

用于绝对重力仪的落体旋转评估方法

王艳¹, 王启宇^{2*}, 冯金扬², 要佳敏², 吴书清², 叶佳声¹¹首都师范大学物理系, 北京 100089;²中国计量科学研究院时间频率计量科学研究所, 北京 100029

摘要 介绍了一种自主搭建的测量落体在自由下落过程中旋转角速度的装置, 评估了不同落体旋转角速度引入的旋转误差对重力测量的影响。针对具有旋转初速度的落体在真空腔内自由下落的运动模型, 该装置采用光杠杆原理, 将高精度位置传感器(PSD)作为光跟踪设备, 研究并推导出落体由旋转所导致的反射光位移与下落时间的关系。然后, 对 PSD 采集记录的时间位移曲线进行拟合, 求解落体单次下落的旋转角速度值。在调整真空腔垂直度后, 最大旋转角速度值可减小为 16.88 mrad/s, 引入的重力测值不确定度为 0.57 μGal , 即该状态下落体的释放更加平稳。实验表明, 该装置不仅可以进一步提升绝对重力仪中落体传动机构的装调精度, 还可以对光学干涉绝对重力仪工作过程中的落体姿态进行监测, 进一步降低落体旋转所引入的测量不确定度。

关键词 测量; 计量仪器; 光学干涉绝对重力仪; 落体旋转误差; 光杠杆原理; 角速度测量

中图分类号 TB934

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0812002

Evaluation Method of Falling Object Rotation for Absolute Gravimeter

Wang Yan¹, Wang Qiyu^{2*}, Feng Jinyang², Yao Jiamin², Wu Shuqing², Ye Jiasheng¹¹Department of Physics, Capital Normal University, Beijing 100089, China;²Division of Time and Frequency, National Institute of Metrology, Beijing 100029, China

Abstract A self-built device for measuring the angular velocity of falling object in the process of free falling is introduced, and the influence of rotation error caused by different angular velocities of falling object on gravity measurement is evaluated. Aiming at the free-falling motion model of a falling object with an initial rotation speed in a vacuum cavity, the device adopts the principle of optical lever and uses a high-precision position sensitive detector (PSD) as a light tracking device to study and deduce the relationship between the reflected light displacement caused by rotation and the falling time. Then, the time displacement curve recorded by PSD is fitted to solve the rotation angular velocity of the single fall of the falling object. After adjusting the verticality of the vacuum cavity, the maximum rotational angular velocity value can be reduced to 16.88 mrad/s, the introduced gravity measurement uncertainty is 0.57 μGal , indicating that the falling object is released more stably at this state. The experimental results show that the device can not only further improve the installation and adjustment accuracy of the falling object transmission structure in the absolute gravimeter, but also monitor the attitude of the falling object in the working process of the optical interference absolute gravimeter, and further reduce the measurement uncertainty introduced by the falling object rotation.

Key words measurement; metrological instrument; optical interference absolute gravimeter; rotation error of falling object; principle of optical lever; angular velocity measurement

收稿日期: 2021-09-02; 修回日期: 2021-10-07; 录用日期: 2021-11-02

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFF0212401)、中国计量科学研究院基本科研业务费重点项目(AKYZD2002-3)

通信作者: *wangqiyu@nim.ac.cn

1 引言

绝对重力测量是对地表附近的重力加速度进行测量。重力加速度是一个变化的重力场参数,随时间的推移和空间的变化而发生改变。重力加速度对计量学、地球物理学、辅助导航和资源勘探等领域都有着重要的意义。在计量学领域中,绝对重力测量可以应用于定义质量单位千克的“瓦特天平”装置中^[1-3],且质量基准的精度与当地重力加速度的测量精度直接相关。在大地测量领域中:通过测量并长期监测某处的重力加速度值可以获取当地地貌、海拔和地质变化的部分信息;重力异常可以用来分析是否有火山、泥石流、地震和海啸等自然灾害发生,甚至起到预警作用。在资源勘探领域中,可以通过测量地表的重力场来获取地质体的密度分布信息,为地质勘探提供参考。在辅助导航领域中,对发射点的重力加速度绝对值进行精密测量,可以保证高精度惯性制导系统发射的导弹能够准确命中预定目标。此外,在水下导航中应用绝对重力仪等仪器,配合地球重力场图谱,能够实现运动载体的精确辅助定位^[4]。

