

基于对称三对角矩阵的宽带滤波调制光谱观测编码设计

魏磊¹, 王晓旭^{1*}, 杨林¹, 徐拓奇¹, 岳品良¹, 王夺²¹ 山东大学空间科学研究院山东大学前沿交叉科学研究院, 山东 青岛 266273;² 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033

摘要 基于压缩感知及深度学习理论的光谱观测编码方案存在滤光器件设计与光谱重建过程复杂、设计光谱透过率难以硬件实现等问题,因此从简化光谱观测系统的思路出发,考虑常见干涉滤光器件的制造难度,提出基于对称三对角 Toeplitz 矩阵的光谱透过率观测编码方案;采用矩阵理论讨论光谱观测矩阵的适定性,并采用数值仿真方法研究其容差能力。理论分析结果表明,随着光谱观测矩阵规模的增大,对称三对角矩阵的条件数增长较慢,上限可控。数值仿真结果表明,采用非负最小二乘算法进行光谱重建,并在保证特定约束的情况下,增加观测矩阵的规模对对称三对角矩阵光谱观测编码方案适定性的影响较小,仍然可以保证很高的光谱测量重建准确度。

关键词 成像系统; 宽带滤波; 计算光谱测量; 光谱编码; 观测矩阵; 光谱重建

中图分类号 TH744

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0711003

Broadband Filtering Modulation Based on Symmetric Tridiagonal Matrix for Spectral Observation Coding Design

Wei Lei¹, Wang Xiaoxu^{1*}, Yang Lin¹, Xu Tuoqi¹, Yue Pinliang¹, Wang Duo²¹ Institute of Space Sciences, Institute of Frontier and Interdisciplinary Science, Shandong University, Qingdao, Shandong 266273, China;² Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

Abstract The spectral observation coding scheme based on compressed sensing and deep learning theory has some problems, such as the complex process of filter design and spectral reconstruction, and the difficulty of hardware implementation of the designed spectral transmittance. Therefore, in order to simplify the spectral observation system, considering the manufacturing difficulty of common interference filters, a spectral transmittance observation coding scheme based on symmetrical tridiagonal Toeplitz matrix is proposed. The well-posedness of spectral observation matrix is discussed by matrix theory, and its tolerance is studied by numerical simulation. The theoretical analysis results show that with the increase of the size of the spectral observation matrix, the condition number of the symmetric tridiagonal matrix increases slowly and the upper limit can be controlled. The numerical simulation results show that the non-negative least squares algorithm is used for spectral reconstruction, and under certain constraints, increasing the size of the observation matrix has little influence on the suitability of the spectral observation coding scheme of the symmetric tridiagonal matrix, which can still guarantee the high accuracy of spectral measurement reconstruction.

Key words imaging systems; broadband filtering; computational spectral measurement; spectral encoding; observation matrix; spectrum reconstruction

收稿日期: 2021-09-24; 修回日期: 2021-10-23; 录用日期: 2021-11-02

基金项目: 国家自然科学基金(41774180)、中国博士后科学基金面上项目(2020M672053)

通信作者: *wangxiaoxu@sdu.edu.cn

1 引言

基于宽带滤波调制的计算光谱测量技术是一种新型光谱测量技术,其主要特征是采用宽带滤波器件在光谱维上对入射光谱进行编码调制,然后根据光谱编码的逆变换反求真实的入射光谱。该技术可以使光谱仪器具有光通量高、结构紧凑以及易于小型化的特点,在光谱测量及光谱成像仪器微型化领域是一种热点技术路线^[1-3],同时在消费电子和航空航天光谱成像遥感等领域有着广泛的潜在应用价值^[4-6]。

2003 年, Xu 等^[7]采用具有不同空间光谱透过率的平面光子晶体进行光谱测量,首次提出了基于宽带滤波调制的计算光谱测量技术。2008 年, Chang 等^[1]利用该技术在低成本、低性能的滤光膜阵列上实现低成本、微型化的光谱测量。后来 Chang 等^[8]改进原型样机以提高光谱分辨率,并对测量精度进行了一系列探讨。Oliver 等^[9]提出基于压缩感知理论设计光谱透过率的方法,该方法可采用较少的宽带滤波器件来恢复更多的光谱通道数。Zhang 等^[10]搭建原型样机来证明压缩感知原理应用于宽带滤波调制光谱的可能性,但存在光谱透过率编码对不同目标光谱观测效果不一致的问题。近年来,随着新材料与微纳制造技术的发展,基于量子点^[2]、光子晶体^[3]及纳米线^[11]等新型器件的光谱测量技术相继被提出,此类研究都基于类似的光谱测量原理,主要不同之处是光谱滤波编码器件及其排布方式。

总结相关研究结果可知,现有研究中提高光谱重建准确度的思路主要可分为两类:一是采用大量具有任意光谱透过率的宽带滤波器件进行光谱观测,这可以从高维数据中高概率地准确恢复低维光谱数据;二是对宽带滤波器件的光谱透过率进行特定设计,进而通过较少的宽带光谱滤波测量可准确地恢复相等甚至更高维数的光谱数据^[12]。对比这两种思路,在现有光谱滤波器件制造技术的条件下,根据设计要求实现特定的复杂光谱透过率曲线很困难,而且成本高昂。采用大量具有任意光谱透过率的滤波器件显然在成本上具有一定优势,但会造成其他硬件及采集数据的大量冗余,使光谱观测效能偏低,尤其是对于光谱成像的应用,大量的光谱调制观测会牺牲更多的空间或时间分辨率。因此,在考虑滤波器件工程实现难度的约束下,对光谱透过率编码进行一定的设计约束以提升系统的光谱观测效能是非常有必要的。

