

## 基于方向性靶标和多约束优化的双目相机标定

杨霏<sup>1</sup>, 殷玉龙<sup>1\*</sup>, 卢荣胜<sup>2\*\*</sup>, 朱华炳<sup>1</sup><sup>1</sup>合肥工业大学机械工程学院, 安徽 合肥 230009;<sup>2</sup>合肥工业大学仪器科学与光电工程学院, 安徽 合肥 230009

**摘要** 提出了一种基于方向性靶标和多约束优化的双目相机标定方法。新型方向性平面靶标能够判断靶标的旋转方向,并对每个标定角点进行编码,以保证双目相机在拍摄到局部靶标的情况下依然能够完成同名点匹配,进而完成双目相机标定。根据方向性靶标建立双目相机标定模型,引入用于描述平面靶标姿态的天顶角和方位角,通过天顶角和方位角筛选出在不同位置上的靶标姿态均具有明显差异的图像作为标定图像,这提高了双目标定结果的稳定性;结合靶标的三维几何信息,建立了多维度约束的双目参数优化模型,提高了双目标定结果的精度。实验结果表明,与传统的张氏标定方法相比,所提出的标定方法能够有效提高所获得的标定结果的稳定性和精度;通过对标准量块进行多次测量,进一步验证了所提方法的有效性。

**关键词** 机器视觉; 双目相机标定; 方向性平面靶标; 平面靶标姿态; 多约束优化

中图分类号 TP399

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0815002

## Binocular Camera Calibration Based on Directional Target and Multi-Constraint Optimization

Yang Pei<sup>1</sup>, Yin Yulong<sup>1\*</sup>, Lu Rongsheng<sup>2\*\*</sup>, Zhu Huabing<sup>1</sup><sup>1</sup> School of Mechanical Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230009, China;<sup>2</sup> School of Instrument Science and Opto-Electronics Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230009, China

**Abstract** A new binocular camera calibration method based on a directional target and multi-constraint optimization is proposed. The novel directional planar target is equipped for determining the target rotation direction and assigning a code number to each calibration corner to ensure the matching of homonymous corners even in the case that the target is partially occluded and thereby achieve binocular camera calibration. After building a model of binocular camera calibration with a directional target, we introduce zenith and azimuth angles to describe the orientation of the planar target and select images in which the target has markedly different orientations at different positions as calibration images, so as to raise the stability of the binocular calibration results. To improve the accuracy of the binocular calibration results, we make full use of the 3D geometric information on the target and propose a multi-dimensional constraint optimization model for binocular parameters. The experimental results show that our method can effectively improve the stability and accuracy of the calibration results compared with Zhang's calibration method. Multiple measurements of standard gauge blocks further verify the effectiveness of the proposed method.

**Key words** machine vision; binocular camera calibration; directional planar target; planar target attitude; multi-constraint optimization

收稿日期: 2021-10-09; 修回日期: 2021-11-08; 录用日期: 2021-11-15

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(JZ2020HGQB0226)

通信作者: \*yinyulong\_yyl@163.com; \*\*rslu@hfut.edu.cn

# 1 引言

双目相机标定是双目视觉(多相机视觉系统)实现高精度 3D 测量、动态目标 3D 运动轨迹估算、机器人导航和 3D 定位等的重要基础。依据使用标定物的维度可将相机标定分为<sup>[1]</sup>零维(0D)标定(自标定方法)、一维(1D)标定<sup>[2-3]</sup>、二维(2D)标定<sup>[4-10]</sup>和三维(3D)标定<sup>[11-13]</sup>。由于相机受到严格的运动约束且难以提取目标点的亚像素级坐标,故自标定方法很难获得高精度的标定结果。一维靶标的运动受限,且特征点较少,因此很难实现高精度的相机标定。2D 靶标能够实现特征点的高精度提取且具有较好的灵活性和适用性。高精度 3D 靶标的制作难度大且制作成本高。综上所述,2D 标定方法,特别是 Zhang<sup>[4]</sup>所提出的基于棋盘格靶标的标定方法,是目前应用最为广泛的相机标定方法。但基于传统 2D 靶标的标定方法(棋盘格靶标、圆形阵列靶标等)仍存在不足。首先,传统平面靶标上不包含任何编码信息,在拍摄到局部平面靶标时存在由无法匹配同名标定角点导致的双目标定失败的问题;其次,在 Zhang<sup>[4]</sup>提出的标定方法中,靶标姿态的差异程度对双目相机标定的精度和稳定性影响很大,然而传统标定方法通常依靠实验经验来选取合适的靶标姿态,所选取的姿态差异程度因人而异,导致双目标定稳定性差;再投影误差无法全面且准确地评估双目相机标定的精度,因此需深入研究多约束条件下的双目标定优化方法,并对双目标定结果进行全面的评估。

国内外学者对上述问题进行了深入研究。首先,针对传统平面靶标的不足,DLR CalLab<sup>[14]</sup>方向性靶标能够解决局部靶标的同名标定角点匹配问题,但利用 Hough 变换定位标志圆会使解码时效性差,且靶标较为倾斜时会导致标志圆提取失败,实际应用效果不佳。ChAruco 靶标<sup>[15]</sup>能够有效解决靶标的局部遮挡问题,然而在标定过程中需保证其编码图案足够清晰,因此靶标上的编码图案尺寸通常不能太小,这导致在相同靶标尺寸的情况下 ChAruco 上的标定角点个数明显少于棋盘格靶标,且编码图案容易对标定角点的亚像素定位精度产生干扰<sup>[16]</sup>。其次,针对靶标姿态的问题,Yang 等<sup>[17]</sup>提出仅依靠平移运动的平面靶标的相机标定方法,但是该标定方法需在已知准确的平移方向或距离的前提下才能够实现标定,其灵活性和实用性略显不足。最后,针对双目相机参数优化的问题,Yang 等<sup>[18]</sup>通过极点与相机内参数之间的约束关系来优

化相机内参数。倪章松等<sup>[19]</sup>通过定义逆向投影误差来优化双目相机参数。徐呈艺等<sup>[20]</sup>结合粒子群优化算法改进了相机内参数的优化方法。然而,上述方法仍存在不足,即双目相机标定时,平面靶标具有的空间 3D 特征并没有得到充分的利用。

综上所述,本文提出了一种新型的方向性靶标,该靶标能够对每个标定角点进行唯一的编码,保证在双目相机拍摄到局部靶标时仍可完成双目标定。引入了描述平面靶标姿态天顶角和方位角,以筛选出靶标姿态具有明显差异的图像并用于标定,提高了双目标定结果的稳定性;本文采用多约束条件的双目优化方法,即在再投影约束的基础上,引入共线、共面 and 标准长度约束,显著提高了双目标定精度。通过 3D 测量实验进一步验证所提方法的有效性。

## 2 新型方向性靶标

利用传统棋盘格靶标进行双目相机标定时,由于棋盘格靶标不含任何方向性信息,因此难以判断棋盘格靶标的旋转方向,无法建立与棋盘格靶标相对位置固定的靶标坐标系;当相机拍摄到局部棋盘格靶标时,无法以棋盘格靶标作为左、右相机坐标系之间的变换中介,不能计算出双目相机的外参数,导致双目标定失败;此外,由于棋盘格上的标定角点没有编码信息,当双目相机拍摄到局部靶标时,无法获得左、右标定图像中同名标定角点的匹配关系。

为解决上述问题,本文设计了新型方向性靶标,该靶标由棋盘格靶标和 3 个圆环形标志组成,用于判断靶标的旋转方向;建立与方向性靶标相对位置固定的靶标坐标系,并且方向性靶标上的每一个标定角点均具有唯一的编号。

