

# 拼接衍射望远镜的失调误差分析

李晨成<sup>1,2</sup>, 汪利华<sup>1</sup>, 闫峰涛<sup>1</sup>, 范斌<sup>1\*</sup>

1中国科学院光电技术研究所,四川 成都 610209;

<sup>2</sup>中国科学院大学,北京 100049

**摘要** 拼接衍射望远镜的失调误差对光学系统的成像质量有重要影响,为此对拼接菲涅耳透镜的失调误差进行公差分析,推导基于瑞利准则的失调误差的理论计算公式,对包含口径为 1.5 m 的拼接主镜和消色差光路的光学系统进行公差分析。仿真结果表明,公差范围内的波前像差均满足瑞利判据与斯特列尔比,因此该公差分析可为衍射望远镜的装调和检测提供有效的理论指导。

**DOI:** 10.3788/AOS202242.0912004

## **Misalignment Error Analysis of Segmented Diffractive Telescope**

Li Chencheng<sup>1,2</sup>, Wang Lihua<sup>1</sup>, Yan Fengtao<sup>1</sup>, Fan Bin<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, Sichuan, China; <sup>2</sup> University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The misalignment error of the spliced diffraction telescope has an important influence on the imaging quality of the optical system. Therefore, the tolerance of the misalignment error of the spliced Fresnel lens is analyzed, and the theoretical calculation formula of the misalignment error based on Rayleigh criterion is derived. The tolerance of the optical system including the spliced primary mirror and achromatic optical path with an aperture of 1.5 m is analyzed. The simulation results show that the wavefront aberrations within the tolerance range meet the Rayleigh criterion and Streyer ratio, so the tolerance analysis can provide effective theoretical guidance for the installation, adjustment and detection of diffraction telescopes.

Key words measurement; diffractive telescope; misalignment error; Rayleigh criterion; wavefront aberration; tolerance analysis

## 1 引 言

衍射光学元件具有质量轻、成本低、面形公差 小、折叠方便等优点<sup>[1]</sup>,为下一代大口径(>20 m) 空间望远镜的研制提供了新的方向。在之前的研究 中,Hyde等<sup>[1-2]</sup>设计了一台由81个子镜拼接而成的 直径为5000 mm的衍射样机,并对大口径样机装配 的可行性进行了理论推导和数值分析。为了实现大 视场和高分辨率的观测,劳伦斯利弗莫尔国家实验 室(LLNL)<sup>[3-5]</sup>在实验室环境中搭建了口径为5 m 的衍射望远镜系统的原理样机 MOIRE(Membrane Optical Imaging Real-time Exploitation),其衍射效 率提高到 55%, MOIRE 的产生验证了衍射元件成 像复杂场景的可行性。Andersen 等<sup>[6-8]</sup>提出了光子 筛望远镜的概念,并研制了口径为 0.2 m 的样机来 验证其可行性,它能够在 450 km 的近地轨道上以 1.8 m 的分辨率进行成像。法国图卢兹天文台的第 二代菲涅耳衍射阵列成像仪(FDAI)<sup>[9-12]</sup>由折射管、 菲涅耳阵列以及接收模块组成,其主镜由一个尺寸 为 200 mm×200 mm 的菲涅耳阵列构成,在 FDAI

**收稿日期**: 2021-09-30; 修回日期: 2021-10-28; 录用日期: 2021-11-25 基金项目:国家重点研发计划(2016YFB0500400) 通信作者: \*fanbin@ioe. ac. cn

#### 研究论文

运行阶段可对多个高对比度的恒星系统及两颗火星 卫星进行成像。Liu等<sup>[13]</sup>采用像差补偿的方法校正 了拼接误差,提高了衍射系统的宽带分辨率。 Zhang等<sup>[14]</sup>分析了拼接菲涅耳透镜的三种拼接误 差形式,同时给出了仿真模型和实验结果。本文在 之前工作的基础上,设计了一个完整的 Schupman 光学消色差模型,其能够更全面地分析衍射望远镜 的失调误差的理论计算公式,通过该理论计算公 式得到的波前像差与仿真结果一致。

本文第二部分介绍了菲涅耳透镜的成像原理和 特点,第三部分给出了偏心误差、轴向偏移误差、倾 斜误差和综合误差的理论推导,并用瑞利判据得到 了它们的公差范围,第四部分给出了一个仿真模型 并用来验证所提理论,最后在第五部分对本文进行 总结。