现有研究中,光谱观测系统的编码设计主要采用基于压缩感知及深度学习的方法,然后采用针对性算法来重建光谱的最优解。但此类方法目前存在一些重要问题难以解决:对于基于压缩感知的编码设计,普适的压缩感知观测矩阵,如高斯随机矩阵在现有的技术条件下难以准确制造;一些根据有限等距性质(RIP)设计(筛选组合)的观测矩阵虽然在硬件层面上已经被实现及验证,但可能存在对不同目标光谱观测效果不一致等问题^[9],并且其设计与制造难度仍然较大^[12];同时压缩感知光谱重建算法的计算复杂度较高。对于基于深度学习的编码方法,光谱重建效果相对较好,重建计算量相对较少,但设计与训练过程非常复杂,并且仍然存在宽带光谱编码器件透过率难以精确实现的问题^[13-14]。

本文针对现有光谱调制编码矩阵难以物理实现的问题,综合考虑光谱滤波器件的工程实现难度及重建光谱的准确度,以矩阵条件数理论为依据,提出根据对称三对角矩阵的性质设计光谱透过率编码方案。首先给出对称三对角矩阵所对应的宽带光谱透过率曲线组,并说明该光谱观测矩阵中的元素与宽带光谱透过率曲线中的参数间的对应关系;然后给出对称三对角矩阵的条件数估计及对应约束,证明了随着矩阵规模的增加,该编码方案的条件数有界,病态程度可控,并给出对应的宽带光谱透过率制造误差约束;最后采用数值仿真方法对设计的光谱透过率曲线在制造及标定过程中可能存在的一些误差形式进行分析,证明了该编码方案的容差能力较好,获取的重建光谱较为准确。

2 基本原理

图 1 为基于宽带滤波调制的光谱成像技术的基本原理,即通过多个宽带滤波器件对入射光在光谱维上进行多次调制编码及组合测量,然后通过光谱重建计算可以获得各像素所对应的光谱信息。图 1 中 R_t 为第 t 组光谱调制响应, λ 为波长, S_t 为第 t 组光谱调制响应对应的探测器测量信号, E_u 为第 u 波段对应的重建光谱强度, u 为总的光谱波段数。

设 S 为探测器的输出信号, $R(\lambda_i)$ 为 $R(\lambda)$ 的离散采样结果, λ_i 为第 i 个光谱波段的名义中心波长, λ_0 为系统的光谱响应下界, λ_1 为系统的光谱响应上界, $E(\lambda)$ 为入射光谱强度随波长的分布函数, $E(\lambda_i)$ 为 $E(\lambda)$ 的离散采样结果, 则 $S^{[7]}$ 可表示为

$$S = \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} R(\lambda) E(\lambda) d\lambda = \sum_{\lambda_0}^{\lambda_1} R(\lambda_i) E(\lambda_i)。 \quad (1)$$

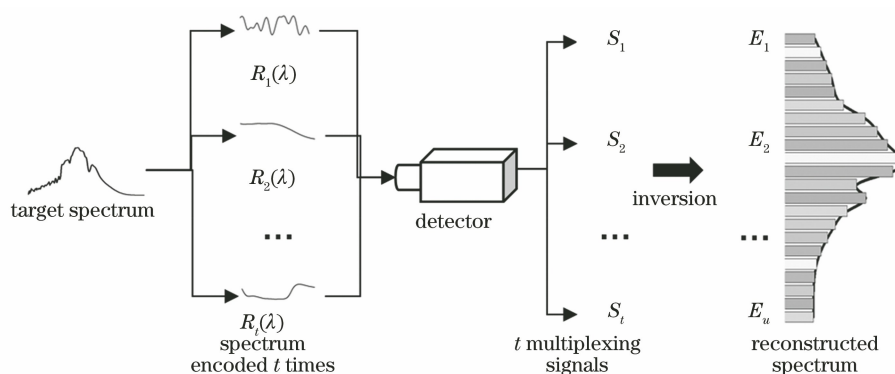


图 1 基于宽带滤波调制的计算光谱成像技术的原理

Fig. 1 Principle of computational spectral imaging technology based on broadband filtering modulation

若对光谱响应 $R(\lambda)$ 进行 t 次调制与测量,则可以得到

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{R}_k(\lambda_i) \mathbf{E}(\lambda_i), \quad (2)$$

式中: \mathbf{S}_k 表示一个 $t \times 1$ 大小的列矩阵, 每一个元素代表探测器的第 k 次输出信号; $\mathbf{R}_k(\lambda_i)$ 表示一个 $u \times t$ 大小的矩阵, 行方向代表某一组光谱的调制响应值, 列方向代表第 k 组光谱的调制响应值; $\mathbf{E}(\lambda_i)$ 表示一个 $u \times 1$ 大小的列矩阵, 其中每一个元素代表与光谱调制响应波长对应的入射光谱强度。

改变系统光谱响应的最直接方法就是添加具有不同光谱透过率的滤光器件。设 $\tau_k(\lambda_i)$ 为第 k 个滤波器件的离散光谱透过率, 此时(2)式可表示为

$$\mathbf{S}_k = \boldsymbol{\tau}_k(\lambda_i) \mathbf{R}(\lambda_i) \mathbf{E}(\lambda_i). \quad (3)$$

显然, 根据测量所得的光谱调制矩阵 $\boldsymbol{\tau}_k(\lambda_i) \times \mathbf{R}(\lambda_i)$ 与探测目标的实际测量信号矩阵 \mathbf{S}_k , 即可以反演计算出离散的入射光谱。因为每一组宽带滤波调制可理解为一组光谱观测, 因此光谱调制矩阵 $\boldsymbol{\tau}_k(\lambda_i) \mathbf{R}(\lambda_i)$ 也可以称为光谱观测矩阵。

在实际测量过程中, $\boldsymbol{\tau}_k(\lambda_i) \mathbf{R}(\lambda_i)$ 和 \mathbf{S}_k 都是通

过测量过程获得的, 这不可避免地存在测量不确定度。分析(3)式可知, 由于其具有病态性, 所以在方程解算的过程中将会对 $\boldsymbol{\tau}_k(\lambda_i) \mathbf{R}(\lambda_i)$ 和 \mathbf{S}_k 的测量误差起到放大作用, 从而造成重建光谱的准确度下降。由观测系统的不适定性造成光谱重建计算的准确度不佳是该技术主要存在的问题之一, 而 $\mathbf{R}(\lambda_i)$ 为常量保持不变, $\boldsymbol{\tau}_k(\lambda_i) \mathbf{R}(\lambda_i)$ 主要特性将由 $\boldsymbol{\tau}_k(\lambda_i)$ 的特性决定, 因此对 $\boldsymbol{\tau}_k(\lambda_i)$ 进行特殊设计可以极大地改善系统的适定性, 提高光谱重建精度。

