

# 静电聚焦同心球系统的成像电子光学 B 章: 近轴横向色差与几何横向球差

周立伟\*

北京理工大学光电学院, 北京 100081

**摘要** 在 A 章基础上, 进一步研究两电极静电聚焦同心球系统的轴上点电子光学横向像差。研究表明, 对于成像电子光学系统, 由光阴极发射的电子所形成的图像弥散, 其轴上点的图像弥散由近轴横向色差与几何横向球差两部分组成, 这证明了在静电聚焦同心球系统中, 阴极透镜的二级近轴横向色差即 Recknagel-Арцимович 公式普遍成立。研究了宽电子束与细电子束之间轴上点横向像差之差异, 最后讨论了两电极同心球系统向近贴聚焦系统过渡的特例。

**关键词** 成像系统; 电子光学成像系统; 静电聚焦阴极透镜; 静电聚焦同心球系统; 近轴横向色差; 几何横向球差  
**中图分类号** O463      **文献标志码** A      **doi**: 10.3788/AOS202242.0811002

## Imaging Electron Optics of Electrostatic Focusing Concentric Spherical System Part B: Paraxial Lateral Chromatic Aberration and Geometrical Lateral Spherical Aberration

Zhou Liwei\*

School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

**Abstract** On the basis of the part A, this paper goes further study the electron optical lateral aberration of axial points of the bi-electrode electrostatic focusing concentric spherical system. It shows that the image diffusion of axial points formed by the electrons emitted from the photocathode in an electron optical system is composed of two parts: the paraxial lateral chromatic aberration and the geometric lateral spherical aberration. This confirms that in the electrostatic focusing concentric spherical system, the second order paraxial lateral chromatic aberration of the cathode lens, that is, the Recknagel-Арцимович formula, is generally valid. This paper also studies the differences of lateral aberrations of axial points between the wide electron beam and the narrow electron beam. Finally, a special case of transit of the proximity focusing system from the bi-electrode electrostatic focusing concentric spherical system is also investigated.

**Key words** imaging systems; electron optical imaging systems; electrostatic focusing cathode lenses; electrostatic focusing concentric spherical systems; paraxial lateral chromatic aberration; geometrical lateral spherical aberration

### 1 引言

前文导出了两电极静电聚焦同心球系统中自阴极面逸出的电子轨迹分别在极坐标系与圆柱坐标系下新的表达式:  $\rho = f(\varphi)$  与  $r = r(z)$ 。研究发现, 若在自阴极面逸出的电子轨迹的表达式中舍弃电子径

向初电位与加速电位的比值  $\epsilon_r / \Phi_{ac}$  及其相关的高阶幂次项, 则对于自光阴极逸出的电子束, 如果其逸出电子的轴向初能量都相同的话, 就能实现理想聚焦。本文在此基础上研讨了两电极静电聚焦同心球系统中电子光学的理想成像、轴上物点的横向像差, 以及它所组成的近轴横向色差与几何横向球差。

收稿日期: 2021-10-26; 修回日期: 2021-11-11; 录用日期: 2021-11-15

通信作者: \*zhoulw@vip.sina.com

## 2 两电极同心球系统的成像电子光学性质

### 2.1 近轴条件下的理想成像

定义轴向和径向初速对应的初电位分别为

$$\begin{cases} \epsilon_r = \epsilon_0 \sin^2 \alpha_0 \\ \epsilon_z = \epsilon_0 \cos^2 \alpha_0 \end{cases}, \quad (1)$$

式中:  $\epsilon_0$  为静止的光电子为获得其发射能量所要求的加速电位, 称为初电位;  $\alpha_0$  为电子初角度。若在 A 章给出的两电极同心球系统的实际轨迹表示式 [A 章(42)、(43)式] 中, 考虑成像电子光学系统的近轴条件, 略去含有较 1 小得多的  $\epsilon_r / \Phi_{ac}$  的各项, 便得到自阴极面上原点以初电位为  $\epsilon_0$ 、初角度为  $\alpha_0$  逸出电子的近轴轨迹到达成像位置  $I^*$  处的距离  $R_i^*$  和斜率  $\tan \alpha_i^*$  的表达式:

$$R_i^* = -R_a \frac{n}{n-2} \left[ 1 + \frac{2(n-1)}{n-2} \left( \frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac}} \right)^{1/2} + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2} \frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac}} \right], \quad (2)$$

$$\tan \alpha_i^* = -(n-2) \left( \frac{\epsilon_r}{\Phi_{ac}} \right)^{1/2} \times \left[ 1 - \frac{2(n-1)}{n-2} \left( \frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac}} \right)^{1/2} + \frac{3n-2}{2(n-2)} \frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac}} \right], \quad (3)$$

