

空间目标共视观测定位的误差分析

陈龙^{1,2}, 刘承志^{1,3*}, 李振伟¹, 康喆¹¹中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站, 吉林 长春 130117;²中国科学院大学, 北京 100049;³中国科学院空间目标与碎片观测重点实验室, 江苏 南京 210008

摘要 通过两台光电望远镜对空间目标共视观测能够定位空间目标, 并且能够解决光电望远镜短弧测角数据的初轨确定问题, 但其定位精度与空间目标和两台光电望远镜所形成的观测几何有关。首先对空间目标共视观测定位误差进行分析, 然后推导其均方根误差的解析表达式, 最后基于长春站和上海佘山站并结合不同轨道高度的低轨激光星 CPF(Consolidated Prediction Format)星历生成仿真共视观测数据, 用来对空间目标共视观测定位以及定轨精度进行分析。结果表明, 两台光电望远镜对低轨空间目标的定位精度能够达到 100 m, 利用定位数据进行初轨确定可以得到轨道的半长轴误差小于 10 km。

关键词 探测器; 光电望远镜; 空间目标; 共视观测; 初轨确定

中图分类号 P228

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0604001

Error Analysis of Space Objects Common-View
Observation PositioningChen Long^{1,2}, Liu Chengzhi^{1,3*}, Li Zhenwei¹, Kang zhe¹

¹Changchun Observatory of National Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences,
Changchun, Jilin 130117, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

³Key Laboratory of Space Object & Debris Observation, PMO, Chinese Academy of Sciences,
Nanjing, Jiangsu 210008, China

Abstract The space object common-view observation by two photoelectric telescopes can locate the space objects, and can solve the problem of initial orbit determination of the short-arc angle measurement data of the photoelectric telescope. However, its positioning accuracy is related to the observation geometry between the space objects and two photoelectric telescopes. First, the positioning error of space object common-view observation is analyzed, and then the analytical expression of root mean square error is derived. Finally, the simulated common-view observation data are generated based on Changchun and Shanghai Sheshan stations, combined with CPF (Consolidated Prediction Format) ephemeris of low-orbit laser stars with different orbital heights, which are used to analyze the positioning and orbit determination accuracy of space object common-view observation. The results show that the positioning accuracy of the two optoelectronic telescopes for low-orbit space objects can reach 100 m, and the positioning data is used to determine the initial orbit, the semi-major axis error of the orbit is less than 10 km.

Key words detectors; photoelectric telescope; space objects; common-view observation; initial orbit determination

收稿日期: 2021-08-26; 修回日期: 2021-09-09; 录用日期: 2021-09-14

基金项目: 国家自然科学基金委员会-中国科学院天文联合基金(U2031129)、中国科学院天文大科学研究中心前瞻课题(Y9290201)

通信作者: *lcz@cho.ac.cn

1 引言

根据欧洲空间局(ESA)的估计,地球轨道上尺寸在 1 cm 以上的空间碎片超过 90 万个,其中低地球轨道(LEO)上空间碎片的数量占总数的 67.5%^[1-2]。如此庞大数量的空间碎片对在低轨运行的通信以及测地卫星构成了极大的威胁,因此需要对这些空间碎片进行探测、跟踪、定轨以及编目,以确保在轨工作卫星的安全运行。

目前,低轨空间目标的探测跟踪主要依赖雷达系统^[3-4],而现有的雷达探测系统还不足以对整个 LEO 区域中的空间目标进行有效探测。众所周知,建设和维护雷达系统花费巨大,考虑到成本,需要寻找雷达探测系统的替代或辅助技术,以提高对低轨空间目标的探测跟踪能力。光电望远镜因其具有造价低和探测距离远等优点,在中、高轨空间目标探测中得到了广泛的应用^[5],但较少用于低轨空间目标探测,原因是传统的光电探测跟踪技术一般需要空间目标的先验信息进行轨道预报或人为引导,单次只能跟踪单个目标。当发现未编目的新目标时,需要利用观测数据计算新目标的初始轨道,传统的初轨确定方法有 Gauss 法、Laplace 法、double-r 法和 Gooding 法,这些方法至少需要 5~6 min 的弧长测角数据才能得到较好的初轨结果,而低轨空间目标的运动速度较快,过境弧长较短,一般需要对全过境弧段进行跟踪观测才能够达到上述要求,这极大地限制了观测和编目效率^[6-10]。近年来,随着光电望远镜等相关技术的发展^[11],一种利用宽视场型望远镜对指定天区进行监视观测的巡天观测模式在国内得到应用。这种观测模式通过对监视天区的不断扫描和搜索来记录通过这片天区的空间目标的轨道数据^[12],其优点是能够同时对多个空间目标进行观测,大幅度提高了观测效率且不需要空间目标的先验信息,有助于新目标的发现与编目,可作为雷达探测系统的辅助手段,用来对 LEO 空间目标进行探测。