高精度绝对重力仪是实现重力加速度精密测量的仪器。目前,绝对重力仪普遍采用激光干涉式自由落体原理测量落体在真空中的重力加速度,利用稳频激光提供长度测量基准,铷原子钟提供时间测量基准,测量的相对不确定度可达到 10^{-9} 量级^[5]。光学干涉绝对重力仪中的落体由角锥棱镜和其外部保护壳体组成。当落体自由下落时,激光干涉仪记录落体在自由下落期间的位置随时间的变化情况,通过拟合得到落体的重力加速度值^[6]。

这种精密的测量装置会受到许多误差源的干扰^[7],高精度 FG5 型绝对重力仪的合成标准不确定度为 $1.1 \mu\text{Gal}$ ($1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2$)。其中,由于落体旋转引入的测量不确定度为 $0.3 \mu\text{Gal}$ ^[8],故落体是重力仪中一个重要的不确定度来源。在绝对重力仪中,干涉仪探测到的光程变化实际上是落体光学中心的运动位移变化量。当光学中心(简称光心)与质量中心(简称质心)精确重合时,干涉仪探测到的光程变化即为落体质心的下落位移,此时落体即使在自由落体期间发生旋转也不会干扰重力加速度的测量值。然而,工艺上难以制造出如此理想的元件,落体在自由下落的过程中也难以不发生旋转,此时干涉仪探测到的光心的运动轨迹不再等同于落体质心的自由下落轨迹,最终将引入大小为 $\omega^2 R$ 的附加重力加速度误差^[9],其中 R 为落体光心和质心之间的

距离, ω 为落体在自由下落过程中绕水平轴的旋转角速度。由于重力测值的误差与旋转角速度的平方成正比,因此落体旋转是重要的误差源。

目前大部分的研究都集中在落体光心和质心的不重合调校上^[10-13],通过各种方法使得三维空间中落体的两心间距 R 尽可能小。1995 年,Niebauer 等^[8]在对 FG5 型绝对重力仪落体旋转误差的分析中提到,光心和质心的间距可以调节到 $2.5 \times 10^{-5} \text{ m}$,假设落体的旋转角速度为 10 mrad/s ,造成的重力测值误差大约为 $0.25 \mu\text{Gal}$ 。2007 年,Rothleitner 等^[14]对落体进行质心调节,两心间距的不确定度为 $U_R = 74.7 \mu\text{m}$,若落体的旋转角速度为 $\omega = 10 \text{ mrad/s}$,则落体引入的重力测值不确定度为 $U_g = 0.7 \mu\text{Gal}$ 。

对于落体在自由下落过程中可能出现的旋转,一般通过在落体运动机构的初始装配和调节环节提高装调精度的方式,保证旋转角速度在一定范围之内。然而,落体在长期使用过程中,经多次重复的释放和承接,落体和其支撑座都会产生磨损,进而落体在自由下落过程中的旋转角速度会随着时间的推移而逐渐变大。如果没有定期监测,最终可能会引入较大的误差。美国 FG5 型绝对重力仪研制^[15]中曾指出,落体经精密加工和装配后能保证的初始旋转角速度为 10 mrad/s ,随着使用和磨损,落体的旋转角速度可增大至 100 mrad/s ,这会引入较之前 100 倍的重力测值误差,这对绝对重力仪来说是不可忽视的误差来源。

