

# 静电聚焦同心球系统的成像电子光学 C 章:多电极同心球系统的电子光学

周立伟\*

北京理工大学光电学院, 北京 100081

**摘要** 鉴于两电极静电聚焦同心球系统成像的定焦性质, 当该系统的几何尺寸相对关系给定后, 像面位置与放大率也就随之确定, 改变系统的电参量引起的像面位置和放大率的变动是极其微小的。研究在由光阴极与栅状阳极组成的两电极同心球系统中插入任意多个栅极后, 该系统的电子光学成像特性及其横向像差的变化规律。再次证实了在多电极静电聚焦同心球系统中, 成像电子光学系统的二级近轴横向色差即 Recknagel-Арцимович 公式依然成立。着重讨论了三电极静电聚焦同心球系统的电子光学成像特性。

**关键词** 成像系统; 像管; 成像电子光学; 静电聚焦阴极透镜; 多电极静电聚焦同心球系统; 三电极静电聚焦同心球系统

中图分类号 O463

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0811003

## Imaging Electron Optics of Electrostatic Focusing Concentric Spherical System Part C: Electron Optics of Concentric Spherical System Composed of Multiple Electrodes

Zhou Liwei\*

School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

**Abstract** In view of the fixed-focus nature of imaging of the bi-electrode electrostatic focusing concentric spherical system, the image plane position and the magnification of system are immediately determined when the geometry of the system is relatively fixed; if the electrical parameters of the system are changed, the changes of the image plane position and its magnification will be extremely tiny. This paper studies the variations of the electron optical imaging characteristics and its lateral aberrations when inserting a large number of gate electrodes into the bi-electrode electrostatic focusing concentric spherical system composed of the photocathode and the anode. This paper once again confirms that for the multi-electrode electrostatic focusing concentric spherical system, the second-order paraxial lateral chromatic aberration of the imaging electronic optical system, i. e., the Recknagel-Арцимович formula, is still valid. The electron optical imaging characteristics of the tri-electrode electrostatic focusing concentric spherical system are emphatically discussed.

**Key words** imaging systems; image tubes; imaging electron optics; electrostatic focusing cathode lenses; electrostatic focusing concentric spherical systems composed of multi-electrodes; tri-electrode electrostatic focusing concentric spherical systems

### 1 引言

对两电极静电聚焦同心球系统的电子光学性质

进一步进行考察, 不难发现, 其成像面的位置决定于系统的结构参量。如果电极系统制造得不精确, 或者在装配时不能保持给定的几何尺寸及相对关系,

收稿日期: 2021-10-26; 修回日期: 2021-11-11; 录用日期: 2021-11-15

通信作者: \*zhoulw@vip.sina.com

阴极物面的像便不能很好地聚焦在给定的成像平面上,而且也无法改善聚焦质量。也就是说,当两电极同心球系统的几何尺寸相对关系给定后,像面位置与放大率也就随之确定。改变系统的电参量对于像面位置和放大率的影响是极其微小的。若在两电极同心球系统中插入一个中间栅极,此栅极不仅能够控制电子流(如在高速摄影中作为电子快门),而且还起着调焦电极的作用。当改变中间栅极的电位时,可以得到最佳的聚焦。本文将两电极静电聚焦

同心球成像电子光学研究推广到更普遍的情况——多电极静电聚焦同心球系统成像电子光学。

## 2 参量意义与符号规则

如图 1 所示,在球面阴极 C 和栅状球面阳极 A 所组成的两电极静电聚焦同心球系统中插入  $j$  个具有共同球心的曲率半径为  $R_{s_j}$ 、电位为  $\Phi_{s_j c}$  的栅状球面电极  $S_j (j=1, 2, \dots, m)$ , 形成多电极静电聚焦同心球系统。

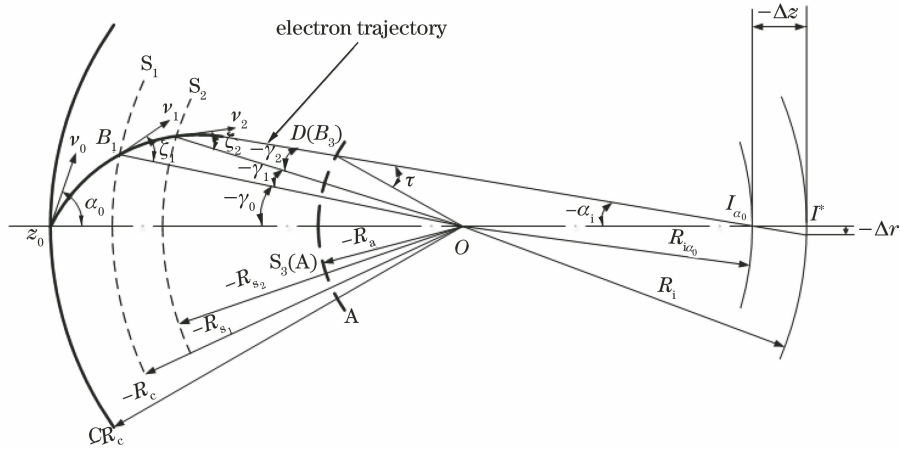


图 1 多电极静电聚焦同心球系统 ( $m=2$ )

