量子接收机理论则认为精度并非受限于散粒噪声,而是量子噪声。由此便可采取适当的操作突破经典噪声极限从而达到满足海森堡不确定性原理的量子噪声极限。所提测距方案采用基于量子照明原理的脉冲法测距,图2为量子照明测距原理的示意图。在信号源S处制备量子态信号(如一对纠缠光子),将其

中一部分作为信号脉冲 \hat{a}_A 发射出去,另一部分作为闲置脉冲 \hat{a}_B 通过延迟设备保留在本地,等待回波信号进行纠缠辅助测量。此时,发射端发出的信号脉冲 \hat{a}_A 将在实际热噪声背景场环境下产生传输损耗,其中一部分退化为热场光 \hat{a}_C 。

由 Giovannetti 等^[14]提出的量子纠缠测距方案是将纠缠信号 \hat{a}_A 与 \hat{a}_B 同时发射出去,最终由接收端对接收

到的回波脉冲进行纠缠测量,若有 M 对纠缠脉冲,则其时延估计精度相较于经典测距方案将提升 \sqrt{M} 倍^[11]。但是,纠缠量子信号在自由空间传播过程中,它们之间的纠缠特性极易在热噪声背景场下被破坏,最终可获得的量子测距增益十分有限。基于量子照明的测距方案,将一部分信号脉冲作为测距信号发射出去,

将另一部分脉冲留在本地作为闲置信号,经测距目标反射回来的回波信号脉冲可与本地脉冲进行纠缠辅助测量,同样可以利用量子信号的纠缠特性提高测距精度。由于留在本地的脉冲信号不会受到测距信号在传播过程中的噪声干扰,因而有望获得比文献[9]中的纠缠测距精度更高的实际测距精度。

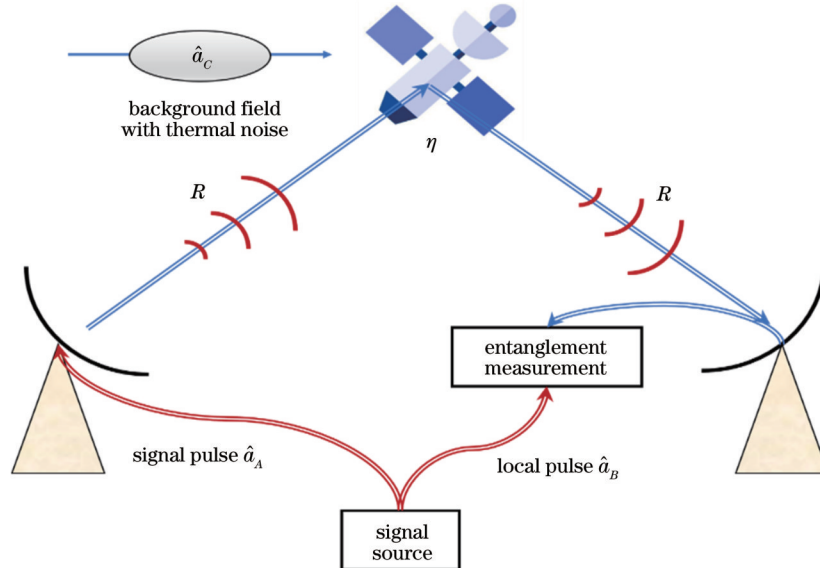


图 2 量子照明测距原理示意图

Fig. 2 Diagram of ranging based on quantum illumination

Tan 等^[12-13]从原理上证明了纠缠可以增强光子计数的灵敏度,并提出了量子照明的想法,本文正是基于这一理论进一步研究了量子纠缠导航测距方案的性能。实际中,当存在噪声和耗散时,系统中依然会出现由纠缠产生的增强效应,这种对噪声和传输损耗的抗耐性与已知的利用纠缠增强测量精度的方法完全不同,已知的方法中噪声和传输损耗会迅速破坏任何增益效应。此外,由纠缠产生的精度增益是很显著的:它随脉冲信号与辅助信号纠缠的比特数呈指数增加。目前的理论和实验结果均表明,量子照明体制在强噪声背景,甚至纠缠被破坏的条件下,依然具备提升单脉冲探测灵敏度,进而提升系统对目标测距性能的技术潜力。

此外,为了实现距离的估计,与经典导航测距方案中脉冲时延峰值估计(图 1)不同,按最小距离分辨率 Δ 将发射端到最大测程之间 $[0, R_{\max}]$ 等分成 m 区间,在接收机端连续接收回波信号 \hat{a}_R , 并对其进行检测;若在第 h ($h \in [0, m]$) 个区间中存在目标,则接收端的检测结果将出现与之前或之后回波信号检测相异的结果,此时设定检测阈值,若能实现目标回波信号与背景回波信号的区分,则可通过假设检验方法判定 h , 从而确定导航测距的距离 $R = 2h\Delta$ 。

3 量子信号检测方法

当信号到达导航测距系统接收端且被正确检测,

即可认为完成了一次测距过程。因此,导航测距系统性能的关键便在于信号的有效检测。由于噪声的起伏特性,必须按照某种统计检验准则进行判决。通常要求在给定信噪比下虚警概率 $P_{f,a}$ 一定时的检测概率 P_d 最大。存在目标时判为有目标的概率称为检测概率 P_d ; 存在目标时判为无目标的概率称为检测错误概率 P_e , 显然满足 $P_e = 1 - P_d$ 。导航测距的信号检测性能由其发现概率 P_d 和虚警概率 $P_{f,a}$ 来描述。 P_d 越大 (P_e 越小), 说明发现目标的可能性越大, 当超过某一给定阈值 $D_0 = \min(S/N)$ [设置为最小输出信噪比 (SNR)] 时, 即可判为发现了目标, 与经典导航测距系统类似, 此时基于脉冲飞行时间 (TOF) 测量, 由检测到的返回信号即可估计出实际距离。或者说, 对于相同检测错误概率 P_e , 量子导航测距方案降低了信号检测的阈值 D_0 (最小输出信噪比), 从而实现了接收端最小可检测信号的增强, 提高了距离分辨率。此外, 将检测阈值 D_0 代入雷达方程来估算其作用距离, 发现量子照明测距方案扩大了系统的有效工作距离。

3.1 量子多元假设检验

量子信号检测的核心在于实现两个不同量子态的有效区分。在量子导航测距系统的接收端进行信号检测, 对于测得的未知量子信号 $\hat{\rho}$, 每一次都有两种可能的结果—— $\hat{\rho}_0$ 或 $\hat{\rho}_1$, 为了区分这两种结果, 从而实现量子信号的检测与估计, 可以对量子导航测距系统进

行一组正定算符取值测量 (POVM) $\{\hat{\Pi}_0, \hat{\Pi}_1 = \hat{I} - \hat{\Pi}_0\}$, 其中, $\hat{\Pi}_i (i=0, 1)$ 为测量算子, \hat{I} 为单位算子, POVM 的测量结果为逻辑值 $u=0, 1$ (逻辑值 0 对应假设 H_0 , 测得的量子信号为 $\hat{\rho}_0$; 逻辑值 1 对应假设 H_1 , 测得的量子信号为 $\hat{\rho}_1$), 以此解决两种量子态的区分问题。当两种量子态 $\hat{\rho}_0$ 和 $\hat{\rho}_1$ 出现的概率相等时, 检测错误概率为

$$P_e = \frac{P(u=0|\hat{\rho}=\hat{\rho}_1) + P(u=1|\hat{\rho}=\hat{\rho}_0)}{2}, \quad (2)$$