3 对称三对角光谱观测矩阵的设计

3.1 带阻滤光器件透过率与对称三对角光谱观测矩阵

将带阻区域在目标光谱区间内均匀分布的带阻滤光片阵列作为光谱调制器件。图 2(a) 为一典型的带阻滤光器件的光谱透过率曲线, 图 2(b) 为带阻滤光片组的光谱透过率曲线, 其带阻区域在观测目标光谱区间内均匀分布。

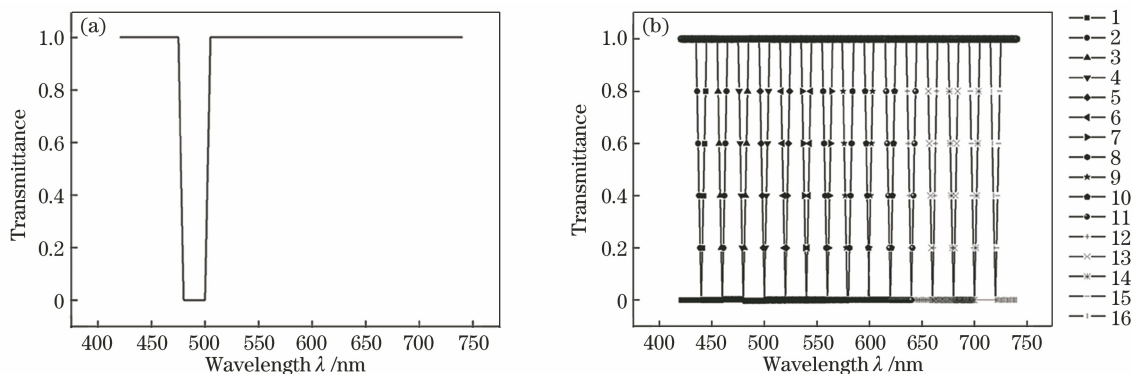


图 2 带阻滤光片的光谱透过率曲线。(a) 典型带阻滤光片的光谱透过率曲线; (b) 带阻滤光片组的光谱透过率曲线

Fig. 2 Spectral transmittance curve of band-stop filter. (a) Spectral transmittance curve of typical band-stop filter;

(b) spectral transmittance curves of block filter arrays

光谱观测矩阵 $\tau_k(\lambda_i)$ 为理想光谱透过率曲线的离散采样结果。目前主要有三种离散采样方法,即直接采样、均值采样及高斯函数采样。直接采样为等间隔直接采样,均值采样采用波段内的光谱响应均值作为采样值,高斯函数采样采用一定宽度的高斯函数对光谱透过率进行离散采样。采用三种离散采样方法对图 2(b)中带阻滤光片组的光谱透过率曲线进行采样,得到的光谱透过率矩阵分别表示为

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & \cdots & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.9 & \cdots & \cdots & 1 \\ 0.9 & 0 & \cdots & 1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 1 & \cdots & 0 & 0.9 \\ 1 & \cdots & \cdots & 0.9 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} 0.0212 & 0.9258 & 1 & \cdots & 1 \\ 0.9258 & 0.0212 & \cdots & 1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 1 & \cdots & 0.0212 & 0.9258 \\ 1 & \cdots & 1 & 0.9258 & 0.0212 \end{bmatrix}。 \quad (6)$$

(4)式是采用直接采样方法得到的, $\tau_k(\lambda_i)$ 呈现的是一个对角矩阵形式;(5)式是采用均值采样方法得到的, $\tau_k(\lambda_i)$ 呈现的是一个对称三对角矩阵形式;(6)式是采用 5 nm 宽的高斯函数采样方法得到的, $\tau_k(\lambda_i)$ 呈现的是一个近似对称三对角矩阵形式,其中的元素保留小数点后 4 位,因在 10^{-4} 以下的偏差对光谱观测重建结果的影响很小,故可以忽略。

因此,(4)~(6)式可以归纳为一般形式,即

$$\begin{bmatrix} m & n & \cdots & \cdots & 1 \\ n & m & \cdots & 1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 1 & \cdots & m & n \\ 1 & \cdots & \cdots & n & m \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中: m 和 n 分别表示带阻滤光片的光谱透过率曲线中带阻波段及其相邻波段的采样值, $0 \leq m < n \leq 1$ 。讨论(7)式的适用性可有效表征采用带阻滤光片组作为光谱调制器件的光谱观测能力,此处仅讨论方阵情况下的光谱观测性能,即光谱观测数等于待求波段数的情况。

值得注意的是,由高斯函数采样的方式获得的

光谱观测矩阵形式可能随着高斯函数宽度的变化而有所变化,例如(6)式为近似对称三对角矩阵,部分位置近似为 1。对于此类近似对称三对角矩阵,后文将其作为添加误差的标准对称三对角矩阵,以评估其光谱观测性能。

3.2 对称三对角编码矩阵的病态估计及对应约束

结合无宽带光谱滤波器件的测量(所有波段光谱透过率都为 1),可将(6)式的对称三对角光谱观测矩阵进行简单的初等变换,即变为标准形式,可表示为

$$\begin{bmatrix} m & n & \cdots & \cdots & 1 \\ n & m & \cdots & 1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 1 & \cdots & m & n \\ 1 & \cdots & \cdots & n & m \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1-m & 1-n & \cdots & \cdots & 0 \\ 1-n & 1-m & \cdots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \cdots & 1-m & 1-n \\ 0 & \cdots & \cdots & 1-n & 1-m \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b & \cdots & \cdots & 0 \\ b & a & \cdots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \cdots & a & b \\ 0 & \cdots & \cdots & b & a \end{bmatrix} = \mathbf{A}, \quad (8)$$