### 2.1 编码规则

方向性靶标上的 3 个圆环形标志分别为 1 个白色圆环和 2 个黑色圆环,其位置分布需满足:1)3 个圆环形标志之间的相对位置在方向性靶标中呈“L”形分布(其中一个黑色圆环需放置在“L”拐点处并记为第二标志图案,将白色圆环命名为第一标志图案,另外一个黑色圆环记为第三标志图案),并且保证第二标志图案质心指向第三标志图案质心的向量  $\boldsymbol{p}$  与第二标志图案质心指向第一标志图案质心的向量  $\boldsymbol{w}$  垂直(即  $\boldsymbol{p} \perp \boldsymbol{w}$ ),且保证  $|\boldsymbol{p}|$  明显大于  $|\boldsymbol{w}|$ ;2)第二标志图案放置在方向性靶标中心附近处的白色方格内,且位置固定。

同时,方向性靶标上 3 个圆环形标志的尺寸设置需满足:1)3 个圆环形标志的外径均小于靶标上

方格的边长;2)靶标图像处理过程中,在完成黑色连通域腐蚀后,需保证如下 3 点要求:(1)黑色圆环对应的黑色环形连通域不会断开;(2)白色圆环对应的白色环形连通域不与相邻白色方格连通;(3)白色圆环内部的黑色圆形连通域仍然存在。

在满足上述圆环标志位置设置和尺寸设置条件的基础上,为使得方向性靶标上的图案结构紧凑,本文设计的方向性靶标如图 1 所示,在第二标志图案所在方格上的 4 个标定角点中,选择第一标志图案质心和第三标志图案质心的距离之和最小的标定角点作为靶标坐标系原点  $O_w$ ,建立与方向性靶标相对位置固定的靶标坐标系  $O_w X_w Y_w Z_w$ (图 1),则靶标上所有标定角点均有唯一且确定的靶标坐标。靶标上任意标定角点  $C$  的坐标为  $(X, Y, 0)$ ,则将其编码号定义为  $\delta_\xi$ ,其中前端编号  $\delta = X$ ;后端编号  $\xi = Y$ ,由此实现新型方向性靶标上所有标定角点的编码。

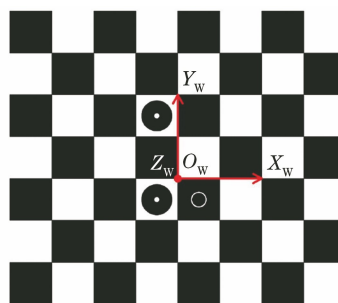


图 1 新型方向性靶标结构的示意图

Fig. 1 Diagram of novel directional target structure

## 2.2 解码方法

新型方向性靶标的解码过程如图 2 所示。在已知方向性靶标上标定角点的最大行、列数  $M$  和  $N$  以及方格的边长  $W$  的前提下,将靶标图像代入解码算法后,可获得图像中每个标定角点的亚像素坐标和与其对应的空间中方向性靶标上标定角点的编码号(即靶标坐标)的一一对应关系。

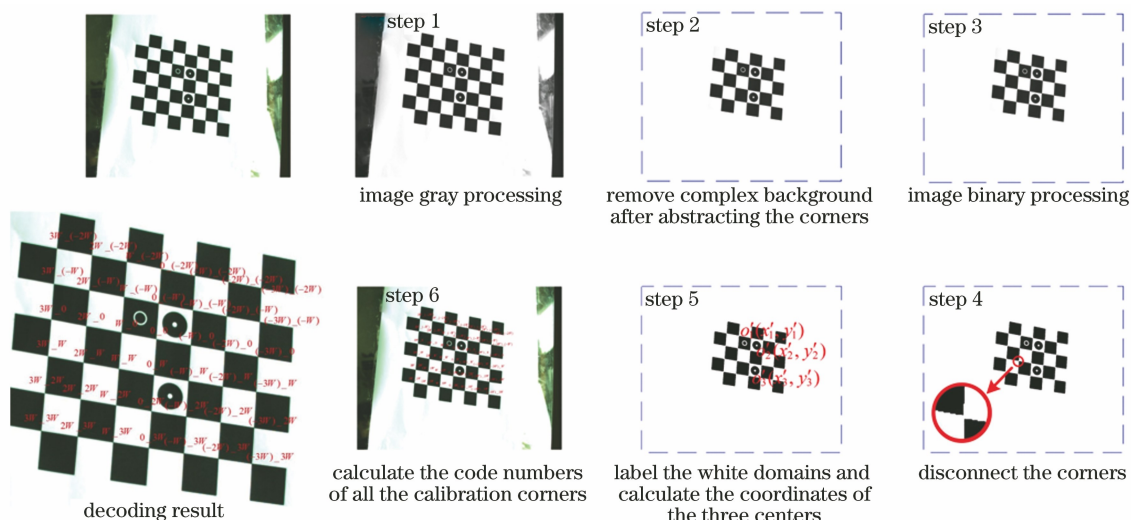


图 2 新型方向性靶标的解码流程图

Fig. 2 Flow chart of decoding process of new directional target

首先,对靶标图像进行 8 bit 灰度处理并提取所有标定角点的亚像素坐标;利用最外围的标定角点所组成的多边形去除复杂背景;在完成二值化处理后,利用黑色连通域腐蚀方法使每个标定角点断开;标记图像中的 3 个最小的白色连通域以定位三个标志图案,并分别计算第一标志图案质心  $o'_1(x'_1, y'_1)$ 、第二标志图案质心  $o'_2(x'_2, y'_2)$  和第三标志图案质心  $o'_3(x'_3, y'_3)$ 。根据靶标坐标系原点  $O_w$  在靶标图像上的成像点  $o'_w$  到  $o'_1, o'_2$  和  $o'_3$  距离之和最小的特点,在标定角点集合中选取成像点  $o'_w$  的亚像素坐标;最后结合方向性靶标的编码特征,计算出靶标图像上所有标定角点对应的编码号(靶标坐标)。

在双目标定过程中,可以根据标定角点的编码号实现左、右图像(包含完整或者局部的方向性靶标)中的同名角点的快速和高精度匹配,以实现高精度的双目相机标定。与传统方向性靶标的解码过程中采用 Hough 变换定位标志圆的方法相比,本文提出的新型方向性靶标的标志图案均为圆环,采用连通域标记的方法定位图像中的标志圆环时,解码更加稳定,时效性更好。

## 3 标定方法

### 3.1 标定模型

双目标定模型如图 3 所示,  $M = [X \ Y \ 0]^T$  为方

向性靶标上标定角点在靶标坐标系  $O_w X_w Y_w Z_w$  下的坐标,  $\tilde{\mathbf{M}} = [X \ Y \ 0 \ 1]^T$  为其对应的齐次坐标。不失一般性, 由于左、右相机的成像过程相同, 以左相机为例对相机成像过程进行具体说明。  $\mathbf{m}_1 = [u_1 \ v_1]^T$  为左相机像素坐标系  $o_1 u_1 v_1$  下  $\mathbf{M}$  对应的理想像点矢量坐标,  $\tilde{\mathbf{m}}_1 = [u_1 \ v_1 \ 1]^T$  为  $\mathbf{m}_1$  对应的齐次矢量坐标。

