

# 基于条纹级次编码与调制的结构光相位展开算法

李杰<sup>1,2</sup>,陈彬<sup>1,2\*</sup>,曾欣怡<sup>1,2</sup>,伍世虔<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>武汉科技大学信息科学与工程学院,湖北 武汉 430081; <sup>2</sup>武汉科技大学机器人与智能系统研究院,湖北 武汉 430081

摘要 利用相位级次的编码和调制方法将相位级次信息叠加到相移图像中,提出了一种直接利用相移图像进行相 位解包裹的方法。在投影端,提出了一种邻接不重复德布鲁因序列,并用该序列对相位级次进行编码,然后将该周 期级次编码序列调制、叠加到多步相移图像中。相应地,在解码阶段,从拍摄到的相移图像中同时解调、分解出包 裹相位和周期级次编码序列,通过序列的匹配还原真实周期级次信息,并最终准确地解包裹出绝对相位。以四步 相移法为例,本文方法相比传统的时间相位解包裹算法,投影图片从 10 张(64 个相位周期)缩减到了 4 张,提高了 测量效率。

**关键词**测量;结构光;相移法;相位解包裹;三维测量 中图分类号 O436 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS202242.0912005

# Phase Unwrapping Algorithm for Structured Light Based on Fringe-Order Encoding and Modulation

Li Jie<sup>1,2</sup>, Chen Bin<sup>1,2\*</sup>, Zeng Xinyi<sup>1,2</sup>, Wu Shiqian<sup>1,2</sup>

 <sup>1</sup> School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, Hubei, China;
 <sup>2</sup> Institute of Robotics and Intelligent Systems, Wuhan University of Science and Technology,

Wuhan 430081, Hubei, China

**Abstract** This paper first uses the phase-order encoding and modulation methods to superimpose the phase-order information into the phase-shifting image, and then proposes a method to directly use the phase-shifting image to unwrap the phase. On the projection side, this paper firstly proposes an adjacent non-repetitive De Bruijn sequence, uses this sequence to encode the phase order, and then modulates and superimposes the periodic order code sequence into the multi-step phase shift image. Correspondingly, in the decoding stage, this paper demodulates and decomposes the wrapped phase and period order coding sequence from the captured phase-shifting image at the same time, then restores the true period order information through sequence matching, and finally unwraps the absolute phase accurately. We take the four-step phase shifting method as an example. Compared with the traditional temporal phase unwrapping algorithm, the method in this paper reduces the number of projection images from 10 (64 phase periods) to 4, which improves the measurement efficiency.

Key words measurement; structured light; phase shifting method; phase unwrapping; three-dimensional measurement

1 引 言
 三维(3D)形状测量现如今的应用非常广泛,包

括工业零件的质量检测、人脸识别、医学领域中的疾 病诊断、智能机器人等<sup>[1-3]</sup>。其中,基于结构光的相 位轮廓测量术具有对传感器噪声、对物体表面反射

收稿日期: 2021-10-19; 修回日期: 2021-11-21; 录用日期: 2021-12-06

**基金项目**:国家自然科学基金(61775172)

通信作者: \*chenbin@wust.edu.cn

率变化高鲁棒性的优点,因此在 3D 重建中的应用 非常广泛<sup>[4]</sup>。在过去的这些年中,依靠相位来还原 物体表面 3D 信息的方法被大量提出,其中包括傅 里叶变换方法<sup>[5-6]</sup>、相移法<sup>[7-9]</sup>等。相位的测量方法 在求解相位时只能得到范围在一π~π 的不连续包 裹相位,在计算被测物体表面的 3D 信息前,还需要 将包裹相位转换为连续的未包裹相位,这一步骤常 被称为相位的解包裹或相位展开。

时间相位解包裹是应用最为广泛的解包裹方法,其通过在时间上投影包含了条纹周期信息的编码图像,获得相位的周期级次信息。近些年,众多较为成熟的时间相位解包裹方法被提出并得到了广泛应用,如多频外差技术<sup>[10]</sup>、格雷码加相移法方法<sup>[11]</sup>、空间编码加相移法方法<sup>[12]</sup>。以上时间相位解包裹方法虽然能够较为简便、精确地由包裹相位还原未包裹相位,但是时间相位方法需要投影额外的编码图像来找到包裹相位点所处的周期 k,显然这会影响 3D 重建的效率。

为了解决时间相位解包裹需要捕捉额外信息导 致的测量效率较低的问题,本文提出了一种新的相 位编码和解码方法,该方法结合信号调制理论,将条 纹的周期级次信息调制/叠加到正弦波相位之上,即 无需为了获取条纹的周期信息而投影额外的编码图 片,而是从编码条纹的相位信息中直接解调/分离出 条纹的周期信息,如此则可大幅提高测量效率。概 括来说,本文所提出的结构光测量方法的编码过程 如下。