式中: 上标 \* 表示满足近轴条件的情况;  $R_a$  为栅状球面阳极 A 的曲率半径;  $n = \frac{R_c}{R_a}$ ,  $R_c$  为球面阴极 C 的曲率半径。

(2)式表明, 由阴极面轴上点以相同的轴向初速对应的初电位  $\epsilon_z$  射出的电子束(其初角度  $\alpha_0$  和初电位  $\epsilon_0$  都不相同)经历同心球系统后将穿过透明的栅状阳极并会聚于同一点(当  $n > 2$ , 实像情况), 好像是从阴极后面某一点发出(当  $n < 2$ , 虚像情况)。因此, 在近轴条件下, 只有  $\epsilon_z$  相同的电子才能理想聚焦; 当  $\epsilon_z$  改变时, 理想成像的位置也随之发生改变。

### 2.2 系统放大率

由于系统的球对称性, 阴极球面上的弧段成像同样是曲率半径为  $R_i^*$  的弧段, 根据(2)式, 横向放大率(简称放大率)  $M$  可表示为

$$M = \frac{R_i^*}{R_c} = -\frac{1}{n-2} \left[ 1 + \frac{2(n-1)}{n-2} \left( \frac{\epsilon_{z_1}}{\Phi_{ac}} \right)^{1/2} + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2} \frac{\epsilon_{z_1}}{\Phi_{ac}} \right], \quad (4)$$

式中:  $\epsilon_{z_1}$  为轴向初电位。很明显, 在  $n > 2$  时, 形成

倒立的实像; 在  $n < 2$  时, 形成正立的虚像。

在两电极情况下, 系统的放大率以及像面位置主要决定于系统的结构参量, 电参量与初条件参量的影响则是次要的。因此, 两电极的成像电子光学系统亦称为定焦系统或自聚焦系统。

当  $\epsilon_z = 0$  V, 即  $\alpha_0 = 90^\circ$  时, 切于阴极面的近轴电子射线将会聚于极限像面位置  $I_i^*$  处, 于是, 对应于极限像面的曲率半径  $R_{ii}^*$  和放大率  $M_i$  可分别表示为

$$R_{ii}^* = -R_a \frac{n}{n-2}, \quad (5)$$

$$M_i = -\frac{1}{n-2}. \quad (6)$$

(5)、(6)式就是通常文献[1-4]中的零级近似式。值得注意的是,  $R_{ii}^*$  和  $M_i$  与阳极对于阴极的加速电位  $\Phi_{ac}$  无关。令  $\epsilon_z = \epsilon_0$ ,  $\alpha_0 = 0^\circ$ , 则可确定对应于高斯像面  $I_g^*$  处的曲率半径  $R_{ig}^*$  和放大率  $M_g$  的值。

### 2.3 物像空间不变式

物像空间不变式也就是几何光学中一般所说的 Lagrange-Helmholtz 不变式, 它代表光学系统在理想条件下的成像特性, 也包括电子光学系统在近轴条件下理想成像的普遍特性。对于两电极静电聚焦同心球系统, 在近轴成像下, 如果定义角放大率  $\Gamma$  为

$$\Gamma = \frac{\tan \alpha_i^*}{\tan \alpha_0}, \quad (7)$$

则由(3)、(4)、(7)式可得角放大率  $\Gamma$  和横向放大率  $M$  的乘积为

$$M\Gamma = \left( \frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac}} \right)^{1/2} \left[ 1 - \frac{\epsilon_z}{2\Phi_{ac}} + \frac{3}{8} \left( \frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac}} \right)^2 \right] = \sqrt{\frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac} + \epsilon_z}}. \quad (8)$$