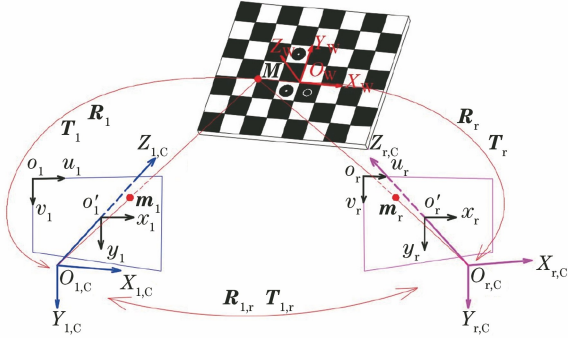


图 3 双目相机标定模型

Fig. 3 Calibration model of binocular camera

因此像点与物点的成像关系为

$$\lambda \tilde{\mathbf{m}}_1 = \mathbf{A}_1 [\mathbf{R}_1 \ \mathbf{T}_1] \tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{A}_1 [\mathbf{r}_{1,1} \ \mathbf{r}_{2,1} \ \mathbf{r}_{3,1} \ \mathbf{T}_1] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{x,1} & 0 & u_{0,1} \\ 0 & f_{y,1} & v_{0,1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{r}_{1,1} \ \mathbf{r}_{2,1} \ \mathbf{T}_1] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_1 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中:  $\lambda$  为比例因子;  $\mathbf{A}_1$  为  $3 \times 3$  的左相机内参矩阵;  $\mathbf{R}_1$  和  $\mathbf{T}_1$  分别为从靶标坐标系  $O_w X_w Y_w Z_w$  到左相机坐标系  $O_{1,c} X_{1,c} Y_{1,c} Z_{1,c}$  的  $3 \times 3$  旋转矩阵和  $3 \times 1$  平移矩阵;  $\mathbf{r}_{1,1}$ 、 $\mathbf{r}_{2,1}$  和  $\mathbf{r}_{3,1}$  为旋转矩阵中的旋转向量;  $f_{x,1}$ 、 $f_{y,1}$  为有效焦距;  $(u_{0,1}, v_{0,1})$  为主点坐标;  $\mathbf{H}_1$  为单应性矩阵。具体计算方法和计算过程可参考张氏标定<sup>[4]</sup>。同时注意到, 设计方向性靶标时, 在满足第 2.1 节中圆环形标志位置和尺寸设置条件的基础上, 圆环形标志的不同位置和尺寸设置均不会影响靶标坐标系的建立, 靶标坐标系始终与方向性靶标的相对位置固定, 进而没有影响基于方向性靶标的双目标定模型的建立, 也不会对双目相机标定产生影响。

上述模型中的像点均为理想像点, 然而相机镜头存在畸变, 本文采用的畸变模型为

$$\begin{cases} x_{\text{dis}} = x + x(k_{1,1}r^2 + k_{2,1}r^4) + 2p_{1,1}y + p_{2,1}(r^2 + 2x^2) \\ y_{\text{dis}} = y + y(k_{1,1}r^2 + k_{2,1}r^4) + 2p_{1,1}x + p_{2,1}(r^2 + 2y^2) \end{cases}, \quad (2)$$

式中:  $(x_{\text{dis}}, y_{\text{dis}})$  和  $(x, y)$  分别代表真实像点的归一化坐标和理想像点的归一化坐标;  $k_{1,1}$  和  $k_{2,1}$  为左相机的径向畸变系数;  $p_{1,1}$  和  $p_{2,1}$  为左相机的切向畸变系数;  $r = x^2 + y^2$ 。

如图 3 所示,  $\mathbf{R}_{1,r}$  和  $\mathbf{T}_{1,r}$  为从左相机坐标系  $O_{1,c} X_{1,c} Y_{1,c} Z_{1,c}$  到右相机坐标系  $O_{r,c} X_{r,c} Y_{r,c} Z_{r,c}$  的  $3 \times 3$  旋转矩阵和  $3 \times 1$  平移矩阵, 即双目相机的外参数。若给定  $n$  对标定图像, 则双目相机的初始外参数为

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{1,r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{i,l} \mathbf{R}_{i,r}^{-1} \\ \mathbf{T}_{1,r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mathbf{T}_{i,r} - \mathbf{R}_{i,l} \mathbf{R}_{i,r}^{-1} \mathbf{T}_{i,l}) \end{cases}. \quad (3)$$

结合上述分析可得, 当相机拍摄到局部棋盘格靶标图像时, 难以判断棋盘格靶标的旋转方向, 不能建立与棋盘格靶标相对位置固定的靶标坐标系, 无法以棋盘格靶标作为左、右相机坐标系之间的变换中介计算出双目相机的外参数, 这导致双目标定失败; 而方向性靶标可根据圆环形标志建立与方向性靶标相对位置固定的靶标坐标系, 即使在拍摄到局部靶标图像时, 仍可准确计算出双目相机内外参数。

### 3.2 参数优化

第 3.1 节中获得的双目相机内外参数的初始值均不能直接用于精密测量。为实现高精度的 3D 测量, 需要对双目相机内外参数进行优化。传统的双目相机标定方法通常采用再投影约束对双目相机内外参数进行优化, 并使用再投影误差对双目标定结果进行评估; 然而, 再投影约束属于 2D 约束条件, 在立体视觉 3D 测量时, 2D 再投影误差已不能够全面、准确地评估标定精度, 因此, 除 2D 再投影约束以外, 还需要引入 3D 几何约束以对双目相机参数进行优化, 并采用 3D 几何误差和 2D 再投影误差全面地评估双目相机标定精度。

本文在建立双目相机内外参数优化目标函数时, 为了充分利用方向性靶标上标定角点的 3D 几何结构信息, 引入了 3D 几何约束 (共线、共面和标准长度约束), 并且结合 2D 约束 (再投影约束) 对双目相机参数进行优化, 进而实现双目相机参数的多约束优化。

### 3.2.1 再投影误差

对于给定的  $n$  幅标定图像以及每幅图像中提取到的  $m_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 个标定角点, 再投影误差可表示为

$$J_{\text{rep}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \| \mathbf{c}_{i,j} - \mathbf{c}'_{i,j}(\mathbf{A}, \mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i, \mathbf{D}, \mathbf{C}_j) \|^2, \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{c}_{i,j}$  为左图像或右图像中的真实像点的像素坐标;  $\mathbf{c}'_{i,j}(\mathbf{A}, \mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i, \mathbf{D}, \mathbf{C}_j)$  为  $\mathbf{c}_{i,j}$  对应的重投影点的像素坐标;  $\mathbf{C}_j$  为  $\mathbf{c}_{i,j}$  对应的空间中的标定角点的靶标坐标;  $\mathbf{A}$  为左相机或右相机的内参矩阵;  $\mathbf{D}$  为左相机或右相机的畸变系数矩阵;  $\mathbf{R}_i$  和  $\mathbf{T}_i$  分别为与第  $i$  幅图像对应的右相机、左相机的外参数矩阵。

### 3.2.2 标准长度误差

标准长度误差是指同行或同列上的两个相邻 3D 重建标定角点间的距离与方向性靶标上方格的标准长度之间的误差。若给定  $n$  对左、右标定图像且每对图像中包含  $g_i$  (行数)  $\times$   $h_i$  (列数) 个同名标定角点, 则标准长度误差可表示为

$$J_{\text{st}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{g_i} \sum_{k=1}^{h_i-1} |L_{\text{st}} - \hat{D}(\mathbf{C}_{i,j,k}, \mathbf{C}_{i,j,k+1})| + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{h_i} \sum_{k=1}^{g_i-1} |L_{\text{st}} - \hat{D}(\mathbf{C}_{i,k,j}, \mathbf{C}_{i,k+1,j})|, \quad (5)$$

式中:  $L_{\text{st}}$  为方向性靶标上方格的标准长度;  $\mathbf{C}_{i,j,k}$  为第  $i$  对图像对应的 3D 重建后的靶标上第  $j$  行、第  $k$  列标定角点的 3D 坐标向量;  $\hat{D}(\cdot, \cdot)$  代表两个空间点之间的 3D 空间距离。