本文算法首先选用 m 个编码码元,并利用德布 鲁因序列原理构建一个长度与条纹总周期数 K 相同的码元序列,其中 K > m。根据德布鲁因序列的 特点,依据序列中每个码元与其相邻码元之间的关 系即可确定该码元所代表的条纹周期。接下来,本 文构造了一个特殊函数  $\varphi$ ,该函数的取值范围为  $[-\pi,\pi)$ 。本文利用函数  $\varphi$  的值所处的不同范围来 分别表示 m 个不同的编码码元,并用该函数  $\varphi$  来表 示上一步构造的码元序列。因此,解码时依据函数  $\varphi$  的值就可确定其所表示的码元值,然后依据上一 步所述的方法确定条纹的周期。最后,本文将上一 步用函数  $\varphi$  表示的码元序列作为经典四步或三步 相移的相位,并生成结构光编码图像。

很明显地,通过以上所述的编码过程,本文仅需 投影三幅(三步相移)或四幅(四步相移)编码图像即 可达到时间相位解包裹算法的效果,提升了结构光 测量效率。本文选取格雷码加相移法这一具有代表

#### 第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

性的时间相位解包裹算法进行简要介绍,并据此阐述时间相位解包裹算法存在的不足,进而引出本文 算法的出发点;按编码过程分步骤详细阐述本文算 法的原理,并对其细节进行详细分析;实验部分,将 本文算法与多频外差和格雷码加相移法等算法进行 对比分析,以说明本文算法的优势;最后,简要总结 本文的工作,并对下一阶段的研究工作进行展望

# 2 相关工作

#### 2.1 结构光相移算法

相比于傅里叶变换等条纹分析方法,相移算法 具有测量精度高、鲁棒性强等特点。对于 N 步相移 算法,其数学表达式为

 $I_{i}(x,y) = I'(x,y) + I''(x,y) \cos[\varphi(x,y) + \delta_{i}],$ (1)

式中: $I_i(x,y)$ 为相机成像后像素点(x,y)处的亮度,i=1,2,...,N;I'(x,y)为背景亮度;I''(x,y)为物体表面的反射系数; $\varphi(x,y)$ 为需要求解的相位;  $\delta_i = (i-1)2\pi/N$ 为当前图像的第i步相移;N为相移步数。相机完成 N 步相移图像的采集后,可根据式(2)求解包裹相位  $\varphi(x,y)$ :

$$\varphi(x,y) = -\arctan\frac{\sum_{i=1}^{N} I_i \sin \delta_i}{\sum_{i=1}^{N} I_i \cos \delta_i}$$
(2)

在实际测量过程中,I'(x,y)以及 I''(x,y)在 各点的值可能都不同。但是从式(2)可看出,在经过 相移算法之后,I'(x,y)以及 I''(x,y)都会被消除, 因此相移算法具有较强的抗噪性能。但是由于反正 切函数的特点,从式(2)所解得的包裹相位范围为  $-\pi \sim \pi$ ,具有  $2\pi$  不连续性,无法用于后续的 3D 重 建。为了消除相位的  $2\pi$  不连续性,可结合每个像素 点所处的周期级次信息,利用相位解包裹方法求出 每个像素点的未包裹相位  $\varphi_{abs}$ :

#### 2.2 格雷码加相移法

格雷码加相移法的基本原理是利用格雷码对每 个像素点的周期级次信息进行编码,其编码过程如 图1所示。两个相邻的格雷码只有一位二进制数不

同,属于可靠性编码的一种。相比于二进制码元,格 雷码具有一定的检错功能。以四步相移加格雷码、 64 个相位周期为例,投影仪需投影 10 幅编码图像, 包括 4 幅相移编码图像[图 1(a)]和 6 幅二值格雷 码编码图像[图 1(c)]。其中,第 *i* 幅格雷码编码图 像中的像素值 g<sub>i</sub>(x,y)表示像素点(x,y)处的格雷 码的第i位。因此,像素点(x,y)所对应的周期级次信息k(x,y)可写为

$$k(x,y) = f\left[\sum_{i=0}^{5} 2^{5-i} g_i(x,y)\right], \qquad (4)$$

式中:f(•)表示格雷码"•"对应的十进制自然码。



图 1 时间相位解包裹流程图。(a)相移图片;(b)包裹相位;(c)格雷码图片;(d)每周期的级次信息;(e)未包裹相位图 Fig. 1 Flow diagram of temporal phase unwrapped algorithm. (a) Phase shifting image; (b) wrapped phase; (c) Gray-code image; (d) order of each period; (e) unwrapped phase

近些年,在上文所述的经典格雷码方案基础上, 众多学者也提出了相应的改进格雷码方法,如: Zhang 等<sup>[13]</sup>于 2012 年提出了一种互补格雷码的方 法,该方法通过将原始的格雷码向左移动半个周期, 使得格雷码的跳变边沿位于相位周期中间以解决在 解码过程中出现的格雷码周期与相位周期对齐不准 的问题;然而,互补格雷码方法会在经典格雷码加相 移法的基础上额外增加一张图片,这进一步降低了 测量效率;Wu等<sup>[14-16]</sup>在互补格雷码的基础之上提 出了循环互补格雷码、位移格雷码、分区间展开加时 间复用格雷码,在保持互补格雷码优势的同时减少 了投影格雷码的图片数量,以提高测量效率。即便 如此,上述方法还是无法避免在相移编码图像以外 投影级次编码图像。为了提高投影效率,本文考虑 在生成相移编码图像之前,将像素点的周期级次信 息 k(x,y) 调制/叠加到相位  $\varphi(x,y)$ 上,以生成一 个已调相位  $\varphi'(x,y)$ ,然后利用已调相位  $\varphi'(x,y)$ 生成相移编码图像。因此,按式(2)求解出的包裹相 位中同时包含相位信息  $\varphi(x, y)$  和周期级次信息 k(x,y),这样可以在不增加编码图像的情况下,完 成相位的解包裹操作,提高测量效率。