式中: $P(u|\hat{\rho})$ 表示在给定量子态 $\hat{\rho}$ 的情况下获得测量结果 u 的条件概率。

若要实现导航测距系统性能的提升, 就要尽可能地增大检测概率, 降低检测错误概率。当 H_0 和 H_1 假设出现的概率相同时, 借鉴量子通信的理论, 可以将量子照明接收机的最小检测错误概率判定如下: 估计 $\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1$, 如果结果非负, 则判定导航目标存在, 否则判定目标不存在。Helstrom 极限表示通过优化 POVM 测量方案使得量子信号检测错误概率最小的界限^[23]。用 γ 表示 $\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1$ 的本征值 (γ^+ 表示非负本征值), 最优 POVM 测量由检测算符 $\hat{\Pi}_1 = P(\gamma^+)$ 给出, 最优检测算符 $\hat{\Pi}_1$ 是投影到算符 $\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1$ 的所有非负本征值 $\{\gamma^+\}$ 对应的本征态所组成的子空间, 而 $P(\gamma^+)$ 即为 Helstrom 矩阵。此时, 量子照明下的接收机最小检测错误概率为 Helstrom 极限, 即

$$P_{e,\min} = [1 - D(\hat{\rho}_0, \hat{\rho}_1)]/2, \quad (3)$$

式中: $D(\hat{\rho}_0, \hat{\rho}_1) = \sum \gamma^+$ 。由玻色子的对易关系^[12] 可知, Helstrom 矩阵的迹 $\text{Tr}(\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1) = \sum \gamma = 0$, 因此

$$D(\hat{\rho}_0, \hat{\rho}_1) = \sum \gamma^+ = \frac{1}{2} \sum |\gamma| = \frac{1}{2} \text{Tr}|\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1| = \frac{1}{2} \|\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1\|_1, \text{ 最小检测错误概率可进一步表示为}$$

$$P_{e,\min} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \|\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1\|_1 \right). \quad (4)$$

3.2 多模高斯态的量子 Chernoff 界

由于式(4)中迹的 1-范数难以计算, 可以采用量子 Chernoff 界 (QCB) 来评估导航测距系统的检测性能。量子 Chernoff 界为最小检测错误概率提供了上界限, 即

$$P_{e,\min} \leq P_{\text{QC}} = \frac{1}{2} \left(\inf_{0 \leq s \leq 1} C_s \right), \quad (5)$$

式中: $C_s = \text{Tr}(\hat{\rho}_0^s \hat{\rho}_1^{1-s})$ 。值得注意的是, 量子 Chernoff 界涉及变量 $s \in [0, 1]$ 的最大化。当 $s=1/2$ 时, 可以定义如下量子 Bhattacharyya 界^[24], 表达式为

$$P_{\text{QB}} = \frac{1}{2} \text{Tr}(\hat{\rho}_0^{1/2} \hat{\rho}_1^{1/2}) = \frac{1}{2} C_{s=1/2}. \quad (6)$$

显然有 $P_{e,\min} \leq P_{\text{QC}} \leq P_{\text{QB}}$, 而当量子态 $\hat{\rho}_0$ 与 $\hat{\rho}_1$ 之间的差异很小时, $P_{\text{QC}} \simeq P_{\text{QB}}$ 。

常见的量子态 (热态、相干态、压缩态等) 多为高斯态。对于高斯量子态, 可以直接从统计一阶和二阶矩 (即均值和方差) 估计量子 Chernoff 界。Pirandola 等^[24] 提出了基于多模高斯态的量子 Chernoff 界广义计算公式, 可将其转化为对辛谱的计算。由于这一计算过程涉及式(5)中 C_s 的计算, 因而也可以用于计算量子 Bhattacharyya 界。

首先介绍两个有用的实函数, 即

$$G_s(x) = 2[(x+1)^s - (x-1)^s]^{-1}, \quad (7)$$

$$\Lambda_s(x) = \frac{(x+1)^s + (x-1)^s}{(x+1)^s - (x-1)^s}, \quad (8)$$

式中: x 为自变量; $G_s(x), \Lambda_s(x)$ 为关于自变量 x 引入的两个函数关系式。对两种任意的由 n 个玻色子构成的高斯量子态 $\hat{\rho}_0(\bar{x}_0, \mathbf{V}_0), \hat{\rho}_1(\bar{x}_1, \mathbf{V}_1)$ (\bar{x} 和 \mathbf{V} 分别为均值和协方差矩阵) 进行判别时, 其协方差矩阵可进行辛分解, 表达式为

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{S}_0 \left[\bigoplus_{k=1}^n \Lambda_s(\alpha_k) \mathbf{I}_2 \right] \mathbf{S}_0^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{S}_1 \left[\bigoplus_{k=1}^n \Lambda_{1-s}(\beta_k) \mathbf{I}_2 \right] \mathbf{S}_1^T, \quad (10)$$

式中: $\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1$ 和 $\{\alpha_k\}, \{\beta_k\}$ 分别为协方差矩阵 $\mathbf{V}_0, \mathbf{V}_1$ 通过标准辛变换得到的辛矩阵和辛谱; $\bigoplus_{k=1}^n \Lambda_s(\alpha_k) \mathbf{I}_2, \bigoplus_{k=1}^n \Lambda_{1-s}(\beta_k) \mathbf{I}_2$ 分别为对角矩阵 $\text{diag}[\Lambda_s(\alpha_1), \Lambda_s(\alpha_1), \dots, \Lambda_s(\alpha_n), \Lambda_s(\alpha_n)], \text{diag}[\Lambda_{1-s}(\beta_1), \Lambda_{1-s}(\beta_1), \dots, \Lambda_{1-s}(\beta_n), \Lambda_{1-s}(\beta_n)]$ 的简写形式。此时, 量子 Chernoff 信息的 C_s ^[24] 可表示为

$$C_s = 2^n \frac{\prod_{k=1}^n G_s(\alpha_k) G_{1-s}(\beta_k)}{\sqrt{\det(\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1)}} \times \exp \left[-\frac{(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_1)^T (\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1)^{-1} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_1)}{2} \right]. \quad (11)$$

下面给出一类重要的双模高斯态的辛分解公式^[25]。若双模高斯态的协方差矩阵具有如下形式

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} a\mathbf{I}_2 & c\mathbf{Z}_2 \\ c\mathbf{Z}_2 & b\mathbf{I}_2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中: $a, b, c \in \mathbb{R}$ 且非负; $\mathbf{I}_2 = \text{diag}(1, 1)$, 为二阶单位矩阵; $\mathbf{Z}_2 = \text{diag}(1, -1)$, 为二阶泡利 Z 矩阵。在这一情形下, 可以计算得到辛变换矩阵, 表达式为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \omega_+ \mathbf{I}_2 & \omega_- \mathbf{Z}_2 \\ \omega_- \mathbf{Z}_2 & \omega_+ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

