

## 高斯脉冲调制啁啾艾里脉冲

张浩<sup>1</sup>, 宋振明<sup>1\*</sup>, 周陆佳<sup>1</sup>, 李兆启<sup>1</sup>, 马茜<sup>2</sup><sup>1</sup>天津工业大学物理科学与技术学院, 天津 300387;<sup>2</sup>陆军军事交通学院基础部, 天津 300161

**摘要** 艾里脉冲尤其是啁啾艾里脉冲, 由于其具有独特的性质, 为此越来越受到人们的广泛关注和研究。但是由于啁啾艾里脉冲的复杂性, 至今鲜有关于啁啾艾里脉冲的实验报道。鉴于此, 在理论上通过对啁啾高斯脉冲进行调制可以得到啁啾艾里脉冲, 并对调制机制及调制后脉冲的传输性质进行一定的研究。研究结果表明, 调制后得到的类啁啾艾里脉冲与啁啾艾里脉冲基本相同, 而且具有啁啾艾里脉冲的传输性质, 这证明了通过对啁啾高斯脉冲进行调制得到啁啾艾里脉冲的可行性。

**关键词** 超快光学; 艾里脉冲; 调制; 啁啾; 色散; 非线性

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0832001

## Chirped Airy Pulse Modulated by Gaussian Pulse

Zhang Hao<sup>1</sup>, Song Zhenming<sup>1\*</sup>, Zhou Lujia<sup>1</sup>, Li Zhaoqi<sup>1</sup>, Ma Qian<sup>2</sup><sup>1</sup>School of Physical Science and Technology, Tiangong University, Tianjin 300387, China;<sup>2</sup>General Courses Department, Army Military Transportation University, Tianjin 300161, China

**Abstract** Airy pulse, especially chirped Airy pulse, has attracted more and more attention and research because of its unique properties. However, due to the complexity of chirped Airy pulses, there are few experimental reports about chirped Airy pulses. In view of this, the chirped Airy pulse can be obtained by modulating the chirped Gaussian pulse in theory, and the modulation mechanism and the transmission properties of the modulated pulse are studied. The results show that the like chirped Airy pulse obtained after modulation is basically the same as the chirped Airy pulse, and has the transmission property of the chirped Airy pulse, which proves the feasibility of the chirped Airy pulse obtained by modulating the chirped Gaussian pulse.

**Key words** ultrafast optics; Airy pulse; modulation; chirp; dispersion; nonlinearity

## 1 引言

1979年, Berry等<sup>[1]</sup>通过求解非线性薛定谔方程得到了一个无衍射的波包, 其是最早的艾里光束的理论模型, 但是该模型所需要的能量是无限的, 这几乎无法实现, 所以只能作为理想模型。直到2007年, Siviloglou等<sup>[2]</sup>通过添加截断系数的方式得到了有限能量的艾里光束波包, 并通过实验制备出有限能量的艾里光束<sup>[3]</sup>, 同时还提出了艾里脉冲的概念。至此, 人们才开始将大量的精力投入到艾里脉冲的研究中。

艾里光束凭借其三大特性(自弯曲、自愈、无衍射)<sup>[4-6]</sup>一直都有着广泛的应用, 如微粒的操控和捕获<sup>[7]</sup>、表面等离子体激元<sup>[8]</sup>、光子弹<sup>[9]</sup>等。与艾里光束相同, 艾里脉冲同样有着三大特性(自加速、自愈、近似无衍射), 因此艾里脉冲同样有着广泛的应用, 如光孤子的形成和脉冲压缩等<sup>[10-11]</sup>, 并且具有极高的研究价值。目前为止, 各种线性效应(群速度色散<sup>[12]</sup>、三阶色散<sup>[13]</sup>)和非线性效应<sup>[14-15]</sup>(自相位调制、自陡峭效应、拉曼效应<sup>[16]</sup>)对艾里脉冲传输的影响被人们广泛研究, 而且带有初始啁啾的艾里脉冲在光纤中的传输特性也正被深入地研究<sup>[17-19]</sup>。

