

双压电片反射镜面形精度补偿的仿真分析

李桐^{1,2}, 王楠^{1,3}, 祝万钱^{1,3}, 徐中民^{1,3}, 金利民^{1,3}, 董晓浩^{1,3}, 薛松^{1,3*}¹中国科学院上海应用物理研究所, 上海 201800;²中国科学院大学, 北京 100049;³中国科学院上海高等研究院, 上海 201210

摘要 针对硬 X 射线自由电子激光 (HXFEL) 对偏移镜组提出的初步要求 (压弯前、夹持后子午面形误差小于 $0.5 \mu\text{rad}$), 传统机械压弯难以满足且实时修正, 因此采用压电片侧放式双压电片反射镜 (PBM) 结构。反射镜水平放置, 通过奇异值分解 (SVD) 法计算修正自重所引起的低频面形误差所需的电压值, 并辅以有限元分析法验证方案的可行性; 针对不同的压弯面形进行求解分析, 然后加入热分析法解决由局部辐射引起的面形突变。仿真结果表明, 在自重的情况下, 反射镜的初始斜率误差为 242.43 nrad (均方根, RMS), 在压电压弯修正后其斜率误差可以大幅降低至 7.743 nrad (RMS); 对目标面形进行调节, 实际压弯面形与目标面形间的斜率误差仅为 0.0024 nrad (RMS)。

关键词 表面光学; 双压电片反射镜; 有限元分析; 自适应; 奇异值分解

中图分类号 TH744

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0734001

Finite Element Analysis of Compensation of Surface Shape Accuracy of Piezoelectric Bimorph Mirror

Li Tong^{1,2}, Wang Nan^{1,3}, Zhu Wanqian^{1,3}, Xu Zhongmin^{1,3}, Jin Limin^{1,3},
Dong Xiaohao^{1,3}, Xue Song^{1,3*}¹ Shanghai Institute of Applied Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;² University of Chinese Academy of Sciences, Shanghai 100049, China;³ Shanghai Advanced Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201210, China

Abstract According to the preliminary requirements of hard X-ray free electron laser (HXFEL) for offset mirror group (the meridian shape error is less than $0.5 \mu\text{rad}$ before bending and after clamping), the traditional mechanical bending is difficult to meet and can be corrected in real time, so the structure of piezoelectric side-placed piezoelectric bimorph mirror (PBM) is adopted. The mirror is placed horizontally, and the voltage needed to correct the low frequency surface shape error caused by dead weight is calculated by singular value decomposition (SVD) method, and the feasibility of the scheme is verified by finite element analysis method. Different bending surface shapes are solved and analyzed, and then thermal analysis method is added to solve the surface shape mutation caused by local radiation. The simulation results show that in the case of dead weight, the initial slope error of the mirror is 242.43 nrad (root mean square, RMS), and the slope error can be greatly reduced to 7.743 nrad (RMS) after voltage bending correction. When adjusting the target shape, the slope error between the actual bending shape and the target shape is only 0.0024 nrad (RMS).

Key words optics at surfaces; piezoelectric bimorph mirror; finite element analysis; adaptation; singular value decomposition

收稿日期: 2021-08-11; 修回日期: 2021-09-27; 录用日期: 2021-10-15

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(11805262)

通信作者: *xuesong@zjlab.org.cn

1 引言

1998 年, ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) 报道了关于压电反射镜的研究及其控制理论^[1]。经过二十余年的发展, 双压电片反射镜(PBM)的制备技术已日趋成熟, 在世界范围内的同步辐射光源中得到应用, 并显示出广阔的应用前景, 代表性机构有 ESRF(欧洲)、Spring-8(日本)和 DLS(Diamond Light Source)(英国)等^[2]。近年来, 通过对压电反射镜结构的不断优化和改进, ESRF 与法国 Thaise-SESO 公司共同加工出 10 多个 PBM^[3]。日本 Spring-8 公司也设计出一种“三明治”结构的双压电片反射镜, 在光束线 BL29-XUL 中实现满足衍射极限聚焦的要求且面形误差 PV (Peak to Valley) 值小于 3 nm 的椭圆柱面^[4-5]。

2019 年法国 Thaise-SESO 公司根据 DLS 的设计要求, 提出了新型双压电反射镜结构(尺寸为 1100 mm×50 mm×40 mm, 通过 16 组压电片进行压弯), 该结构可以将 X 射线从初始横截面[半峰全宽(FWHM)为 11.0 mm×1.0 mm]聚集到可变位置所需的尺寸, 即 FWHM 约为 680 μm×20 μm。该反射镜应用于 DLS I15-1 光束线, 其能量为 40~80 keV, 这是能够同时满足高通量、高能量、宽带宽以及高效可变聚焦要求的光学组件, 测试结果表明反射镜的最小均方根斜率误差可以达到 0.5 μrad^[6-7]。