在实际应用的过程中,当处理上述宽视场型望远镜的观测数据时,遇到了新的问题。对指定天区进行监视搜索观测大幅度提高了观测效率,增加了发现未编目空间目标的机会,但所获得的观测弧长较短,如中国科学院空间目标与碎片观测网中,某宽视场型光电望远镜阵列在一个晴朗观测夜下的观测弧段超过 5000 镜圈,但其观测数据的平均弧长仅约为 40 s,利用这种短弧测角数据进行初轨确定,所得的轨道误差往往较大,甚至定轨失败^[13-14]。针对短

弧测角的初轨定轨问题,多位学者在传统方法的基础上提出了多种改进算法,但达到理想的初轨确定结果往往需要更高精度的观测数据,这与国内现有的观测设备的观测精度不符,还难以在实践中得到应用^[15-19]。吴连大^[20]认为短弧测角数据的初轨计算是本质性的病态过程,不能寄希望于某一种算法能完全克服这种病态。因此除了研究发展多种定轨算法,也可以着手多测站或多种类型数据的联合定轨。文献[21]介绍了一种由处于异地的两台光电望远镜阵列构成的地基光学观测系统,通过该观测系统来共视观测空间目标,事后处理其观测数据,能够快速定位空间目标,除此之外还介绍了处于异地的两台光电望远镜阵列辨别同一空间目标的方法,并通过仿真分析了该观测系统的可行性。文献[22]利用中国科学院空间目标与碎片观测网中处于异地的两台光电望远镜进行了 LEO 空间目标的共视观测实验,对空间目标共视观测定位的可行性进行了验证。通过对空间目标进行共视观测可以定位空间目标,将测角数据的初轨确定问题转化为定位数据的初轨确定问题,能够大幅度提高初轨确定精度。

本文对空间目标共视观测定位的误差进行分析,误差分析有数值法和解析法两种方法,数值法运算简便,但难以发现位置误差和相关变量之间的内在联系^[22]。因此,本文先通过解析法给出空间目标共视观测定位的均方根误差(RMSE)表达式,再通过仿真对解析法所得结果的正确性进行验证,并对空间目标共视观测定位数据的初轨确定精度进行分析。

2 空间目标共视观测定位的误差

2.1 定位误差的解析表达式

空间目标共视观测的模拟图如图 1 所示,使用

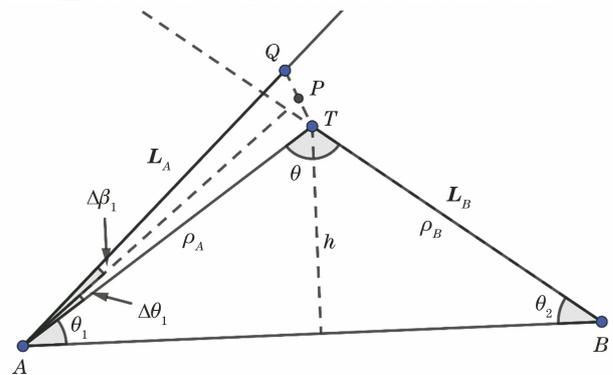


图 1 空间目标的共视观测示意图

Fig. 1 Schematic of common view observation of space target

相距为 d 的两台光电望远镜 A 和 B 对空间目标进行同步光学测量, 两台光电望远镜沿光轴指向的方向向量分别为 \mathbf{L}_A 和 \mathbf{L}_B 。在实际观测过程中因存在测量误差, 本应相交的方向向量 \mathbf{L}_A 和 \mathbf{L}_B 呈异面, 线段 QT 为它们之间的公垂线。在两台光电望远镜测角精度相同的情况下, 一般取公垂线上一点 P , 使得方向向量 \mathbf{L}_A 和 \mathbf{L}_B 的残差角相等, 将该点作为空间目标最可能的位置^[23]。利用解析几何计算可求解得到空间目标的三维位置坐标。