因此,本文提出了一种用于测量落体在自由下落过程中旋转角速度的监测手段,该监测手段既可以用于机械初始装配阶段对落体进行调节,又可以用于实验过程中的长期监测,以对落体装调进行评估并及时判断是否需要更换落体和支撑座,进而保证实验结果的准确度和可靠性。

2 测量原理

由于落体自由下落的时间短,旋转角速度值很小,故难以直接测量由旋转引起的偏摆变化量。本文设计了一种基于光杠杆原理的绝对重力仪落体旋转测量装置,将微小的角度变化量放大为易于测量的线性位移,通过高精度位置探测器(PSD)跟踪并探测得到落体自由下落时光斑的位移时间数据。通过提取并推导落体在真空腔内自由下落过程中由旋转所导致的光位移与下落时间的关系,拟合求解落体单次下落的旋转角速度值。所设计的测量装置的工作原理如图 1 所示。

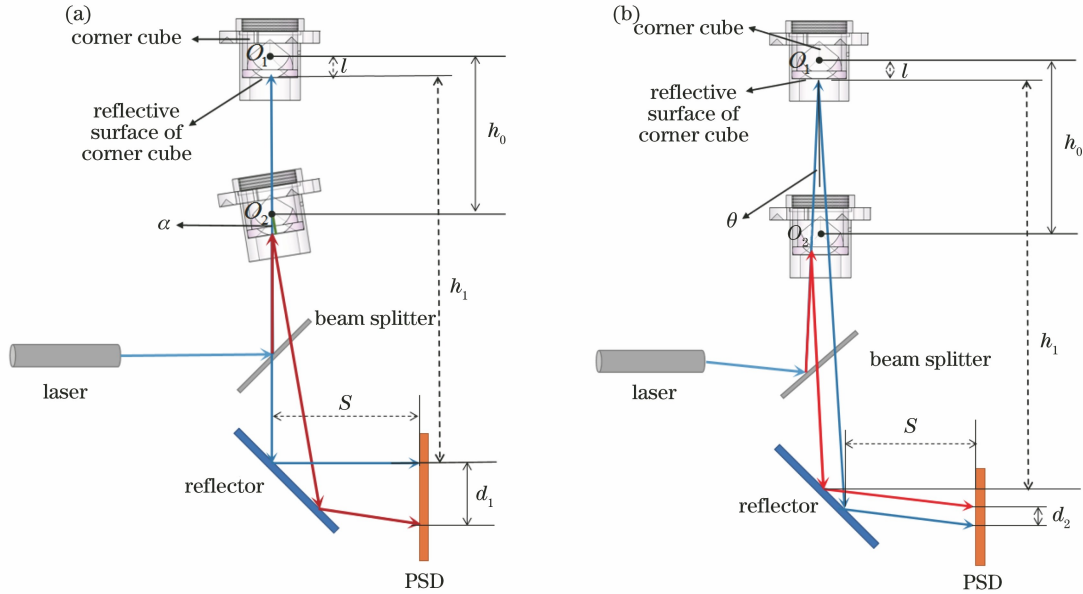


图 1 不同情况下落体自由下落过程中的光斑位移。(a)落体旋转;(b)入射光不垂直

Fig. 1 Spot displacement in process of free falling of falling object under different conditions.

(a) Falling object rotation; (b) non-perpendicular incident light

图 1(a)表示落体旋转导致的光斑位移情况,激光器发出的光束经分光镜传输到落体底面,被反射后经过光路最终到达 PSD 的探测面板。在落体自由下落距离的过程中,光心绕质心的恒定角速度旋转会使得落体产生角度变化, α 是落体在自由下落过程中旋转引起的偏转角,该旋转情况在 PSD 上表现为可测的线性位移。

当落体在自由下落过程中产生偏摆时,根据光杠杆原理,落体底面的反射光线会发生角度为 2α 的偏折。当入射光沿铅锤方向时,PSD 上的光斑位移量与落体的偏摆满足

$$d_1 = \left(h_1 + l + h_0 - \frac{l}{\cos \alpha} \right) \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha} + \left[S - \left(h_1 + l + h_0 - \frac{l}{\cos \alpha} \right) \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha} \right] \cdot \tan 2\alpha = \tan 2\alpha \cdot \left(S + h_1 + l - h_0 - \frac{l}{\cos \alpha} \right), \quad (1)$$