双压电片反射镜的最大优点是可以减少在高强度 X 射线束下由抛光、夹持和“热突变”引起的低频表面误差。对于依赖良好波前(相干和成像)的束线, 可以使用双压电片反射镜来校正由上游光学器件或不完美的 X 射线源引起的像差^[8]。

本文借鉴新一代 PBM 的结构排布, 采用有限元方法对其整体进行压电建模分析, 通入高电压信号后由压电响应函数求解出控制电压, 并辅以有限元仿真法进行验证, 通过热分析法来调节反射镜由局部过热产生的面形突变误差, 使其更加贴近工程实际应用, 最终对调节效率进行对比与总结。

2 实验原理及仿真

2.1 PBM 工作原理

PBM 是利用压电材料的逆压电效应制备的, 采用锆钛酸铅压电陶瓷材料(PZT)薄片在单晶硅反射镜侧面进行粘接, PZT 的极化方向沿镜子长度方向, 施加一定电压后, 上部 PZT 收缩, 下部 PZT 伸

长, 从而带动整个镜面发生弯曲, 工作原理如图 1 所示。通过动态控制输出电压可以实现对 PBM 面形的实时控制, 从而使其发挥出更好的性能。

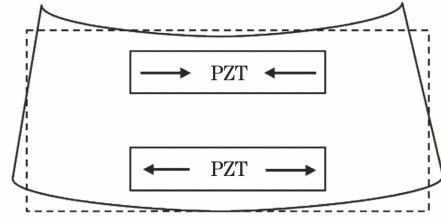


图 1 PBM 的结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of PBM

压电控制理论中主要采用奇异值分解(SVD)来计算逆矩阵以求电压, 同样也可以通过正交三角(QR)分解、最小二乘法等方法计算得出, 本文采用 SVD 求逆矩阵^[1,9-11], 计算公式为

$$Av - b = 0, \quad (1)$$

$$A^T Av = A^T b, \quad (2)$$

$$(A^T A)^{-1} (A^T A) v = (A^T A)^{-1} A^T b, \quad (3)$$

$$v = (A^T A)^{-1} A^T b, \quad (4)$$

式中: A 为压电单位电压轮廓矩阵; v 为压电片电压; b 为目标轮廓矩阵。通过(4)式求得的 v 为各压电片所需的电压值。对尺寸为 600 mm×50 mm×45 mm 的反射镜通过 18 组 PZT 进行压弯, 每组压电片依次通入电压 $v_i = 100$ V, 对其轮廓数据进行处理可以得到各压电片的单位电压轮廓曲线, 如图 2 所示。

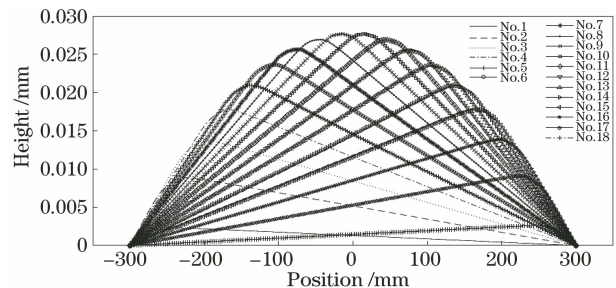


图 2 600 mm 长反射镜在 18 组 PZT 作用下的单位电压轮廓

Fig. 2 Unit voltage profile of 600 mm long mirror under 18 groups of PZT

2.2 材料参数设置

PZT 的材料参数主要由材料密度、弹性刚度常数矩阵 c 、压电常数矩阵 e 以及相对介电常数矩阵 ϵ 决定^[12]。PZT 的参数矩阵基本遵循 IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) 发布的标准, 即排布顺序为 x, y, z, yz, xz 和 xy , 而在仿真中排布顺序为 x, y, z, xy, yz 和 xz , 因此需要进行转换。同时, PZT 材料的极化方向不同,

所以其参数设置也不同。以常用材料 PZT-5H (z 轴极化) 为例, 其参数的输入顺序为 $c =$

$$c = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}, \quad e =$$

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{15} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}.$$