式中: $\omega_{\pm} = \frac{a+b \pm \sqrt{(a+b)^2 - 4c^2}}{2\sqrt{(a+b)^2 - 4c^2}}$ 。式(13)的辛谱可表示为

$$\nu_{\pm} = \left[\sqrt{(a+b)^2 - 4c^2} \pm (b-a) \right] / 2. \quad (14)$$

3.3 经典高斯量子态统计特性

为从理论上说明利用量子压缩与纠缠效应实现对导航测距精度的提高,下面介绍量子测距中常见的几种高斯量子态并给出其量子统计分布性质。

3.3.1 相干态及其统计性质

相干态是最经典的量子态,经典光电测距常常利用信号光的相干性质实现距离的精密测定。在量子光学中,光子的湮灭和产生算符 \hat{a} 和 \hat{a}^\dagger 为非厄米算符,其本征值为复数。量子力学中的可观测量是用算符来描述的,实验上可观测的物理量需用厄米算符表示,而粒子数算符 $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ 具有物理可观测量意义,且与经典的粒子数统计测量相对应,因此本文采用粒子数表象表达各类量子态并给出其统计性质。对于粒子数表象 $|n\rangle$,表达式为

$$\begin{cases} \hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \\ \hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \end{cases} \quad (15)$$

相干态的定义有多类方法,如作为湮灭算符的右本征态以及使得两个场正交算符的不确定度最小且自身不确定度相等的态。本文采用位移真空态的定义,位移算符定义为 $\hat{D}(\alpha) = \exp(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a})$,且相干态由 $|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle$ 给出,其中 α 为任意复数, α^* 为其复数共轭。由于粒子数算符 $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ 的期望值 $\bar{n} = \langle\alpha|\hat{n}|\alpha\rangle = |\alpha|^2$,因此 $|\alpha|^2$ 正好是场的平均粒子数。

由经典光电测距的理论可知,回波接收的信号光子数分布满足泊松分布,经典测距任务就是通过光子数的统计测量,拟合最佳的泊松分布统计曲线,实现信号峰值的最优估计,从而由估计的时延计算得到距离。由量子相干态理论可知,对于相干场中光子数的测量,探测到 n 个光子的概率为

$$P_{\text{coh}}(n) = \exp(-\bar{n}_{\text{coh}}) \frac{\bar{n}_{\text{coh}}^n}{n!}, \quad (16)$$

式中: \bar{n}_{coh} 为相干态平均光子数,表征信号电磁场振幅(能量),这正是平均值为 \bar{n}_{coh} 的泊松分布表达式,与经典光电测距理论一致。相干场中平均量子数估值的均方误差(平均光子数涨落)为 $\sigma_{\text{coh}}^2 = \bar{n}_{\text{coh}}$ 。

3.3.2 热平衡态及其统计性质

下面对量子热平衡场理论进行简单回顾,在热平衡场中发现 n 个光子的概率^[25]为

$$P_{\text{th}}(n) = \frac{\bar{n}_{\text{th}}^n}{(1 + \bar{n}_{\text{th}})^{n+1}}, \quad (17)$$

式中: \bar{n}_{th} 为热平衡态平均光子数。热平衡场中平均量子数估值的均方误差为 $\sigma_{\text{th}}^2 = \bar{n}_{\text{th}} + \bar{n}_{\text{th}}^2$ 。它具有典型的高斯型 Wigner 函数特点,单模热态的均值为 0,协方差矩阵为 $V = \frac{1}{4}(2\bar{n}_{\text{th}} + 1)I_2$ 。

4 导航测距估计方法

4.1 量子压缩估计

量子压缩态主要有两类,一类为正交压缩,一类为振幅压缩。物理上可以通过压缩操作(即数学上的一类线性变换)制备压缩态。压缩算符定义为 $\hat{S}(\xi) = \exp\left[\frac{(\xi^*\hat{a}^2 - \xi\hat{a}^{\dagger 2})}{2}\right]$,其中 $\xi = r \exp(i\theta)$, ξ^* 为其复数共轭, r 为压缩系数 ($0 < r < \infty$), θ 为压缩方向的夹角 ($0 \leq \theta < 2\pi$)。压缩算符作用于真空态 $|0\rangle$ 可得压缩真空态 $|\xi\rangle = \hat{S}(\xi)|0\rangle$,对于压缩真空态而言,在场中探测到 $2m$ 个量子的概率为

$$P_{\text{com}}(2m) = \frac{(2m)!}{2^{2m}(m!)^2} \frac{(\tanh r)^{2m}}{\cosh r}. \quad (18)$$

探测到 $2m+1$ 个量子的概率为 $P_{\text{com}}(2m+1) = 0$,其平均量子数变为 $\bar{n}_{\text{com}} = \bar{n}_{\text{coh}} + \sinh^2 r$,均方误差为

$$\sigma_{\text{com}}^2 = \left| \alpha \cosh r - \alpha^* \exp(i\theta/2) \sinh r \right|^2 + 2 \sinh^2 r \cosh^2 r. \quad (19)$$

令 $\alpha = |\alpha| \exp(i\varphi) = \sqrt{\bar{n}_{\text{com}}} \exp(i\varphi)$,其中 φ 为 α 的相位。在 $\varphi - \theta/2 = 0$ 的情况下,可得 $\sigma_{\text{com}}^2 = \bar{n}_{\text{com}} \exp(-2r) + 2 \sinh^2 r \cosh^2 r$ 。在平均量子数较多的情况下,选择适当的压缩参数 r ,可以保持平均量子数基本不变, $\bar{n}_{\text{com}} \approx \bar{n}_{\text{coh}}$,而方差进一步减小到 $\sigma_{\text{com}}^2 < \bar{n}_{\text{com}}$,即高斯脉冲波包将进一步变窄,通过量子压缩特性使得 τ 值减小,从而提高时延测量的精度。

对于一般压缩态 ($\alpha \neq 0$),其数态展开式为

$$|\alpha, \xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \exp\left[-\frac{1}{2}|\alpha|^2 - \frac{1}{2}\alpha^* \exp(i\theta) \tanh r\right] \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left[\frac{1}{2} \exp(i\theta) \tanh r\right]^{n/2}}{\sqrt{n!}} H_n\left\{\gamma [\exp(i\theta) \sinh(2r)]^{-1/2}\right\} |n\rangle, \quad (20)$$

式中: $\gamma = \alpha \cosh r + \alpha^* \exp(i\theta) \sinh r$; $H_n(\cdot)$ 为厄米多项式。在场中发现 n 个量子的概率为

$$P_n = \frac{\left[\frac{1}{2} \exp(i\theta) \tanh r\right]^n}{n! \cosh r} \exp\left\{-|\alpha|^2 - \frac{1}{2}[\alpha^{*2} \exp(i\theta) + \alpha^2 \exp(i\theta)] \tanh r\right\} \times \left| H_n\left\{\gamma [\exp(i\theta) \sinh(2r)]^{-1/2}\right\} \right|^2. \quad (21)$$