这里, 与  $M$ 、 $\Gamma$  相关的(3)、(4)式都考虑到  $\left( \frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac}} \right)^2$  项。(8)式就是几何光学中极为重要的 Lagrange-Helmholtz 不变式, 说明电子光学系统与光学系统的成像是类似的。因此, 在阴极透镜中, 当已知物方各量  $(\sqrt{\epsilon_z}, \tan \alpha_0, r_0)$ , 则对任意一个像方空间来说, 其像方各量  $(\sqrt{\Phi_{ac} + \epsilon_z}, \tan \alpha_i^*, r_i^*)$  的乘积为常数, 由(8)式可得

$$r_i^* \tan \alpha_i^* \sqrt{\Phi_{ac} + \epsilon_z} = r_0 \tan \alpha_0 \sqrt{\epsilon_z} = C. \quad (9)$$

## 3 两电极同心球系统的近轴横向色差与几何横向球差

在阴极透镜中, 色差与球差通常是密切相关的。

人们经常用色球差的名词概括逸出电子不同的初角度和不同的初速度综合作用所引起的像差。但是,这个名词较为笼统,人们并不清楚究竟是哪一类像差(色差还是球差)对于图像的模糊所起的作用。本文中,作者建议用近轴色差代表在近轴条件下逸出电子轴向初能的差异所导致的像差,几何球差表示

逸出电子几何量的差异所导致的像差。

对于成像电子光学系统,定义从阴极面原点逸出的轴向初电位为  $\epsilon_{z_1}$  的电子接近轴条件聚焦的位置  $I^*$  为理想像面位置,而从同一点发出的初电位为  $\epsilon_0$ 、初角度为  $\alpha_0$  的实际电子轨迹交于  $I$  处时产生像的位移,即纵向像差,以  $\Delta z$  表示,如图 1 所示。

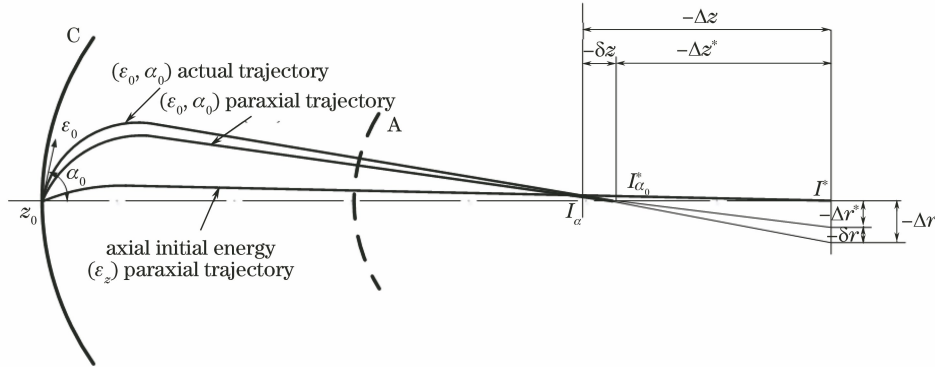


图 1 近轴横向色差与几何横向球差

Fig. 1 Paraxial lateral chromatic aberration and geometrical lateral spherical aberration

显然

$$\Delta z = R_{i_0} - R_i^*, \quad (10)$$

式中:  $R_{i_0}$  可由 A 章中(42)式表示;  $R_i^*$  以(2)式表示,不过其中的  $\epsilon_z$  以  $\epsilon_{z_1}$  替代。将它们代入(10)式,经过整理,便得到纵向像差  $\Delta z$  的表示式为

$$\Delta z = \Delta z^* + \delta z = \Delta z_1^* + \Delta z_2^* + \delta z_2, \quad (11)$$