### 3.2.3 共线误差

共线约束旨在保持 3D 重建靶标的同行(同列)上标定角点的共线性。若给定  $n$  对左、右标定图像且每对图像中包含  $g_i \times h_i$  个同名标定角点, 则共线误差为

$$J_{\text{col}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{g_i} \sum_{k=1}^{h_i} |(\mathbf{B}_{i,j} - \mathbf{C}_{i,j,k}) \times \mathbf{b}_{i,j}| + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{h_i} \sum_{k=1}^{g_i} |(\mathbf{B}'_{i,j} - \mathbf{C}_{i,k,j}) \times \mathbf{b}'_{i,j}|, \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{b}_{i,j}$  为由第  $i$  对图像对应的 3D 重建靶标上第  $j$  行标定角点拟合得到的直线  $L_{i,j}$  的单位方向向量;  $\mathbf{B}_{i,j}$  为直线  $L_{i,j}$  上的任意一点的 3D 坐标向量;  $\mathbf{b}'_{i,j}$  为由第  $i$  对图像对应的 3D 重建靶标上第  $j$  列角点拟合得到的直线  $L'_{i,j}$  的单位方向向量;  $\mathbf{B}'_{i,j}$  为直线  $L'_{i,j}$  上的任意一点的 3D 坐标。

### 3.2.4 共面误差

共面约束旨在保持 3D 重建靶标上的所有标定角点的共面性。若给定  $n$  对左、右标定图像且每对图像中包含  $g_i \times h_i$  个同名标定角点, 则共面误差为

$$J_{\text{cop}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{g_i} \sum_{k=1}^{h_i} |\hat{d}(\mathbf{C}_{i,j,k}, \mathbf{F}_i)|, \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{F}_i = [a_{i,1} \ a_{i,2} \ a_{i,3} \ a_{i,4}]$ ,  $a_{i,1}$ 、 $a_{i,2}$ 、 $a_{i,3}$  和  $a_{i,4}$  为利用第  $i$  对图像对应的 3D 重建靶标上所有标定角点拟合获得的空间平面方程的系数;  $\hat{d}(\cdot, \cdot)$  代表空间中一点到平面的距离。

综上分析, 双目相机内外参数优化的目标函数为

$$f_{\text{op}} = \min(J_{\text{rep}} + J_{\text{st}} + J_{\text{col}} + J_{\text{cop}}), \quad (8)$$

优化过程可利用 Minpack 中的 Levenberg-Marquardt<sup>[21]</sup> 算法进行求解, 获得双目相机内外参数的精确解: 左相机内参数矩阵  $\mathbf{A}_l$ 、右相机内参数矩阵  $\mathbf{A}_r$ 、左相机畸变系数矩阵  $\mathbf{D}_l$ 、右相机畸变系数矩阵  $\mathbf{D}_r$ , 以及双目相机外参数  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$ 。

## 3.3 平面靶标的姿态研究

张氏标定方法<sup>[6]</sup>中已证明: 当两个位置上的靶标姿态趋于平行时, 其中一幅靶标图像无法提供额外的内参约束。为保证标定结果的准确性, 需保证不同位置上的靶标姿态具有明显差异。然而, 传统标定方法需根据个人经验来选取靶标姿态, 这可能会导致不同位置上的靶标具有相似的姿态, 进而影响标定结果的稳定性。

平面靶标法向量的天顶角和方位角可准确表征靶标的空间姿态。因此, 为保证姿态的差异, 只需保证不同位置上靶标法向量的天顶角或方位角具有明显差异。

不失一般性, 将方向与新型方向性靶标坐标系的  $Z_w$  轴正方向相反的单位向量定义为新型方向性靶标的法向量  $\mathbf{q}$ 。如图 4 所示, 在基于相机坐标系形成的半球空间中, 方位角的取值范围为  $0^\circ \sim 180^\circ$ 。同时注意到, 在实际标定过程中,  $\mathbf{q}$  的方向始终与相机坐标系  $Z_c$  轴的正向相同, 故天顶角的实际取值范围为  $0^\circ \sim 90^\circ$ 。在本文提出的标定方法中, 选定左相机坐标系为参考相机坐标系, 并按照上述方法计算出两个不同位置上方向性靶标的天顶角和方位角, 若满足以下两个不等式之一:

$$|\theta^{(i)} - \theta^{(j)}| \geq \theta_{\text{th}}, \quad (9)$$

$$|\omega^{(i)} - \omega^{(j)}| \geq \omega_{\text{th}}, \quad (10)$$

则认为两个位置上方向性靶标的姿态具有明显差异,其中,上角标( $i$ )和( $j$ )分别代表第  $i$  个位置上对应的靶标参数和第  $j$  个位置上对应的靶标参数, $\theta_{th}$  和  $\omega_{th}$  分别为天顶角阈值和方位角阈值。本文通过引入天顶角和方位角,可以有效地判断出方向性靶标在不同位置上姿态的差异性,并以此为根据挑选出符合姿态要求的靶标图像,以提高双目标定结果的稳定性。

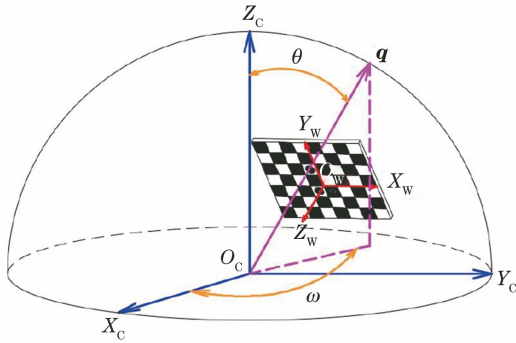


图 4 方位角和天顶角示意图

Fig. 4 Diagram of zenith and azimuth angles

## 4 实验结果与分析

本文所有实验采用的双目相机型号均为 MER-231-41U3C,其分辨率为  $1920 \text{ pixel} \times 1200 \text{ pixel}$ ,像元尺寸为  $5.86 \mu\text{m}$ ;相机镜头型号为 HN-1616-5M-C2/3X,焦距为  $16 \text{ mm}$ 。

### 4.1 双目标定精度与稳定性对比实验

在双目标定精度与稳定性对比实验中,分别采用经典的张氏标定方法和本文标定方法对双目相机进行标定,在两组(张氏标定和本文提出的标定方法)标定实验中,每组均进行 25 次双目标定实验,每次标定实验使用的左、右标定图像个数均为 17 幅。为保证对比实验的有效性,两组实验均采用相同的双目相机系统和相同的新型方向性靶标,靶标的方格边长为  $15 \text{ mm}$ ,且包含  $10 \times 9$  个标定角点;且两组实验中所有标定图像均包含完整的靶标。

对比实验中,使用本文标定方法的实验过程如图 5 所示,其中选定天顶角阈值  $\theta_{th} = 18^\circ$ ,方位角阈值  $\omega_{th} = 30^\circ$ ,同名标定角点个数阈值  $n_{homo} = 5$ 。