显然,压缩态量子数分布依赖于 α ,将压缩态与平均量子数相同的相应相干态的量子数分布进行对比,结果如图 3 所示。

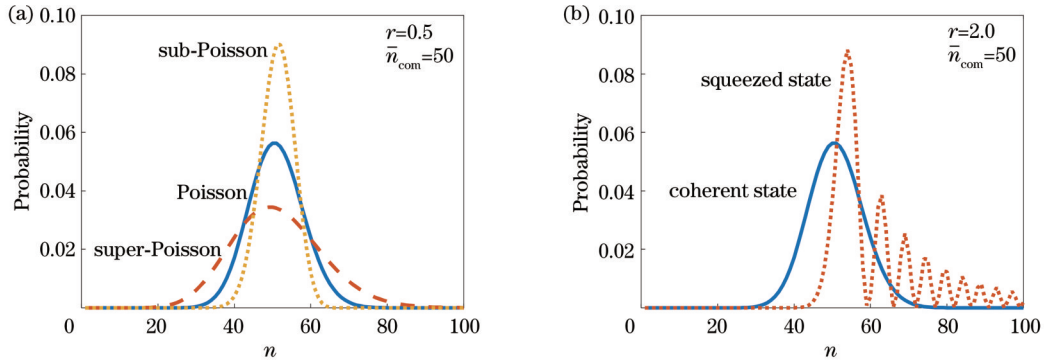


图 3 不同压缩参数下相干态与压缩态的统计分布。(a) $r=0.5$; (b) $r=2.0$

Fig. 3 Statistical distribution of coherent and squeezed states under different compression parameters. (a) $r=0.5$; (b) $r=2.0$

图 3(a) 中, 平均量子数 $\bar{n}_{\text{com}} = 50$, 压缩参数 $r = 0.5$, 实线对应相干态, 虚线对应 $\varphi - \theta/2 = 0$ 的压缩态, 点线对应 $\varphi - \theta/2 = \pi/2$ 的压缩态。从图 3 可以看出: 当 $\varphi - \theta/2 = 0$ 时, 压缩态量子数分布范围要比相干态窄, 这种压缩称为量子数压缩, 其量子数分布为亚泊松分布; 当 $\varphi - \theta/2 = \pi/2$ 时, 为超泊松分布, 压缩态量子数分布范围要比相干态宽, 这是要避免的。压缩相干态的平均量子数由 $\bar{n}_{\text{com}} = \bar{n}_{\text{coh}} + \sinh^2 r$ 给出, 当 $\bar{n}_{\text{coh}} = |\alpha|^2 \gg \sinh^2 r$ 时, 压缩相干态主要呈现相干特性, 此时, 采用压缩态获得的量子相干能量更为集中, 均值相近且方差更小, 因而量子统计测量的精度更高, 由此估计出的距离测量结果更优。图 3(b) 描绘了当 $\sinh^2 r \gg |\alpha|^2 = \bar{n}_{\text{coh}}$ ($\bar{n}_{\text{th}} = 50, r = 2.0, \varphi - \theta/2 = 0$) 时, 压缩相干态主要呈现压缩特性的情形, 此时, 在相当大

的范围内量子数分布出现了振荡。这一振荡特性在经典量子统计测量中不会出现, 因而通过利用量子压缩振荡特性的新型参数估计算法同样可以提高时延参数估计的精度, 从而提升测距精度。

4.2 假设检验估计

4.1 节展示了基于量子压缩态信号的经典导航测距方案相较于经典相干态信号的测距性能提升原理。下面将基于量子纠缠特性进一步研究在接收端利用辅助纠缠脉冲信号进行纠缠测量的量子照明导航测距方案。

考虑沿视距方向的导航测距问题。假设距离测量精度为 Δ , 将所测距离分为 m 个长度均为 Δ 的微元, 然后将测距问题对应于 m 个假设之间的检验问题(图 4)。在假设 h 中, 目标位于距起始位置 $h\Delta$ 的微元中心。

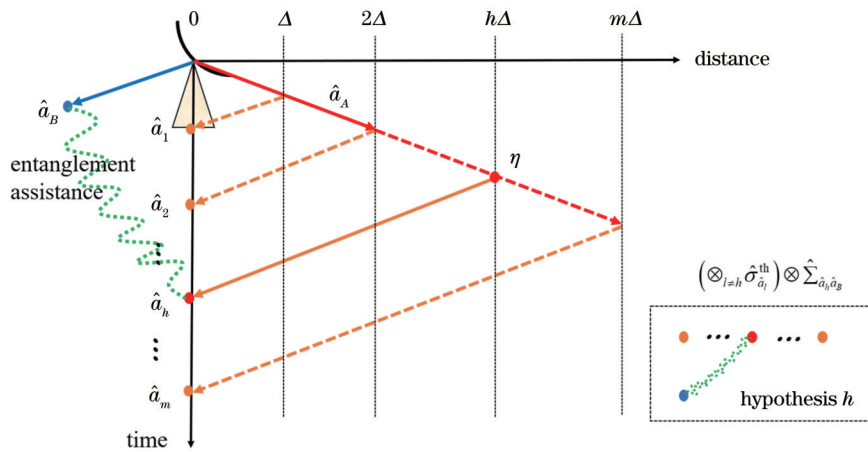


图 4 量子照明纠缠辅助测距方案

Fig. 4 Ranging scheme with entangled photon based on quantum illumination

为了测定距离, 发射端可发射由算符 \hat{a}_A 描述的信号脉冲, 然后等待接收目标的反射信号^[12]。发射端发射的脉冲能量可由平均光子数 $\bar{N}_A = \langle \hat{a}_A^\dagger \hat{a}_A \rangle$ 表征, 其值由光源亮度或探测距离决定。为了确定脉冲回波到达时间, 需要在接收端持续接收脉冲信号, 得到回波信号脉冲 $\{\hat{a}_l\} (l=1, 2, \dots, m)$, 每一回波的到达时间为

$t_l = 2l\Delta/c$ 。在假设 h 中, 目标与观测位置的距离为 $h\Delta$, 且回波信号 \hat{a}_h 到达时间为 $t_h = 2h\Delta/c$ 。可以用由分束器变换 L_{η, \bar{N}_b} 描述的玻色子热损耗通道模型来建模反射过程, 表达式为

$$\hat{a}_R = \sqrt{\eta} \hat{a}_A + \sqrt{1-\eta} \hat{a}_C, \quad (22)$$

式中: η 为目标反射系数; \hat{a}_c 为噪声信号模式, 处于热态; $\bar{N}_c/(1-\eta)$ 为平均光子数。当回波信号脉冲在 t_l 时刻未到达时, 接收端接收的信号 $\hat{a}_{l \neq h}$ 是平均光子数为 \bar{N}_c 的热态模式。此时导航测距的时延参数估计便归结为距离微元的假设检验估计, 即确定接收端接收的回波信号 $\{\hat{a}_l\}$ 中的模式 \hat{a}_R 。在经典相干测量方案中, 直接在接收端检测相干态脉冲信号; 而在纠缠方案中, 除了发射信号脉冲 \hat{a}_A , 发射端本地仍可保留与信号脉冲纠缠的辅助脉冲 \hat{a}_B (图 1)。尽管初始态的纠缠可能在传播过程中被破坏, 但本地的辅助脉冲 \hat{a}_B 仍然与热损耗通道中的回波信号脉冲 \hat{a}_A 存在关联。

4.3 压缩与纠缠统计测量

为了充分发挥量子精密测距技术的优势, 基于量子照明的纠缠测距方案, 对量子压缩态进行统计测量, 可进一步提升测距精度。前文讨论了单模压缩态, 如果考虑多模压缩态(以双模压缩态为例)的纠缠, 对于它的测量并非单模压缩态的直积, 而是蕴含双模之间强烈关联的纠缠态。由于两个量子之间的纠缠, 量子涨落的压缩不是发生在两个独立模式上, 而是在它们的叠加态上^[26]。