式中: $a = 1 - m$ 表示带阻滤光器件的光谱透过率曲线中带阻区域的深度; $b = 1 - n$, 主要取决于带阻波段“上升沿”与“下降沿”区域的斜率,有 $1 \geq a > b \geq 0$ 。

(8)式的对称三对角矩阵 \mathbf{A} 可称为对称三对角 Toeplitz 矩阵,在并行计算及电信控制分析等领域均有着广泛的应用,而且其性质已被国内外学者广泛研究。文献[15]已经证明,当满足

$$|a| > 2|b|, |1-a| + |2b| \left| \cos\left(\frac{\pi}{n+1}\right) \right| < 1 \quad (9)$$

时, p 阶对称三对角 Toeplitz 矩阵 \mathbf{A} 的 l_2 范数条件数 $C_2(\mathbf{A})$ 的估计范围为

$$\frac{|a| + 2|b| \cos\left(\frac{\pi}{p+1}\right)}{1 + |1-a| + 2|b| \cos\left(\frac{\pi}{p+1}\right)} \leq C_2(\mathbf{A}) \leq \frac{|a| + 2|b| \cos\left(\frac{\pi}{p+1}\right)}{1 - |1-a| - 2|b| \cos\left(\frac{\pi}{p+1}\right)}. \quad (10)$$

从(10)式可以看出:当观测矩阵的阶数 p 较大时, $\cos\left(\frac{\pi}{p+1}\right)$ 趋近于 1, 即随着观测矩阵规模的不断增加, 条件数 $C_2(\mathbf{A})$ 有上界, 为 $\frac{|a|+2|b|}{1-|1-a|-2|b|}$; 同时考虑到 $|a|>2|b|$ 且 $1 \geq a > b \geq 0$, 可知 $C_2(\mathbf{A})$ 的上界为 $\frac{a+2b}{a-2b}$, 这证明了采用对称三对角矩阵编码的宽带滤波调制光谱观测系统的病态程度可控, 采用该矩阵进行光谱观测将有较好的效果。

下面讨论对称三对角矩阵编码条件数有界对应的物理限制。根据(9)式及 $1 \geq a > b \geq 0$, 可得

$$1 \geq a > 2b \geq 0. \quad (11)$$

结合 a 和 b 的物理意义可知, 带阻滤波器在带阻区间的截止深度较深, 且上升沿、下降沿均较为陡峭即可, 具体定量关系应满足(11)式。这一约束相对较弱, 其对应的光谱透过率较容易在工程上实现。以常规的干涉带阻滤光片为例, 其截止区域的截止深度很容易达到 10^{-2} 以下 ($a > 0.99$), 而上升沿与下降沿所对应的波段采样数只需小于 0.5 即可, 采样数小于 0.5 可定性理解为上升沿与下降沿的通带区域大于区间宽度的 1/2。

3.3 对称三对角光谱观测矩阵的容差能力

3.2 节从矩阵理论的角度说明对称三对角观测矩阵的条件数有界, 及其对应的约束条件。在一般情况下, 光谱滤波器件的制造及光谱透过率的标定总是存在误差, 采用带阻滤光片阵列进行光谱重建必须综合考虑具体的器件透过率制造及标定误差后进行分析。因此, 在设计光谱透过率的基础上, 采用数值仿真方法对添加不同类型噪声的标准光谱观测

矩阵 \mathbf{A} 进行光谱透过率误差的模拟, 然后进行光谱重建, 以评估本文提出的对称三对角矩阵编码的容差能力。

3.3.1 仿真流程与重建算法

根据(3)式可知, 光谱观测器件采用(6)式的带阻滤波器阵列, 标准的参考光谱如图 3 所示。仿真目标的光谱波段为 420~740 nm, 重建目标的波段数为 16, 对应的重建光谱波段宽度为 $(740-420)/16=20$ nm。

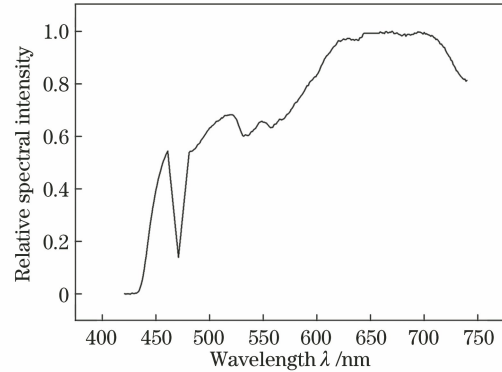


图 3 标准的参考光谱

Fig. 3 Standard reference spectrum

仿真流程如图 4 所示, 具体步骤如下:

- 1) 采用高分辨率(1 nm)的输入参数来模拟准确的 $\mathbf{E}(\lambda)$ 以及设计 $\tau_k(\lambda)$, 然后根据(1)式计算得到模拟的 \mathbf{S}_k ;
- 2) 为 \mathbf{S}_k 添加标准差为 0.01 的高斯随机噪声 (相对值) 以模拟光电探测器的测量误差, 并为 $\tau_k(\lambda_i)$ 施加不同的噪声以模拟不同形式的制造误差, 从而获得模拟的实际光谱透过率 $\tau'_k(\lambda)$;
- 3) 对 $\mathbf{E}(\lambda)$ 以及 $\tau'_k(\lambda)$ 进行离散采样, 可以获得