收稿日期: 2021-10-08; 修回日期: 2021-10-28; 录用日期: 2021-11-04

通信作者: \*song.zm@163.com

但是到目前为止,带有初始啁啾的艾里脉冲由于其本身的复杂性鲜有实验报道,所以啁啾艾里脉冲仍然只是一个理论模型。为了真正实现啁啾艾里脉冲,本文通过非线性和群速度色散等效应对高斯脉冲的作用得到了啁啾艾里脉冲<sup>[20]</sup>,并对调制机制及调制后的脉冲性质进行了一定的理论研究。本文在进行脉冲调制时采取了非线性效应和色散效应分开调制的方法,但实际中的介质都是二者共存的,为此选择其中一个效应远大于另一个效应的介质来代替,所以会有一定的误差,在实际中可以通过选择非线性长度远远小于色散长度的非线性晶体来实现非线性调制。色散调制的方法较多,如使用非线性长度远远大于色散长度的光纤和加棱镜对的方法来实现正常色散和反常色散的调制<sup>[21]</sup>。

## 2 基本原理

脉冲在单模光纤中的传输过程可以由非线性薛定谔方程(NLSE)来描述<sup>[22-23]</sup>,表达式为

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma \left[ |A|^2 A + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} (|A|^2 A) - T_r A \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \right] = 0, \quad (1)$$

式中: $A = \sqrt{P_0}$ ,  $P_0$  为脉冲的初始峰值功率; $z$  表示脉冲的传输距离; $\beta_2$  表示群速度色散系数; $t$  表示时间; $\gamma$  表示非线性系数; $\omega_0$  表示激光的载波频率; $T_r$  表示拉曼参数。将(1)式归一化,可以得到

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = i\gamma P_0 \left[ |U|^2 U + i s T_0 \frac{\partial}{\partial T} (|U|^2 U) - T_r T_0 U \frac{\partial |U|^2}{\partial T} \right], \quad (3)$$

式中: $U$  表示脉冲的慢变振幅; $Z = z/L_D$ , 其中  $L_D$  为色散长度,  $L_D = T_0^2/|\beta_2|$ ,  $T_0$  为脉冲的初始脉宽; $T = t/T_0$ ;  $s$  表示自陡系数,  $s = 1/(\omega_0 T_0^2)$ ;  $T_r$  表示拉曼系数,  $T_r = T_r/T_0^2$ 。(2)式为线性部分,(3)式为非线性部分。

初始啁啾高斯脉冲的归一化形式为

$$U(0, T) = \exp \left[ -\frac{(1 + iC)}{2} T^2 \right], \quad (4)$$

式中: $C$  表示高斯脉冲和艾里脉冲的初始啁啾参数。初始啁啾艾里脉冲的归一化形式<sup>[24-25]</sup>为

$$U(0, T) = iA(T) \exp(aT) \exp \left( -\frac{iC}{2} T^2 \right), \quad (5)$$

式中: $a$  表示啁啾艾里脉冲的截断系数。

## 3 数值结果

啁啾艾里脉冲就是对艾里脉冲施加初始啁啾使其频谱的形状变成艾里形状,此时艾里脉冲的每个瓣所含有的频谱成分是均匀的。经过调制得到的啁啾艾里脉冲虽然脉冲包络和频谱形状都与啁啾艾里脉冲相似,但是其每个瓣所含有的频谱成分不均匀,所以将其称为类啁啾艾里脉冲。

### 3.1 调制机制的研究

#### 3.1.1 非线性效应的调制

首先通过非线性效应(自相位调制、自陡峭效应、拉曼效应)对高斯脉冲进行调制,调制出的艾里形频谱如图 1 所示,其中  $v$  和  $v_0$  分别为相对频率和相对中心频率。图 1(a)和图 1(c)显示了拉曼效应对脉冲频谱的影响。从图 1(a)和图 1(c)可以看出,随着拉曼参数的减小,脉冲频谱的主瓣强度减小,这是由于拉曼效应可以使脉冲频谱产生拉曼频移。图 1(b)和图 1(d)显示了自陡峭效应对脉冲频谱的影响。从图 1(b)和图 1(d)可以看出,随着自陡系数的减小,脉冲频谱的主瓣强度减小并且尾部的区别增大,当自陡系数减小到一定程度时,尾部的峰值强度甚至会高于初始的峰值强度。经过反复对比之后,确定适当的参数。图 1(e)和图 1(f)分别为经过调制后得到的脉冲时域包络图和频谱图。从图 1(e)可以看出,由于自陡峭效应的存在,脉冲在传输的过程中出现了脉冲主瓣向脉冲后沿偏移的情况。在本次的调制过程中:如果参数过大,那么会导致时域脉冲频谱被破坏,从而影响后面的调制;如果参数过小,那么会导致脉冲的频谱改变不够明显。从图 1(f)可以看出,在频谱的尾部有一定的误差,这是由自陡效应形成的旁瓣无法完全消除。综上所述可知,非线性效应对脉冲时域产生影响。