# 2 菲涅耳透镜的成像原理

菲涅耳透镜<sup>[15]</sup>由一系列呈周期性分布的同心 圆环组成,如图1所示,其中n为菲涅耳透镜中的环 个数,r<sub>n</sub>为第n个环的半径,f为焦距,λ为波长。 平行光通过每个相邻环带,在到达焦点时将产生一 个半波长光程差。当波前光程差为半波长的整数倍 时,不同环在焦点处处于共相状态,此时菲涅耳透镜 可被认为是理想的成像器件。



Fig. 1 Schematic of Fresnel lens



$$\Delta l = \sqrt{r_n^2 + f^2} - f_{\circ} \tag{1}$$

## 3 失调误差的数值分析

失调误差的存在会极大地影响拼接衍射望远镜 的成像质量,所以失调误差的公差容限是本文的重 点研究方向。根据瑞利准则,当系统出瞳处的光程 差小于λ/4时,系统可被认为理想成像。因此,以瑞 利判据作为评价标准,分析轴向误差、偏心误差、倾 斜误差和综合误差的公差范围。接下来,以两块拼

#### 第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

接子镜为例,分析每一种类型的失调误差。

### 3.1 轴向误差

轴向误差(Δz)是由子镜沿光轴方向平移引起的,如图 2 所示,其中 r 为主镜的半径。



图 2 轴向误差的示意图



此时,理想系统与实际系统的光程差为

 $\Delta l = \sqrt{r^2 + (f - \Delta z)^2} + \Delta z - \sqrt{r^2 + f^2}$ 。(2) 式(2)简化后,可得到光程差为

$$\Delta l = \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1/(4F^2) + 1}}\right] \Delta z, \qquad (3)$$

式中:F = f/(2r)。由式(3)可知,随着 F 数的增加,当轴向误差一定时,由轴向误差引起的光程差将逐渐减小。根据瑞利判据,若光程差  $\Delta l \leq \frac{\lambda}{4}$ ,则轴向误差满足

$$\Delta z \leqslant \frac{\lambda}{4} / \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1/(4F^2) + 1}} \right]. \tag{4}$$

3.2 偏心误差

偏心误差( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ )是由子镜沿 X 轴和 Y 轴方 向平移引起的, 如图 3 所示。



图 3 偏心误差的示意图 Fig. 3 Schematic of eccentric error 此时,带有偏心误差的光程差可表示为

$$\Delta l = \sqrt{(x - \Delta x)^2 + (y - \Delta y)^2 + f^2} - \sqrt{r^2 + f^2},$$
(5)

式中:(*x*,*y*)为孔径平面的位置坐标。同理,可将系统光程差的表达式简化为

$$\Delta l = \frac{1}{\sqrt{1+4F^2}} \Delta y_{\circ} \tag{7}$$

由式(6)和式(7)可知,当偏心误差一定时,由径 向误差引起的波前像差随着 F 数的增加而减小。 此时根据瑞利判据,径向误差可表示为

$$\Delta x = \Delta y = \frac{\lambda \sqrt{1 + 4F^2}}{4}.$$
 (8)

#### 3.3 倾斜误差

倾斜误差( $\theta_x$ , $\theta_y$ )是由子镜绕 X 轴和 Y 轴旋转 引起的,X 轴的倾斜误差如图 4 所示。



图 4 倾斜误差的示意图 Fig. 4 Schematic of tilt error

同样的,光程差可表示为

$$\Delta l = \sqrt{(r - \Delta r)^{2} + (f - \Delta z)^{2}} + \Delta z - \sqrt{r^{2} + f^{2}},$$
(9)

式中: $\Delta r = r - \cos \theta_x r$ ;  $\Delta z = \sin \theta_x r$ 。X 轴和Y 轴的倾斜误差的最终表达式为

$$\Delta l = r \sin \theta_x \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(4F^2)}} \right], \quad (10)$$

$$\Delta l = r \sin \theta_y \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(4F^2)}} \right]. \qquad (11)$$

由式(10)和式(11)可知,对于倾斜误差,系统的 波前像差同时受到 r 和 F 数的影响,这与前两种失 调误差不同。倾斜误差的公差可以用类似的方法得 到,即

$$\theta_{x} = \theta_{y} = \arcsin\left|\frac{\lambda}{4r}\right/ \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(4F^{2})}}\right]\right\rangle .$$
(12)