式中:  $\Delta z^*$  为近轴纵向色差,即初条件参量  $(\epsilon_0, \alpha_0)$  的近轴轨迹在对应于某一轴向初能  $\epsilon_{z_1}$  所确定的近轴成像位置的纵向偏离;  $\Delta z_j^* (j=1, 2)$  为一级与二级近轴纵向色差;  $\delta z$  为几何纵向球差,即实际轨迹在对应的近轴成像位置上的纵向偏离;  $\delta z_2$  为二级几何纵向球差。

$$\Delta z_1^* = -\frac{2M^2 \sqrt{\Phi_{ac}}}{E_c} (\sqrt{\epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_{z_1}}), \quad (12)$$

$$\Delta z_2^* = -\frac{2M^2}{E_c} \left[ \frac{n}{n-2} (\epsilon_z - \epsilon_{z_1}) + \frac{4(n-1)}{n-2} \sqrt{\epsilon_{z_1}} (\sqrt{\epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_{z_1}}) \right], \quad (13)$$

$$\delta z_2 = \frac{2M^2 (n-1)}{E_c} \epsilon_r, \quad (14)$$

式中:  $E_c$  为阴极面的电场强度,  $E_c = \frac{\Phi_{ac}}{R_c (n-1)}$ 。

同样地,在轴向初能为  $\epsilon_{z_1}$  所确定的近轴成像位置处的轴上点横向像差  $\Delta r$  可表示为

$$\Delta r = -\Delta z \tan \alpha_i, \quad (15)$$

式中:  $\tan \alpha_i$  为对应于初条件参量  $(\epsilon_0, \alpha_0)$  的实际电子轨迹在成像点  $I$  处与  $\varphi=0^\circ$  轴线所形成的斜率,

它由 A 章中(43)式确定。

将(11)式和 A 章中(43)式代入(15)式,则轴上点的横向像差  $\Delta r$  可表示为

$$\Delta r = \Delta r^* + \delta r = \Delta r_2^* + \Delta r_3^* + \delta r_3, \quad (16)$$

式中:  $\Delta r^*$  为近轴横向色差,即初条件参量  $(\epsilon_0, \alpha_0)$  的近轴轨迹对应于某一轴向初能  $\epsilon_{z_1}$  所确定的近轴成像位置的横向偏离;  $\Delta r_j^* (j=2, 3)$  为二级与三级近轴横向色差;  $\delta r$  为几何横向球差,即实际轨迹在对应的近轴成像位置上的横向偏离;  $\delta r_3$  为三级几何横向球差。  $\Delta r_j^* (j=2, 3)$  和  $\delta r_3$  分别可表示为

$$\Delta r_2^* = \frac{2M}{E_c} \sqrt{\epsilon_r} (\sqrt{\epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_{z_1}}), \quad (17)$$

$$\Delta r_3^* = -\frac{2M}{E_c \sqrt{\Phi_{ac}}} \sqrt{\epsilon_r} (\epsilon_z - \epsilon_{z_1}), \quad (18)$$

$$\delta r_3 = -\frac{2M}{E_c \sqrt{\Phi_{ac}}} (n-1) \epsilon_r^{3/2}. \quad (19)$$

$\Delta z^*, \Delta r^*, \delta z, \delta r$  均自成像点算起,自左至右为正,自下至上为正。

在本文中,将轴上点的纵向和横向像差用阶次分类以区别于细束电子光学通常所用的三级和高极像差。这是因为:在阴极透镜中,从阴极面发出的电子除了有电子初能量的差别,还具有不同的逸出角,且轨迹的斜率可能趋于无穷,理想像面位置与所取的轴向初电位  $\epsilon_{z_1}$  有关,用细束电子光学通常的表示法划分纵向和横向像差已不可能,在这里,纵向像差按照  $(\epsilon_0/\Phi_{ac})^{j/2}$  的阶次分类,横向像差则按照