#### 3.1.2 群速度色散效应的调制

接下来对 3.1.1 节的脉冲[图 1(a)和图 1(b)]施加群速度色散,得到的类啁啾艾里脉冲如图 2 所示。文献[10]研究了群速度色散对啁啾艾里脉冲传输的影响,当  $\beta_2 C < 0$  时,啁啾艾里脉冲在传输过程中会出现一个强度较低的艾里脉冲坍塌区。在坍塌区中点,脉冲在时域上是高斯形的,在频谱上是啁啾艾里形的,而 3.1.1 节得到的脉冲与坍塌区的啁啾艾里脉冲相似。图 2(a)和图 2(b)是 3.1.1 节的脉冲分别在正常和反常色散区传输不同距离后得到的脉冲时域图。从图 2(a)和图 2(b)可以看出:经过正

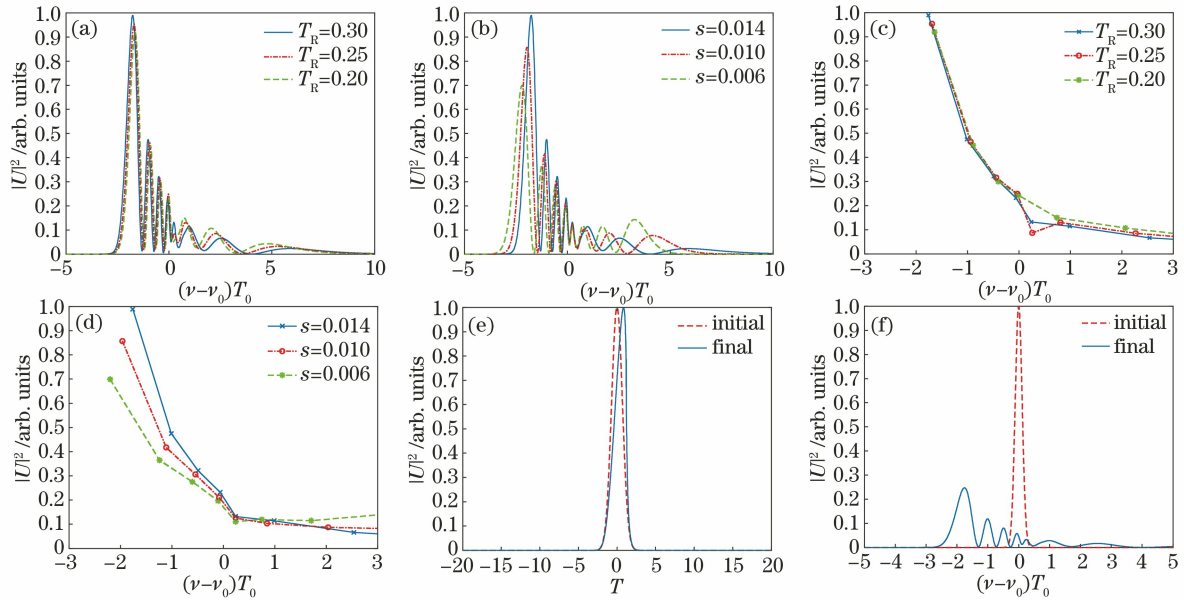


图 1 当  $z=10 \text{ km}$ ,  $\gamma=2 \text{ km}^{-1} \cdot \text{W}^{-1}$ ,  $s=0.014 \text{ fs}^{-1}$ ,  $T_R=0.3 \text{ fs}^{-1}$  时,非线性效应调制高斯脉冲后的波形。(a)拉曼系数;(b)自陡系数;(c)图(a)中频谱峰值点的连接图;(d)图(b)中频谱峰值点的连接图;(e)脉冲时域包络图;(f)频谱图  
 Fig. 1 Waveform of Gaussian pulse after modulation by nonlinear effect, when  $z=10 \text{ km}$ ,  $\gamma=2 \text{ km}^{-1} \cdot \text{W}^{-1}$ ,  $s=0.014 \text{ fs}^{-1}$ , and  $T_R=0.3 \text{ fs}^{-1}$ . (a) Raman coefficient; (b) self-steepness coefficient; (c) connection diagram of spectral peak points in Fig. (a); (d) connection diagram of spectral peak points in Fig. (b); (e) pulse time domain envelope; (f) spectrum diagram