对所提方法的定位误差进行分析, 推导其均方根误差的表达式。为了方便推导, 不妨设两台光电望远镜的测角精度相等, 均为 σ 。根据图 1 可知, T 为空间中目标的真实位置, 点 P 为共视观测所确定的空间目标位置, PT 之间的距离 x_{PT} 即为空间目标的定位误差。将点 A 、 B 和 T 所在的平面作为坐标平面, 记 \mathbf{L}_A 在平面 ABT 中的投影测角误差为 $\Delta\theta_1$, 垂直于平面 ABT 的测角误差为 $\Delta\beta_1$, 同理 \mathbf{L}_B 的测角误差分别为 $\Delta\theta_2$ 和 $\Delta\beta_2$, 则空间目标的位置误差 f 可表示为

$$f = \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \Delta\theta_1 + \frac{\partial f}{\partial \beta_1} \Delta\beta_1 + \frac{\partial f}{\partial \theta_2} \Delta\theta_2 + \frac{\partial f}{\partial \beta_2} \Delta\beta_2。 \quad (1)$$

因此, 位置的均方根误差 ϵ 可表示为

$$\begin{aligned} \epsilon^2 = & \text{mean} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta_1} \Delta\theta_1 + \frac{\partial f}{\partial \beta_1} \Delta\beta_1 + \frac{\partial f}{\partial \theta_2} \Delta\theta_2 + \frac{\partial f}{\partial \beta_2} \Delta\beta_2 \right)^2。 \\ & (2) \end{aligned}$$

因为两台光电望远镜各自独立进行观测, 所以可认为它们的观测量互不相关, 则(2)式可简化为

$$\begin{aligned} \epsilon^2 = \sigma^2 \left[\left(\frac{\partial f}{\partial \theta_1} \right)^2 + 2 \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \frac{\partial f}{\partial \beta_1} + \left(\frac{\partial f}{\partial \beta_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \theta_2} \right)^2 + \right. \\ \left. 2 \frac{\partial f}{\partial \theta_2} \frac{\partial f}{\partial \beta_2} + \left(\frac{\partial f}{\partial \beta_2} \right)^2 \right]。 \quad (3) \end{aligned}$$

因此, 求解位置的均方根误差就是确定它对于 4 个变量角的偏导数, 即 $\frac{\partial f}{\partial \theta_1}$ 、 $\frac{\partial f}{\partial \beta_1}$ 、 $\frac{\partial f}{\partial \theta_2}$ 以及 $\frac{\partial f}{\partial \beta_2}$ 。根

据图 1 可知, 通过正弦定理可以确定光电望远镜 A 到空间目标 T 的距离, 表达式为

$$\rho_A = \frac{d \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}。 \quad (4)$$

同理, 光电望远镜 B 到空间目标 T 的距离为

$$\rho_B = \frac{d \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}。 \quad (5)$$

当求解空间目标的位置误差 f 对于变量 θ_1 的偏导数时, 其他变量可看作常数, 保持不变。当 θ_1 改变时, 仅 ρ_B 随之改变, 因此改变 θ_1 引起空间目标位置误差 f 的变化与 ρ_B 的变化等同, 因此

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_1} = \frac{\partial \rho_B}{\partial \theta_1} = \frac{d \sin \theta_2}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}。 \quad (6)$$

同理, 可得

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_2} = \frac{\partial \rho_A}{\partial \theta_2} = \frac{d \sin \theta_1}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}。 \quad (7)$$

接下来求解 $\frac{\partial f}{\partial \beta_1}$, 根据几何关系可以得到线段

QT 长度 x_{QT} 的表达式

$$x_{PT} = \frac{\rho_B}{\rho_A + \rho_B} x_{QT}。 \quad (8)$$

又因为 $\Delta\beta_1$ 足够小, (8)式可表示为

$$x_{PT} = \frac{\rho_A \rho_B}{\rho_A + \rho_B} \Delta\beta_1。 \quad (9)$$

当改变 β_1 时, 仅 x_{PT} 随之改变, 因此改变 β_1 引起空间目标位置误差 f 的变化与线段 PT 的变化等同, 因此

$$\frac{\partial f}{\partial \beta_1} = \frac{\rho_A \rho_B}{\rho_A + \rho_B} = \frac{d \sin \theta_1 \sin \theta_2}{(\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)}。 \quad (10)$$

同理, 可得

$$\frac{\partial f}{\partial \beta_2} = \frac{d \sin \theta_1 \sin \theta_2}{(\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)}。 \quad (11)$$