下面以双模压缩真空态为例说明基于量子照明测距方案相较于经典导航测距方案的性能提升, 并对双模压缩真空态在经典非纠缠测距和量子照明纠缠测距方案中的使用效果进行评估。由数态表示的双模压缩真空态为

$$|\xi\rangle_{a,b} = \frac{1}{\cosh r} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \exp(in\theta) (\tanh r)^n |n, n\rangle. \quad (23)$$

在一个模式 a 中发现 n_1 个光子而在另一模式 b 中发现 n_2 个光子的联合概率为

$$P(n_1, n_2) = \frac{(\tanh r)^{2n}}{(\cosh r)^2} \delta_{n_1, n} \delta_{n_2, n}. \quad (24)$$

由于双模之间的关联和对称性, 每个模式上的平均光子数都为 $\langle \hat{n}_a \rangle = \langle \hat{n}_b \rangle = \sinh^2 r$, 若描绘作为 n_1 和 n_2 函数的 $P(n_1, n_2)$, 则统计测量的联合概率显然在对角元上单调递减, 如图 5 所示。也就是说, 无论在任一模式中找到 n 个光子的概率均为

$$P^{(i)}(n) = \frac{(\tanh r)^{2n}}{(\cosh r)^2} = \frac{\langle \hat{n}_i \rangle^n}{(1 + \langle \hat{n}_i \rangle)^{n+1}}, i = a, b. \quad (25)$$

这等于平均光子数为 $\bar{n} = \langle \hat{n}_i \rangle = \sinh^2 r$ 的热态光子数分布, 因而双模压缩真空态也是高斯态, 其统计分布特性与热态统计特性相同(平均光子数不同)。此时通过统计测量构造的协方差矩阵 V 将与热态一样只存在对角元素, 经典测距方案通过统计峰值估计即可判断回波信号中心, 由此估计得到时延参数, 从而实现距离的最优估计(图 5)。

上述经典距离估计方案并未利用接收端的辅助纠缠光子, 在实际环境中其量子效应将迅速消减。若利

用量子照明导航测距方案进一步在接收端利用纠缠脉冲信号进行辅助测量, 得到图 6 所示的联合协方差矩阵。

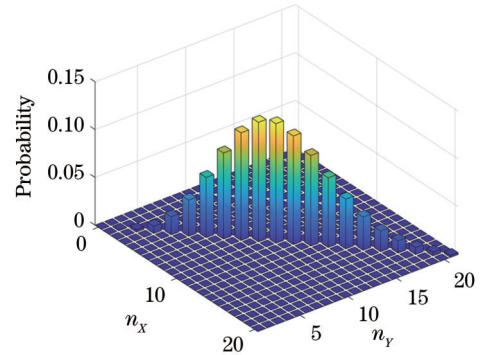


图 5 基于量子压缩测量的协方差矩阵元素示意图

Fig. 5 Diagram of covariance matrix elements based on quantum compression measurement

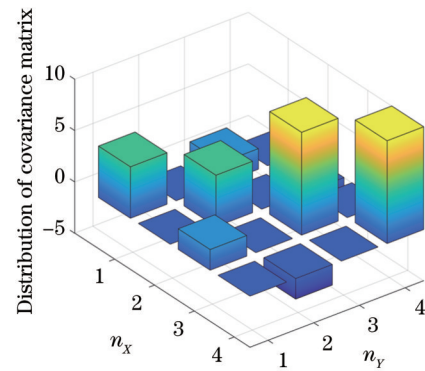


图 6 基于量子照明的联合协方差矩阵元素示意图

Fig. 6 Diagram of joint covariance matrix elements based on quantum illumination

4.4 测距性能分析

本节对量子照明导航测距方案的性能进行定量分析。上述假设检验估计的性能可由检测错误概率量化, 在经典导航测距方案中, 如果接收到目标 $h\Delta$ 范围内的回波信号, 则接收到的输出态可以表示为 $\rho_h^c = (\otimes_{l \neq h} \hat{\sigma}_{a_l}^{\text{th}}) \otimes \hat{\sigma}_{a_h}^{\text{coh}}$ 。其中, 检测时的热态背景噪声由热态的张量积 $(\otimes_{l \neq h} \hat{\sigma}_{a_l}^{\text{th}})$ 表示, 热态的平均光子数为 \bar{N}_c , 而信号脉冲则由式(22)的热损耗通道模型产生, 即 $\hat{\sigma}_{a_h}^{\text{coh}}$ 。在基于量子照明的纠缠测距方案中, 每一信号脉冲 \hat{a}_A 都有一本地存储的辅助纠缠对 \hat{a}_B , 接收回波信号的整体量子态为 $\hat{\rho}_h^E = (\otimes_{l \neq h} \hat{\sigma}_{a_l}^{\text{th}}) \otimes \sum \hat{a}_h \hat{a}_B$ 。其中, 相关输出态 $\sum \hat{a}_h \hat{a}_B$ 可以由 \hat{a}_h 与 \hat{a}_B 的联合协方差矩阵 V_{hB} 描述

$$V_{hB} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (2\bar{N}_c + 1)I_2 & 2\sqrt{\eta} C_q Z_2 \\ 2\sqrt{\eta} C_q Z_2 & (2\bar{N}_A + 1)I_2 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

式中: $C_q = \sqrt{\bar{N}_A(\bar{N}_A + 1)}$ 。由于 $\eta \ll 1$, 故可忽略目标的反射特性, 该协方差矩阵可由粒子数统计测量加以确定(图 6)。

下面基于相同发射功率(平均发射光子数同为 \bar{N}_A)的情形, 对相干和压缩两类高斯量子态的纠缠测距性能进行分析。对于经典相干态, 即位移真空态, 其协方差矩阵与真空态相同($V=I$), 但均值 \bar{x} 不为 0。在假设 H_0 : $\hat{\rho}_0$ (无返回导航测距信号)下, 接收端应为零均值热态背景场, 而在假设 H_1 : $\hat{\rho}_1$ (存在返回导航测距信号)下, 接收端为非零均值有损相干态, 混合后的协方差矩阵应与热态背景场相同。因此两种假设下分别有 $\text{Tr}(\hat{\rho}_0 \hat{a}_A) = 0$, $\text{Tr}(\hat{\rho}_1 \hat{a}_A) = \sqrt{\eta \bar{N}_A}$ 及接收端协方差矩阵 $V_0 = V_1 = \frac{1}{4}(2\bar{N}_C + 1)I_2$ 。在已知两种假设中的均值和协方差矩阵的情况下, 由第 3 节高斯量子态区分理论可以计算得到 V_0, V_1 的辛变换矩阵 S 为二阶单位矩阵且辛谱为 $\nu = (2\bar{N}_C + 1)/4$ 。利用 Helstrom 极限的凸性和量子 Chernoff 界(即量子 Bhattacharyya 界), 可以推导出经典相干测距方案的检测错误概率极限的渐进一致表达式^[23-25], 即

$$P_{e, \min, C} \leq \frac{1}{2} \exp \left[-\eta M \bar{N}_A \left(\sqrt{\bar{N}_C + 1} - \sqrt{\bar{N}_C} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \exp \left[-\frac{\eta M \bar{N}_A}{2\bar{N}_C + 1 + 2\sqrt{\bar{N}_C(\bar{N}_C + 1)}} \right], \quad (27)$$