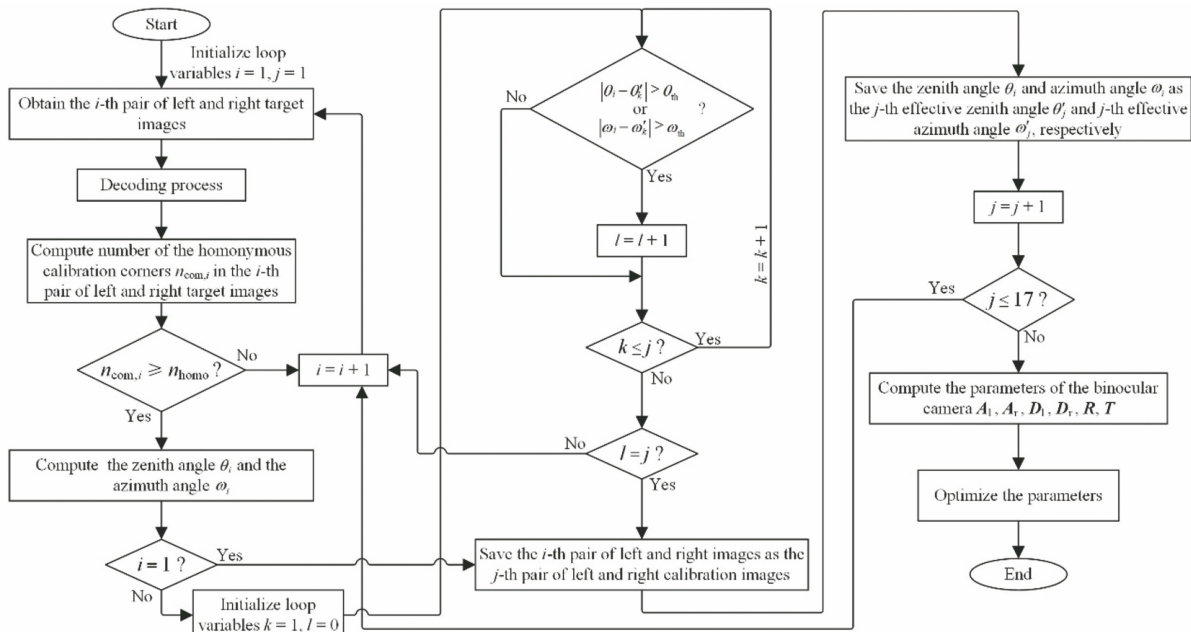


图 5 本文标定方法流程图

Fig. 5 Flow chart of proposed method

利用本文标定方法和利用张氏标定法分别获得的 25 组双目相机内外参数的对比实验结果如图 6、7 所示。

由图 6 和图 7 可以看出,通过本文所提标定方法获得的双目标定内外参数的波动性比通过张氏标定法获得的相应参数的波动性更小,两种标定方法获得的每个参数对应的标准偏差(SD)对比结果以

及本文标定方法获得的相机参数 SD 相比张氏标定法的下降幅度如表 1 和表 2 所示。

由表 1 和表 2 可得,与张氏标定法相比,本文方法获得的双目相机内参数的 SD 至少下降了 68.58%,外参数的 SD 至少下降了 32.77%。实验结果表明,本文标定方法可有效降低双目相机内外参数实验结果的波动性。为进一步分析造成双目标

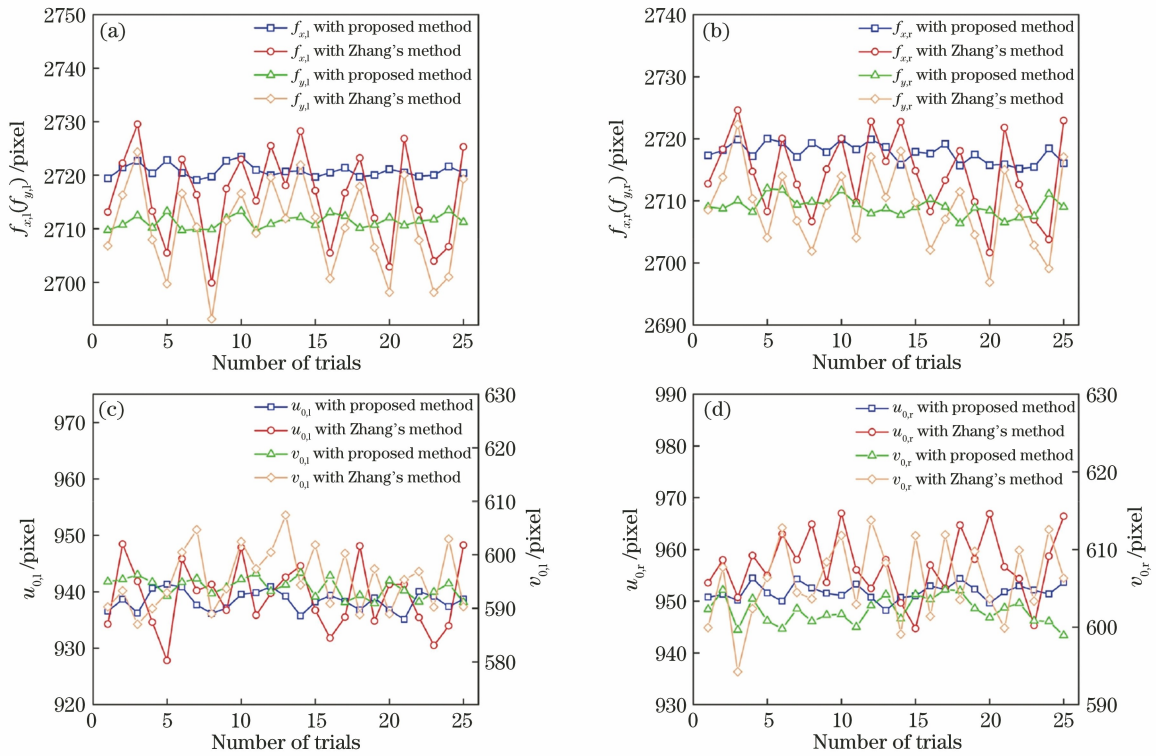


图 6 利用本文标定方法获得的 25 组双目相机内参数与利用张氏标定法获得的 25 组双目相机内参数的对比实验结果。

(a)  $f_{x,1}$  和  $f_{y,1}$ ; (b)  $f_{x,r}$  和  $f_{y,r}$ ; (c)  $u_{0,1}$  和  $v_{0,1}$ ; (d)  $u_{0,r}$  和  $v_{0,r}$

Fig. 6 Comparison between 25 sets of intrinsic parameters calculated by proposed method and those calculated by

Zhang's method. (a)  $f_{x,1}$  and  $f_{y,1}$ ; (b)  $f_{x,r}$  and  $f_{y,r}$ ; (c)  $u_{0,1}$  and  $v_{0,1}$ ; (d)  $u_{0,r}$  and  $v_{0,r}$

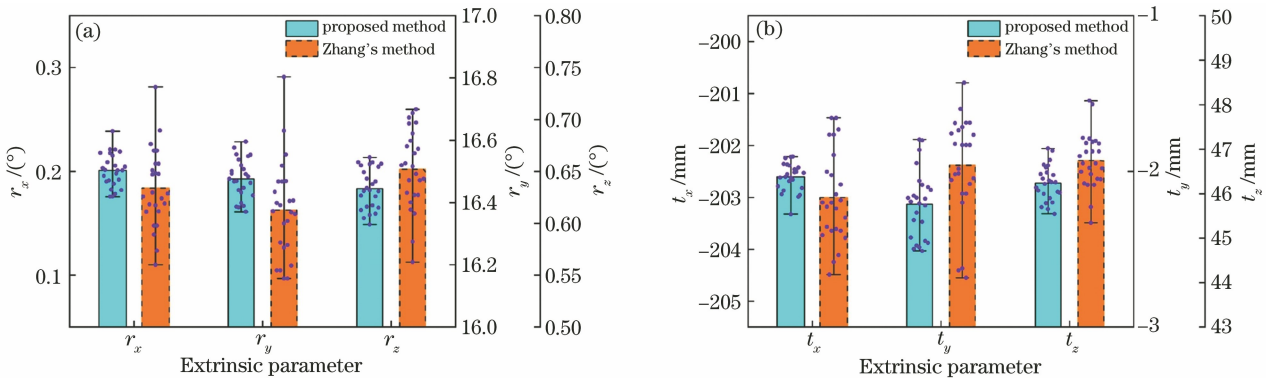


图 7 利用本文标定方法获得的 25 组双目相机外参数与利用张氏标定获得的 25 组双目相机外参数的对比实验结果。

(a)  $r_x, r_y, r_z$ ; (b)  $t_x, t_y, t_z$

Fig. 7 Comparison between 25 sets of extrinsic parameters calculated by proposed method and those calculated by

Zhang's method. (a)  $r_x, r_y, r_z$ ; (b)  $t_x, t_y, t_z$

定参数波动性差异的原因,将 2 种对比方法分别获得的标定图像对应的靶标姿态进行实验分析,在两组实验中各取一次标定实验进行对比,在图 8 中绘制出每一对左右标定图像中平面靶标对应的空间中单位法向量的天顶角和方位角。由图 8 可知,造成双目标定参数波动性差异的原因在于:本文标定方法通过对比不同位置上靶标的天顶角和方位角,筛选出满足姿态差异性的靶标图像,并通