式中: $\alpha = \omega t$,其中 t 是自由落体时间; S 是反射镜与 PSD 接收靶面间的垂直距离; h_1 是反射镜与落体底面在初始时的垂直距离; l 是落体底面与光学中心之间的距离; $h_0 = \frac{1}{2}gt^2$ 是落体自由下落的距离,其中 g 是重力加速度。

在实际的实验条件下,很难满足入射光与铅锤方向完全一致,如图 1(b)所示。当入射光与铅锤方向存在小角度偏差 θ (约为 10 mrad)时,该初始角额外在 PSD 探测面板上引入一个位置误差,该位置误差的表达式为

$$d_2 = \tan \theta \cdot gt^2. \quad (2)$$

因此,在对实验数据进行处理拟合时,PSD 所记录的位移变化量是入射光初始角偏差与落体旋转导致的位移变化率之和,即

$$d = \sqrt{2} \left[h_1 - h_0 - \frac{l}{\cos \alpha} - \left(h_0 - l + \frac{l}{\cos \alpha} \right) \cdot \frac{\tan \alpha \cdot \tan \theta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \theta} \right] \cdot \frac{\sin(2\alpha + \theta)}{\cos(2\alpha + \theta) - \sin(2\alpha + \theta)} - \sqrt{2} \left[\left(h_0 - l + \frac{l}{\cos \alpha} \right) \cdot \frac{\tan \theta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \theta} + (h_1 - l) \tan \theta \right] \cdot \frac{\cos(2\alpha + \theta)}{\cos(2\alpha + \theta) - \sin(2\alpha + \theta)} = S \cdot [\tan(2\alpha + \theta) - \tan \theta] + \tan(2\alpha + \theta) \cdot \left(h_1 - h_0 - \frac{l}{\cos \alpha} \right) - \left(h_0 - l + \frac{l}{\cos \alpha} \right) \cdot \frac{\tan \theta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \theta} \cdot [\tan(2\alpha + \theta) \cdot \tan \alpha + 1] - (h_1 - l) \cdot \tan \theta. \quad (3)$$

在(3)式中: $\alpha = \omega t$, t 是自变量; d 反映了 PSD 记录到的落体下落过程中反射光位移和时间的变化情况,作为因变量。除了 ω 和 θ 是未知量之外,其余参数均是可以机械测量得到的已知量,故利用(3)式对位置传感器记录得到的位移时间曲线进行自定义函数拟合,即可得出入射光与铅锤方向的初始夹角 θ 和绝对重力仪中落体在每次自由下落过程中的旋转角速度 ω 。

3 实验装置与结果分析

自主搭建的基于光杠杆法进行落体旋转角速度测量的实验装置如图 2 所示,实验装置主要由分光镜、激光准直器、光阑、反射镜和高精度 PSD 组成。将该装置安装在 NIM-3A 型绝对重力仪中干涉仪的位置,激光器中发出的光线经准直器后变为平行光,再利用光阑减小光斑的尺寸,从而提高 PSD 的探测精度。光线经分光镜后角度发生改变,向上传输至落体角锥棱镜的底面,当落体下落发生旋转时,旋转情况通过底面反射光斑的位移被 PSD 实时记录,PSD 的探测精度为 $1 \mu\text{m}$ 。处理数据后即可得到下落过程中的旋转角速度值。经测量,反射镜与 PSD 接收靶面间的垂直距离为 $S = 65.6 \text{ mm}$,反射镜与落体底面在初始时的垂直距离为 $h_1 = 63.6 \text{ mm}$,落体底面与光学中心之间的距离为 $l = 9 \text{ mm}$ 。