## 3.4 综合误差

实际拼接过程中可能存在多个误差,影响成像 波前的是单个误差的合成误差,如图 5 所示。

基于误差分配原则可以得到

$$\sigma \geqslant \sqrt{\Delta l_1^2 + \Delta l_2^2 + \Delta l_3^2 + \Delta l_4^2 + \Delta l_5^2}, \quad (13)$$



图 5 综合误差的示意图 Fig. 5 Schematic of comprehensive error

式中: $\sigma = \frac{\lambda}{4}$ 为系统分配的波前误差; $\Delta l_1$  为轴向误 差所引起的光程差; $\Delta l_2$  和  $\Delta l_3$  为偏心误差所引起 的光程差; $\Delta l_4$  和  $\Delta l_5$  为倾斜误差所引起的光程差。 如果每个偏差对波前有相同的影响,那么  $\Delta l_1 =$ 

$$\Delta l_2 = \Delta l_3 = \Delta l_4 = \Delta l_5 = \frac{\sigma}{\sqrt{5}}$$
。此时,各失调误差可表

示为

$$\Delta z = \frac{\sqrt{5}\lambda}{20} \left/ \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1/(4F^2) + 1}} \right], \quad (14)$$

$$\Delta x = \Delta y = \frac{\sqrt{5}\lambda\sqrt{1+4F^2}}{20}, \qquad (15)$$

$$\Delta \theta_x = \Delta \theta_y = \arcsin \left\{ \frac{\sqrt{5}\lambda}{20r} \right/ \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(4F^2)}} \right] \right\} .$$
(16)

在实际装调过程中,每个误差不可能产生相同的 波前,因此需要根据具体情况对误差进行重新分配。

# 4 仿真分析与讨论

衍射元件的相位可表示为

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (A_1 r'^2 + A_2 r'^4 + \cdots), \qquad (17)$$

式中:r'为衍射元件的径向坐标;A<sub>1</sub>和A<sub>2</sub>为相位 系数。根据设计过程中确定的系数,可以得到透镜 二元表面上各环的半径。本文所用的菲涅耳透镜的 参数如表1所示。

表 1 菲涅耳透镜的相位系数

Table 1 Phase coefficient of Fresnel lens

Phase coefficient	Value
Coefficient on $r'^2$	$-4.98665500570199982 \times 10^{-1}$
Coefficient on $r'^4$	$1.13076077703199996\!\times\!10^{-9}$
Coefficient on $r'^6$	$-5.12819003652799974  imes 10^{-18}$
Coefficient on $r'^8$	2.91192179754400000 $\times$ 10 <sup>-26</sup>
Coefficient on $r'^{10}$	$-2.18940380956600017 \times 10^{-34}$

#### 研究论文

为了实现宽波段的应用,需要在衍射物镜后增加 一个校正系统来平衡物镜所产生的色差。Schupmann 提出在一个光学元件上引入的任何色散,都可以通过 在初始元件的共轭像上放置另一个具有相同色散的 相反光焦度元件来抵消,其光路结构如图 6 所示,该 结构为后续衍射望远镜的发展奠定了基础<sup>[16]</sup>。



图 6 衍射望远镜的结构示意图

Fig. 6 Structure schematic of diffractive telescope

在此基础上,使用 ZEMAX 建立一个由拼接衍 射主镜和矫正系统组成的模型。由于引入了消色差 光路,该模型能更客观地反映失调误差对系统的影 响。仿真的主镜结构如图 7 所示,该主镜是由一块 口径为 700 mm 的中心镜和 8 块口径为 370 mm 的 边缘子镜组成的 1.5 m 全口径模型。模型的主要 参数如表2所示。

在衍射光学系统中,若设计波长λ。所对应的焦 距为  $f_0$ ,那么非设计波长  $\lambda_i$  所对应的焦距<sup>[17]</sup>为



#### 第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报



图 7 主镜结构 Fig. 7 Structure of primary mirror

#### 表 2 光学元件的参数

Table 2 Parameters of optical elements

Optical component parameter	Value
Edge Fresnel lens diameter /mm	370
Center Fresnel lens diameter /mm	700
Primary lens diameter /m	1.5
Focal length /m	9.7
Waveband $/\mu$ m	0.55-0.65

$$f(\lambda_{i}) = f_{0} \cdot \frac{\lambda_{0}}{\lambda_{i}}$$
(18)

由表 2 和式(18)可知,在此参数条件下,未引入 消色差光路的系统的色散焦移为 1.628 m。此时, 仿真该模型可以得到系统的波前图和色散焦移,如 图 8 所示。