Fig. 1 Electrostatic focusing concentric spherical system composed of multi-electrodes ( $m=2$ )

兹规定参量意义与符号规则如下:

1) 几何参量。  $R_c$  为阴极面半径,  $R_a$  为阳极半径,  $R_{s_j}$  为第  $j$  个中间栅极  $S_j$  的半径,  $R_i^*$  为与  $\epsilon_{z_1}$  相对应的理想像面位置  $I^*$  处的曲率半径, 上标 \* 代表满足近轴条件的情况, 以上各线段值均自曲率中心  $O$  算起, 自左向右为正, 反之则为负;  $\Delta z$  为纵向像差, 自像面位置  $I^*$  算起, 自左向右为正, 反之则为负;  $\Delta r$  为横向像差, 像面位于  $I^*$  处, 由  $\varphi=0^\circ$  的轴线算起, 自下向上为正, 反之则为负。

2) 角度。  $\gamma_0$  为电子轨迹在第一中间栅极  $S_1$  上的角度坐标,  $\gamma_j$  为电子轨迹在两个相邻电极  $S_j$  与  $S_{j+1}$  之间的角度坐标,  $\zeta_j$  为中间栅极  $S_j$  上轨迹落点处的切线与过该点矢径之间的夹角,  $\tau$  为逸出电子在栅状阳极 A 上落点处的切线与过该点矢径之间的夹角,  $\alpha_i$  为初始条件为  $(\epsilon_0, \alpha_0)$  的电子轨迹在成像位置  $I_a^*$  处与  $\varphi=0^\circ$  轴线的夹角 ( $\epsilon_0$  为以初速度  $v_0$  自阴极 C 射出的电子所对应的初电位,  $\alpha_0$  为电子初角度), 以上角度一律以锐角计算。这里,  $\alpha_i, \gamma_0$  以轴线为轴,  $\gamma_j, \zeta_j$  和  $\tau$  以过点  $B_j$  和  $D$  的矢径为轴, 逆时针为正, 反之则为负。

3) 电参量:  $\Phi_{ac}$  为栅状阳极 A 相对于阴极 C 的

电位,  $\Phi_{s_j c}$  为第  $j$  个中间栅极  $S_j$  相对于阴极 C 的电位,  $\Phi_{s_{j+1} s_j}$  为第  $j+1$  个中间栅极  $S_{j+1}$  相对于第  $j$  个中间栅极  $S_j$  的电位,  $\epsilon_0$  为以初速度  $v_0$  自阴极 C 射出的电子所对应的初电位,  $\epsilon_j$  为由第  $j$  个中间栅极  $S_j$  以速度  $v_j$  射出的电子所对应的电位,  $\epsilon_j = \epsilon_0 + \Phi_{s_j c}$ 。

4) 辅助参量:  $n = \frac{R_c}{R_a}, y_j = \frac{R_c}{R_{s_j}}, x_{j,j+1} = \frac{R_{s_j}}{R_{s_{j+1}}}, r_{j+1,j}^2 = \frac{\Phi_{s_{j+1} c}}{\Phi_{s_j c}}, r_{m+1,1}^2 = \frac{\Phi_{s_{m+1} c}}{\Phi_{s_1 c}} = \frac{\Phi_{ac}}{\Phi_{s_1 c}}, r_{j,1}^2 = \frac{\Phi_{s_j c}}{\Phi_{s_1 c}}, r_{1,1}^2 = 1, j=1, 2, \dots, m$ 。

## 3 多电极静电聚焦同心球系统的电子轨迹交轴位置及其斜率的精确表达式

多电极同心球系统的电子追迹计算将按以下的次序进行。

首先考察阴极 C 和第一中间栅极  $S_1$  的系统(简称 C- $S_1$  系统)。假设自阴极面原点  $z_0$  发出初角度为  $\alpha_0$ 、初速度为  $v_0$  的电子, 则在此系统内的电子轨迹可以很容易被确定, 如 A 章所述。于是可求得逸出电子在栅极  $S_1$  的落点  $B_1$  的位置以及相应的角

度  $\zeta_1$  和  $\gamma_0$ 。

其次研究  $S_1$ - $S_2$  系统。很明显,如果假定栅网电极是透明的,当电子通过时,其速度和斜率都不发生变化。这样就可以将第一中间栅极  $S_1$  看作阴极 C,而对于从  $B_1$  点发出的角度为  $\zeta_1$ 、速度为  $v_1$  的电子,很容易用类似 C- $S_1$  系统的处理方法确定  $B_2$  点的位置以及相应的角度  $\zeta_2$  和  $\gamma_1$ 。

以此类推,不难求得  $S_m$ -A 系统中电子到达阳

极 A 上的 D 点的位置以及角度  $\tau$  和  $\gamma_m$ 。若假定栅状阳极后面为无场空间,便可以求得以自阴极面  $z_0$  点发出的初角度为  $\alpha_0$ 、初速度为  $v_0$  的电子经过  $m$  个中间电极和阳极后与  $\varphi=0^\circ$  轴线的交点  $I_a$  的位置及其斜率。