过选择合适的天顶角和方位角阈值使得所有位置上的靶标法向量在空间中尽可能地均匀分布;而张氏标定方法是根据实验经验选取不同的靶标姿态,难以保证每两个位置上的靶标空间姿态具有明显差异,且所有位置上的靶标法向量在空间中呈无规律分布。因此,通过对比实验可知,本文标定方法能够显著提高双目相机标定结果的稳定性。

表 1 利用本文方法和张氏标定法分别获得的双目相机内参数的 SD 对比

Table 1 Comparison of SD of intrinsic parameters of binocular camera obtained by proposed method and Zhang's method

Intrinsic parameter	SD /pixel		Reduction /%
	Zhang's method	Proposed method	
$f_{x,l}$	8.15	2.15	74.15
$f_{y,l}$	8.20	1.23	85.01
$u_{0,l}$	5.58	1.75	68.58
$v_{0,l}$	5.69	1.72	69.76
$f_{x,r}$	6.15	1.53	75.08
$f_{y,r}$	6.13	1.50	75.57
$u_{0,r}$	5.84	1.51	74.23
$v_{0,r}$	5.11	1.60	68.72

表 2 利用本文方法和张氏标定法分别获得的双目相机外参数的 SD 对比

Table 2 Comparison of SD of extrinsic parameters of binocular camera obtained by proposed method and Zhang's method

Extrinsic parameter	SD		Reduction /%
	Zhang's method	Proposed method	
$r_x$	0.037°	0.016°	74.15
$r_y$	0.152°	0.062°	85.01
$r_z$	0.038°	0.019°	68.58
$t_x$	0.845 mm	0.267 mm	69.76
$t_y$	0.320 mm	0.215 mm	75.08
$t_z$	0.612 mm	0.398 mm	75.57

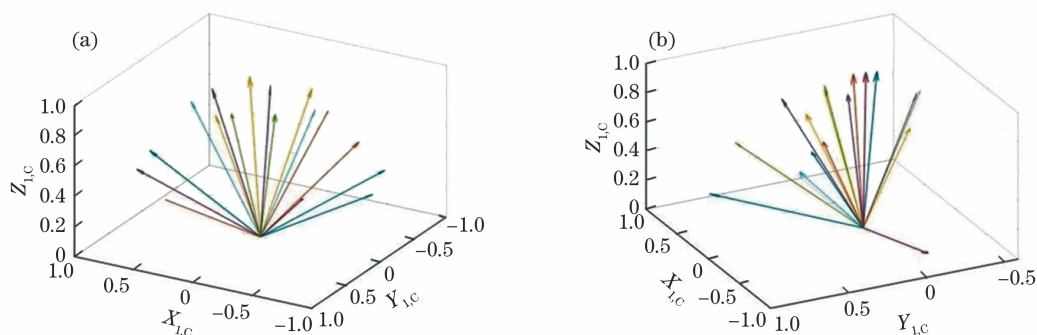


图 8 不同位置上平面靶标单位法向量的分布图。(a)本文标定方法选取的左右标定图像;(b)张氏标定方法使用的左右标定图像  
Fig. 8 Distributions of normal vectors of target at different positions. (a) Calibration image selected by proposed method; (b) calibration image used in Zhang's method

如图 9 所示,与张氏标定法相比,本文标定方法获得的左相机图像的平均绝对再投影误差为 0.023 pixel,降低了 69.59%;右相机图像的平均绝对再投影误差为 0.022 pixel,降低了 69.45%;平均绝对共线误差为 0.022 mm,降低了 62.14%;平均绝对共面误差为 0.020 mm,降低了 73.13%;平均绝对标准长度误差为 0.061 mm,降低了 48.54%。相比张氏标定法,通过本文优化算法重建后的平面靶标的 3D 形貌更接近于其真实的 3D 形貌。因此本文提出的双目参数优化算法显著提高了双目标定结果的精度。

#### 4.2 基于局部靶标信息的双目相机标定实验

在上述对比实验中,为排除标定角点个数因素的影响,选用的标定图像中均包含完整的方向性靶标。为了验证在拍摄到局部方向性靶标时本文提出的标定方法依然具有高鲁棒性和高标定精度,本文进行了基于局部靶标信息的双目标定实验(即补充实验)。在补充实验中,采用本文提出的标定方法对

双目相机进行 25 次标定实验(双目相机系统和方向性平面靶标均未改变),每次标定实验中的标定图像均包含局部靶标信息,如图 10 所示。

利用本文标定方法及局部靶标图像计算出的内外参数和 4.1 节中利用本文标定方法及完整靶标图像计算出的内外参数的对比结果如图 11 所示。

与第 4.1 节中采用本文标定方法获得的 25 组双目相机参数相比,补充实验获得的内参数 SD 的上升或下降的幅度均不超过 6.34%,外参数 SD 的上升或下降的幅度均不超过 5.57%,故认为两组实验获得的双目相机内外参数的稳定性相当。

在两组实验的对比中,如图 12 所示,左相机的平均绝对再投影误差的相对误差为 5.81%,右相机的平均绝对再投影误差的相对误差为 6.85%,平均绝对共线误差的相对误差为 5.98%,平均绝对共面误差的相对误差为 2.18%,平均绝对标准长度误差的再投影误差为 4.05%。因此认为两组实验获得的双目相机内外参数的精度相当。综上所述,在相



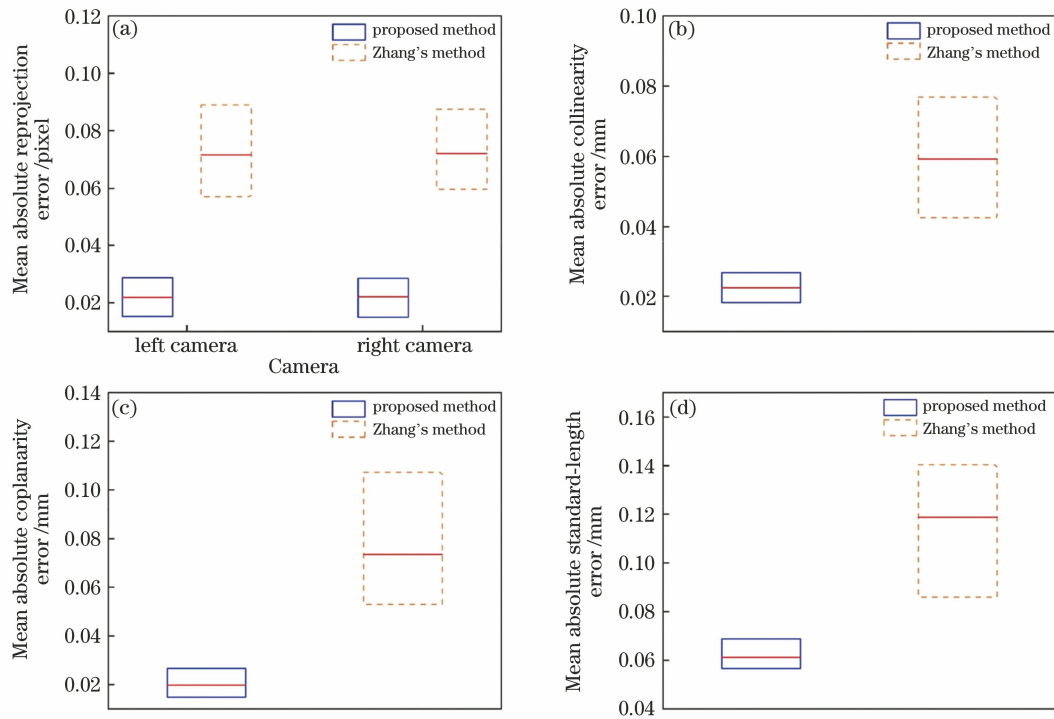


图 9 本文标定方法与张氏标定法的误差对比结果。(a)平均绝对再投影误差;(b)平均绝对共线误差;(c)平均绝对共面误差;(d)平均绝对标准长度误差

Fig. 9 Comparison between errors obtained by proposed method and those obtained by Zhang's method. (a) Mean absolute reprojection error; (b) mean absolute collinearity error; (c) mean absolute coplanarity error; (d) mean absolute standard-length error