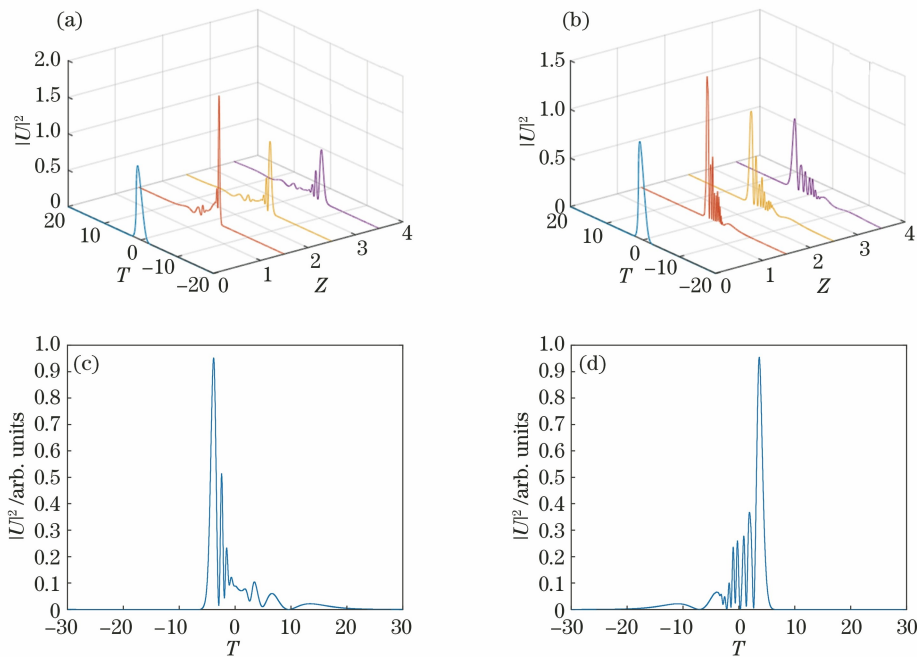


图 2 当  $Z=3.3$ ,  $\beta_2=0.1$  时,高斯脉冲施加群速度色散后的波形。(a)正常色散区、不同传输距离;  
 (b)反常色散区、不同传输距离;(c)正脉冲的时域包络图;(d)反脉冲的时域包络图

Fig. 2 Waveform of Gaussian pulse after adding group velocity dispersion, when  $Z=3.3$  and  $\beta_2=0.1$ . (a) Normal dispersion region, different transmission distance, (b) abnormal dispersion region, different transmission distance; (c) time domain envelope diagram of positive pulse; (d) time domain envelope diagram of inverse pulse

正常色散区的脉冲主瓣在脉冲的前沿,经过反常色散区的脉冲主瓣在脉冲的后沿;在正常色散区脉冲旁

瓣逐渐增多,在反常色散区脉冲先分离出很多旁瓣;随着脉冲传输距离的增加,脉冲调制不稳和脉冲压

缩均会逐渐导致脉冲旁瓣分裂、脉冲旁瓣融合和旁瓣逐渐色散掉。图 2(c)和图 2(d)分别是在正常色散区和反常色散区,经过寻找之后在  $Z=3.3$  时得到的脉冲(下文分别称其为正脉冲和反脉冲)。单独的色散作用不会改变脉冲频谱形状[图 1(b)],但是由于 3.3.1 节得到的脉冲频谱与啁啾艾里脉冲频谱有一定的区别,并且自陡峭效应会造成脉冲时域发生偏移,所以新得到的类啁啾艾里脉冲与啁啾艾里脉冲具有一定的区别。