### 3 本文算法

本节在第2节对以格雷码为代表的时间相位解

包裹算法分析的基础上,详细描述本文的编码算法, 并分析本文算法的特点。

#### 3.1 邻接不重复的德布鲁因序列

对于一个含有 m 个码元的码元集  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ ,一个 n 阶 m 元德布鲁因序列 D(m,n)是 一个由 m 个码元构成的长度为 m<sup>n</sup> 的码元序列,所有 的由码元集合 S 中的码元构成的长度为 n 的子序列 在序列 D(m,n)中仅出现一次。正是因为德布鲁因 序列的这一特点,许多离散结构光编码方法<sup>[17]</sup>利用 德布鲁因序列对投影条纹进行编码。在解码过程中, 根据某一条纹及其邻近条纹即可确定该条纹在整个 编码图像中的位置。利用德布鲁因序列对条纹进行 编码可以提高条纹匹配的准确性,降低匹配过程的算 法复杂度,提高匹配效率。因此,本文也将采用德布 鲁因序列对相移图像的周期级次信息进行编码。

然而,利用德布鲁因序列对结构光编码图像进 行编码时需要考虑序列中相邻码元相同这一问题, 这是因为在解码阶段处理一连串相同码元时难以确 定码元个数以及每个码元的起止位置。Zhang 等<sup>[18]</sup>提出了一种预编码方法来消除德布鲁因序列 中的重复码元,即

 $D'_{i} = D'_{i-1} \bigoplus D_{i}, 1 \leq i \leq m^{n}, \quad (5)$ 式中: $D_{i}$  为德布鲁因序列 D(m,n)中的第 i 个元

素;D′;为第i个预编码序列;⊕表示按位异或运算。 此外,初始状态的预编码序列 D′<sub>0</sub> ∈ S。总之,预编 码方法的主要思想是在生成编码条纹前先将德布鲁 因序列 D(m,n)按式(5)进行预编码,然后依据整个 预编码序列 D′生成编码条纹,以保证相邻条纹是不 同的(无重复码元)。然而,该方法产生的预编码序 列 D′不再是德布鲁因序列,因此解码过程中的条纹 匹配算法将无法利用德布鲁因序列子串不重复这一 特性。正因如此,文献[18]最终采用了多方向动态 规划匹配算法以降低匹配效率。

本文采用一种编解码更为简单、直接的方法来 解决德布鲁因序列相邻码元重复的问题。首先,本 文引入一个新的码元 b,且该码元 b 不属于码元集 合 S。该码元 b 的作用是替换德布鲁因序列中的重 复码元,以破坏其邻接码元的重复性,即破坏码元, 而插入破坏码元后的序列为邻接不重复德布鲁因序 列,记为 D\*(m,n)。破坏码元的插入规则为:逐元 素扫描德布鲁因序列 D(m,n),若当前码元等于序 列中的前一码元,则用破坏码元 b 替换当前码元,如 此重复直至序列 D(m,n)扫描结束,其具体操作过 程为算法 1,即邻接不重复德布鲁因序列生成,算法 1 的输入为德布鲁因序列 D 和破坏码元 b,输出为 第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

邻接不重复德布鲁因序列 D\*,其代码为

- 1. D' = D;
- 2. for i=2 to length( $D^*$ )
- 3. if  $D_i^* = D_{i-1}^*$  then
- 4.  $D_i^* = b;$
- 5. end if
- 6. end for
- 7. return  $D^*$  .

本文最终的结构光编码方案采用了 64 个相位 周期,为此在对周期级次信息编码阶段取 m=3 与 n=4,即采用邻接不重复德布鲁因序列  $D^*(3,4)$ 对 周期级次信息进行编码。其中,码元集合  $S=\{1,2,3\}$ ,破坏码元b=0。需要说明的是,序列  $D^*(3,4)$ 的长度为 81,本文最终选取了该邻接不重复德布鲁 因序列一个长度为 64 的子串。在解码时,将破坏码 元 b 用它前一个码元替代即可,恢复出原始的德布 鲁因序列,如此进行匹配,则可利用德布鲁因序列子 串不重复的特性简化匹配算法。

本文最终采用的编码码元序列如图 2 所示,其 中,k 为周期级次,D 为德布鲁因序列,D\*为插入破 坏码元后的邻接不重复德布鲁因序列。

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
D	1	2	3	1	2	3	2	3	1	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1	2
D*	1	2	3	1	2	3	2	3	1	3	1	2	1	2	3	0	1	2	0	3	1	0	2	1	3	1	3	2	3	2	1	2
k	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
D	1	1	2	2	1	2	2	2	3	2	2	3	3	2	3	3	3	1	3	3	1	1	3	1	1	1	3	2	1	3	2	2
D*	1	0	2	0	1	2	0	2	3	2	0	3	0	2	3	0	3	1	3	0	1	0	3	1	0	1	3	2	1	3	2	0