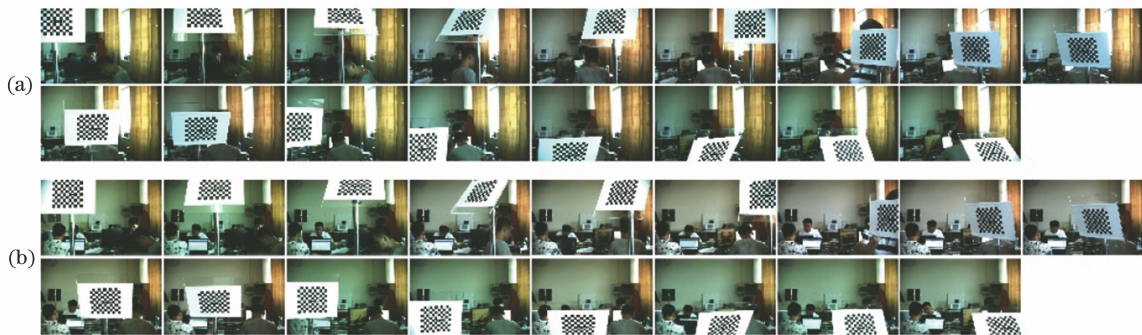


图 10 基于局部靶标信息的双目标定实验。(a) 17 幅左标定图像;(b) 17 幅右标定图像

Fig. 10 Binocular calibration experiment based on local target information. (a) 17 left calibration images; (b) 17 right calibration images

机拍摄到局部靶标图像时,本文提出的标定方法依然能够实现双目相机标定,且标定结果具有较高的精度和稳定性。

由于棋盘格标定角点没有编码信息,双目相机拍摄到局部棋盘格靶标时,无法获得左、右标定图像中同名标定角点的匹配关系,不能利用双目相机实现棋盘格标定角点的 3D 重建,这导致无法利用棋盘格靶标上标定角点的 3D 几何信息对双目内外参数进行多约束优化;而当利用方向性靶标进行双目标定时,局部靶标图像中的同名标定角点可根据编

码号完成匹配,并完成标定角点的 3D 重建,实现多约束优化,获得更高精度的双目相机内外参数。

### 4.3 双目视觉 3D 测量实验

为了进一步验证双目相机的标定精度,利用本文方法和张氏标定法分别对同一套双目视觉系统进行标定,利用上述双目视觉系统分别对标准长度为 40, 50, 60, 70, 80, 90 mm 的标准量块进行 20 次 3D 测量。图 13 为利用两种标定方法获得的双目相机内外参数分别对标准量块的长度进行 3D 测量的对比实验结果。

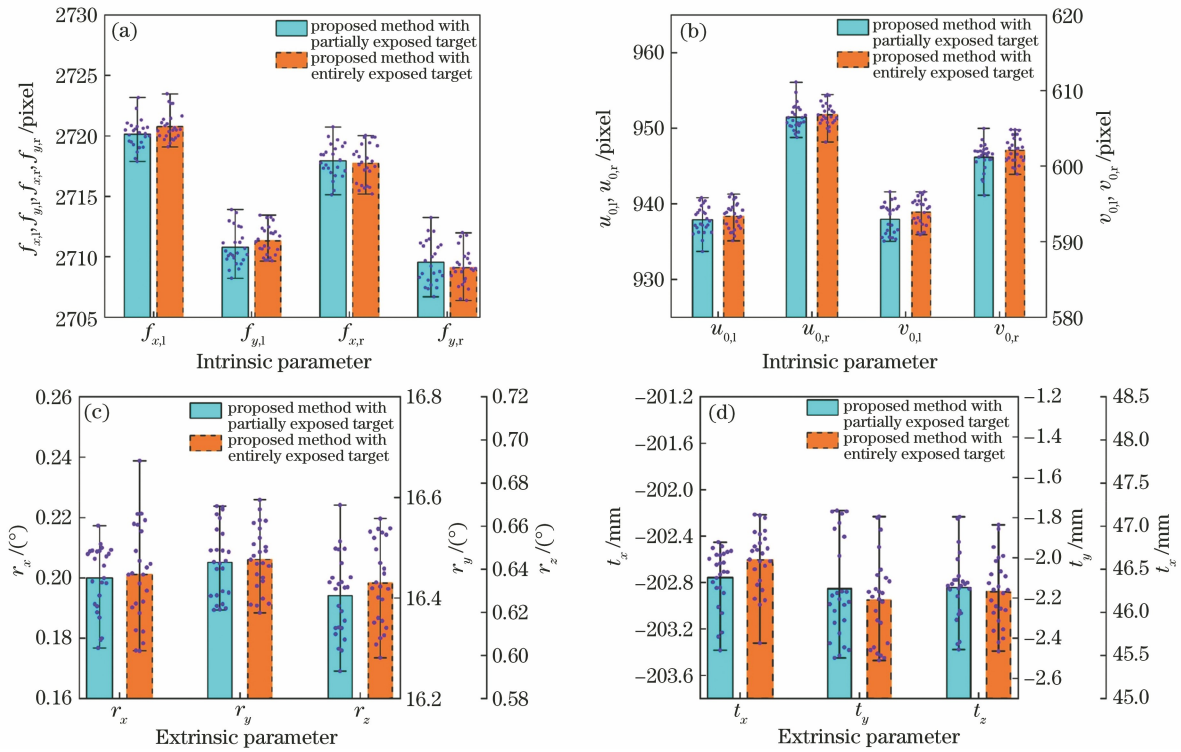


图 11 补充实验获得的 25 组双目相机参数与第 4.1 节中采用本文标定方法获得的 25 组双目相机参数的对比结果。  
(a)(b)内参数对比结果；(c)(d)外参数对比结果

Fig. 11 Comparison between 25 groups of binocular camera parameters calculated in additional experiments and those calculated by proposed method in section 4.1. (a)(b) Comparison of intrinsic parameters; (c)(d) comparison of extrinsic parameters

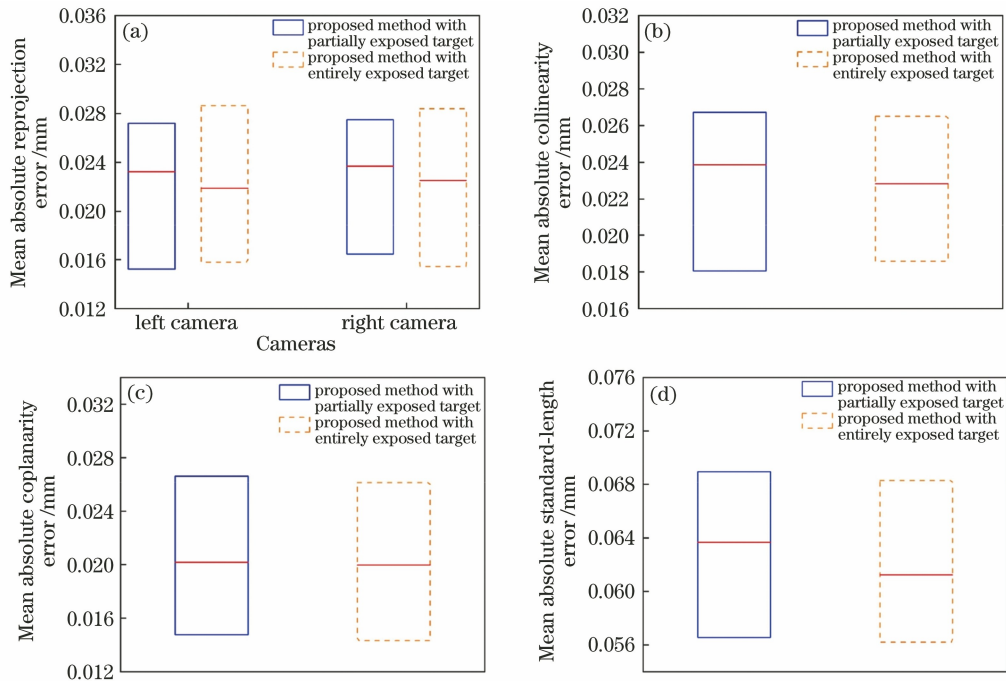


图 12 补充实验获得的 25 组平均绝对误差与第 4.1 节中采用本文标定方法获得的 25 组平均绝对误差的对比结果。  
(a)平均绝对再投影误差；(b)平均绝对共线误差；(c)平均绝对共面误差；(d)平均绝对标准长度误差