对于多电极静电聚焦同心球系统,自光阴极逸出的电子经过系统后,其轨迹的最终交轴点  $I_a$  处的曲率半径  $R_{w_0}$  和斜率  $\tan \alpha_i$  可以分别表示为

$$R_{w_0} = R_a \frac{\sin \tau}{\sin \alpha_i} = R_a \tan \tau \frac{\cos \tau}{\sin \left[ (\gamma_0 + \sum_{j=1}^m \gamma_j) + \tau \right]} =$$

$$R_a \tan \tau \left\{ \sin \gamma_0 \cos \left( \sum_{j=1}^m \gamma_j \right) + \cos \gamma_0 \sin \left( \sum_{j=1}^m \gamma_j \right) + \tan \tau \left[ \cos \gamma_0 \cos \left( \sum_{j=1}^m \gamma_j \right) - \sin \gamma_0 \sin \left( \sum_{j=1}^m \gamma_j \right) \right] \right\}^{-1}, \quad (1)$$

$$\tan \alpha_i = \tan \left[ \left( \sum_{j=0}^m \gamma_j \right) + \tau \right] = \frac{\tan \gamma_0 + \tan \left( \sum_{j=1}^m \gamma_j \right) + \tan \tau \left[ 1 - \tan \gamma_0 \tan \left( \sum_{j=1}^m \gamma_j \right) \right]}{1 - \tan \gamma_0 \tan \left( \sum_{j=1}^m \gamma_j \right) - \tan \tau \left[ \tan \gamma_0 + \tan \left( \sum_{j=1}^m \gamma_j \right) \right]}. \quad (2)$$

(1)、(2)式中各个参量的具体计算过程如下。

对于 C- $S_1$  系统,按照 A 章推导的(35)~(37)式,令  $n \rightarrow y_1, \tau \rightarrow \zeta, \gamma_1 \rightarrow \gamma_0, \Phi_{ac} \rightarrow \Phi_{s_1c}$ , 便有

$$\sin \gamma_0 = -\frac{(y_1 - 1)(c_0 + d_0)}{b_1 d_0 + b_0 c_0} \sin \alpha_0, \quad (3)$$

$$\cos \gamma_0 = \frac{b_1 c_0 + b_0 d_0}{b_1 d_0 + b_0 c_0}, \quad (4)$$

$$\tan \zeta_1 = \frac{y_1}{b_1} \sin \alpha_0, \quad (5)$$

其中

$$\begin{cases} b_0 = \cos \alpha_0 \\ b_1 = \left( 1 + \frac{\Phi_{s_1c}}{\epsilon_0} - y_1^2 \sin^2 \alpha_0 \right)^{1/2} \\ c_0 = 1 - 2y_1(y_1 - 1) \frac{\epsilon_0}{\Phi_{s_1c}} \sin^2 \alpha_0 \\ d_0 = 1 - 2(y_1 - 1) \frac{\epsilon_0}{\Phi_{s_1c}} \sin^2 \alpha_0 \end{cases} \quad (6)$$

类似地,对于由第  $j$  和第  $j+1$  中间电极构成的两电极系统,则进行如下参量变换:  $\alpha_0 \rightarrow \zeta_j, y_1 \rightarrow x_{j,j+1}, \epsilon_0 \rightarrow \epsilon_j, \gamma_0 \rightarrow \gamma_j, \zeta_1 \rightarrow \zeta_{j+1}, \Phi_{s_1c} \rightarrow \Phi_{s_{j+1} s_j}$ 。

下面逐个确定  $\gamma_j$  和  $\zeta_{j+1}$  值。为此,先确定

$S_1$ - $S_2$  系统的  $\tan \zeta_2, \sin \gamma_1$  和  $\cos \gamma_1$ 。对于  $\tan \zeta_2$ , 根据(5)式,有

$$\tan \zeta_2 = \frac{x_{1,2} \sin \zeta_1}{\left( 1 + \frac{\Phi_{s_2 s_1}}{\epsilon_1} - x_{1,2}^2 \sin^2 \zeta_1 \right)^{1/2}}, \quad (7)$$

式中:  $\sin \zeta_1 = \frac{y_1 \sin \alpha_0}{\left( 1 + \frac{\Phi_{s_1c}}{\epsilon_0} \right)^{1/2}}; x_{1,2} = \frac{y_2}{y_1};$

$$\frac{\Phi_{s_2 s_1}}{\epsilon_1} = \frac{\Phi_{s_2c} - \Phi_{s_1c}}{\epsilon_0 + \Phi_{s_1c}} = \frac{\frac{\Phi_{s_2c}}{\epsilon_0} - \frac{\Phi_{s_1c}}{\epsilon_0}}{1 + \frac{\Phi_{s_1c}}{\epsilon_0}}.$$