Fig.	2	Period-order	coding	sequence	used	in	this	paper
------	---	--------------	--------	----------	------	----	------	-------

#### 3.2 相位调制

由式(1)、(2)表示的结构光相移法可知,其包裹 相位  $\varphi(x,y)$ 是一个取值范围为 $[-\pi,\pi)$ 的周期性 函数,因此它可以表示为

$$h(x) = \frac{2\pi}{T}x - \pi, \ 0 \leqslant x < T, \tag{6}$$

$$\varphi(x,y) = \sum_{k=0}^{K-1} \varphi_k(x,y) = \sum_{k=0}^{K-1} h(x-kT), \quad (7)$$

式中:K 为最大周期数;h(x,y)为 $\varphi(x,y)$ 在主周 期内的表达式;T 为包裹相位 $\varphi(x,y)$ 的周期;  $\varphi_k(x,y)$ 为第k 段包裹相位。从调制角度出发,本 文将包裹相位 $\varphi(x,y)$ 看作载波,将经过邻接不重 复德布鲁因序列编码后的周期级次信息调制到该载 波之上,以提高测量效率。本文采用的调制策略较 为简单、直接,即将载波  $\varphi(x,y)$ 的取值范围[ $-\pi$ ,  $\pi$ )平均划分为若干相等的区间,而每个区间代表一 个码元。

具体而言,若采用邻接不重复德布鲁因序列  $D^*(m,n)$ 对周期级次信息进行编码,则编码序列中 含有m+1个码元,即编码序列为{ $b, s_1, s_2, \cdots, s_m$ },且能编码的最大周期数 $K=m^n$ 。为此,需要将  $\varphi(x,y)$ 的取值范围[ $-\pi,\pi$ )平均划分为m个区间,则 每个区间的长度 $\Delta=2\pi/(m+1)$ 。其中,破坏码元b

第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

对应的区间为 $[-\pi, -\pi + \Delta)$ ,而第*i*个码元*s<sub>i</sub>*对应 的区间为 $[-\pi + i\Delta, -\pi + (i+1)\Delta]$ 。根据上文所述, 第*k*个周期的已调相位  $\varphi'_k(x, y)$ 可表示为

$$\varphi'_{k}(x,y) = \Delta h(x-kT) + A_{k}, \qquad (8)$$

其中

$$A_{k} = -\pi + \Delta D_{k}^{*} + \frac{\Delta}{2} = \Delta \left( D_{k}^{*} - \frac{m}{2} \right), \quad (9)$$

式中: $D_k^*$ 为邻接不重复德布鲁因序列 $D^*(m,n)$ 的 第k个码元,即k个周期所对应的码元。如上文所

述,本文最终采用码元集合 S = {1,2,3},破坏码元 b=0 临界不重复德布鲁因序列以对周期级次进行 编码,则根据式(8)、(9)所示的相位调制方法,其对 应的已调相位如图 3 所示。

完成相位调制后,接下来的步骤则是根据式(1) 所示的结构光相移测量法生成对应的相移条纹图 像。以四步相移为例,图4(a)~(d)分别展示了四 步相移对应的条纹图像。



图 3 编码相位示意图 Fig. 3 Coding phase diagram



图 4 已调相位对应的四步相移条纹图像

Fig. 4 Four-step phase shift fringe images corresponding to adjusted phase

需要指出的是,本文采用邻接不重复德布鲁因 序列 D\*(m,n)对条纹周期进行编码时,编码序列 中将含有 m+1 个码元,最大可编码周期数为 m<sup>n</sup>。 因此,增大 m 或 n 都能增加序列的最大可编码的条 纹周期数。相较于增大 n 的值,增大 m 的值对本文 编码方法的正确率影响较大。这是因为:增大 m 的 值,即采用较多的码元,会将包裹相位的取值范围划 分为更多的区间,如此每个区间的相位取值范围就会 变小,相应地,每个区间对应的正弦条纹的取值范围 也将变小。考虑到数字图像的离散性,用于表示该区 间条纹取值的像素值数量会变少,这势必会降低相移 法求解相位的精度。图 5 直观展示了相位求解误差 随 m 值的增加(划分区间数增加)而增加的趋势。





## 3.3 解码与相位解包裹

3.3.1 解码流程

根据上文所介绍的编码、调制过程,在实际测量

阶段,相机拍摄到投影到待测物体表面的相移条纹 图像后,对每一行数据的处理步骤如图 6 所示。



图 6 解码与相位解包裹流程

Fig. 6 Decoding and phase unwrapping process

首先,根据式(2)所示的相位求解方法从所拍摄 到的相移图像中求解出相位,即求解出调制了周期 级次编码信息的相位  $\varphi'$ ;接下来,根据相位  $\varphi'$ 所处 的范围和式(8)所示的调制过程,解调出周期级次编 码序列,与此同时也可获得包裹相位信息;利用德布 鲁因序列的性质,进行解码序列与投影序列之间的 匹配以确定每个像素所处的周期;最后利用式(3)从 周期级次信息和包裹相位中恢复出未包裹相位  $\varphi_{abs}$ 。通过计算得到未包裹相位后,则可根据结构光 系统测量原理,利用实际光学系统(投影仪与相机) 的内、外参数计算出待测物体表面的 3D 信息。由 于实际测量过程中存在光路遮挡现象(图7),因此 由调制相位解调出的周期级次编码序列会与投影仪 投影的编码序列(邻接不重复德布鲁因序列)存在差 异,如何实现这两个序列之间的匹配是本文算法的 关键。