### 3.2 性质研究

#### 3.2.1 脉冲包络的检验

下面开始对类啁啾艾里脉冲和数值模型啁啾艾里脉冲进行对比,首先对其脉冲包络和频谱形状进行检验,使用具有相同初始能量且带有初始啁啾的艾里脉冲与 3.1.2 节的类啁啾艾里脉冲进行对比。如图 3(a)所示,随着截断系数的增大,啁啾艾里脉冲的主瓣与旁瓣的振幅减小。图 3(b)展示了当截

断系数为 0.05 时,不同的初始啁啾值对啁啾艾里脉冲频谱的影响。从图 3(b)可以看出:当初始啁啾为正值时,脉冲频谱的主瓣方向与脉冲时域包络的主瓣方向相同;当初始啁啾为负值时,频谱成分相反;初始啁啾值越大,脉冲的主瓣强度越小。图 3(c)和图 3(d)分别展示了啁啾艾里脉冲和类啁啾艾里脉冲的时域图和频谱图,图中啁啾艾里脉冲的截断系数为 0.05,初始啁啾值为  $-1.5$ 。从图 3(c)和图 3(d)可以看出,类啁啾艾里脉冲的时域特性和频谱形状与啁啾艾里脉冲基本重合。图 3(e)和图 3(f)分别展示了啁啾艾里脉冲和类啁啾艾里脉冲的时域图和频谱图中峰值点的连接图。从图 3(e)和图 3(f)可以看出:啁啾艾里脉冲的每个瓣峰值点的降低趋势与类啁啾艾里脉冲基本一致;啁啾艾里脉冲的时域图和频谱图中的主瓣都在 0 附近,而类啁啾艾里脉冲的主瓣发生了偏移,所以图 3(e)和图 3(f)的类啁啾艾里脉冲都是经过横坐标