将以上各式代入(7)式,则  $\tan \zeta_2$  具有下列简明形式:

$$\tan \zeta_2 = \frac{y_2 \sin \alpha_0}{\left( 1 + \frac{\Phi_{s_2c}}{\epsilon_0} - y_2^2 \sin^2 \alpha_0 \right)^{1/2}} = \frac{y_2}{b_2} \sin \alpha_0. \quad (8)$$

同样地,求  $\sin \gamma_1, \cos \gamma_1$  值时,需对(3)、(4)式中各量进行下列替换:

$$\begin{cases} y_1 \rightarrow x_{1,2} = \frac{y_2}{y_1}, \sin \alpha_0 \rightarrow \sin \zeta_1 = \frac{y_1 \sin \alpha_0}{\left(1 + \frac{\Phi_{s_1 c}}{\epsilon_0}\right)^{1/2}} \\ b_0 = \cos \alpha_0 \rightarrow \cos \zeta_1 = \frac{b_1}{\left(1 + \frac{\Phi_{s_1 c}}{\epsilon_0}\right)^{1/2}}, b_1 \rightarrow \left(1 + \frac{\Phi_{s_2 s_1}}{\epsilon_1} - x_{1,2}^2 \sin^2 \zeta_1\right)^{1/2} = \frac{b_2}{\left(1 + \frac{\Phi_{s_1 c}}{\epsilon_0}\right)^{1/2}}, \\ c_0 \rightarrow 1 - 2x_{1,2}(x_{1,2} - 1) \frac{\epsilon_1}{\Phi_{s_2 s_1}} \sin^2 \zeta_1 = 1 - 2y_2(y_2 - y_1) \frac{1}{r_{2,1}^2 - r_{1,1}^2} \frac{\epsilon_0}{\Phi_{s_1 c}} \sin^2 \alpha_0 = c_1 \\ d_0 \rightarrow 1 - 2(x_{1,2} - 1) \frac{\epsilon_1}{\Phi_{s_2 s_1}} \sin^2 \zeta_1 = 1 - 2y_1(y_2 - y_1) \frac{1}{r_{2,1}^2 - r_{1,1}^2} \frac{\epsilon_0}{\Phi_{s_1 c}} \sin^2 \alpha_0 = d_1 \end{cases}, \quad (9)$$

于是,  $\sin \gamma_1, \cos \gamma_1$  有类似(3)、(4)式的形式:

$$\sin \gamma_1 = -\frac{(y_2 - y_1)(c_1 + d_1)}{b_2 d_1 + b_1 c_1} \sin \alpha_0, \quad (10)$$

$$\cos \gamma_1 = \frac{b_2 c_1 + b_1 d_1}{b_2 d_1 + b_1 c_1}, \quad (11)$$

式中:

$$b_2 = \left(1 + \frac{\Phi_{s_2 c}}{\epsilon_0} - y_2^2 \sin^2 \alpha_0\right)^{1/2};$$

$$c_1 = 1 - \frac{2y_2(y_2 - y_1)}{r_{2,1}^2 - r_{1,1}^2} \frac{\epsilon_0}{\Phi_{s_1 c}} \sin^2 \alpha_0;$$

$$d_1 = 1 - \frac{2y_1(y_2 - y_1)}{r_{2,1}^2 - r_{1,1}^2} \frac{\epsilon_0}{\Phi_{s_1 c}} \sin^2 \alpha_0.$$

由此可见,对于  $\tan \zeta_{j+1}, \cos \gamma_j$  和  $\sin \gamma_j$ , 显然可以类推成如下的表达式:

$$\tan \zeta_{j+1} = \frac{y_{j+1}}{b_{j+1}} \sin \alpha_0, \quad (12)$$

$$\sin \gamma_j = -\frac{(y_{j+1} - y_j)(c_j + d_j)}{b_{j+1} d_j + b_j c_j} \sin \alpha_0, \quad (13)$$

$$\cos \gamma_j = \frac{b_{j+1} c_j + b_j d_j}{b_{j+1} d_j + b_j c_j}, \quad (14)$$

式中:

$$b_j = \left(1 + \frac{\Phi_{s_j c}}{\epsilon_0} - y_j^2 \sin^2 \alpha_0\right)^{1/2};$$

$$c_j = 1 - \frac{2y_{j+1}(y_{j+1} - y_j)}{r_{j+1,1}^2 - r_{j,1}^2} \frac{\epsilon_0}{\Phi_{s_1 c}} \sin^2 \alpha_0;$$

$$d_j = 1 - \frac{2y_j(y_{j+1} - y_j)}{r_{j+1,1}^2 - r_{j,1}^2} \frac{\epsilon_0}{\Phi_{s_1 c}} \sin^2 \alpha_0.$$

当  $j = m$ , 由(12)式可得

$$\tan \tau = \tan \zeta_{m+1} = \frac{n}{b_{m+1}} \sin \alpha_0. \quad (15)$$

(2)式中的  $\tan \gamma_0$  和  $\tan \gamma_j$  的值则可由(3)、(4)式以及(13)、(14)式求得

$$\tan \gamma_0 = -\frac{(y_1 - 1)(c_0 + d_0)}{b_1 c_0 + b_0 d_0} \sin \alpha_0, \quad (16)$$

$$\tan \gamma_j = -\frac{(y_{j+1} - y_j)(c_j + d_j)}{b_{j+1} c_j + b_j d_j} \sin \alpha_0. \quad (17)$$