对于每一行数据来说,假设投影仪投影的编码 序列为邻接不重复德布鲁因序列 D\*,相机接收的 解调后的编码序列为 R\*,图 7 简要展示了结构光 测量系统的成像过程,其中点1~6分别为投影序列 相邻码元的边界,而点 I ~ II 分别表示接收序列相 邻码元的边界。实际测量过程中的遮挡主要有两种 类型:第一种是投影仪投射的码元序列经待测物体 反射后因遮挡而不能被相机拍摄到,即相机光路被 遮挡(图 7 中投影序列 D\* 中被符号 X 标识的区 域);第二种是因为遮挡,某一区域不能被投影仪照 射到、却能被相机拍摄到,即投影仪光路被遮挡(图 7 中接收序列 R\*中被符号 X标识的区域)。其中, 投影仪光路被遮挡的情况可以在根据式(2)求解包 裹相位时通过判断反正切函数的分子与分母是否同 时为零加以检测,并在匹配前从序列 R\* 中剔除,从 而不会影响接收序列与投影序列之间的匹配。然 而,相机光路被遮挡这一情况却不能被稳定检测,这 种遮挡的存在将会对接收序列产生两方面的影响: 1) 它会使接收序列中缺失部分码元, 如图 7 中的  $R^*$ 中缺失  $D_{i+1}^*$  码元;2)码元的缺失会导致破坏码 元还原错误。例如,假设图 7 中码元 D<sup>\*</sup><sub>1+2</sub> 为破坏码 元*b*,则根据破坏码元的插入规则,还原后的码元应 为 $D_{i+1}^*$ ,但由于遮挡,接收序列 $R^*$ 中的 $D_{i+2}^*$ 将会 被还原为 D<sup>\*</sup>。以上两种影响将会导致接收序列  $R^*$  与投影序列  $D^*$  之间的不一致,从而为两者之间 的匹配,即确定每个周期的级次带来困难。

#### 3.3.2 周期级次匹配

假设解调得到的序列  $R^*$  的长度为  $L_{R^*}$ ,则解 调序列  $R^*$  与投影序列  $D^*$  之间的匹配结果可以由 一个长度为  $L_{R^*}$  的数组 C 来表示,即数组 C 的第 i个元素  $C_i$  表示  $R^*$  与投影序列  $D^*$  中的元素  $D_{C_i}^*$  相 匹配。根据结构光测量原理(图 8),大多数情况下

认为解调序列  $R^*$  与投影序列  $D^*$  之间的匹配结果 满足两个假设:1)连续匹配成功码元长度越长,则这 些码元的匹配结果置信度越高;2)匹配结果是单调 递增的,即如果 j > i, $C_j > C_i$  成立。基于以上一种 假设或两种假设,可使用晶体生长算法<sup>[19]</sup>或动态规 划算法<sup>[18]</sup>实现解调序列  $R^*$  与投影序列  $D^*$  之间的 匹配。为了降低匹配过程的算法复杂度、提高匹配 效率,本文利用德布鲁因序列的特点将解调序列  $R^*$  与投影序列  $D^*$  之间的匹配过程分为两步:连续 码元匹配和优化。



#### 图 8 连续码元匹配

#### Fig. 8 Continuous symbol matching

所谓连续码元匹配是指查找解调序列 R\* 与投 影序列 D\*能连续匹配成功的子序列,若该子序列 的长度超过某一指定阈值 T 时,则将该子序列中的 每个码元的匹配值作为该码元的最终匹配结果。例 如,将解调序列 $R^*$ 中第*i*个码元到第*i*+*p*个码元 的子序列记为 $R_{i;i+p}^*$ ,若该子序列与 $D_{j;j+p}^*$ 相匹配, 且子序列 $R_{i,i+p}^*$ 的长度p+1大于阈值T,则下一 次查找操作从码元  $R_{i+p+1}^*$  开始,并设置  $C_{i,i+p}(j,$  $i+1,\dots,i+p$ ),否则下一次查找从  $R_{i+1}^*$  开始。由 于一个长度为 n 的子序列在 n 阶德布鲁因序列中 出现且仅出现一次,所以本文首先将解调序列 R\* 按算法1的逆操作将序列R\*中的破坏码元b还原 为原始码元,得到序列R;然后查找由当前待处理码 元 $R_i$ 与其后续的n-1个码元构成的子序列  $R_{i,i+n-1}$ 在原始德布鲁因序列 D 中的位置  $i_{ind_i}$ ;最 后,从 i<sub>ind</sub> 开始往后扫描以确定连续匹配的码元长 度。连续码元匹配过程可由图8简要表示。