$(\epsilon_0/\Phi_{ac})^{(j+1)/2}$  的阶次分类。

考察(16)~(19)式,可得出结论:轴上点的横向像差  $\Delta r$  可视为近轴横向色差  $\Delta r^*$  (即由轴向初能  $\epsilon_{z_1}$  与  $\epsilon_z$  不同的两条近轴轨迹所形成的像差)与几何横向球差  $\delta r$  (即由同一初条件参量的实际轨迹与近轴轨迹所形成的像差)的合成,如图 1 所示。其中,(17)式表示的二级近轴横向色差  $\Delta r_2^*$  以两位研究电子光学的先驱者名字命名为 Recknagel-Арцимович,亦称 R-A 公式,它对于确定系统的成像质量即鉴别率起着主要的、决定性的作用。它较(18)式的三级近轴横向色差  $\Delta r_3^*$  和(19)式的三级几何横向球差  $\delta r_3$  要大一个数量级。三级几何横向球差  $\delta r_3$  正是通常电子光学中的所谓三级几何球差,它与  $(\frac{\epsilon_r}{\Phi_{ac}})^{3/2}$  成比例。通过三级近轴横向色差  $\Delta r_3^*$ ,便把通常的二级近轴横向色差  $\Delta r_2^*$  与三级几何横向球差  $\delta r_3$  联系了起来。

应该指出,本文所导得的二级近轴横向色差  $\Delta r_2^*$  被 Seman<sup>[1]</sup> 称为 Recknagel-Арцимович 公式<sup>[2-3]</sup>,简称 R-A 公式,这是成像电子光学中最重要的一个表示式。它所形成的图像弥散将在 D 章中详细讨论。

虽然本文中的个别结论曾在一些学者关于同心球系统电子光学的研究中得到过,例如,Крупп<sup>[4]</sup> 证实了高斯像面上的横向像差为  $\Delta r_g = \frac{2M\epsilon_0}{E_c}$ , Schagen 等<sup>[5]</sup> 给出了极限像面上的横向像差为  $\Delta r_t = \frac{M\epsilon_0}{E_c}$ , Арцимович<sup>[3]</sup> 给出了最佳像面上的横向

像差为  $\Delta r_m = 0.6 \frac{M\epsilon_0}{E_c}$ 。Seman<sup>[1]</sup> 则是最早注意到在阴极透镜中,其图像弥散值在极限像面、最佳像面与高斯像面存在着 1.0:0.6:2.0 关系的第一人。本人的贡献是在具体的静电聚焦同心球系统中证实了这一规律。

顺便指出,一些文献对于轴上点所构成的横向像差乃是近轴横向色差与几何横向球差的合成的认识也是含混的。而且,在 Кельман 等<sup>[6]</sup> 电子光学学者关于静电阴极透镜像差的著作中,所关心的仍是三级几何横向球差  $\delta r_3$  等,虽然它是处处存在的,实际上,它较二级近轴横向色差  $\Delta r_2^*$  要小一个数量级,对于成像质量的影响是较为次要的,甚至可以不予考虑。

#### 4 细电子束下的横向球差

下面用几何电子光学通常采用的方法表示细电子束下高斯像面上的横向球差<sup>[7]</sup>。当阴极面物点以很小的倾角  $\alpha_0$  射出电子束时,角度的余弦可表示为

$$\cos \alpha_0 = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \alpha_0 - \frac{1}{8} \sin^4 \alpha_0. \quad (20)$$

将(20)式代入(16)式,可得

$$\Delta r = \frac{2M}{E_c} \left[ \sqrt{\epsilon_r} (\sqrt{\epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_{z_1}}) - \frac{1}{\sqrt{\Phi_{ac}}} \sqrt{\epsilon_r} (\epsilon_z - \epsilon_{z_1}) - \frac{1}{\sqrt{\Phi_{ac}}} (n-1) \epsilon_r^{3/2} \right]. \quad (21)$$

令  $\epsilon_{z_1} = \epsilon_0 \cos \delta_0$ ,  $\epsilon_z = \epsilon_0 \cos \alpha_0$ , 展开(21)式,便可得到

$$\Delta r = \frac{2M}{E_c} \epsilon_0 \sin \alpha_0 \left[ (1 - \cos \delta_0) - \frac{1}{2} \sin^2 \alpha_0 - \frac{1}{8} \sin^4 \alpha_0 - \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{\sqrt{\Phi_{ac}}} (1 - \cos^2 \delta_0) - \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{\sqrt{\Phi_{ac}}} (n-2) \sin^2 \alpha_0 \right]. \quad (22)$$