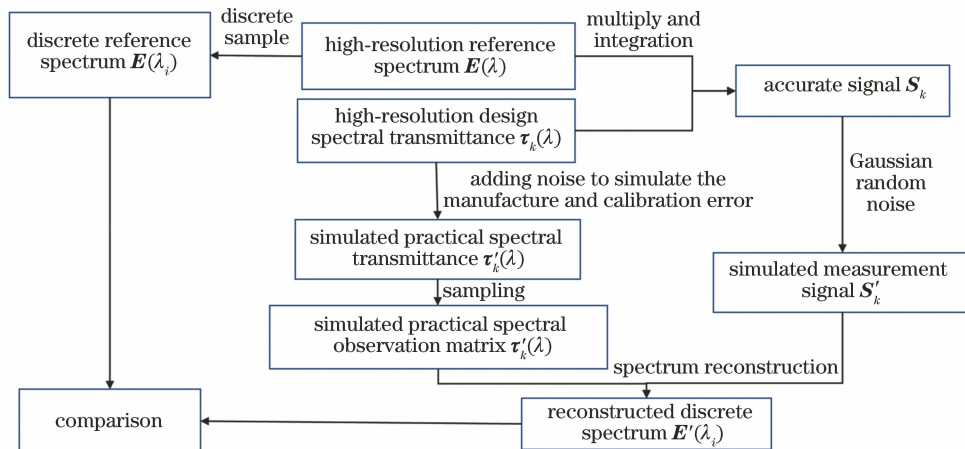


图 4 仿真流程示意图

Fig. 4 Diagram of simulation process

标准的 $E(\lambda_i)$ 以及模拟的 $\tau'_k(\lambda_i)$;

4) 采用 S'_k 和 $\tau'_k(\lambda_i)$ 进行光谱重建计算, 可以得到重建的离散光谱 $E'(\lambda_i)$, 并与标准的 $E(\lambda_i)$ 进行对比, 用来验证该编码方案的光谱观测能力。重建计算采用常见的迭代非负最小二乘 (NNLS) 方

法, 该方法理论较为成熟, 此处不再详细介绍。

3.3.2 噪声种类及对应光谱观测矩阵的误差

为光谱观测矩阵施加不同噪声, 用来模拟光谱调制器件的各种光谱透过率制造及标定误差, 如图 5 所示。

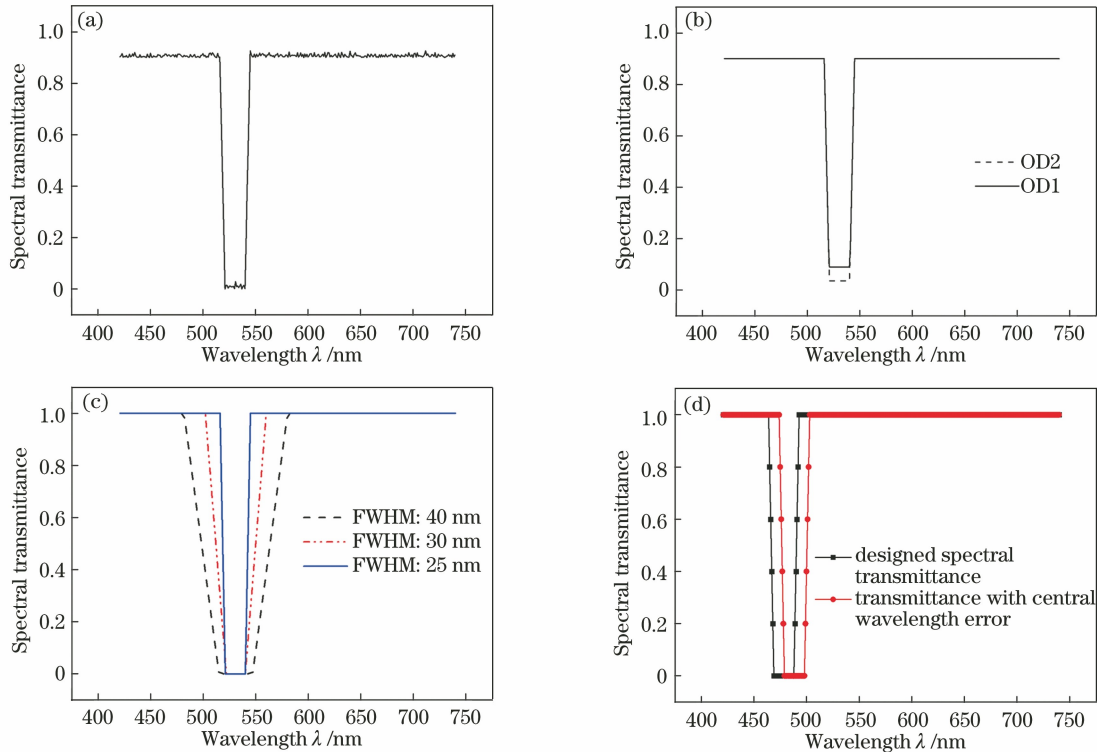


图 5 光谱透过率的主要误差类型。(a)全波段的随机误差;(b)截止波段的光密度误差;(c)带阻波段的半峰全宽误差;(d)带阻波段的中心波长位置偏差

Fig. 5 Main error types of spectral transmittance. (a) Random error of whole band; (b) optical density error in cutoff band; (c) half-peak full width error of band resistance band; (d) central wavelength position deviation of band blocking band

如图 5(a)所示,为观测矩阵 \mathbf{A} 中的所有元素添加标准差 σ 为 0.001 和 0.010 的高斯随机噪声(绝对值),用来模拟不同水平的随机误差。

如图 5(b)所示,将光谱观测矩阵 \mathbf{A} 中的元素 a 设置为 0.99 及 0.90,用来模拟不同带阻滤光器件在截止区域的光密度水平(OD1 和 OD2)。

如图 5(c)所示:结合 \mathbf{A} 中参数的物理意义可知,带阻区宽度的增加将使光谱观测矩阵 \mathbf{A} 中参数 b 的取值增大;带阻区宽度进一步增大,将使光谱观测矩阵由三对角矩阵变为五对角矩阵;因此带阻区的宽度误差主要影响光谱观测矩阵的三对角特性。采用半峰全宽(FWHM)分别为 25,30,40 nm 的光谱透过率曲线来模拟带阻区的宽度误差。

如图 5(d)所示,带阻区中心波长位置误差可能同时影响参数 a 与参数 b 的取值,主要影响光谱观测矩阵的对称性。为带阻区中心波长添加标准差分别为 1,3,5,7 nm 的随机噪声,用来模拟这种偏差。