Fig. 8 Image quality evaluation. (a) Wavefront diagram; (b) dispersive focal shift diagram

由图 8(a)可知,系统的峰谷值(PV)和均方根 (RMS) 值分别为 0.07λ 和 0.0213λ, 此时可以认为 系统处于理想状态。同时,从图 8(b)可以看出,系 统的色散焦移为 118.0295 µm,加入消色差光路后 大大减小了系统的色散焦移,此时可认为消除了系 统的色散。假定中心子镜1为基准镜,其误差为0, 取边缘子镜7为仿真对象,根据第3节三个方程的 理论计算,可以计算出该子镜失调误差的公差,并通 过 ZEMAX 得到其波前 PV,结果如表 3 所示。此 外,引入失调误差的公差后的波前图及远场分布如 图 9 所示。

通过改变单个子镜的各失调误差,可以使仿真 计算得到的 PV 值与根据瑞利准则得到的结果基本 一致。同时,通过远场分布可注意到单个子镜的失

#### 研究论文

Table 3 Tolerance and simulation results					
Parameter	Axial error / μm	Eccentric error /µm	Tilt error / (°)		
Tolerance	51.5	1.95	0.004		
$_{\rm PV}$	0.2515λ	0.2513λ	0.2463λ		
Residual error	0.0015λ	0.0013λ	0.0037λ		

表 3 公差和仿真结果

列尔比均在 0.9 以上,这符合光学系统的完善成像。 然后,继续模拟子镜 7 的综合误差,根据式(14)~ (16)可以得到系统的误差分布,如表 4 所示。

## 表 4 综合误差的误差分布 Table 4 Error distribution of synthetic errors

第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

			(
Parameter	Axial error /	Eccentric	Tilt error /
	$\mu { m m}$	error $/\mu m$	(°)
Tolerance	23	0.87	0.00176

#### 调误差对系统点扩展函数(PSF)的影响较小,且斯特



图 9 仿真结果。(a)偏心误差的波前图;(b)轴向误差的波前图;(c)倾斜误差的波前图;(d)偏心误差的远场分布; (e)轴向误差的远场分布;(f)倾斜误差的远场分布

Fig. 9 Simulation results. (a) Wavefront diagram of eccentric error; (b) wavefront diagram of axial error; (c) wavefront diagram of tilt error; (d) far field distribution of eccentric error; (e) far field distribution of axial error; (f) far field distribution of tilt error

根据误差分布,主镜的波前图及系统的远场分 布如图 10 所示。从图 10(a)可知,系统的 PV 为 0.2530λ,这与根据瑞利判据得到的结果吻合。同 样的,从图 10(b)可知,系统的斯特列尔比为 0.922, 说明系统能够完善成像。接下来,研究误差分布的 另一种情况。在实际装调过程中,轴向误差分布的 另一种情况。在实际装调过程中,轴向误差和偏心 误差的校正在微米量级上已经可以实现,所以可以 适当降低它们的误差容限,增加倾斜误差的容限。 此时,将轴向误差分别设为 5.0  $\mu$ m 和 0.5  $\mu$ m,其波 前分别为 0.02 $\lambda$  和 0.06 $\lambda$ 。基于此假设,波前对 X 轴倾斜和 Y 轴倾斜的容限均为 0.16 $\lambda$ ,此时倾斜误 差为 0.0025°。在此误差分配下,系统的像质评价 结果如图 11 所示。从图 11 可知,主镜的 PV 为 0.2537 $\lambda$ ,系统的斯特列尔比为 0.924。综上结果表 明,新的误差分配下光学系统仍然能够完善成像,且 更符合实际的拼接过程。基于此仿真结果与分析, 在实际工程应用中,对于单块子镜失调误差的校正 可以此公差(轴向误差为5 μm,偏心误差为 0.5 μm,倾斜误差为0.0025°)为参考进行粗校正。

# 5 结 论

本文主要研究拼接菲涅耳透镜的失调误差,其 中轴向误差和偏心误差只与系统的 F 数有关。随 着主镜 F 数的增加,拼接菲涅耳透镜的波前误差对 轴向误差和径向误差的敏感性均减弱。倾斜误差与 系统的孔径和 F 数有关。随着孔径的增大,倾斜误 差所引起的波前误差也会增大。与此同时,本文给 出了波前平均分布下的综合误差表达式,然后利用 光程差原理给出了这4种误差的表达式,并利用瑞 利判据算出了它们的公差,最后通过 ZEMAX 设计