在细电子束情况下,若像面置于高斯像面处,即令  $\cos \delta_0 = 1$ , 则其横向球差(包括三级与五级)可表示为

$$\Delta r_g^{(3+5)} = -\frac{M\epsilon_0}{E_c} \sin^3 \alpha_0 \left( 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha_0 \right). \quad (23)$$

通常只需考虑三级横向球差项,即

$$\Delta r_g^{(3)} = -\frac{M\epsilon_0}{E_c} \sin^3 \alpha_0, \quad (24)$$

这与通常的细束电子光学的结论是一样的。

根据文献[4],令  $\sin \alpha_0 = 0.14$ ,  $\alpha_0 = 8^\circ$ , 则三级

横向球差在全部球差中占 99% 以上。由此可见,细束电子光学中研究高斯像面上的像差只需考虑三级球差项。

当  $\delta_0 \neq 0$  时,出现一级横向球差。当  $\delta_0 \leq \alpha_0$  时,一级横向球差与三级、五级横向球差有抵消作用;成像面离高斯面愈远,一级横向球差在全部球差中表现愈显著。一级横向球差在极限像面达到最大值。令极限像面上的横向球差为  $\Delta r_t^{(s)}$ , 则有

$$\Delta r_g^{(s)} \simeq \frac{\sin^2 \alpha_0}{2} \Delta r_t^{(s)}, \quad (25)$$

式中： $\Delta r_g^{(s)}$  为高斯像面上的横向球差。这表明，细束下高斯像面上的球差远小于极限像面上的球差。必须指出，尽管细电子束下的理想成像面通常指的是高斯像面，但细束最小弥散圆对应的最佳像面并不位于高斯像面处，而是在距离高斯面不远的位置，它与细束下被限制的逸出角  $\alpha_0$  所对应的位置相靠近。

高斯像面上的散射圆半径为

$$\Delta r_g = -\frac{M\epsilon_0}{E_c} \sin^3 \alpha_0 \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha_0\right). \quad (26)$$

对(22)式求极值，并利用求宽束下最小弥散圆半径式相似的方法<sup>[7]</sup>，可求得细束下的最小弥散圆半径为

$$\Delta r_{\min}^{(s)} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{M\epsilon_0}{E_c} \sin^3 \alpha_0 \left(1 + \frac{5}{16} \sin^2 \alpha_0\right). \quad (27)$$

由(26)、(27)式可估计细束下  $\Delta r_g^{(s)}$  和  $\Delta r_{\min}^{(s)}$  的关系为

$$\Delta r_{\min}^{(s)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{16} \sin^2 \alpha_0} \Delta r_g^{(s)}. \quad (28)$$

因此，很明显，Kpynn<sup>[4]</sup> 提出

$$\Delta r_{\min}^{(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sin \alpha_0}} \Delta r_g^{(s)} \quad (29)$$

来估计细束下最小弥散圆半径是不能成立的。

### 5 纵向均匀电场的电子光学——同心球系统向近贴聚焦系统的过渡

对于两电极同心球系统，若令  $n=1, R_c, R_a$  都趋于无穷大。于是球面阴极、栅状球面阳极都变成平面电极，同心球系统就变成近贴聚焦系统，如图 2 所示。

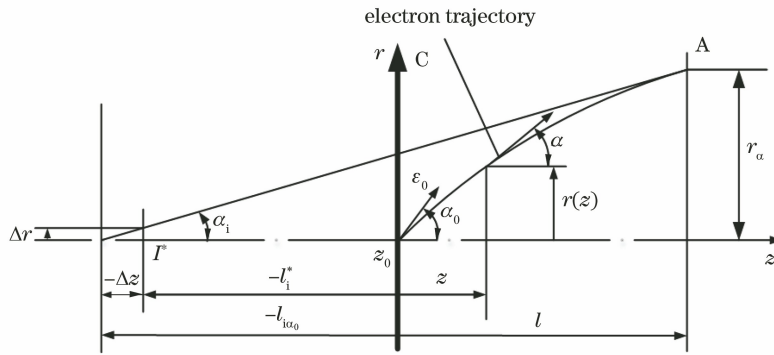


图 2 近贴聚焦系统( $n=1$ )的电子轨迹与近轴横向色差

Fig. 2 Electron trajectory and paraxial lateral chromatic aberration in proximity focusing system ( $n=1$ )