3.3.3 光谱观测编码容差能力仿真结果

在添加 3.3.2 节各种误差的情况下,重建光谱与标准参考光谱的对比如图 6 所示,其中标注了对应的观测矩阵条件数及对应重建光谱与标准参考光谱比较所得的均方根误差(RMSE)。

图 6(a)为在全波段添加随机噪声后重建光谱与参考光谱的对比;图 6(b)为截止波段在不同光密度水平下重建光谱与参考光谱的对比;图 6(c)为不同 FWHM 下重建光谱与参考光谱的对比;图 6(d)为不同带阻区中心波长误差下重建光谱与参考光谱的对比。

从图 6(a)与图 6(b)可以看出,一定水平的全波段随机噪声及带阻区内截止深度对光谱观测系统重建光谱准确度的影响较小。从图 6(c)可以看出:当 FWHM 偏差较小(FWHM 为 25 nm)时,参数 b 值较小,重建光谱的准确度较高;随着 FWHM 偏差的逐渐增加(FWHM 为 30 nm),参数 b 逐渐接近 0.5,

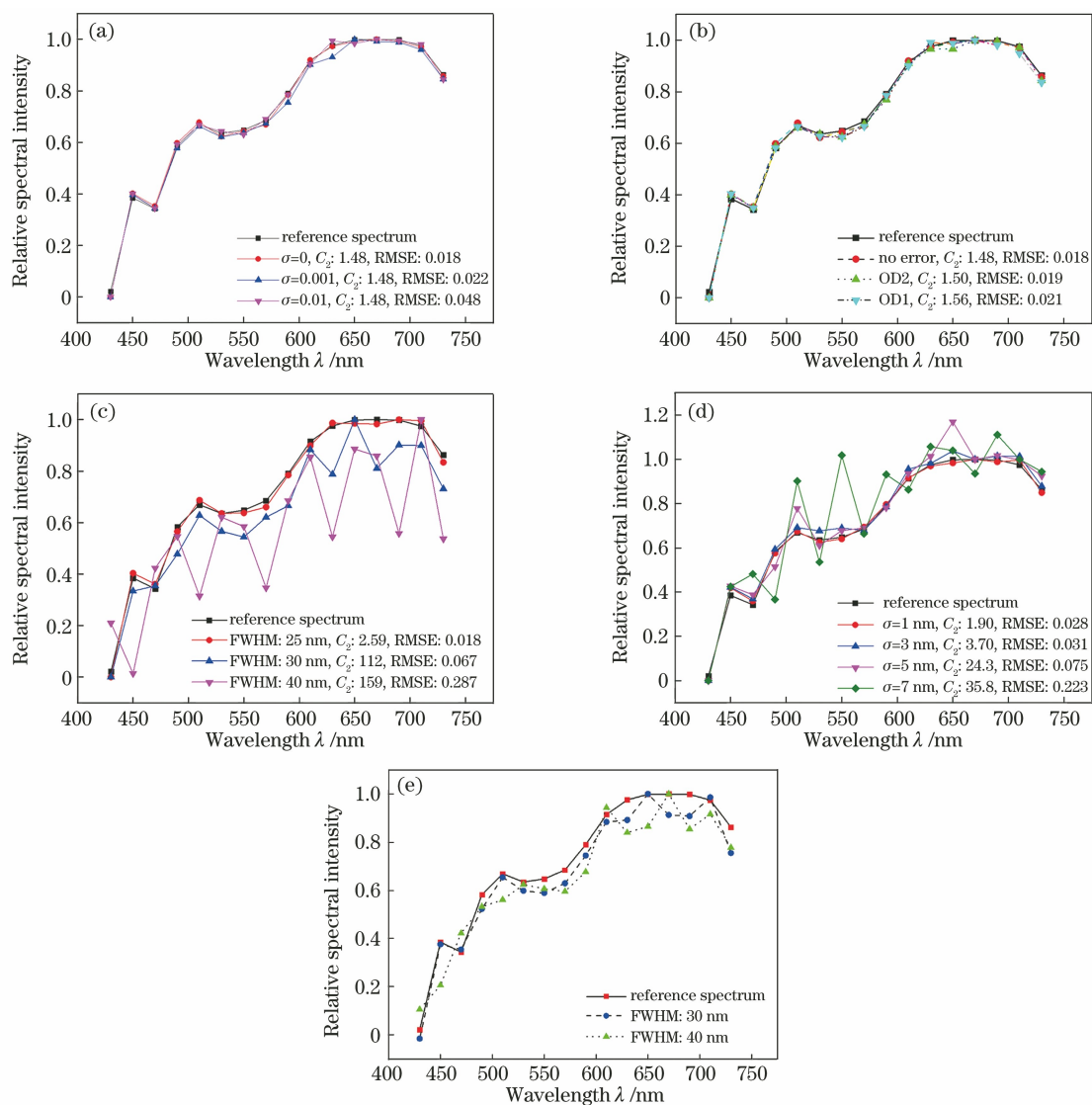


图 6 含有误差的对称三对角矩阵编码后重建光谱的准确度。(a)全波段的随机误差;(b)截止区的光密度误差;(c) FWHM 误差;(d)中心波长位置误差;(e)采用广义交叉验证的自适应正则化算法获得的重建光谱

Fig. 6 Accuracy of spectrum reconstruction encoded by symmetric tridiagonal matrix with errors. (a) Random error of whole band; (b) optical density error in cutoff region; (c) FWHM error; (d) central wavelength position error; (e) reconstructed spectra obtained by adaptive regularization algorithm with generalized cross-validation

趋近(11)式的限制极限,而且光谱观测矩阵条件数迅速增加,重建光谱的准确度显著降低;随着带阻区宽度的进一步增大,光谱观测矩阵变为五对角矩阵,此时光谱观测矩阵条件数迅速增多,重建光谱显著失真。从图 6(d)可以看到,重建光谱的准确度随着带阻区中心波长位置偏差的增加而降低,尤其是当 $\sigma=7 \text{ nm}$ 时,中心波长位置偏差过大,三对角光谱观测矩阵退化为五对角矩阵,重建光谱的准确度迅速下降。综上所述,为了保证对称三对角光谱观测矩阵的性能,滤光器件的带阻波段宽度及中心波长应重点加以约束。