首先,调节绝对重力仪的地脚,利用水泡和干涉仪光斑辅助观察进行初始调节。当落体在电机的作用下进行匀速运动的过程中干涉仪光斑位置保持不变时,认为绝对重力仪的真空腔处于垂直于地面的状态。在调节完毕后进行自由落体实验,使用图 2 的实验装置测量真空腔内的落体在自由下落过程中的旋转角速度,PSD 监测并记录落体每次下落过程

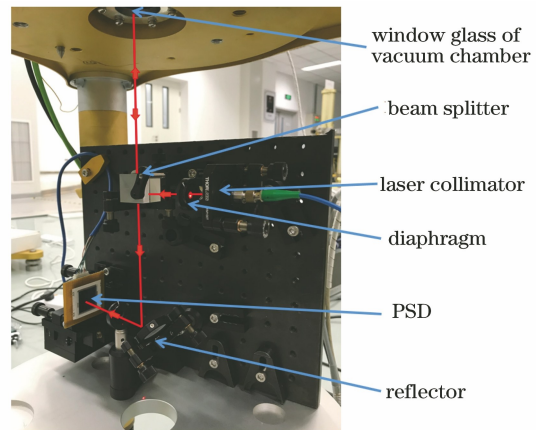


图 2 装置示意图

Fig. 2 Schematic diagram of device

中传感器接收靶面上光斑的原始位移时间变化曲线,分别拟合得到落体每一次下落的旋转角速度值 ω 及其标准偏差,其中一组的拟合情况和残差如图 3 所示。图 3(a)展示了拟合曲线与落体实际下落位移时间曲线的吻合情况,二者的相关系数为 0.995,表明吻合情况良好。图 3(b)是拟合残差分布图,残差平方和为 0.925,拟合残差分布均匀表明建立的模型和推导出的旋转角速度求解公式可以较好地反映落体的运动情况。

利用(3)式进行软件自定义函数拟合,即可得到落体单次下落的旋转角速度和标准偏差 [$\omega = (15.52 \pm 0.82) \text{ mrad/s}$]。在相同的实验条件下进行 18 次重复的自由落体实验,落体的旋转角速度分布情况如图 4 所示,其中最大的旋转角速度值为 $\omega = (24.67 \pm 2.99) \text{ mrad/s}$ 。目前,实验室基于扭摆法对 NIM-3A 型绝对重力仪中的落体进行两心间距调节,最终得到 $R = 20 \mu\text{m}$ ^[16]。因此,在初始调平的状态下,绝对重力仪中落体引入的重力测值不确定度不超过 $\Delta g = \omega^2 R = 1.21 \mu\text{Gal}$ 。

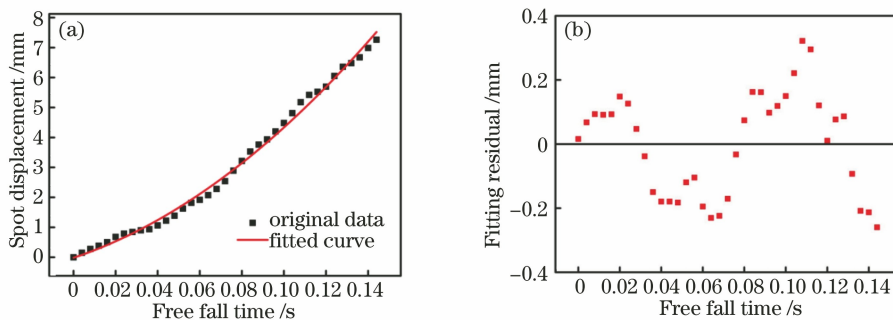


图 3 单次自由下落实验的拟合结果。(a) 单次实验结果的拟合图;(b) 单次拟合残差

Fig. 3 Fitting results of single free-falling experiment. (a) Fitting image of results of single experiment; (b) single fitting residual