根据图 2，平面阴极至平面阳极的距离  $l$  可表示为

$$l = (R_a - R_c) \Big|_{\substack{R_c \rightarrow \infty \\ R_a \rightarrow \infty}}, \quad (30)$$

$l$  自阴极面算起，自左至右为正。于是有

$$\left\{ \begin{aligned} n &= \frac{R_c}{R_a} = \left(1 - \frac{l}{R_a}\right) \Big|_{R_a \rightarrow \infty} \rightarrow 1 \\ \mu &= \frac{R_c}{\rho} = \frac{1}{1 + \frac{z}{R_c}} \Big|_{R_c \rightarrow \infty} \rightarrow 1 \\ p(\mu - 1) &= \frac{\Phi_{ac}}{\epsilon_0} \frac{\mu - 1}{n - 1} = \\ &= \frac{\Phi_{ac}}{\epsilon_0} \frac{-z}{\frac{z}{R_c} + R_c} \Big|_{\substack{R_c \rightarrow \infty \\ R_a \rightarrow \infty}} = \frac{\Phi_{ac}}{\epsilon_0} \frac{z}{l} \end{aligned} \right. , \quad (31)$$

式中：参量  $p$  与  $n-1$  的乘积具有明显的物理意义，表示系统的加速电位与初电位的比值，即  $p(n-1) = \frac{\Phi_{ac}}{\epsilon_0}$ 。

将上述关系式代入 A 章中(12)式，则纵向均匀电场中电子轨迹的斜率为

$$r'(z) = \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{\frac{\Phi_{ac}}{l} z + \epsilon_z}}, \quad (32)$$

其电子轨迹表达式为

$$r(z) = \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{\frac{\Phi_{ac}}{l}} \left( \sqrt{\frac{\Phi_{ac}}{l} z + \epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_z} \right). \quad (33)$$

(33)式表示实际的电子轨线，若令  $\Phi(z) = \frac{\Phi_{ac}}{l} z$ ，则(33)式给出的近轴轨迹与 A 章中(28)式在形式上是完全一样的，而且纵向均匀电场中实际轨

迹与近轴轨迹是完全重合的。

现讨论系统的电子光学性质,首先研究虚像面的位置,设  $l_i$  为阴极至虚像面的距离,它自阴极面算起,自左至右为正。 $l_i$  可表示为

$$l_i = (R_{i_0} - R_c) \Big|_{R_c \rightarrow \infty}^{R_a \rightarrow \infty} \quad (34)$$

将 A 章(42)式中的  $R_{i_0}$  代入(34)式,将其中各项经过类似(31)式的交换,如其展开式中的第一项可表示为

$$\left(-R_a \frac{n}{n-2} - R_c\right) \Big|_{R_c \rightarrow \infty}^{R_a \rightarrow \infty} = -l. \quad (35)$$

最后可得

$$l_i = -l \left[ 1 - 2 \left( \frac{\epsilon_0}{\Phi_{ac}} \right)^{1/2} \cos \alpha_0 + 2 \frac{\epsilon_0}{\Phi_{ac}} \cos \alpha_0 - \left( \frac{\epsilon_0}{\Phi_{ac}} \right)^{3/2} \cos^3 \alpha_0 \right] = -l \left( \sqrt{1 + \frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac}}} - \sqrt{\frac{\epsilon_z}{\Phi_{ac}}} \right)^2. \quad (36)$$

由(36)式出发,讨论近贴聚焦系统的电子光学性质:

1) 由阴极面上原点以相同的  $\epsilon_z$  射出的电子射线经纵向均匀场后好像是自阴极面后某一点发出来一般,(36)式表明,只有  $\epsilon_z$  相同的电子才能理想聚焦。