将以上导得的表达式代入(1)、(2)式,便可得到多电极同心球系统中以初条件参量  $(\epsilon_0, \alpha_0)$  逸出的电子轨迹交轴位置  $R_{\omega_0}$  及其斜率  $\tan \alpha_i$  的精确表达式。由(1)、(2)式可见,  $R_{\omega_0}$  和  $\tan \alpha_i$  取决于几何参量  $R_c, R_j, R_a$ , 电参量  $\Phi_{s_j c}, \Phi_{ac}$ , 以及初条件参量  $(\epsilon_0, \alpha_0)$ 。如果给定以上参量,便能确定  $R_{\omega_0}$  与  $\tan \alpha_i$  的精确值。

#### 4 多电极静电聚焦同心球系统的电子轨迹交轴位置及其斜率的近似表示式

根据(1)、(2)式中的  $R_{\omega_0}$  和  $\tan \alpha_i$  的精确表示式,很难看出各参量之间的相互关系。为此,将这两个表达式展开,略去较 1 小得多的  $\left(\frac{\epsilon_r}{\Phi_{s_j c}}\right)^{3/2}$  等高阶乘幂项( $\epsilon_r$  为电子径向初电位),经过复杂的运算和整理,便可得到多电极静电聚焦同心球系统下电子轨迹的交轴位置  $R_{\omega_0}$  及其斜率  $\tan \alpha_i$  的近似表达式<sup>[1-3]</sup>:

$$R_{\omega_0} = -R_a n A \left\{ 1 + 2r_{m+1,1}(y_1 - 1) A \sqrt{\frac{\epsilon_z}{\Phi_{s_1 c}}} + [AC + 4A^2 r_{m+1,1}^2 (y_1 - 1)^2] \frac{\epsilon_z}{\Phi_{s_1 c}} + A[C - 2Br_{m+1,1}(y_1 - 1)] \frac{\epsilon_r}{\Phi_{s_1 c}} \right\}, \quad (18)$$

$$\tan \alpha_i = -\frac{1}{Ar_{m+1,1}} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\Phi_{s_1c}}} \left[ 1 - 2r_{m+1,1}(y_1 - 1)A \sqrt{\frac{\epsilon_z}{\Phi_{s_1c}}} + DA \frac{\epsilon_z}{\Phi_{s_1c}} + (D + E)A \frac{\epsilon_r}{\Phi_{s_1c}} \right]. \quad (19)$$

(18)、(19)式足以阐明同心球系统的电子光学成像性质,可用于推导电子光学横向像差。(18)、(19)式中的符号  $A, B, C, D, E$  的表示如下:

1) 两电极静电聚焦同心球系统 ( $m=0$ )

令  $y_1 = n, r_{1,1} = 1, \Phi_{s_1c} = \Phi_{ac}$ , 则有

$$A = \frac{1}{n-2}, \quad B = n-2, \quad C = 2(n-1), \quad D = \frac{3n-2}{2}, \quad E = \frac{n^2(n-2)}{2}. \quad (20)$$

将(20)式代入(18)、(19)式,便得到 A 章中(42)、(43)式的结果。其成像特性与横向像差已在 B 章叙述过。

2) 三电极静电聚焦同心球系统 ( $m=1$ )

若在两电极同心球系统中插入一个中间栅极,其半径为  $R_s$ , 电位为  $\Phi_{s_1c}$ , 便形成三电极同心球系统。令

$$y_1 = y = \frac{R_c}{R_s}, \quad y_2 = n = \frac{R_c}{R_a}, \quad r_{2,1} = r = \left( \frac{\Phi_{ac}}{\Phi_{s_1c}} \right)^{1/2}, \quad \text{则有}$$

$$A = \frac{r+1}{r(n-2) + 2r^2(y-1) - n}, \quad (21)$$

$$B = \frac{2(y-1)n - r(y-2)^2}{2r} + \frac{2(n-y)^2[n - 2r(y-1)] + (n-y)(n^2 + ry^2)}{2r(r+1)^2(y-1)} - \frac{(n-y)^3}{(y-1)(r+1)^3} - \frac{n^2[(n-1) + r(y-1)]}{2r^2(r+1)(y-1)} + \frac{2(n-y)[n - r(y-1)]}{r(r+1)}, \quad (22)$$

$$C = -r(y-1) + \frac{n-y}{r+1} - \frac{(n-1) + r(y-1)}{r(r+1)}, \quad (23)$$

$$D = r(y-1) + \frac{n-y}{r+1} + \frac{n}{2r^2}, \quad (24)$$

$$E = r(y-1)(3y^2 - 4y) - 4n(y-1)^2 - \frac{n^3}{2r^2} + \frac{2n^2[r(y-1) + (n-1)]}{r(r+1)} + \frac{2r(n-y)^3}{(r+1)^3} + \frac{(n-y)(n^2 + ry^2) + 4(n-y)^2[2r(y-1) - n]}{(r+1)^2}. \quad (25)$$