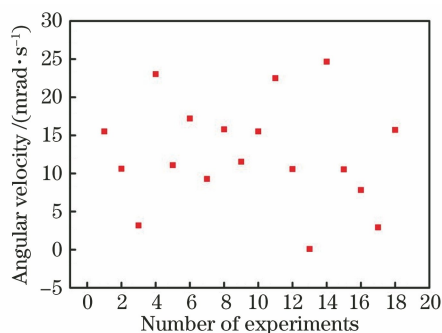


图 4 落体在调平状态下自由下落 18 次的旋转角速度值分布
Fig. 4 Distribution of rotational angular velocity of falling object falling 18 times under leveled state

调节绝对重力仪的地脚,使真空腔从竖直状态发生改变,在实验初始时与地面具有一定的倾斜角度,在改变后的不同实验条件下进行 18 次重复的自由落体实验,角速度分布情况如图 5 所示。其中,图 5(a)、(c)中均为 18 个数据点,5(b)中剔除了 2 个粗大误差数据点。可以看出,在图 5(b)对应的调节 2 实验条件下,落体旋转角速度测值的数据结果分布相对另外 3 种工况更为集中,说明此时落体的初始释放状态较为一致。此时,落体在自由下落过程中产生的姿态旋转随机性更小,旋转角速度值分布更为集中。

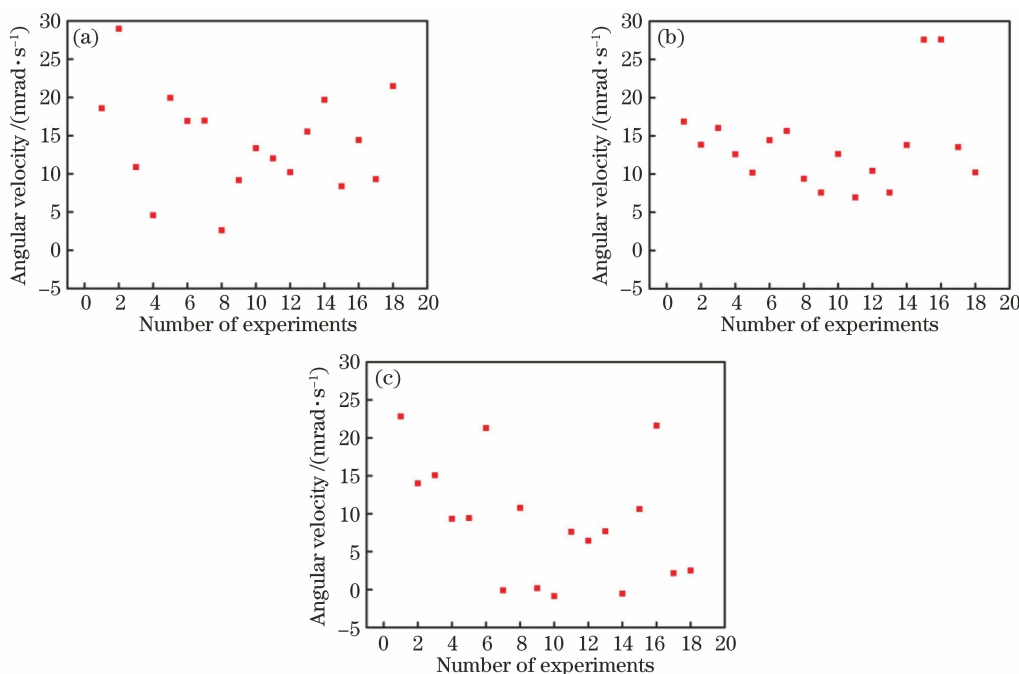


图 5 调节真空腔垂直状态后落体下落 18 次的旋转角速度分布。(a)调节 1;(b)调节 2;(c)调节 3
Fig. 5 Distribution of rotational angular velocity of falling object falling 18 times after adjusting vertical state of vacuum cavity. (a) Adjustment 1; (b) adjustment 2; (c) adjustment 3