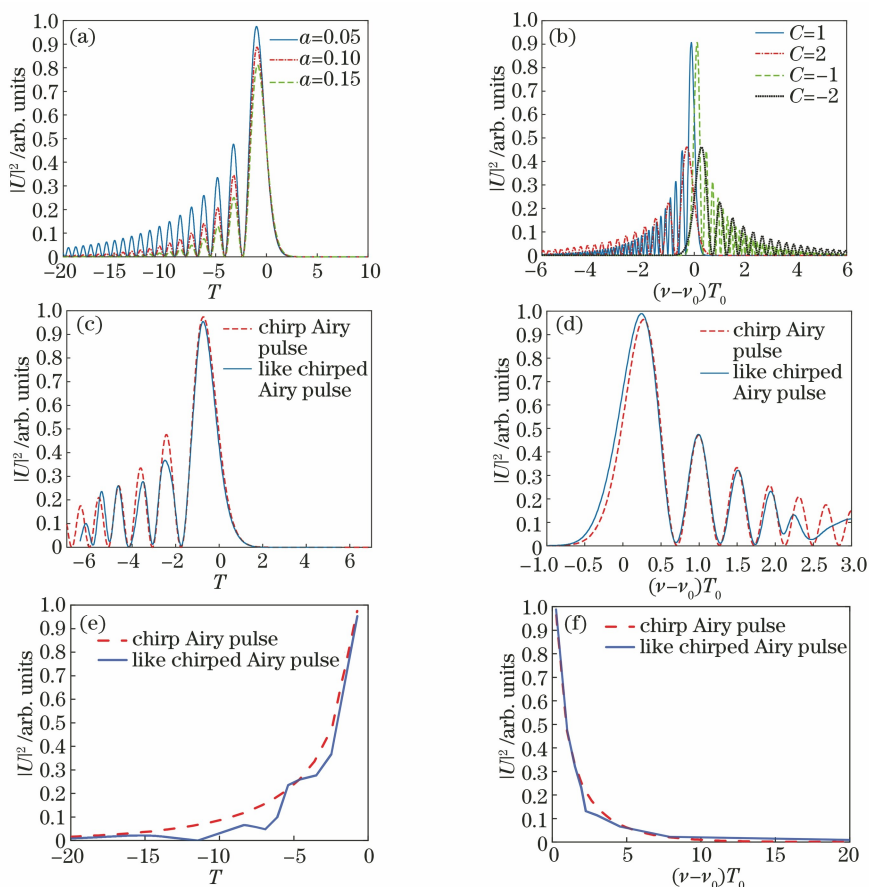


图 3 当  $a=0.05, C=-1.5$  时,啁啾艾里脉冲与类啁啾艾里脉冲的包络对比。(a)不同截断系数下啁啾艾里脉冲的时域包络图;(b)不同啁啾值下啁啾艾里脉冲的频谱图;(c)脉冲时域包络图;(d)频谱图

Fig. 3 Comparison of envelope of chirped Airy pulse and liked chirped Airy pulse, when  $a=0.05, C=-1.55$ . (a) Time domain envelope diagram of chirped Airy pulse under different truncation coefficients; (b) frequency spectrum of chirped Airy pulse under different chirp values; (c) pulse time domain envelope diagram; (d) spectrum diagram



平移后得到的, 平移之后使两个脉冲的主瓣对齐; 类啁啾艾里脉冲的脉冲包络和频谱形状与啁啾艾里脉冲基本一致, 只是由于误差的存在, 还有一些细微的差别。图 3 只列举了图 2(f) 的反脉冲, 图 2(e) 的正脉冲只是与其主瓣方向不同, 所以图 3 并未列出。

### 3.2.2 传输性质的研究

接下来通过仿真模拟对啁啾艾里脉冲的传输性质进行研究, 使用截断系数为 0.05、初始啁啾为 -1.5 的啁啾艾里脉冲进行对比, 通过群速度色散对啁啾艾里脉冲传输的影响来检验。图 4(a) 和图 4(b) 分别为带有初始啁啾的艾里脉冲在反常色散区和正常色散区传输的时域图。从图 4(a) 和

图 4(b) 可以看出: 当  $\beta_2 C > 0$  时, 脉冲会一直色散; 当  $\beta_2 C < 0$  时, 脉冲会经过一个坍塌区并反向重构。图 4(c)~4(f) 分别为类啁啾艾里脉冲在正常色散区和反常色散区传输的时域图。从图 4(c)~4(f) 可以看出: 正脉冲在正常色散区会一直色散, 在反常色散区会出现短暂的坍塌并反向重构; 反脉冲在反常色散区会一直色散, 在正常色散区会出现坍塌并重构。对比之后可以发现, 正脉冲和啁啾艾里脉冲的传输性质在  $\beta_2 C > 0$  时一样, 反脉冲和啁啾艾里脉冲的传输性质在  $\beta_2 C < 0$  时一样, 由此可以判定类啁啾艾里脉冲的传输性质与啁啾艾里脉冲类似。