(21)式中  $A$  的表示式曾被 Linden 和 Snell<sup>[4]</sup> 导出过。但他们研究的仅是三电极同心球系统的零级近似成像,故他们的文章中,上述  $B, C, D, E$  的表示式都没有给出。

3) 多电极同心球系统 ( $m \geq 2$ )

由(18)、(19)式可见,在近轴条件下,与  $\frac{\epsilon_r}{\Phi_{s_1c}}$  相关的较为复杂的  $B$  和  $E$  可以略去,于是,系数  $A, C, D$ <sup>[4]</sup> 可以分别表述为

$$A = \frac{1}{r_{m+1,1} \left[ 2(y_1 - 1) + \sum_{j=1}^m \frac{2(y_{j+1} - y_j)}{r_{j+1,1} + r_{j,1}} - \frac{n}{r_{m+1,1}} \right]}, \quad (26)$$

$$C = -r_{m+1,1}(y_1 - 1) + r_{m+1,1} \sum_{j=1}^m \frac{y_{j+1} - y_j}{r_{j+1,1} r_{j,1} (r_{j+1,1} + r_{j,1})} - \frac{nA + 1}{2Ar_{m+1,1}^2}, \quad (27)$$

$$D = r_{m+1,1}(y_1 - 1) + \frac{n}{2r_{m+1,1}^2} - r_{m+1,1} \sum_{j=1}^m \frac{y_{j+1} - y_j}{r_{j+1,1} r_{j,1} (r_{j+1,1} + r_{j,1})}. \quad (28)$$

系数  $B, E$  的表示式可参阅文献[2,4]。由此,可以研究具有任意多个中间栅极的多电极静电聚焦同心球系统的理想成像与像差。

## 5 多电极静电聚焦同心球系统的电子光学成像与横向像差

### 5.1 理想成像

考虑阴极透镜的近轴条件,可略去(18)、(19)式中大括号内含有  $\epsilon_r/\Phi_{s_1c}$  的项,且令轴向初电位  $\epsilon_z = \epsilon_{z_1}$ , 则可得到自阴极面上物点  $z_0$  以某一轴向初电位  $\epsilon_{z_1}$  逸出的近轴电子轨迹到达的理想成像位置与曲率中心  $O$  的距离  $R_i^*$  为

$$R_i^* = -R_a n A \left\{ 1 + 2r_{m+1,1} (y_1 - 1) A \sqrt{\frac{\epsilon_{z_1}}{\Phi_{s_1c}}} + [AC + 4A^2 r_{m+1,1}^2 (y_1 - 1)^2] \frac{\epsilon_{z_1}}{\Phi_{s_1c}} \right\}, \quad (29)$$

而轨迹在  $I_0^*$  处的斜率  $\tan \alpha_i^*$  为

$$\tan \alpha_i^* = -\frac{1}{Ar_{m+1,1}} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\Phi_{s_1c}}} \left[ 1 - 2r_{m+1,1} (y_1 - 1) A \sqrt{\frac{\epsilon_{z_1}}{\Phi_{s_1c}}} + DA \frac{\epsilon_{z_1}}{\Phi_{s_1c}} \right]. \quad (30)$$

(29)式表明,由阴极面上原点  $z_0$  以相同的轴向初电位  $\epsilon_{z_1}$  射出的电子束,在经过同心球系统并穿过透明的栅状阳极后会聚于同一点 ( $A > 0$ , 实像情况)或者好像是从阴极后面某一点发出 ( $A < 0$ , 虚像情况)。很明显,只有  $\epsilon_{z_1}$  相同的近轴电子束才能理

想聚焦;当  $\epsilon_{z_1}$  改变时,理想成像的位置亦随之发生改变。

由于系统的球对称性,与  $\epsilon_{z_1}$  相应的电子束自阴极球面上的弧段射出,其成像亦为曲率半径为  $R_i^*$  的弧段。此时,线放大率  $M$  可表示为

$$M = -A \left\{ 1 + 2r_{m+1,1} (y_1 - 1) A \sqrt{\frac{\epsilon_{z_1}}{\Phi_{s_1c}}} + [AC + 4A^2 r_{m+1,1}^2 (y_1 - 1)^2] \frac{\epsilon_{z_1}}{\Phi_{s_1c}} \right\}. \quad (31)$$

显然,系统形成的是倒立的实像或正立的虚像,取决于  $A$  值。由(26)式  $A$  的表示式可以看出,  $A$  仅是结构参量和电参量的函数。故对于多电极静电聚焦同心球系统,线放大率  $M$  不仅取决于系统的几何参量,而且与电参量有关,而初条件参量的影响则是高阶小的。