值得注意的是,图 6(a)~6(d)的仿真都采用最

基本的迭代非负最小二乘方法。若采用某些容差能力较好的方法,当光谱观测矩阵条件数偏大时,仍可以获得较好的重建光谱准确度。图 6(e)为采用广义交叉验证的自适应正则化(GCV)算法^[5]对图 6(c)中 FWHM 分别为 30 nm 和 40 nm 的光谱进行重建。从图 6(e)可以看到,重建光谱的误差得到了明显改善,但与误差较小的情况相比,重建光谱的准确度仍然较差。

采用 16 片任意宽带的滤光器件对光谱进行观测仿真,并与由所提出的对称三对角光谱观测矩阵获得的重建光谱准确度进行对比,结果如图 7 所示,仿真流程与图 5 相同。图 7(a)为 16 个任意

光谱滤光片的透过率曲线,图 7(b)为重建光谱的准确度对比。从图 7 可以看出:采用三对角光谱观测矩阵编码获得的重建光谱的准确度明显高于任意透

过率编码,此时经任意透过率编码后光谱矩阵的条件数为 9079;采用 GCV 算法后,经任意透过率编码后光谱观测的准确度得到了一定的改善。

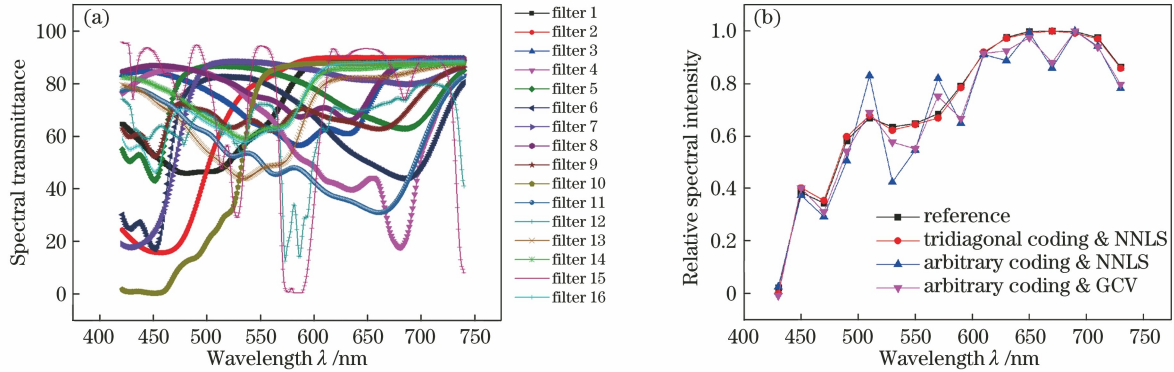


图 7 任意光谱透过率编码与对称三对角光谱观测矩阵编码后重建光谱的准确度对比。(a)16 个任意光谱的透过率曲线; (b)两种光谱透过率编码后的重建光谱的准确度对比

Fig. 7 Comparison of spectral reconstruction accuracy between arbitrary spectral transmittance coding and symmetric tridiagonal spectral observation matrix coding. (a) Transmittance curves of 16 arbitrary spectra; (b) comparison of accuracy of reconstructed spectra encoded by two kinds of spectral transmittance

3.3.4 矩阵规模对对称三对角矩阵编码光谱观测性能的影响

在不同光谱波段数下,对所提出的光谱观测矩阵的性能进行仿真。仿真过程:带阻滤光片阵列的光谱透过率曲线添加截止深度偏差(OD1)、全波段

随机误差($\sigma = 0.001$)以及上升/下降沿位置偏差($\sigma = 0.2$)以模拟光谱的透过率误差;为模拟测量信号添加 $\sigma = 0.01$ 的高斯随机噪声以模拟探测器的测量误差。不同波段数下重建光谱的准确度如图 8 所示。

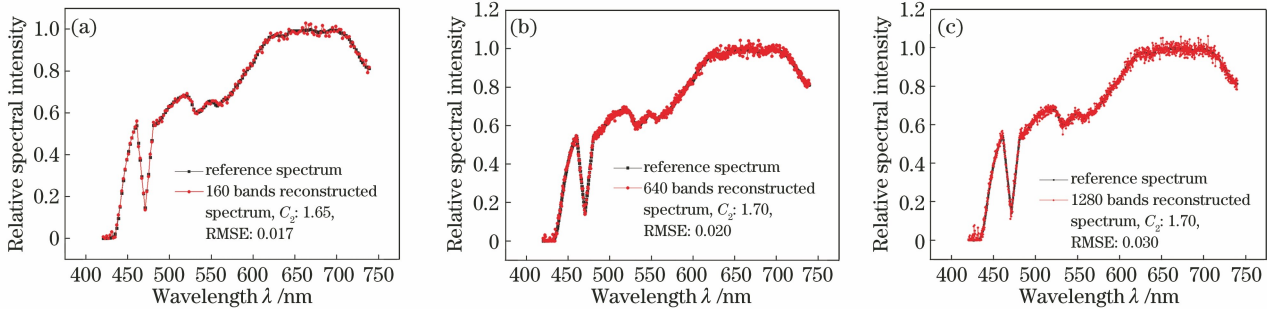


图 8 大规模三对角观测矩阵在不同波段数下重建光谱的准确度。(a)波段数为 160;(b)波段数为 640;(c)波段数为 1280

Fig. 8 Accuracy of spectral reconstruction by large-scale tridiagonal observation matrix at different number of bands.