本次仿真分析 PZT-5H 的具体参数如表 1 所示。

表 1 PZT-5H 的材料参数

Table 1 Material parameters of PZT-5H

Density / (kg · m ⁻³)	Stiffness constant / (10 ⁻¹⁰ Pa)						Piezoelectric constant / (C · m ⁻²)			Dielectric constant	
	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	c_{66}	e_{31}	e_{33}	e_{15}	ϵ_{11}	ϵ_{33}
7500	12.70	8.02	8.46	11.74	2.29	2.35	-6.60	23.24	17.03	1704.40	1433.60

表 2 仿真分析的材料属性

Table 2 Material properties of simulation analysis

Material	Poisson ratio	Young's modulus / GPa	Density / (kg · m ⁻³)
Si	0.3	169	2330
Structural steel	0.3	200	7850

3 有限元分析

3.1 仿真模型、网格划分及材料属性

使用有限元分析方法分析双压电片反射镜的压弯情况, 反射镜尺寸采用常用的反射镜规格, 即 600 mm × 50 mm × 45 mm。若反射镜水平放置, 则整体采用三点支撑的方式, 三点参考 Bessel 点 ($a = 0.556L$, 其中 a 和 L 分别为支承段长度和整体长度)。通过建立不同的模型来对比其自重面形误差, 当 $a = 0.554L$ 时, 其面形误差最小, 因此模型采用三点支撑的方式。反射镜底部与支撑杆之间的摩擦系数为 0.02。反射镜模型的三维示意图如图 3 所示。

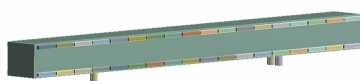


图 3 简化的三维模型图

Fig. 3 Simplified 3D model diagram

对模型进行网格划分, 将反射镜部分划分为六面体单元, 网格尺寸为 10 cm。将压电片部分同样采用六面体单元进行细分, 网格尺寸为 4 mm, 网格划分如图 4 所示。

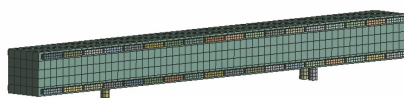


图 4 模型的网格划分示意图

Fig. 4 Diagram of model meshing

仿真分析中, 反射镜材料为硅晶体, 支撑杆为结构钢, 材料属性如表 2 所示。

3.2 自重面形修正仿真分析

反射镜在水平放置或进行压弯时, 由于镜子自身的重力会产生对面形影响极大的误差, 因此需要避免初始低频面形误差。首先, 在各压电片不通电的情况下将自重面形轮廓记录下来, 计算得出自重面形下的初始斜率误差为 242.43 nrad (均方根, RMS)。通过图 2 数据及 (4) 式可以计算得出自重面形误差修正所需的电压值 v , 将电压值输入到各压电片上, 得到的自重修正前后的面形轮廓如图 5 所示。

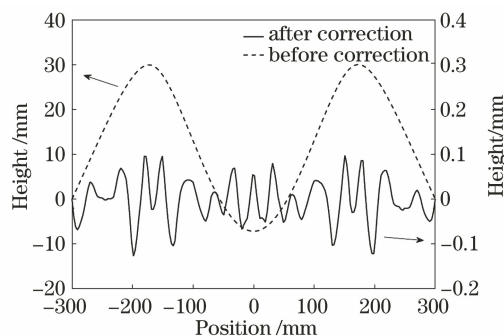


图 5 自重修正前后的仿真面形对照图

Fig. 5 Comparison of simulated surface before and after self-gravity correction

对修正后的面形进行数据处理, 由图 5 可以直观地看出反射镜面形从原先的低频曲线修正成高频曲线, 其修正前后的 PV 值及斜率误差 RMS 值对比

如表 3 所示。

表 3 重力修正前后的参数对比

Table 3 Comparison of parameters before and after gravity correction

Parameter	PV /nm	RMS /nrad
Before correction	37.160	242.430
After correction	0.224	7.743
Correction efficiency /%	99.39	96.81

对比表 3 数据可得,面形的斜率误差由初始的 242.430 nrad (RMS)降低至 7.743 nrad (RMS),修正效率达到了 96.81%,可以看出该结构具有很强的面形校正能力,满足设计需求。

3.3 面形控制仿真及验证

在实际使用压弯镜时,反射镜面形需根据用户需求实时调节。为了验证该控制理论是否可行,任意取一面形函数 $y = x^2/300 - 300$,经过 SVD 求逆矩阵,计算出该面形所需的电压值 v 后进行仿真分析,得到的目标面形与实际压弯面形如图 6 所示。