若令  $\epsilon_{z_1} = 0$  V,即逸出电子切于阴极面射出,此时极限像面的位置  $R_{it}^*$  以及相应的放大率  $M_t$  分别为

$$\begin{cases} R_{it}^* = -R_a n A \\ M_t = -A \end{cases}. \quad (32)$$

(32)式乃是多电极同心球静电聚焦系统的零级近似式,由此可以看出系数  $A$  明显的物理意义。

线放大率  $M$  和角放大率  $\Gamma$  的乘积为

$$M\Gamma = \frac{\sqrt{\epsilon_{z_1}}}{r_{m+1,1} \sqrt{\Phi_{s_1c}}} \left[ 1 + A(C + D) \frac{\epsilon_{z_1}}{\Phi_{s_1c}} \right], \quad (33)$$

基于

$$A(C + D) = -\frac{1}{2r_{m+1,1}^2}, \quad (34)$$

可证明 Lagrange-Helmholtz 关系式依然成立:

$$M\Gamma = \frac{\sqrt{\epsilon_{z_1}}}{\sqrt{\Phi_{ac}}} \left( 1 + \frac{\epsilon_{z_1}}{2\Phi_{ac}} \right) = \frac{\sqrt{\epsilon_{z_1}}}{\sqrt{\Phi_{ac} + \epsilon_{z_1}}}. \quad (35)$$

因此,不论对于两电极同心球系统,还是通过在阴极和栅状阳极之间插入多个中间电极所组成的多电极同心球系统,尽管其电位分布发生了变化, Lagrange-Helmholtz 关系式始终成立。

## 5.2 三电极静电聚焦同心球系统的成像特性

5.1 节已给出三电极同心球系统电子光学特性的表示式,由(21)式不难看出:

1) 使像面位置位移、放大率的模增大的途径为:(a)提高  $\Phi_{sc}$  或降低  $\Phi_{ac}$ ,使  $r^2$  下降;(b)将中间电极  $S$  靠近阴极  $C$ ,使  $y$  下降;(c)将阳极  $A$  靠近阴极  $C$ ,使  $n$  下降。

2) 像面位置与放大率值取决于电极系统的相对位置和电压比,故系统放大  $K$  倍或缩小为原来的  $1/K$ ,像面位置亦相应放大  $K$  倍或缩小为原来的  $1/K$ ,而放大率不变;当电压比不变时,像面位置与放大率基本不变。

3) 当系统成实像的条件  $A > 0$  时,可以得到

$$n > y > 1 + \frac{n - r(n - 2)}{2r^2}. \quad (36)$$

在两电极情况下,当  $n = 2$  时,系统是发散的,但当插入中间栅极时,  $y$  满足

$$2 > y > 1 + \frac{1}{r^2}, \quad r^2 > 1, \quad (37)$$

便能形成实像,且  $r^2$  越大,中间栅极位置越靠近阴极。这说明,在两电极系统中加一个中间电极且加上一个较阳极电位低的电位,有可能使系统更为紧凑。

令  $r^2 < 1$ ,即  $\Phi_{ac} < \Phi_{sc}$ 。此时,若  $n = 2$ ,则无论如何配置中间电极,(36)式不复成立,只有当  $n > 2$ , (36)式才有可能成立。现假定  $n = 3$ ,则有

$$3 > y > 1 + \frac{3 - r}{2r^2}, \quad (38)$$

由此可得  $r^2 > \frac{9}{16}$  时才能形成实像。例如: 令  $r^2 = \frac{16}{25}$ , 则  $3 > y > 2.71$ 。

一般来说, 中间电极电位比阳极高, 将使系统纵向尺寸增大, 以满足给定的像面位置和放大率的要求。从物理意义上来说, 并非一定要  $\Phi_{ac} > \Phi_{sc}$ , 电子才能会聚; 当  $\Phi_{ac} > \Phi_{sc}$  时, 只要电子在 C-S 系统内获得了足够的会聚, 就可以抵消 S-A 系统内的发散。这样, 电子仍然会聚, 形成实像。

4) 三电极系统中电压比与结构参数满足:

$$r^2 = \frac{n-1}{y-1}, A = \frac{1}{n=2} \quad (39)$$

这表明, 当在两电极同心球系统的等位面上放置一个中间栅极, 其  $\Phi_{sc}$  值即为等位面的电位值, 且电极的形状与等位面形状一致, 则系统的特性保持不变。通常, 三电极系统的设计往往是在两电极系统的等位面处放置一个形状与等位面形状相同的中间栅极, 调节此中间栅极的电位值即可适当改变成像面的位置和放大率。

### 5.3 多电极同心球系统的纵向和横向像差

对于多电极同心球系统, B 章关于两电极同心球系统的纵向像差与横向像差的定义是完全适用的。其纵向像差  $\Delta z$  以 B 章(11)式表示, 其中

$$\Delta z_2^* = -\frac{2M^2}{E_c} \left[ \frac{C + 4Ar_{m+1,1}(y_1 - 1)^2}{2(y_1 - 1)} (\epsilon_z - \epsilon_{z_1}) - 4Ar_{m+1,1}(y_1 - 1) \sqrt{\epsilon_{z_1}} (\sqrt{\epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_{z_1}}) \right], \quad (40)$$

$$\delta z_2 = \frac{2M^2}{E_c} \left[ \frac{-C + 2B(y_1 - 1)r_{m+1,1}}{2(y_1 - 1)} \epsilon_r \right], \quad (41)$$