需要说明的是,实际匹配过程中可以用 0, 1,…, $m^n - 1$ 这 $m^n$ 个整数作为由m个码元构成的 长度为n的子序列的索引值,那么利用哈希查找算 法查找子序列 $R_{i,i+n-1}$ 在序列D中的位置 $i_{ind_i}$ 的 算法复杂度为o(1),如此能大大提高匹配效率。

解调序列  $R^*$ 中满足连续码元匹配条件的码元 确定了投影序列  $D^*$ 的匹配位置,进一步确定因遮 挡而不满足连续码元匹配条件的码元的匹配位置, 将该过程称为优化过程。假设序列  $R^*$ 中从第 e 到 第 g = e + f - 1 共 f 个码元的匹配位置未确定,即

#### 第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

匹配结果中  $C_{e:g}$  都为空。那么  $R_{e-1}^{*}$  为前一个连续 匹配子序列的最后一个元素,  $R_{g+1}^{*}$  为后一个连续匹 配子序列的第一个元素, 且两者的匹配结果分别为  $C_{e-1}$  和  $C_{g+1}$ 。依据匹配结果是单调递增的这一假 设,则与码元  $R_{q}^{*}$  ( $e \leq q \leq g$ )相匹配的码元则位于投 影序列  $D^{*}$  中第  $C_{e-1}$  与第  $C_{g+1}$  个码元之间,即  $C_{e-1} < C_{q} < C_{g+1}$ 。由于码元  $R_{q}^{*}$  可能与投影序列  $D^{*}$  中第  $C_{e-1}$  与第  $C_{g+1}$  之间多个码元相等,因此匹 配结果  $C_{e:g}$  有多种可能,即  $C_{e:g}$  为子序列  $R_{e:g}^{*}$  中 每个码元所有可能匹配值的排列组合。本文定义了 一种代价函数  $C_{Cost_{e\to g}}$  用来衡量匹配结果  $C_{e:g}$  的置 信度:

$$C_{\text{Cost}_{e \to g}} = \sum_{q=e}^{g+1} d_{\text{dist}}(C_{q-1}, C_q), \qquad (10)$$

式中: $d_{dist}(C_{q-1}, C_q)$ 表示当前码元  $R_q^*$  的匹配值为  $C_q$ 、而前一码元  $R_{q-1}^*$  的匹配值为  $C_{q-1}$  时的代价。 因此,最优的匹配结果  $C_{e,g}^*$  就是使代价函数  $C_{Cost_{e+g}}$ 最小时的匹配结果,即

$$C_{e:g}^* = \arg\min_{C} C_{\operatorname{Cost}_{e \to g}} \circ$$
(11)

此外,为了保证匹配结果单调递增,本文将相邻 码元匹配值之间的代价 d<sub>dist</sub>(C<sub>q-1</sub>,C<sub>q</sub>)定义为

$$d_{\text{dist}}(C_{q-1}, C_q) = \begin{cases} 0, & C_q - C_{q-1} = 1 \\ C_q - C_{q-1}, & C_q > C_{q-1} + 1 \\ \infty, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(12)

类似 Zhang 等<sup>[18]</sup>所提的方法,本文采用动态规 划方法来求解最优匹配结果。算法 2 为匹配结果的 优化,算法输入为解调序列 R<sup>\*</sup>、投影序列 D<sup>\*</sup>、解调 序列匹配范围 e、g,以及连续码元匹配结果 C,输出 为优化匹配结果 C<sup>\*</sup>,算法代码为

- 1.  $RS = R_{e^{-1}:g^{+1}}^{*}, DS = D_{C_{e;g}}^{*};$ 2.  $len = g - e + 3, len_2 = C_g - C_e - 1;$ 3.  $Op_C = ones(len)$ . \* null; 4.  $Op_C_1 = 0, Op_C_{g^{-e+3}} = C_{g^{+1}} - C_{e^{-1}};$ 5.  $Min_Cost = Opt_Cost(RS, DS, len, Op_C);$ 6.  $C^{*} = C, C_{e;g}^{*} = Op_C_{2:g^{-e+2}} + C_{e^{-1}};$ 7. return  $C^{*};$ 8. Function  $Opt_Cost(RS, DS, y, C):$ 9. Cost = ones(length(DS)). \* inf; 10. if y = = len - 1 then 11.  $mCost = dist(C_y, C_{y^{+1}})$ 12. return;
- 13. end if

#### 第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

#### 研究论文

14. for i=1 to length(DS):

15. if  $RS_{y+1} = = DS_i$  then

16.  $C_{y+1} = i + len_2 - \text{length}(DS)$ 

17. TS = DS(i+1:end)

18.  $Cost_i = Opt\_Cost(RS, TS, y+1, C) + dist$ 

 $(\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{y}},\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{y}+1})$  ;

- 19. end if
- 20. end for
- 21. mCost,  $mInd = min_and_index(Cost)$ ;

22.  $C_{y+1} = mInd$ ;

- 23. return mCost;
- 24. End Function.