以上 4 种不同实验条件下的最大旋转角速度测量结果如表 1 所示。可以看出,在调节 1 和调节 3 的实验条件下,落体的最大旋转角速度值相比调平状态均有所变化。调节 1 工况下的落体旋转角速度增大,说明落体在这种情况下释放相比初始调平状态更加不平稳,因此在自由下落过程中旋转角速度增大。调节 3 的落体旋转角速度减小,这种情况下落体的释放相比调平状态平稳。在调节 2 的情况下,实验测得的落体旋转角速度最大值为 16.88 mrad/s,小于其余 3 种工况下实验的测值,引入的重力测值不确定度也最小,说明在这种情况下释放时落体的激光入射面更接近水平状态,释放过程也

更加平稳,因此在下落时受力更加均匀,旋转角速度值偏小。

表 1 不同实验条件下落体的最大旋转角速度值
Table 1 Maximum angular velocity of falling object under different experimental conditions

Experiment status	Measured value of rotation angular velocity of falling object / (mrad · s ⁻¹)	Uncertainty of gravity measurement / μGal
Leveled state	24.67 ± 2.99	1.21
Adjustment 1	28.99 ± 2.47	1.68
Adjustment 2	16.88 ± 1.79	0.57
Adjustment 3	22.84 ± 2.58	1.04

由表 1 可知,利用水泡和干涉仪调节的真空腔竖直反映的是真空腔内的机械结构状态,即落体的传动机构竖直,并不一定是落体最理想的平稳释放状态。如图 6 所示,落体由角锥棱镜和外壳组成,利用 V 型槽和支撑球头对落体和其支撑座进行定位。在实际加工和装配过程中,支撑球头和 V 型槽可能匹配不理想,导致落体与支撑座定位后的平面与水

平面存在夹角,造成支撑球头与 V 型槽在脱离时不同步,此时落体的释放不够平稳,落体在下落过程中会发生姿态旋转。因此,通过地脚和水泡调节得到的真空腔竖直并不对应落体的理想平稳释放状态,在利用落体旋转测量装置调节后才能得到重力仪最理想的实验状态。

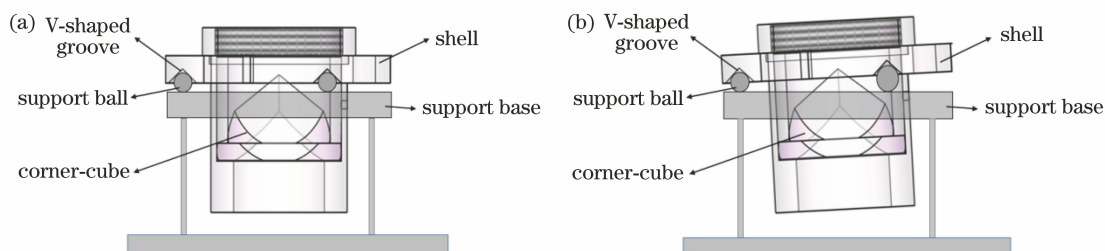


图 6 落体及其支撑结构。(a)落体理想定位情况;(b)装配后可能出现的落体定位情况

Fig. 6 Falling object and its supporting structure. (a) Ideal positioning of falling object; (b) possible positioning of falling object after assembly

4 结 论

基于光杠杆原理,搭建了一套绝对重力仪落体旋转测量装置,首先将落体在自由下落过程中产生的微小角度变化放大成易于测量的线性位移变化。然后,利用 PSD 监测并记录落体下落过程中反射光斑实时的位置变化情况。最后,通过物理关系模型拟合求解落体的旋转角速度值。