式中:  $E_c$  为阴极面处的电场强度。

横向像差  $\Delta r$  以 B 章(16)式表示, 其中

$$\Delta r_3^* = \frac{2M}{E_c \sqrt{\Phi_{ac}}} \sqrt{\epsilon_r} \left[ \frac{C}{2(y_1 - 1)} (\epsilon_z - \epsilon_{z_1}) \right], \quad (42)$$

$$\delta r_3 = -\frac{2M}{E_c \sqrt{\Phi_{ac}}} \sqrt{\epsilon_r} \left[ \frac{2Br_{m+1,1}(y_1 - 1) - C}{2(y_1 - 1)} \epsilon_r \right]. \quad (43)$$

这里各参量的意义同 B 章。  $E_c$  可表示为

$$E_c = \frac{\Phi_{s_1c}}{R_c(y_1 - 1)}. \quad (44)$$

在本系列文章中, 纵向和横向像差用阶次分类以区别于细束电子光学通常所用的三级和高级像差。这是因为, 在阴极透镜中, 从阴极面发出的电子

除有电子初能量的差别外, 还具有不同的逸出角, 且轨迹的斜率可能趋于无穷, 加上理想像面位置与所取的轴向初电位  $\epsilon_{z_1}$  有关, 用细束电子光学通常的表示法划分纵向和横向像差已不可能, 在这里, 纵向像差按照  $(\epsilon_0/\Phi_{ac})^{j/2}$  的阶次分类, 横向像差则按照  $(\epsilon_0/\Phi_{ac})^{(j+1)/2}$  的阶次分类。

对多电极与两电极同心球静电聚焦系统的横向像差表示式进行数值分析, 可得到如下结论:

1) 对于同心球型电子光学系统, 轴上点的横向像差  $\Delta r$  可视为近轴横向色差  $\Delta r^*$  (即由轴向初能  $\epsilon_{z_1}$  与  $\epsilon_z$  不同的两条近轴轨迹所形成的像差) 与几何横向球差  $\delta r$  (即由同样的初条件参量的实际轨迹与近轴轨迹所形成的像差) 的合成, 如图 1 所示。其中, B 章(17)式表示的二级近轴横向色差  $\Delta r_2^*$  即 R-A 公式成立对于系统的成像质量起着主要的、决定的作用。它较(42)式的三级近轴横向色差  $\Delta r_3^*$  与(43)式的三级几何横向球差  $\delta r_3$  要大一个数量级。故更高级次的像差可完全忽略不计。这个结论对于任何轴对称的静电电子光学成像系统也是成立的。

2) 从具体的系统(两电极与多电极同心球系统)中证实了阴极透镜的二级近轴横向色差公式, 即 R-A 公式普遍成立。B 章(17)式表明, 阴极透镜的近轴横向色差  $\Delta r_2^*$  在二级近似下仅与电子逸出的初电位、初角度、阴极面上的场强, 以及系统的性放大率有关, 而与电极结构和轴上电位分布无关。

3) 由横向像差公式可以看出, 三级几何横向球差  $\delta r_3$  实际上是通常电子光学中所谓三级几何球差的主要项, 它与  $\left(\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\Phi_{ac}}}\right)^3$  成比例。这样, 通过三级近轴横向色差  $\Delta r_3^*$  将通常的二级近轴横向色差  $\Delta r_2^*$  与三级几何横向球差  $\delta r_3$  联系起来。

## 6 结束语

将两电极静电聚焦同心球系统成像电子光学的研究推广到更普遍的情况——多电极静电聚焦同心球系统成像电子光学。研究表明, 无论对于两电极还是多电极静电聚焦同心球系统, 其轴上点横向像差系由近轴横向色差与几何横向球差所组成, 这证实了对于静电聚焦电子光学系统, 其二级近轴横向色差公式即 R-A 公式普遍成立的结论。本文对于研究成像电子光学中实际的三电极调焦系统与四电极变倍系统的设计具有理论指导意义。

### 参 考 文 献

- [1] Чожу Ли-Вэи. Исследование электростатических

фокусирующих систем электронно-оптических преобразователей изображении с шаровой и осевой симметрией[D]. Ленинград: ЛЭТИ, 1966.

周立伟. 球对称与轴对称电子光学变像管静电聚焦系统的研究[D]. 列宁格勒: 列宁格勒电工学院, 1966.

- [2] Zhou L W. Electron optics with wide beam focusing [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1993.

周立伟. 宽束电子光学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1993.

- [3] Linden B R, Snell P A. Shutter image converter tubes[J]. Proceedings of IRE, 1957, 45(4): 513-517.

- [4] Чожу Ли-Вэи. Об абберации в электронной оптической системе с шаровой и осевой симметрией [С] // Тезисы докладов XXI Научно-Технической Конференции. Ленинград: ЛЭТИ. 1966: 137-138.

周立伟. 论球对称与轴对称电子光学系统的像差[C] //纪念波波夫第 21 届科技学术会议报告提纲文集. 列宁格勒: 列宁格勒电工学院. 1966: 137-138.