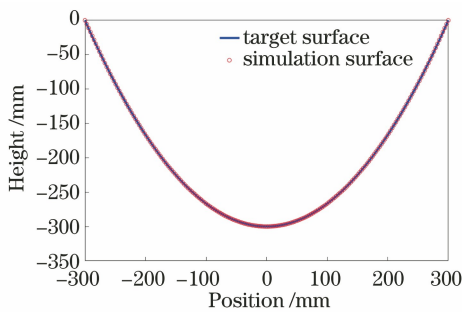


图 6 目标面形与仿真面形的比较

Fig. 6 Comparison of target surface shape and simulation surface shape

通过实际面形与目标面形的差异,将实际面形轮廓减去目标面形轮廓,求得其实际面形与目标面形间的差异如图 7 所示。

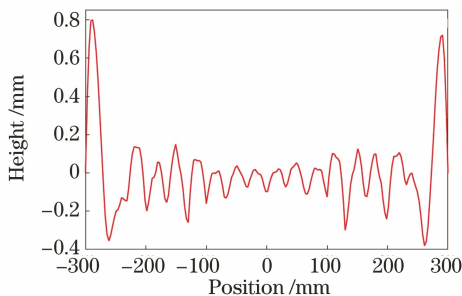


图 7 目标面形与仿真面形的实际偏差

Fig. 7 Actual deviation between target surface shape and simulation surface shape

通过计算得出面形的斜率误差为 0.0024 nrad (RMS)。由斜率误差可以看出,实际压弯与目标面

形间的误差几乎可以忽略不计,该结构对于任意面形的控制精度很高,可以通过程序化计算达到实时调节面形的目的。

3.4 热突变面形修正

在实际工程应用中,主要的面形误差有一部分是由局部过热导致的,因此在高热载的情况下保持良好的光学特性是提高束线质量的关键。对反射镜施加高斯热载,热载区域大小为 $10 \text{ mm} \times 600 \text{ mm}$,最大功率密度为 $1465.3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ 。在该热载下,反射镜的最高温度为 $150 \text{ }^\circ\text{C}$,热载及温度分布如图 8 所示。通过加入简单的侧边冷却后,发现结构的整体温度得到有效控制,因此下一步工作将对水冷机构进行进一步的完善,本文仅对热突变面形修正进行方法论证。

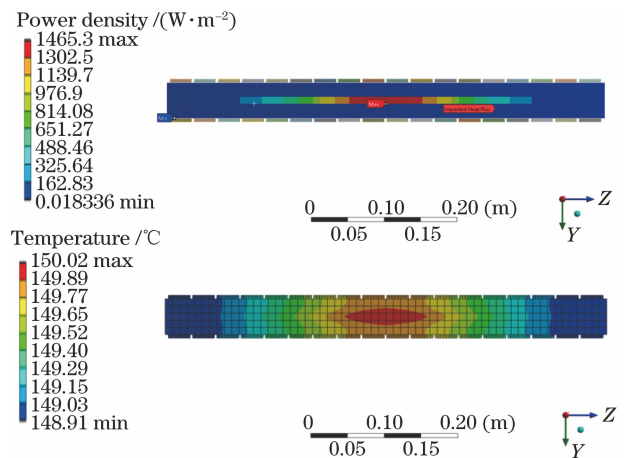


图 8 热载荷及温度分布图

Fig. 8 Thermal load and temperature distribution diagram

通过多物理耦合场的有限元分析,反射镜在该热载的情况下由局部过热导致面形发生突变,其面形变形较大,PV 值为 $0.776 \text{ } \mu\text{m}$ 。计算得出热突变面形修正所需的电压值后进行仿真分析,经压电校正可以使面形误差得到有效的降低,校正前后的面形轮廓如图 9 所示。

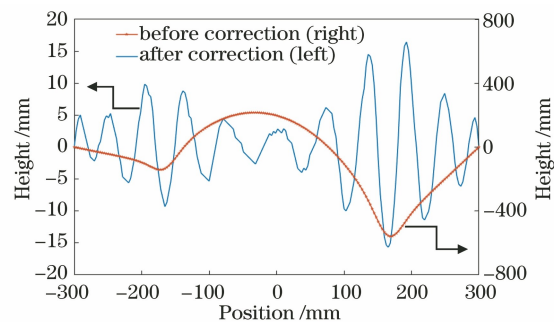


图 9 反射镜热变形校正前后的面形图

Fig. 9 Surface view of mirror before and after thermal deformation correction

将压电修正前后的反射镜面形参数进行计算比较,前后参数对比如表 4 所示。

从表 4 可以看到,在没有引入水冷机构的情况下,面形热突变严重,即斜率误差 RMS 值由无修正的 $3.7157 \mu\text{rad}$ 降低至 $0.682 \mu\text{rad}$,调节效率有所降低,因此在实际工程中必须加入冷却机构。