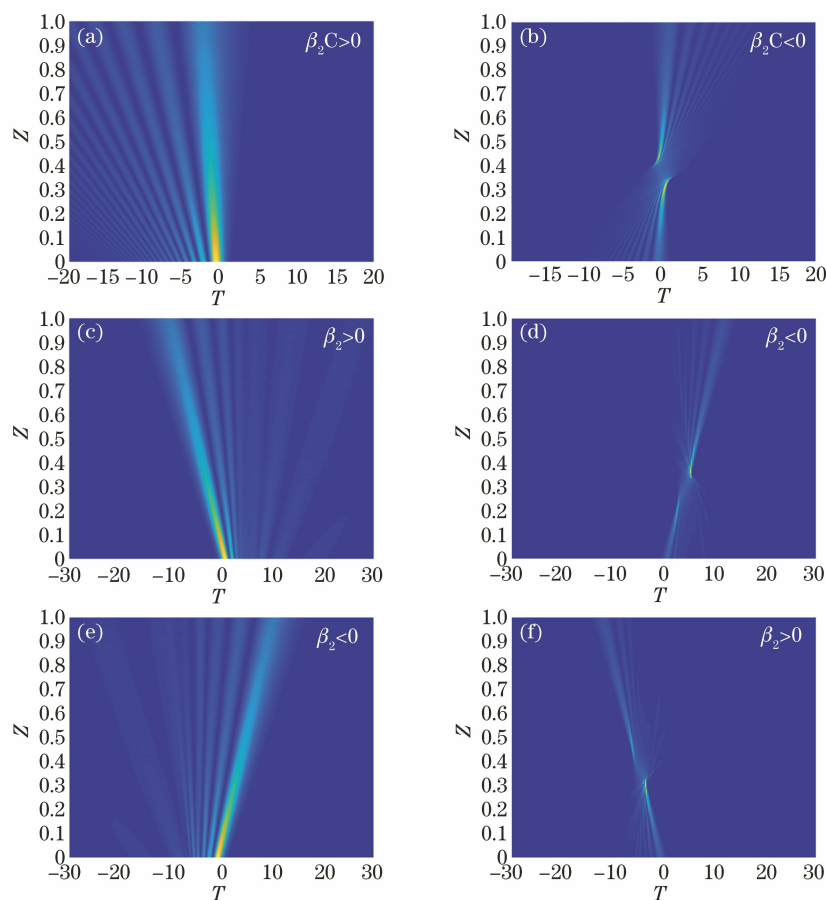


图 4 当  $|\beta_2| = T_0^2$ 、 $a = 0.05$ 、 $C = -1.5$  时, 不同脉冲在不同区域传输的时域图。啁啾艾里脉冲, (a) 反常色散区和 (b) 正常色散区; 正脉冲, (c) 正常色散区和 (d) 反常色散区; 反脉冲, (e) 反常色散区和 (f) 正常色散区

Fig. 4 Time domain diagram of different pulses transmitted in different regions, when  $|\beta_2| = T_0^2$ ,  $a = 0.05$ , and  $C = -1.5$ . Chirped Airy pulse, (a) anomalous dispersion region and (b) normal dispersion region; positive pulse, (c) normal dispersion region and (d) anomalous dispersion region; inverse pulse, (e) anomalous dispersion region and (f) normal dispersion region

## 4 结 论

本文使用非线性效应(自相位调制、自陡峭效应、拉曼效应)和群速度色散效应对啁啾艾里脉冲进

行调制, 得到了类啁啾艾里脉冲, 并对得到的类啁啾艾里脉冲进行脉冲包络和频谱形的检验以及传输性质的研究, 证明了通过调制得到的类啁啾艾里脉冲与真正的啁啾艾里脉冲基本相同, 这为实现啁啾艾