Fig. 12 Comparison between 25 groups of mean absolute errors obtained in additional experiments and those obtained by proposed method in section 4.1. (a) Mean absolute reprojection error; (b) mean absolute collinearity error; (c) mean absolute coplanarity error; (d) mean absolute standard-length error

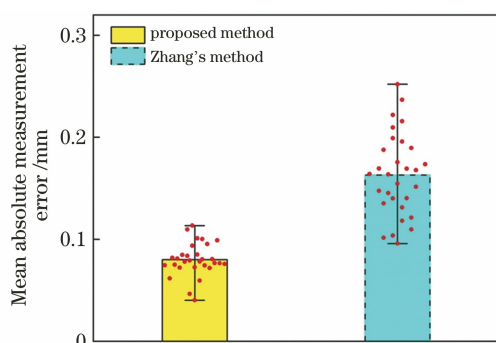


图 13 测量实验对比结果

Fig. 13 Comparison of results of measurement experiments

与基于张氏标定法获得的双目相机内外参数得到的平均绝对测量误差(0.163 mm)和平均绝对测量误差的 SD(0.040 mm)相比,利用本文标定方法获得的双目相机内外参数得到的平均绝对测量误差为 0.080 mm,降低了 50.86%;平均绝对测量误差的 SD 为 0.016 mm,下降了 60.46%。因此,相较于张氏标定方法,通过本文标定方法获得的双目相机内外参数的精度更高且更加稳定。

## 5 结 论

提出了一种基于方向性靶标和多约束优化的双目相机标定方法。新型方向性靶标采用圆环作为标志图案,在解码时采用连通域方法定位图案,这提高了方向性靶标的解码精度和时效性,且每个标定角点所具有的唯一编码号使得双目相机在拍摄到局部靶标图像时,依然能够完成同名标定角点的匹配,进而实现双目标定;在标定过程中引入天顶角和方位角来描述平面靶标在空间中的姿态,并以此保证标定图像中不同位置上的靶标具有明显姿态差异,从而提高双目相机标定结果的稳定性;在充分利用靶标的 3D 几何信息的基础上,提出多约束条件的双目相机内外参数优化方法,以提高双目相机标定结果的精度。最后通过对比实验和测量实验进一步分析了本文标定方法的可行性,与张氏标定法相比,本文方法能够获得精度更高且稳定性更好的双目相机标定结果。

## 参 考 文 献

- [1] Lü Y W, Liu W, Xu X P, et al. A novel camera one-dimensional calibration method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(12): 1215005.  
吕耀文, 刘维, 徐熙平, 等. 一种新的摄像机一维标定方法[J]. *光学学报*, 2016, 36(12): 1215005.
- [2] Zhang Z Y. Camera calibration with one-dimensional objects [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(7): 892-899.
- [3] Lü Y, Liu W, Xu X. Methods based on 1D homography for camera calibration with 1D objects [J]. *Applied Optics*, 2018, 57(9): 2155-2164.
- [4] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [5] Lu X D, Xue J P, Zhang Q C. High camera calibration method based on true coordinate computation of circle center [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(3): 0304008.  
卢晓冬, 薛俊鹏, 张启灿. 基于圆心真实图像坐标计算的高精度相机标定方法[J]. *中国激光*, 2020, 47(3): 0304008.
- [6] Wang J X, Wang Y, Zhang J C, et al. Target and decoding method based on projective invariance principle [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(13): 1312001.  
王竞焯, 汪毅, 张佳琛, 等. 一种基于射影不变原理的靶标及其解码方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(13): 1312001.
- [7] Cai H J, Song Y, Shi Y Q, et al. Flexible multicamera calibration method with a rotating calibration plate [J]. *Optics Express*, 2020, 28(21): 31397-31413.
- [8] Zhao M, Zhang Y F, Zhang Q. Holographic coding target and image backprojection correction matching [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(6): 0612001.  
赵敏, 张宇帆, 张琪. 全息编码靶标及图像逆投影校正匹配[J]. *光学学报*, 2020, 40(6): 0612001.
- [9] Zhang H J, Xiong Z, Lao D B, et al. Monocular vision measurement system based on EPNP algorithm [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(5): 0517005.  
张慧娟, 熊芝, 劳达宝, 等. 基于 EPNP 算法的单一视觉测量系统研究[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(5): 0517005.
- [10] Cai B L, Wang Y W, Wu J J, et al. An effective method for camera calibration in defocus scene with circular gratings [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2019, 114: 44-49.
- [11] Zhang J, Yu H, Deng H X, et al. A robust and rapid camera calibration method by one captured image [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2019, 68(10): 4112-4121.
- [12] Li Y L, Zhang X, Tu D W. Probe-based multi-view field 3D vision measurement system based on three-dimensional orientation target [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2019, 27(1): 34-44.

- 李云雷, 张曦, 屠大维. 基于立体定向靶标的探针式多视场三维视觉测量系统 [J]. 光学精密工程, 2019, 27(1): 34-44.
- [13] Sun J H, Cheng X Q, Fan Q Y. Camera calibration based on two-cylinder target [J]. Optics Express, 2019, 27(20): 29319-29331.
- [14] Strobl K H, Hirzinger G. More accurate pinhole camera calibration with imperfect planar target [C]// 2011 IEEE International Conference on Computer Vision Workshops (ICCV Workshops), November 6-13, 2011, Barcelona, Spain. New York: IEEE Press, 2011: 1068-1075.
- [15] Romero-Ramirez F J, Muñoz-Salinas R, Medina-Carnicer R. Speeded up detection of squared fiducial markers [J]. Image and Vision Computing, 2018, 76: 38-47.
- [16] Gao Z, Zhu M Z, Yu J Z. A novel camera calibration pattern robust to incomplete pattern projection [J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(8): 10051-10060.
- [17] Yang M, Chen X B, Yu C Y. Camera calibration using a planar target with pure translation [J]. Applied Optics, 2019, 58(31): 8362-8370.
- [18] Yang J H, Jia Z Y, Liu W, et al. Precision calibration method for binocular vision measurement systems based on arbitrary translations and 3D-connection information [J]. Measurement Science and Technology, 2016, 27(10): 105009.
- [19] Ni Z S, Gu Y, Liu Q L, et al. Flexible calibration method for binocular stereo vision in large field of view [J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25(7): 1882-1889.
- 倪章松, 顾艺, 柳庆林, 等. 大视场双目立体视觉柔性标定 [J]. 光学精密工程, 2017, 25(7): 1882-1889.
- [20] Xu C Y, Liu Y, Xiao Y, et al. Optimization method for camera intrinsic parameters based on improved particle swarm algorithm [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(4): 041514.
- 徐呈艺, 刘英, 肖轶, 等. 基于改进粒子群算法的相机内参优化方法 [J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(4): 041514.
- [21] Moré J J. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory [M]//Watson G A. Numerical analysis. Lecture notes in mathematics. Heidelberg: Springer, 1978, 630: 105-116.