式中: M 为每一时刻发射端同时发射的脉冲信号通道数($M \gg 1$)。将上述分析扩展到 m 个二元假设检验情形, 即对每一个距离微元(总数为 m) 进行上述假设检验判决。在这种情况下, 如果测量到的是热态背景场, 则检测不到回波信号。仅在目标态存在时(信号回波脉冲为 $\hat{a}_{t=h}$, 对应第 h 个距离微元)进行 POVM 测量, 可以得到回波信号, 当超过一定阈值 D_0 时, 就可以对距离微元进行判定, 从而得到导航测距距离 $R = 2h\Delta$ 。

当热态背景场或干扰噪声较强时, $\bar{N}_C \gg 1$, 此时近似有 $P_{e, \min, C} \leq \exp[-\eta M \bar{N}_A / (4\bar{N}_C)] / 2$ 。将渐进极限与经典相干态直接探测(DD)方案的检测错误概率性能^[27] 进行比较, 即可得到

$$P_{e, \min, DD} = \frac{1}{m} \sum_{k=2}^m (-1)^k C_m^k \exp \left[-\frac{\eta(1 - \nu^{k-1}) M \bar{N}_A}{(1 - \nu^k)(1 - \nu)} \right], \quad (28)$$

式中: $\nu = \bar{N}_C / (\bar{N}_C + 1)$ 。在强噪声 $\bar{N}_C \gg 1$ 的条件下, $P_{e, DD} \approx \exp[-\eta M \bar{N}_A / (4\bar{N}_C)]$, 可以看出其与式(28)的指数部分渐进一致, 可以推断对相干态的直接探测是渐进最优的经典导航测距方案。

对于压缩态的纠缠辅助增强测距方案, 本文采用 TMSV 态为例进行说明, 这一多元统计假设检验问题等价于利用光子数统计测量结果构造的协方差矩阵区分两种零均值高斯量子态(图 5 和图 6)。由 4.3 节知,

双模压缩真空态的统计分布特性与热态一致, 因此一对纠缠的 TMSV 态又可由数态表示为 $|\xi\rangle_{a,b} =$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{(\bar{N}_A)^n}{(\bar{N}_A + 1)^{n+1}}} |n\rangle_a |n\rangle_b。 \text{TMSV 态为零均值高斯态, 其统计特性可由其协方差矩阵 } V_{\text{TMSV}} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (2\bar{N}_A + 1)I_2 & 2C_q Z_2 \\ 2C_q Z_2 & (2\bar{N}_A + 1)I_2 \end{bmatrix} \text{ 确定。在假设 } H_0 \text{ 下返回热态信号, 假设 } H_1 \text{ 下返回 TMSV 态信号, 它们的均值都为 0, 而接收端由于存在辅助纠缠脉冲信号, 因而所得的协方差矩阵分别为}$$

$$V_0 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (2\bar{N}_C + 1)I_2 & 0 \\ 0 & (2\bar{N}_A + 1)I_2 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$V_1 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} [2(\eta \bar{N}_A + \bar{N}_C) + 1]I_2 & \sqrt{\eta} C_q Z_2 \\ \sqrt{\eta} C_q Z_2 & (2\bar{N}_A + 1)I_2 \end{bmatrix}。 \quad (30)$$

通过第 3 节的理论分析可以推导出对角化 V_0 所需的辛变换矩阵为四阶单位矩阵 I_4 , 相应的辛谱为 $\nu_1 = (2\bar{N}_C + 1)/4, \nu_2 = (2\bar{N}_A + 1)/4$ 。对角化 V_1 所需的辛变换矩阵^[25] 为

$$S = \begin{bmatrix} \omega_+ I_2 & \omega_- Z_2 \\ \omega_- Z_2 & \omega_+ I_2 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$\omega_{\pm} = \frac{a' + b' \pm \sqrt{(a' + b')^2 - 4\eta C_q^2}}{2\sqrt{(a' + b')^2 - 4\eta C_q^2}}, \quad (32)$$

式中: $a' = 2(\eta \bar{N}_A + \bar{N}_C) + 1, b' = 2\bar{N}_A + 1$, 相应的辛谱为 $\nu_i = [\sqrt{(a' + b')^2 - 4\eta C_q^2} + (-1)^i (b' - a')] / 8$ ($i = 1, 2$)。由此将辛对角化形式代入式(11)即可推导出量子 Chernoff 信息 C_s , 其表达式较为复杂, 但当 $M \gg 1$ 时, 可导出其量子 Chernoff 限的渐进公式^[12], 即

$$P_{e, \min, E} \leq \frac{1}{2} (C_s)^M = \frac{1}{2} \exp(-MC_s^M) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{\eta M \bar{N}_A}{\bar{N}_C} \right), \bar{N}_C \gg 1。 \quad (33)$$

与式(27)中最优经典测距性能比较可知, 基于量子照明中的纠缠增益, 式(33)的增强测距方案在检测错误概率的指数部分有 4 倍(约 6 dB)的改善, 相较于经典导航脉冲测距法, 其检测错误概率 P_e 显著降低。

数值仿真中, 反射系数取为 $\eta = 0.01$ 。对于低亮度照明光源而言, 发射信号平均光子数 \bar{N}_A 值较小, 图 7(a)、(b) 分别显示了检测错误概率随平均信号光子数 \bar{N}_A 和平均噪声光子数 \bar{N}_C 的变化关系, 其中同一时刻的发射脉冲通道数 $M = 10000$ 。图 8 分别考察了经典与纠缠导航测距方案中, 检测错误概率的量子 Chernoff 界随发射脉冲通道数($\lg M$) 的变化情况, 其中实线为 $\bar{N}_A = 0.01, \bar{N}_C = 2$ 时的情形, 虚线为 $\bar{N}_A = 1.00, \bar{N}_C = 2$ 时的情形, 点划线为 $\bar{N}_A = 0.01, \bar{N}_C = 20$ 时的情形。

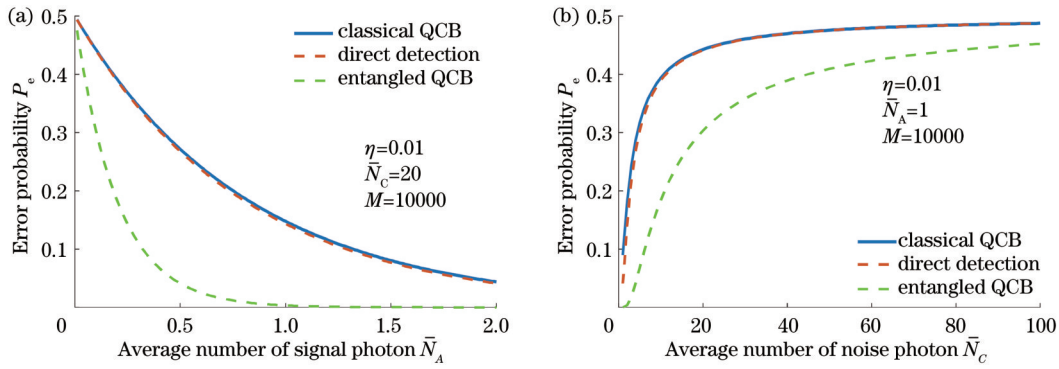


图 7 检测错误概率随平均光子数的变化关系。(a)平均信号光子数;(b)平均噪声光子数

Fig. 7 Relationship between detection error probability and average photon numbers. (a) Average number of signal photon; (b) average number of noise photon