上述代码中,操作符 length 为获取列表的长度,min\_and\_index 是返回列表中的最小元素及其索引值。利用算法 2 的优化操作分别对连续码元匹配 后所有未确定匹配值的子序列 R<sup>\*</sup><sub>e.g</sub> 进行优化,则可 最终完成解码序列 R<sup>\*</sup> 与投影序列 D<sup>\*</sup> 之间的匹配。

4 实 验

为了验证本文提出的算法,使用一套完整的结

构光系统进行 3D 重建,包括一个 CCD 相机和一个 数字投影仪。相机型号是 jai,Go-5000m-USB,分辨 率为 2048 pixel×2560 pixel,投影仪型号是 acer K137i, DLP 投影仪,分辨率为 800 pixel× 1280 pixel。如前文所述,本文采用的德布鲁因序列 为 D(3,4),同时取其前 64 个周期,每个周期为 20 pixel。本文提出的 3D 重建方法只需投影4 张图 片即可完成重建,重建步骤如下:

1)标定相机,将投影仪作为逆相机完成标定, 获取二者的内参和相对外参。相机标定误差为 0.06827 pixel,投影仪标定误差为 0.07277 pixel。

2) 相机接收投影仪投影的4张图片,以人脸面 具为例,根据式(8),可以得到如图9(a)所示的4张 相移图片,图9(b)为根据四步相移法得到的包裹相 位图,之后根据本文提出的解码步骤完成解包裹的 过程,如图9(c)所示。

3) 根据前面所获得的标定参数,利用三角测量 获得重建结果,图 9(d)所示为面具重建的侧面图。

为了进一步验证本文算法的可行性,本文用两 个工件设置了遮挡和无遮挡两种场景进行对比,如





Fig. 9 Reconstruction process of facial mask. (a) Image of phase-level encoding; (b) wrapped phase obtained by four-step phase-shifting method; (c) absolute phase obtained by decoding algorithm proposed in this paper; (d) side view of reconstructed facial mask

图 10 所示。图 10(a)中两个工件平行摆放,为无遮 挡场景;图 10(e)中两个工件重叠摆放,由于投射角 度有限,投影仪无法投射到,因此 10(e)中交界处会 出现黑色区域。图 10(b)和图 10(f)为图 10(a)和 图 10(e)的相对相位图。图 10(f)中用方框标识的 区域为遮挡区域导致的无效相位,可以通过黑白图 进行掩膜去除,值得注意的是,这种遮挡现象不会影 响相位在纵轴上的连续性。图 10(h)为解包裹之后 的结果,由于遮挡的存在,未包裹的相位在时间上产 生了平移,但是在纵轴上保持连续。

此外,从图 10(b)、(f)中可以看到由四步相移 解得的包裹相位图中存在很多的离群点,出现这种 现象的原因包括:1)所提出的级次自编码信号为不 连续信号,这种不连续的信号在经相机拍摄后,不连 续区域会被模糊,调制值出现失真,经过四步相移求 解相位后出现相位突变,从而在包裹相位上出现了 离群点;2)相移法在重建过程中会受到非线性误差、 外界噪声的影响,这些影响容易引起相位的突变,反 映到包裹相位图上为在不连续处出现离群点。以上 两种因素产生的离群点的值若超过相应的码元区间 范围,就会引起码字的解码错误。因此,在进行周期 级次解码前需要将这些离群点去除。

针对离群点的问题,本文简单采用周期中相位 单调性及相邻像素的距离阈值进行区分。具体而

#### 第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

言,在每段周期内离群点的出现往往会影响一段周 期内的单调性,同时离群点与相邻像素的间隔也比 正常像素的间隔更大。因此可以通过分析这两个性 质来判断是否为离群点。图 10(c)、(g)为去除相位离 群点后的结果,绝对相位还原的实验显示离群点的去 除可以将绝对相位还原误差从 0.072 减小到 0.033。 图 11 展示了更多的实际测量与重建的结果。 为了验证本文的算法精度和重建效果,本文对 平板进行了重建,重建结果如图 12 所示,分别为本 文算法、多频外差法、格雷码加相移法 3 种重建方法。 相比于另外两种方法,本文方法在精度上有所欠缺, 这是由包裹相位中离群点导致,但是本文算法所需要 投射的数量却大大减少,从 12 张、10 张图片降低到 4 张图片,这极大地提升了重建效率,如表 1 所示。



图 10 工件遮挡分析。(a)(e)两个摆放位置的工件;(b)(f)包裹相位图;(c)(g)去除相位离群点之后的包裹相位图; (d)(h)解包裹相位图

Fig. 10 Analysis of workpiece occlusion. (a)(e) Workpieces placed in two positions; (b)(f) wrapped phase; (c)(g) wrapped phase after removing phase outliers; (d)(h) unwrapping phase



图 11 3D 物体重建实验。(a)~(c)待重建物体,分为陶罐以及两种不同摆放方式的工件;(d)~(f)重建结果 Fig. 11 Experiment of 3D object reconstruction. (a)-(c) Objects to be reconstructed, which can be divided into ceramic pot and workpieces placed in two different ways; (d)-(f) reconstruction results

#### 表1 3种重建方法的对比结果

Table 1 Comparison of results of three reconstruction methods

Method	Proposed method	Multi-frequency heterodyne method	Gray-code plus phase-shifting method				
Root-mean-square /mm	0.4637	0.2526	0.2473				
Number of images	4	12	10				