在 NIM-3A 型绝对重力仪上应用该装置进行实验,在绝对重力仪真空腔竖直的状态下,测量得到落体的旋转角速度最大为 24.67 mrad/s,调节真空腔的竖直状态后,最大旋转角速度值减小为 16.88 mrad/s,且此时单次下落引入的最大重力测值不确定度更小,表明落体的释放更加平稳。因此,该装置为绝对重力仪中落体传动机构的初始装调提供了技术支撑。此外,该装置可被应用于多种同类重力仪中,以监测落体旋转情况的长期变化趋势,为提升我国自主研发的绝对重力仪精度和可靠性提供帮助。

参 考 文 献

- [1] Stock M. Watt balance experiments for the determination of the Planck constant and the redefinition of the kilogram [J]. *Metrologia*, 2013, 50(1): R1-R16.
- [2] Kibble B P, Robinson I A. Principles of a new generation of simplified and accurate watt balances [J]. *Metrologia*, 2014, 51(2): S132-S139.
- [3] Kibble B P. A Measurement of the gyromagnetic ratio of the proton by the strong field method [M]// Sanders J H, Wapstra A H. *Atomic masses and fundamental constants 5*. Boston: Springer, 1976: 545-551.
- [4] Steiner R L, Williams E R, Newell D B, et al. Towards an electronic kilogram: an improved measurement of the Planck constant and electron mass [J]. *Metrologia*, 2005, 42(5): 431-441.
- [5] Liu D L, Wu S Q, Xu J Y, et al. The new evolution of absolute gravimeter [J]. *Progress in Geophysics*, 2004, 19(4): 739-742.
刘达伦, 吴书清, 徐进义, 等. 绝对重力仪研究的最新进展 [J]. *地球物理学进展*, 2004, 19(4): 739-742.
- [6] Wu S Q. The research and application of absolute gravimeter based on free-fall theory [D]. Beijing: National Institute of Metrology, China, 2012.
吴书清. 基于自由落体原理的绝对重力仪关键技术的研究及应用 [D]. 北京: 中国计量科学研究院, 2012.
- [7] Rothleitner C, Svitlov S, MÉRIMÈCHE H, et al. Development of new free-fall absolute gravimeters [J]. *Metrologia*, 2009, 46(3): 283-297.
- [8] Niebauer T M, Sasagawa G S, Faller J E, et al. A new generation of absolute gravimeters [J]. *Metrologia*, 1995, 32(3): 159-180.
- [9] Hanada H, Tsubokawa T, Tsuruta S. Possible large systematic error source in absolute gravimetry [J]. *Metrologia*, 1996, 33(2): 155-160.
- [10] Germak A, Desogus S, Origlia C. Interferometer for the IMGc rise-and-fall absolute gravimeter [J].

- Metrologia, 2002, 39(5): 471-475.
- [11] Rothleitner C, Francis O. On the influence of the rotation of a corner cube reflector in absolute gravimetry[J]. Metrologia, 2010, 47(5): 567-574.
- [12] Vitouchkine A L, Faller J E. A direct and sensitive method for positioning the centre of mass of a dropping object at the optical centre of the enclosed corner cube in ballistic absolute gravimeters [J]. Metrologia, 2004, 41(4): L19-L21.
- [13] Hanada H. Coinciding the optical center with the center of gravity in a corner cube prism a method[J]. Applied Optics, 1988, 27(16): 3530-3533.
- [14] Rothleitner C, Svitlov S, MÉRIMÈCHE H, et al. A method for adjusting the centre of mass of a freely falling body in absolute gravimetry[J]. Metrologia, 2007, 44(3): 234-241.
- [15] Niebauer T M, Constantino A, Billson R, et al. Balancing a retroreflector to minimize rotation errors using a pendulum and quadrature interferometer[J]. Applied Optics, 2015, 54(18): 5750-5758.
- [16] Yu Y, Hu X, Wang Q Y, et al. Precisely measure the distance between the falling body's mass center and its optical center for absolute gravimeters [J]. Acta Metrologica Sinica, 2020, 41(7): 830-834.
余焯, 胡翔, 王启宇, 等. 绝对重力仪中落体光心与质心间距的精确测量[J]. 计量学报, 2020, 41(7): 830-834.