(a) Number of bands is 160; (b) number of bands is 640; (c) number of bands is 1280

由图 8 可以看出,当重建光谱的波段数增加至 1280 时,重建光谱的 RMSE 值增加至 0.03,说明重建光谱的准确度仍然较好。因此在保证滤光器件光谱透过率的前提下,对称三对角矩阵编码方案的光谱观测能力基本不会随着矩阵阶数的增加而降低。但事实上,光谱波段数的增加在要求滤光器件数量增加的同时,也要求带阻波段的宽度变窄,这在工程上实现超窄的带阻光谱透过率将会愈加困难,使实际的光谱透过率与设计值之间的偏差逐渐增大。此时,三对角光谱观测矩阵将可能退化为五对角、七对角甚至更多维的带状矩阵,对应的光谱观测矩阵条

件数将迅速增加,在最小二乘类算法的定义下,高精度的光谱重建将难以保证。

总结以上仿真结果可以看出:本文提出的对称三对角光谱观测矩阵编码方案在系统的容差能力上有较大优势,可以获得更高准确度的重建光谱;当光谱观测矩阵的规模较大且包含一定水平误差时,重建光谱的准确度仍然可以保证。同时该编码方案中带阻滤光片阵列的制造误差要求相对较为宽松,易于工程实现。总体来说,在满足(11)式的情况下,该编码方案的光谱观测能力可以得到保证。

4 结 论

基于宽带滤波调制的计算光谱测量技术是一种新型光谱测量技术,该技术可以使光谱仪器具有结构简单和光通量高的特点,在光谱测量及光谱成像微型化领域是一种热点技术,同时在消费电子和光谱成像遥感等领域具有较大的应用潜力。目前,光谱测量的准确度是该技术的重要应用瓶颈之一。通过约束观测光谱的透过率以改善系统的观测性能,进而以较少次数的观测来获取准确的重建光谱,这是改善这一问题的重要方法。

目前,基于压缩感知理论设计的光谱观测透过率曲线在理论及仿真层面上具有较好的效果,但存在光谱滤光器件的制造难度过高以至于难以实现的问题。因此本文以矩阵条件数的理论为基础,综合考虑常见光谱滤光器件的制造难度,根据对称三对角矩阵的性质设计光谱观测透过率曲线,从而达到提高重建光谱准确度的目的。首先介绍带阻滤光器件作为光谱观测器件的光谱透过率与对称三对角矩阵间的关系;然后在理论层面上给出对称三对角矩阵的条件数上界估计及其约束,证明随着观测矩阵规模的增大,对称三对角矩阵的病态程度可控;最后通过数值仿真方法来研究分析所设计的光谱观测编码方案的容差能力,证明在一定制造及测量误差水平下,对称三对角矩阵编码方案的主要特性可以得到较好的保留,并且随着观测矩阵规模的增大,重建光谱的准确性仍可以得到保证。

本文通过理论与仿真分析,证明对称三对角矩阵编码方案具有容差能力较好、制造难度低、光通量高及重建算法简单迅速的优点,以较少的光谱调制观测次数可准确恢复同等波段数的离散光谱,在宽带滤波调制光谱测量技术领域是一种具有应用潜力的光谱观测矩阵设计方案,可以应用于工业检测、消费电子及光谱成像遥感等领域。

参 考 文 献

- [1] Chang C C, Lee H N. On the estimation of target spectrum for filter-array based spectrometers [J]. *Optics Express*, 2008, 16(2): 1056-1061.
- [2] Zhu X, Bian L, Fu H, et al. Broadband perovskite quantum dot spectrometer beyond human visual resolution[J]. *Light, Science & Applications*, 2020, 9: 73.
- [3] Wang Z, Yi S, Chen A, et al. Single-shot on-chip spectral sensors based on photonic crystal slabs[J].

- Nature Communications, 2019, 10: 1020.
- [4] Wu X, Gao D, Chen Q, et al. Multispectral imaging via nanostructured random broadband filtering [J]. *Optics Express*, 2020, 28(4): 4859-4875.
- [5] Wang D, Chen Z, Zhang X X, et al. A high optical throughput spectral imaging technique using broadband filters[J]. *Sensors*, 2020, 20(16): 4387.
- [6] Wei L, Yang L, Wang X X, et al. Experimental study of spectral imaging technique based on broadband filtering[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(2): 0211001.
魏磊, 杨林, 王晓旭, 等. 基于宽带滤波调制的光谱成像技术实验研究[J]. *光学学报*, 2022, 42(2): 0211001.
- [7] Xu Z C, Wang Z L, Sullivan M E, et al. Multimodal multiplex spectroscopy using photonic crystals [J]. *Optics Express*, 2003, 11(18): 2126-2133.
- [8] Chang C C, Lin N T, Kurokawa U, et al. Spectrum reconstruction for filter-array spectrum sensor from sparse template selection [J]. *Optical Engineering*, 2011, 50(11): 114402.
- [9] Oliver J, Lee W, Park S, et al. Improving resolution of miniature spectrometers by exploiting sparse nature of signals[J]. *Optics Express*, 2012, 20(3): 2613-2625.
- [10] Zhang S, Dong Y H, Fu H Y, et al. A spectral reconstruction algorithm of miniature spectrometer based on sparse optimization and dictionary learning [J]. *Sensors*, 2018, 18(2): 644.
- [11] Yang Z, Albrow-Owen T, Cui H X, et al. Single-nanowire spectrometers [J]. *Science*, 2019, 365(6457): 1017-1020.
- [12] Song H Y, Zhang W Y, Li H F, et al. Review of compact computational spectral information acquisition systems [J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2020, 21(8): 1119-1133.
- [13] Song H Y. Studies on spectral encoded acquisition and color reproduction of images [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2021: 51-55.
宋洪亚. 图像的光谱编码获取与色彩重现若干问题研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2021: 51-55.
- [14] Zhang W Y, Song H Y, He X, et al. Deeply learned broadband encoding stochastic hyperspectral imaging [J]. *Light: Science & Applications*, 2021, 10: 108.
- [15] Yang X D, Ding S Q, Liu S H, et al. The estimate for the condition numbers of a symmetry tridiagonal Toeplitz matrix [J]. *Journal of Nanjing Normal University (Natural Science Edition)*, 2017, 40(2): 1-6.
杨兴东, 丁三芹, 刘诗卉, 等. 对称三对角 Toeplitz 矩阵的条件数估计 [J]. *南京师大学报(自然科学版)*, 2017, 40(2): 1-6.