里脉冲提供了一个方向。后续将进行进一步深入研究,如经过调制得到真正的啁啾艾里脉冲以及通过不同非线性和色散参数得到具有不同截断系数及啁啾值的啁啾艾里脉冲。

### 参 考 文 献

- [1] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets [J]. American Journal of Physics, 1979, 47(3): 264-267.
- [2] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.
- [3] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. Optics Letters, 2007, 32(8): 979-981.
- [4] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J G, et al. Extreme nonlinear optics with ultra-intense self-bending Airy beams[J]. Optics and Photonics News, 2010, 21(9): 38-43.
- [5] Hu Y, Siviloglou G A, Zhang P, et al. Self-accelerating Airy beams: generation, control, and applications [M]//Chen Z G, Morandotti R. Nonlinear photonics and novel optical phenomena. Springer series in optical sciences. New York: Springer, 2012, 170: 15-21.
- [6] Bandres M A, Kaminer I, Mills M, et al. Accelerating optical beams[J]. Optics and Photonics News, 2013, 24(6): 30.
- [7] Baumgartl J, Čižmár T, Mazilu M, et al. Optical path clearing and enhanced transmission through colloidal suspensions[J]. Optics Express, 2010, 18(16): 17130-17140.
- [8] Salandrino A, Christodoulides D N. Airy plasmon: a non-diffracting surface wave [J]. Optics Letters, 2010, 35(12): 2082-2084.
- [9] Chong A, Renninger W H, Christodoulides D N, et al. Airy-Bessel wave packets as versatile linear light bullets[J]. Nature Photonics, 2010, 4(2): 103-106.
- [10] Ament C, Polynkin P, Moloney J V. Supercontinuum generation with femtosecond self-healing Airy pulses [J]. Physical Review Letters, 2011, 107(24): 243901.
- [11] Zhang H Z, Zheng Y, Mao D, et al. Morphology-controllable ultrafast fiber lasers based on intracavity manipulation of transverse modes [J]. Physical Review Applied, 2021, 16(3): 034045.
- [12] Zhou L J, Song Z M, Zhang H. Role of initial chirp and dispersion on Airy pulse propagation in an optical single-mode fiber[J]. Applied Optics, 2021, 60(3): 635-640.
- [13] Cai W Y, Wang L, Wen S C. Role of third-order dispersion in chirped Airy pulse propagation in single-mode fibers[J]. Optics Communications, 2018, 413: 24-29.
- [14] Zeng Q W, Liu L, Hu S, et al. Nonlinear propagation of intense femtosecond laser pulses in a foggy and cloudy environment [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(15): 1519001.  
曾庆伟, 刘磊, 胡帅, 等. 强飞秒激光在云雾环境中的非线性传输 [J]. 光学学报, 2020, 40(15): 1519001.
- [15] Bai J, Yang R C, Tian J P. Femtosecond quasi-bright soliton solution and its properties under influence of higher-order effects in metamaterials[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(2): 0219001.  
白娟, 杨荣草, 田晋平. 超材料中高阶段效应影响下飞秒准亮孤子解及其特性 [J]. 光学学报, 2020, 40(2): 0219001.
- [16] Zhu K Z, Jia W G, Zhang K, et al. Influences of Raman gain and self-steepening on the propagation characteristic of Airy pulse[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(7): 074204.  
朱坤占, 贾维国, 张魁, 等. 拉曼增益和自陡峭效应对艾里脉冲传输特性的影响 [J]. 物理学报, 2016, 65(7): 074204.
- [17] Xin Z G, Wang Y. Effect of chirp on focusing characteristics of Airy pulse in inhomogeneous fiber [J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(6): 0608002.  
辛志刚, 王艳. 非均匀光纤中啁啾对艾里脉冲聚焦特性的影响 [J]. 中国激光, 2022, 49(6): 0608002.
- [18] Zhang L, Zhang J, Xiao Y. Propagation of chirped Airy pulse and soliton in inhomogeneous optical fiber [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(9): 0906005.  
张露, 张健, 肖燕. 啁啾艾里脉冲和孤子在非均匀光纤中的传输 [J]. 中国激光, 2017, 44(9): 0906005.
- [19] Zhang L, Liu K, Zhong H, et al. Effect of initial frequency chirp on Airy pulse propagation in an optical fiber[J]. Optics Express, 2015, 23(3): 2566-2576.
- [20] Hu J, Wang H, Ji X L, et al. Propagation characteristics of Gaussian-Schell model beams through optical systems in Kerr media[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2020, 37(8): 1282-1287.
- [21] Gianani I, Suprano A, Giordani T, et al. Transmission of vector vortex beams in dispersive media [J]. Advanced Photonics, 2020, 2(3): 036003.

- [22] Agrawal G P. Nonlinear fiber optics & applications of nonlinear fiber optics[M]. 3rd ed. Jia D F, Yu Z H, Transl. Beijing: Publishing House of Electronics industry, 2010: 21-28.  
Agrawal G P. 非线性光纤光学原理及应用[M]. 3 版. 贾东方, 余震虹, 译. 北京: 电子工业出版社, 2010: 21-28.
- [23] Zhao H, Song Z M, Lin Y X. Dispersion effect on ultrashort Airy pulse propagation [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(s1): s132001.  
赵晗, 宋振明, 林俞先. 超短艾里脉冲传输过程中色散效应的分析 [J]. 光学学报, 2015, 35 (s1): s132001.
- [24] Rudnick A, Marom D M. Airy-soliton interactions in Kerr media [J]. Optics Express, 2011, 19 (25): 25570-25582.
- [25] Lin Y X, Song Z M. Study on the influence of dispersion and chirp on femtosecond Airy pulse propagation[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34 (s2): s232001.  
林俞先, 宋振明. 色散与啁啾对飞秒艾里脉冲传输性质的影响研究 [J]. 光学学报, 2014, (s2): s232001.