表 4 热突变修正前后的参数对比

Table 4 Comparison of parameters before and after thermal mutation compensation

Parameter	PV / μm	RMS / μrad
Before correction	0.7760	3.7157
After correction	0.0320	0.6820
Correction efficiency /%	95.88	81.65

4 结 论

本文主要对水平放置的侧向排布双压电片反射镜进行仿真分析,对自重面形调节、任意面形控制以及热突变面形修正进行论证。首先分析对比该结构的修正效率,在自重面形调节及面形控制中,自重下修正可将反射镜斜率误差 RMS 值由原先的 242.43 nrad 降低至 7.743 nrad ,其修正效率为 96.81% ;其次在面形控制方面,面形的斜率误差 RMS 值为 0.0024 nrad ;最终在由局部过热引起的面形突变校正中,其斜率误差 RMS 值也由无修正的 $3.7157 \mu\text{rad}$ 降低至 $0.6820 \mu\text{rad}$ 。本结构在各方面皆保持高修正率,可以认为该结构的设计方案可行。

针对硬 X 射线的镜组需求,从方案选择到实际应用仍有许多问题需要解决,如 PZT 与反射镜的粘接工艺、反射镜的压弯稳定性以及漂移误差等都需要进一步改善。

参 考 文 献

- [1] Signorato R, Hignette O, Goulon J. Multi-segmented piezoelectric mirrors as active/adaptive optics components [J]. *Journal of Synchrotron Radiation*, 1998, 5(3): 797-800.
- [2] Jin L M, Luo H X, Wang J, et al. Application of bimorph mirror in the optical system of synchrotron radiation light source[J]. *Chinese Optics*, 2017, 10(6): 699-707.
金利民, 罗红心, 王劼, 等. 双压电片镜在同步辐射光源光学系统中的应用 [J]. *中国光学*, 2017, 10(6): 699-707.
- [3] Zhang Y, Tang S Z, Li M, et al. Present research status of piezoelectric bimorph mirrors in synchrotron radiation sources[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(1): 010702.
张瑶, 汤善治, 李明, 等. 同步辐射中双压电片反射镜的研究现状 [J]. *物理学报*, 2016, 65(1): 010702.
- [4] Vannoni M, Yang F, Sinn H. Adaptive X-ray mirror tuning simulation through influence functions' modeling and error function minimization[J]. *Optical Engineering*, 2015, 54(1): 015104.
- [5] Jiang H, Tian N, Liang D, et al. A piezoelectric deformable X-ray mirror for phase compensation based on global optimization [J]. *Journal of Synchrotron Radiation*, 2019, 26(3): 729-736.
- [6] Sutter J P, Chater P A, Signorato R, et al. A novel, 1 m long multilayer-coated piezo deformable bimorph mirror for focusing high-energy X-rays [C]. *AIP Conference Proceedings*, 2019, 2054(1): 030005.
- [7] Sutter J P, Chater P A, Signorato R, et al. 1 m long multilayer-coated deformable piezoelectric bimorph mirror for adjustable focusing of high-energy X-rays [J]. *Optics Express*, 2019, 27(11): 16121-16142.
- [8] Wang H, Sawhney K, Berujon S, et al. Fast optimization of a bimorph mirror using X-ray grating interferometry [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(8): 2518-2521.
- [9] Alcock S G, Sutter J P, Sawhney K J S, et al. Bimorph mirrors: the good, the bad, and the ugly [J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2013, 710: 87-92.
- [10] Alcock S G, Nistea I, Sutter J P, et al. Characterization of a next-generation piezo bimorph X-ray mirror for synchrotron beamlines [J]. *Journal of Synchrotron Radiation*, 2015, 22(1): 10-15.
- [11] Vannoni M, Yang F, Siewert F, et al. An error function minimization approach for the inverse problem of adaptive mirrors tuning [J]. *Proceedings of SPIE*, 2014, 9208: 92080I.
- [12] Chen Q W, Wu X, Ju Q Y, et al. Definition method of PZT material parameters in ANSYS [J]. *Journal of Jinling Institute of Technology*, 2018, 34(4): 33-37.
陈乾伟, 吴辛, 鞠全勇, 等. PZT 压电材料参数在 ANSYS 中的定义方法 [J]. *金陵科技学院学报*, 2018, 34(4): 33-37.