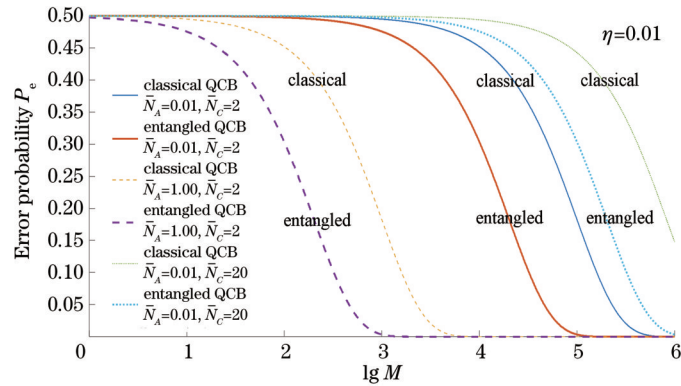


图 8 量子照明测距方案与经典测距方案的检测错误概率对比

Fig. 8 Error probability performance of quantum illumination compared to classical scheme

从图 7 所示的结果不难看出,检测错误概率的 Chernoff 界随着平均信号光子数的增大而减小,随着平均噪声光子数的增大而增大,同时 TMSV 态的纠缠增益性能显著优于经典相干态。图 8 所示的结果更进一步表明,在平均信号光子数较少或平均噪声光子数较多的情况下,基于量子照明的导航测距检测性能均可对经典测距方案产生指数部分约 4 倍(6 dB)的性能提升,这种增益在低亮度照明光源或强环境噪声干扰下是尤其重要的。基于量子照明的纠缠导航测距方案显著增强了信号检测性能,提高了距离分辨率,可以更小的检测错误概率更加灵敏地确定 h 所在的距离微元,从而实现高精度导航测距。与经典导航测距方案相比,当回波脉冲信号的检测概率相同时,压缩态量子照明测距方案中的接收机将具有更低的检测阈值 D_0 ,由雷达距离方程可知,这将扩大导航测距系统的最大测程,如果将检测阈值 D_0 降低为原来的 1/16,便有望实现导航测距范围的加倍。

5 结 论

提出一种基于量子照明测距的新型导航测距方法。对于量子导航测距而言,除了利用量子压缩特性改善时延估计性能以提高测距精度,还可进一步利用

量子的纠缠优势实现系统性能增益。综合利用量子压缩和纠缠特性,重点将双模压缩真空态与经典相干态纠缠测距性能进行了对比分析,并对检测错误概率的量子 Chernoff 界进行了定量分析。通过在接收端储存辅助脉冲信号进行纠缠测量,双模压缩真空态的检测错误概率相对于经典相干态在指数部分产生了约 6 dB 的下降,有效提升了导航测距系统的检测性能。测程相同时量子照明方案具有更高的检测概率,同时在与经典测距方案具有相同的检测概率下具有更大的测程,因而该方案不仅适用于低亮度照射源,还对复杂干扰环境下的测距信号检测具有更强的抗干扰性能,有效克服了纠缠量子态在自由空间传播时产生的纠缠退化甚至消失的测量难题。目前最优量子接收机的设计仍然有待深入研究,但许多次优接收机理论模型与实验已取得显著进展。初步的理论分析和近期实验表明,所提出的导航测距方案是可行的,这为量子信息的应用发展及新型导航定位方法的提出提供了一定的参考,后续可进一步应用于量子导航定位系统中。

参 考 文 献

- [1] 姜海娇, 来建成, 王春勇, 等. 激光雷达的测距特性及其测距精度研究[J]. 中国激光, 2011, 38(5): 0514001.
Jiang H J, Lai J C, Wang C Y, et al. Research on ranging

- property of laser radar and its range accuracy[J]. Chinese Journal of Lasers, 2011, 38(5): 0514001.
- [2] Weiss A, Weinstein E. Fundamental limitations in passive time delay estimation: part I: narrow-band systems[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1983, 31(2): 472-486.
- [3] 吴德伟, 苗强, 何思璇, 等. 量子传感的导航应用研究现状与展望[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2021, 22(6): 67-76.
Wu D W, Miao Q, He S X, et al. A study of existing status and prospects for quantum sensor in navigation[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2021, 22(6): 67-76.
- [4] 张礼廉, 屈豪, 毛军, 等. 视觉/惯性组合导航技术发展综述[J]. 导航定位与授时, 2020, 7(4): 50-63.
Zhang L L, Qu H, Mao J, et al. A survey of intelligence science and technology integrated navigation technology[J]. Navigation Positioning and Timing, 2020, 7(4): 50-63.
- [5] Zhuang Q T. Quantum ranging with Gaussian entanglement[J]. Physical Review Letters, 2021, 126(24): 240501.
- [6] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, et al. Quantum entanglement[J]. Reviews of Modern Physics, 2009, 81(2): 865-942.
- [7] Cohen L, Matekole E S, Sher Y, et al. Thresholded quantum LIDAR: exploiting photon-number-resolving detection[J]. Physical Review Letters, 2019, 123: 203601.
- [8] Degen C L, Reinhard F, Cappellaro P. Quantum sensing[J]. Reviews of Modern Physics, 2017, 89(3): 035002.
- [9] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L. Quantum-enhanced positioning and clock synchronization[J]. Nature, 2001, 412(6845): 417-419.
- [10] Maccone L, Ren C L. Quantum radar[J]. Physical Review Letters, 2020, 124(20): 200503.
- [11] 刘凯, 张钦伟, 顾永建, 等. 量子照射雷达技术的基本原理与研究进展[J]. 电波科学学报, 2017, 32(2): 161-169.
Liu K, Zhang Q W, Gu Y J, et al. The fundamental and research progress of quantum illumination radar[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2017, 32(2): 161-169.
- [12] Tan S H, Erkmen B I, Giovannetti V, et al. Quantum illumination with Gaussian states[J]. Physical Review Letters, 2008, 101(25): 253601.
- [13] Lloyd S. Enhanced sensitivity of photodetection via quantum illumination[J]. Science, 2008, 321(5895): 1463-1465.
- [14] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L. Quantum-enhanced measurements: beating the standard quantum limit[J]. Science, 2004, 306(5700): 1330-1336.
- [15] 丛爽, 宋媛媛, 尚伟伟, 等. 三颗量子卫星组成的导航定位系统探讨[J]. 导航定位学报, 2019, 7(1): 1-9.
Cong S, Song Y Y, Shang W W, et al. Discussion on navigation and positioning system composed of three quantum satellites[J]. Journal of Navigation and Positioning, 2019, 7(1): 1-9.
- [16] 丛爽, 吴文燊, 段士奇, 等. 星基量子定位导航系统的测距、定位与导航[J]. 导航定位与授时, 2019, 6(4): 50-56.
Cong S, Wu W S, Duan S Q, et al. Ranging, positioning and navigation of satellite-based quantum positioning navigation system[J]. Navigation Positioning and Timing, 2019, 6(4): 50-56.
- [17] 王运永, 韩森, 钱进, 等. 压缩态光场在激光干涉仪引力波探测器中的应用[J]. 光学仪器, 2019, 41(4): 85-94.
Wang Y Y, Han S, Qian J, et al. The application of squeezing light in the laser interferometer based gravitational wave detector[J]. Optical Instruments, 2019, 41(4): 85-94.
- [18] 王希, 陈树新, 吴德伟, 等. 双模压缩光量子测距方案[J]. 光学学报, 2016, 36(7): 0727001.
Wang X, Chen S X, Wu D W, et al. Quantum ranging scheme based on two-mode squeezing light[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(7): 0727001.
- [19] 彭堃堃, 贾晓军, 苏晓龙, 等. 连续变量量子态的光学操控[J]. 光学学报, 2011, 31(9): 0900107.
Peng K C, Jia X J, Su X L, et al. Optical manipulations of quantum states with continuous variables[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(9): 0900107.
- [20] Barzanjeh S, Guha S, Weedbrook C, et al. Microwave quantum illumination[J]. Physical Review Letters, 2015, 114(8): 080503.
- [21] Zhuang Q T, Zhang Z S, Shapiro J H. Optimum mixed-state discrimination for noisy entanglement-enhanced sensing[J]. Physical Review Letters, 2017, 118(4): 040801.
- [22] 肖怀铁, 刘康, 范红旗. 量子雷达及其目标探测性能综述[J]. 国防科技大学学报, 2014, 36(6): 140-145.
Xiao H T, Liu K, Fan H Q. Overview of quantum radar and target detection performance[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(6): 140-145.
- [23] Nielsen M, Chuang I. Quantum computation and quantum information[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2014.
- [24] Pirandola S, Lloyd S. Computable bounds for the discrimination of Gaussian states[J]. Physical Review A, 2008, 78: 012331.
- [25] Weedbrook C, Pirandola S, Garcia-Patrón R, et al. Gaussian quantum information[J]. Reviews of Modern Physics, 2012, 84(2): 621-669.
- [26] 孙恒信, 刘奎, 张俊香, 等. 基于压缩光的量子精密测量[J]. 物理学报, 2015, 64(23): 234210.
Sun H X, Liu K, Zhang J X, et al. Quantum precision measurement based on squeezed light[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(23): 234210.
- [27] Cariolaro G, Pierobon G. Theory of quantum pulse position modulation and related numerical problems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(4): 1213-1222.