2) 由(4)式可以得到  $M=1$ ,这代表正立的虚像。同样可以证明 Lagrange-Helmholtz 不变式[(8)式]成立。

3) 由(36)式可得极限(虚)像平面位置为

$$l_{it} = -l, \quad (37)$$

这表明它较高斯(虚)像面与阴极的距离远。

4) 平面阳极上的最大散射圆半径及其斜率可表示为

$$\begin{cases} r_a \Big|_{\alpha_0 = \frac{\pi}{2}} = 2l \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\Phi_{ac}}} \\ \tan \alpha_i \Big|_{\alpha_0 = \frac{\pi}{2}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\Phi_{ac}}} \end{cases} \quad (38)$$

由此可见,切于阴极面发出的电子轨线在经过纵向均匀场后与阴极法线所成的角度很小。阴极前面的电场虽然把从阴极某点射出的电子迅速会聚成细束,但在阳极平面上不能形成点状的像,而是形成半径为  $r_a$  的散射圆。因此,它实际上是投射成像。

由于近贴聚焦系统的  $M=1$ ,同心球系统的像差公式[(11)式和(16)式]可完全推广到近贴聚焦的情况,如一级与二级纵向近轴色差可表示为

$$\begin{cases} \Delta z_1^* = \frac{-2\sqrt{\Phi_{ac}}}{E_c} (\sqrt{\epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_{z_1}}) \\ \Delta z_2^* = \frac{2}{E_c} (\epsilon_z - \epsilon_{z_1}) \end{cases}, \quad (39)$$

式中:  $E_c = \frac{-\Phi_{ac}}{l}$ 。对于二级与三级横向近轴色差,则有

$$\begin{cases} \Delta r_2^* = \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{E_c} (\sqrt{\epsilon_z} - \sqrt{\epsilon_{z_1}}) \\ \Delta r_3^* = -\frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{E_c \sqrt{\Phi_{ac}}} (\epsilon_z - \epsilon_{z_1}) \end{cases}. \quad (40)$$

由于实际轨迹与近轴轨迹合二为一,故此系统只有近轴纵向色差  $\Delta z^*$  与近轴横向色差  $\Delta r^*$  不为零,几何纵向球差  $\delta z$  和几何横向球差  $\delta r$  均等于零。因此,不管是两电极同心球系统还是近贴聚焦系统,二级近轴横向色差表示式是普遍成立的。

## 6 结 论

静电聚焦同心球系统的轴上点横向像差系由近轴横向色差与几何横向球差所组成,证实了在静电聚焦同心球系统中,阴极透镜的二级近轴横向色差公式即 R-A 公式[(17)式]普遍成立。探讨了系统的近轴横向色差与几何横向球差,以及宽电子束与细电子束之间的关系。

文中对  $n < 1$  和  $n > 1$  球面阴极的两电极同心球系统和  $n = 1$  平面阴极的近贴聚焦系统的成像与像差都进行了分析,所得结论对于研究定焦型像管和近贴聚焦型像管具有实际意义,对于研究阴极透镜的近轴光学及其横向像差具有指导意义。

## 参 考 文 献

- [1] Seman O И. Theoretical basis of electron optics[M]. Beijing: Higher Education Press, 1958.  
谢曼. 电子光学理论基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 1958.
- [2] Recknagel A. Theorie des elektrischen elektronen mikroskops für selbststrahler [J]. Zeitschrift Angewandte Physik, 1941, 117(11/12): 689-708.
- [3] Арцимович Л А. Электростатические свойства эмиссионных систем [J]. Изв. АН СССР Сер. Физ., 1944, 8(6): 313.
- [4] Крупн Д М. Кружок сферической аберрации в катодной линзе с шаровой симметрией [J]. Труды ГОИ, 1963, 30: 22-29, 159.
- [5] Schagen P H, Bruining H, Francken J C. A simple electrostatic electron-optical system with only one

voltage[J]. Philips Research Reports, 1952, 7(2): 119-132.

- [6] Кельман В М, Сапаргалиев А А, Якушев Е М. Теория катодных линз. II. Электростатическая линза с вращательной симметрией поля [J]. Журнал технической физики, 1973, 43(1): 52-56.

[7] Zhou L W. Electron optics with wide beam focusing (Monograph) [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1993.

周立伟. 宽束电子光学(专著)[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1993.