图 10 仿真结果。(a)综合误差的波前图;(b)综合误差的远场分布

Fig. 10 Simulation results. (a) Wavefront diagram of comprehensive error; (b) far field distribution of comprehensive error



图 11 仿真结果。(a)综合误差的波前图;(b)综合误差的远场分布 Fig. 11 Simulation results. (a) Wavefront diagram of comprehensive error; (b) far field distribution of comprehensive error

了一个 Schupmann 系统并用来验证推导出的公差 的正确性。波前仿真结果与理论值的差值在 0.005λ 以内,且斯特列尔比均在 0.9 以上。通过对 综合误差波前的重新分配,可以得到其误差分布(轴 向误差为 5 μm,偏心误差为 0.5 μm,倾斜误差为 0.0025°),该公差范围对倾斜误差的校正更易于实 现且光学系统可以理想成像,故其适用于拼接衍射 望远镜共相误差校正的粗校正阶段。以往工作的分 析通常仅限于主镜或是消色差光路,而本文的模型 包括拼接衍射主镜和消色差光路,这与真实的衍射 望远镜系统更加贴近,故对单块子镜的分析更加客 观有效。从光学系统的完备性和波前精度两方面考 虑,本文的公差分析和仿真模型可有望为衍射望远 镜的装调提供理论指导。

## 参考文献

[1] Hyde R A, Dixit S N, Weisberg A H, et al. Eyeglass: a very large aperture diffractive space telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2002, 4849: 28-39.

- Hyde R A. Eyeglass. 1. Very large aperture diffractive telescopes [J]. Applied Optics, 1999, 38 (19): 4198-4212.
- [3] Domber J L, Atcheson P D, Kommers J. MOIRE: ground test bed results for a large membrane telescope [C]//Spacecraft Structures Conference, January 13-17, 2014, National Harbor, Maryland. Reston: AIAA Press, 2014.
- [4] Copp T, Domber J L, Atcheson P D, et al. MOIRE: membrane material property characterizations, testing and lessons learned[C]//Spacecraft Structures Conference, January 13-17, 2014, National Harbor, Maryland. Reston: AIAA Press, 2014.
- [5] Atcheson P, Domber J, Whiteaker K, et al. MOIRE: ground demonstration of a large aperture diffractive transmissive telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2014, 9143: 91431W.
- [6] Andersen G. Large optical photon sieve [J]. Optics Letters, 2005, 30(22): 2976-2978.
- [7] Andersen G. Membrane photon sieve telescopes [J].Applied Optics, 2010, 49(33): 6391-6394.
- [8] Andersen G P, Asmolova O. FalconSAT-7: a

#### 第 42 卷 第 9 期/2022 年 5 月/光学学报

#### 研究论文

membrane space telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2014, 9143: 91431X.

- [9] Rivet J P, Koechlin L, Raksasataya T, et al. Fresnel imager testbeds: setting up, evolution, and first images[J]. Experimental Astronomy, 2011, 30(2/ 3): 149-164.
- [10] Koechlin L, Rivet J P, Deba P, et al. Generation 2 testbed of Fresnel imager: first results on the sky
   [J]. Experimental Astronomy, 2011, 30(2/3): 165-182.
- [11] Raksasataya T, Deba P, Rivet J P, et al. Fresnel diffractive imager: instrument for space mission in the visible and UV[J]. Proceedings of SPIE, 2010, 7732: 77322D.
- [12] Koechlin L, Rivet J P, Deba P, et al. First high dynamic range and high resolution images of the sky obtained with a diffractive Fresnel array telescope[J]. Experimental Astronomy, 2012, 33(1): 129-140.

- [13] Liu Y, Xie Z L, Ma H T, et al. Wide-band highresolution synthetic imaging of a segmented largescaled lightweight diffractive telescope [J]. Optics Letters, 2020, 45(7): 1790-1793.
- [14] Zhang H L, Liu H, Xu W B, et al. Error analysis of large-diameter subaperture stitching Fresnel diffractive elements [J]. Applied Optics, 2017, 56 (27): 7672-7678.
- [15] Sussman M. Elementary diffraction theory of zone plates [J]. American Journal of Physics, 1960, 28 (4): 394-398.
- [16] Early J, Hyde R, Baron R. Twenty meter space telescope based on diffractive Fresnel lens [J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5166: 148-156.
- [17] Lyons D M. Image spectrometry with a diffractive optic[J]. Proceedings of SPIE, 1995, 2480: 123-131.