Navigation Ranging Scheme Based on Quantum Illumination

Hui Jun, Chai Hongzhou*

College of Geospatial Information, PLA Strategic Support Force Information Engineering University, Zhengzhou
450001, Henan, China

Abstract

Objective As the basic technology for positioning and navigation of unknown targets, ranging technology is closely related to people's life, national defense construction, aerospace exploration, and other aspects. The traditional

positioning system can realize navigation ranging by continuously transmitting electromagnetic pulses into space, and the pulses will be reflected to the receiver as the presence of targets. As a result, we can detect the echo pulse and estimate its time delay through the propagation time. Wider bandwidth and greater transmission power of a transmitted electromagnetic pulse signal indicate higher precision of time accuracy. However, due to the restriction of the energy and bandwidth of the electromagnetic pulse, the accuracy of navigation ranging has certain limits. To go beyond the limits of energy, bandwidth, and accuracy in classical measurement, quantum ranging makes use of the entangled state, squeezed state, as well as other characteristics to make the transmitted quantum information have a strong correlation and high density. It can obtain much higher ranging accuracy (Heisenberg limit) than that of classical radio ranging systems, and thus it can be further applied to systems such as navigation, positioning, and gravitational wave measurement. In view of the problem that many previous ranging schemes are highly sensitive to photon loss and that it is difficult to achieve long-distance transmission through quantum interferometry, we use the squeezed state to improve the peak estimation of the time delay and propose a non-classical navigation ranging scheme based on quantum illumination, which makes a statistical judgment on the echo signal of a target to determine the distance parameter. We hope that our study can be helpful for the application of quantum information and the design of future navigation and positioning systems.

Methods The quantum ranging scheme enhanced by Gaussian entanglement can be used for high-precision navigation ranging, whose form is similar to that of the classical radio ranging method. With the ranging scheme based on quantum illumination, a pair of entangled photons is generated through parametric down-conversion, and one photon is emitted as the detection signal, while the other photon is left in the local area as the idle signal. If there is a target, the photon scattered by the target can be entangled with the local photon for entanglement measurement, and additional performance gain can be obtained. In our work, first, the basic principles of radar ranging and quantum illumination are introduced, and the discrimination theory of Gaussian states is deduced. Then, upon the analysis of the statistical properties of three Gaussian states, namely, the coherent state, thermal state, and squeezed state, the new ranging method that uses the quantum squeezing effect to improve the estimation accuracy of the time delay is described, and the proposed quantum illumination scheme is further used to improve the entanglement ranging performance. Finally, given the navigation ranging scheme based on quantum illumination, the performance of the coherent state is compared with that of the two-mode squeezed vacuum (TMSV) state in the application of entanglement ranging. In addition, the Chernoff bound of quantum signal detection is used for quantitative analysis.

Results and Discussions The results show that the detection error probability of the TMSV state is about 6 dB lower than that of the coherent state in the exponential part after the idle signal is stored, which effectively improves the performance of the navigation ranging system. The Chernoff bound of the detection error probability decreases as the number of signal photons grows and increases as the number of noise photons rises (Fig. 7). At the same time, the entanglement gain performance of the TMSV state is significantly better than that of the coherent state. According to the analysis of quantum hypothesis theory, the detection performance of navigation ranging based on quantum illumination can be improved by about four times (6 dB) in the exponential part compared with that of the traditional scheme when the number of signal photons is small, or the number of noise photons is large. This gain is significant under the circumstance of low-brightness illumination sources or strong noise environments (Fig. 8). The entangled navigation ranging scheme significantly enhances the signal detection performance, improves the range resolution, and can more sensitively determine the range element with lower error probability, thus realizing high-precision navigation ranging. Compared with the situation of the classical navigation ranging scheme, when the detection probability of the echo pulse signal is the same, the receiver in the squeezed-state quantum illumination ranging scheme will have a lower detection threshold, which will expand the maximum range of the navigation ranging system according to the radar range equation. If the detection threshold D_0 is reduced to 1/16 of the original value, doubling the navigation range is promising.

Conclusions In this work, a new navigation ranging method based on quantum illumination is proposed. For quantum navigation ranging, we can use the squeezed state and entangled state of the quantum to improve the performance of time delay estimation. Comprehensively utilizing the quantum squeezing and entanglement properties, we focus on the comparison of the entanglement ranging performance between TMSV state and coherent state and the analysis of the quantum Chernoff bound for error probability. When the idle signal is stored at the receiver for entanglement measurement, the detection error probability of the TMSV state decreases by about 6 dB in the exponential part compared with that of the coherent state, which effectively improves the detection performance of the navigation ranging system. The quantum illumination scheme has a higher detection probability when the measurement range is fixed, and meanwhile, the scheme has a larger measurement range when the detection probability is the same as that of the classical ranging scheme. Therefore, the scheme is suitable for low-brightness illumination sources and has stronger anti-interference performance for ranging signal detection in complex environments. At present, the optimal quantum receiver design still

requires further research, but many theoretical models and experiments of suboptimal receivers have made significant progress. Preliminary theoretical analysis and recent experiments show that the proposed navigation ranging scheme is feasible and can be further applied to quantum navigation and positioning systems in the future.

Key words quantum optics; radio navigation; quantum illumination; quantum entanglement; squeezed state; pulse ranging