图 12 用 3 种方法重建的 3D 平板结果。(a)本文提出的算法;(b)多频外差方法;(c)格雷码加相移法 Fig. 12 Results of 3D plate reconstructed by three methods. (a) Proposed method; (b) multi-frequency heterodyne method; (c) gray-code plus phase-shifting method

# 5 结 论

提出了一种新的结构光系统编解码方法,通过 对四步相移之后的相对相位进行编码,使其同时具 有相位信息和周期信息,借此还原绝对相位。相比 于传统的时间相位解包裹的方法,本文算法不需要 额外投影大量的信息来进行相位解包裹,所需要的 图片仅仅是四步相移图片。由于本文算法不需要额 外投影编码信息,其投影效率大大提升。实验表明, 在相同的实验条件之下,本文算法与如今最常用的 两种方法即格雷码加相移法和多频外差方法具有近 似的精度,但是所需投影图片从 12 张缩减到了 4 张。

#### 参考文献

- Ford K R, Myer G D, Hewett T E. Reliability of landing 3D motion analysis: implications for longitudinal analyses [J]. Medicine and Science in Sports and Exercise, 2007, 39(11): 2021-2028.
- [2] Malamas E N, Petrakis E G M, Zervakis M, et al. A survey on industrial vision systems, applications and tools[J]. Image and Vision Computing, 2003, 21 (2): 171-188.
- [3] 卢荣胜,史艳琼,胡海兵.机器人视觉三维成像技术 综述[J].激光与光电子学进展,2020,57(4): 040001.

Lu R S, Shi Y Q, Hu H B. Review of threedimensional imaging techniques for robotic vision[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57 (4): 040001.

- [4] Zhang S. Recent progresses on real-time 3D shape measurement using digital fringe projection techniques [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2010, 48(2): 149-158.
- [5] Zhang H H, Zhang Q C, Li Y, et al. High speed 3D

shape measurement with temporal Fourier transform profilometry [J]. Applied Sciences, 2019, 9(19): 4123.

- [6] Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry [J]. Journal of the Optical Society of America, 1982, 72(1): 156-160.
- [7] 郭文博,张启灿,吴周杰.基于相移条纹分析的实时 三维成像技术发展综述[J].激光与光电子学进展, 2021,58(8):0800001.
  Guo W B, Zhang Q C, Wu Z J. Real-time threedimensional imaging technique based on phase-shift fringe analysis: a review [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(8):0800001.
- [8] 浦婷婷,吴周杰,张启灿.基于格雷码和相移算法的 动态三维测量技术[J].光学学报,2021,41(5): 0512001.

Pu T T, Wu Z J, Zhang Q C. Dynamic threedimensional measurement technology based on gray code and phase-shifting algorithm [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(5): 0512001.

- [9] Liu K, Hua W Q, Wei J H, et al. Divide and conquer: high-accuracy and real-time 3D reconstruction of static objects using multiple-phaseshifted structured light illumination [J]. Optics Express, 2020, 28(5): 6995-7007.
- [10] Reich C, Ritter R, Thesing J. 3-D shape measurement of complex objects by combining photogrammetry and fringe projection [J]. Optical Engineering, 2000, 39(1): 224-231.
- [11] Sansoni G, Carocci M, Rodella R. Three-dimensional vision based on a combination of gray-code and phaseshift light projection: analysis and compensation of the systematic errors [J]. Applied Optics, 1999, 38 (31): 6565-6573.
- [12] Li Y, Jin H Z, Wang H. Three-dimensional shape measurement using binary Spatio-Temporal encoded illumination [J]. Journal of Optics A: Pure and

#### 第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

Applied Optics, 2009, 11(7): 075502.

- [13] Zhang Q C, Su X Y, Xiang L Q, et al. 3-D shape measurement based on complementary Gray-code light[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50 (4): 574-579.
- [14] Wu Z J, Zuo C, Guo W B, et al. High-speed threedimensional shape measurement based on cyclic complementary Gray-code light[J]. Optics Express, 2019, 27(2): 1283-1297.
- [15] Wu Z J, Guo W B, Zhang Q C. High-speed threedimensional shape measurement based on shifting Gray-code light[J]. Optics Express, 2019, 27(16): 22631-22644.
- [16] Wu Z J, Guo W B, Li Y Y, et al. High-speed and high-efficiency three-dimensional shape measurement based on Gray-coded light [J]. Photonics Research, 2020, 8(6): 819-829.

- Pages J, Salvi J, Forest J. A new optimised De Bruijn coding strategy for structured light patterns
  C ]//Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition, 2004. ICPR 2004, August 26, 2004, Cambridge, UK. New York: IEEE Press, 2004: 284-287.
- [18] Zhang L, Curless B, Seitz S M. Rapid shape acquisition using color structured light and multi-pass dynamic programming [C]//Proceedings of First International Symposium on 3D Data Processing Visualization and Transmission, June 19-21, 2002, Padova, Italy. New York: IEEE Press, 2002: 24-36.
- [19] Boyer K L, Kak A C. Color-encoded structured light for rapid active ranging [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1987, PAMI-9(1): 14-28.