将(6)、(7)、(10)和(11)式代入(3)式, 得到

$$\begin{aligned} \epsilon^2 = \sigma^2 d^2 \times \\ \frac{\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \frac{2 \sin \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2)}{(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)^2}}{\sin^4(\theta_1 + \theta_2)}。 \end{aligned} \quad (12)$$

根据图 1 可知, 位于异地的两台光电望远镜的基线长度为

$$d = \frac{h \sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sin \theta_1 \sin \theta_2}, \quad (13)$$

式中: h 为空间目标相对于两台光电望远镜基线的高度。将(11)式代入(12)式, 得到

$$\epsilon^2 = \sigma^2 h^2 \times \frac{\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \frac{2 \sin \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2)}{(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)^2}}{\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (14)$$

综上所述,空间目标共视观测定位均方根误差的解析表达式可分别表示为

$$\epsilon_d = \sigma d \times \left[\frac{\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \frac{2 \sin \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2)}{(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)^2}}{\sin^4(\theta_1 + \theta_2)} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (15)$$

$$\epsilon_h = \sigma h \times \left[\frac{\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \frac{2 \sin \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2)}{(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)^2}}{\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

2.2 定位误差分析

由 2.1 节(15)式和(16)式可以看出,空间目标共视观测定位的误差除了与测角精度有关之外,还与空间目标相对于两台光电望远镜基线的高度 h 、两台光电望远镜之间的基线长度 d ,以及望远镜指向空间目标的方向向量与基线之间的夹角 θ_1 、 θ_2 有关。不难发现,上述 4 个变量所决定的是空间目标与两台光电望远镜之间形成三角形的形状,即空间目标共视观测定位的误差与空间目标和两台光电望

远镜之间形成的三角形形状有关。分析(15)式和(16)式可知,当 θ_1 与 θ_2 的和接近 0° 或 180° 时,空间目标共视观测定位的误差接近于无穷大,因此在实际应用中,应该避免这种情况的发生。(15)式是在基线长度为 d 的情况下任意空间目标定位的均方根误差表达式,若 $d = 1000 \text{ km}$ 、测角精度 σ 取 $9''$,则对于两台相距 1000 km 的空间目标,其定位的均方根误差分布函数的三维视图及其三视图如图 2 所示。

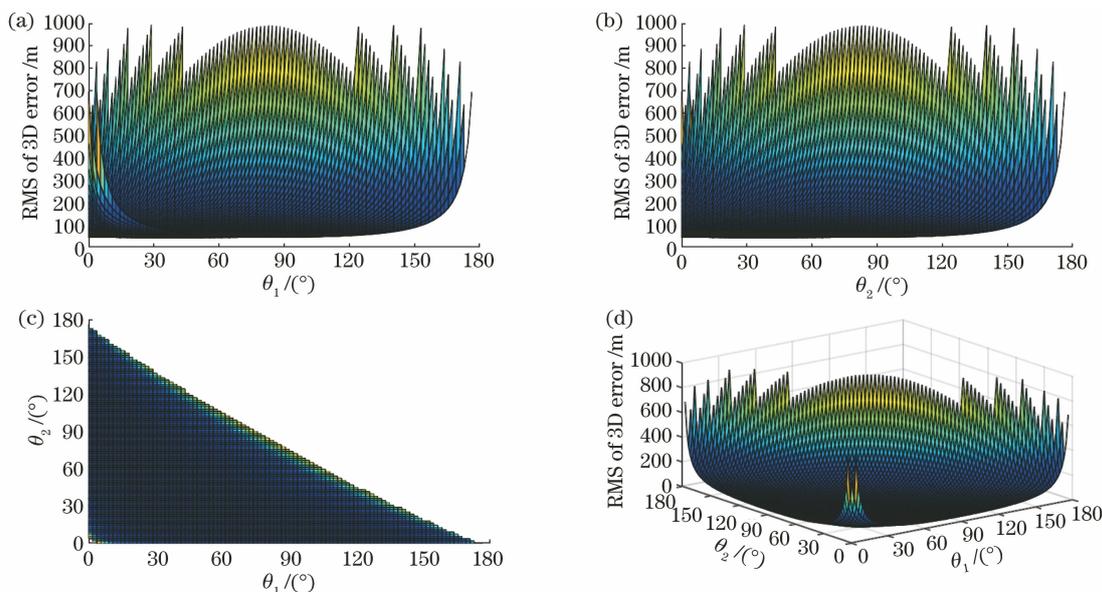


图 2 基线长度为 1000 km 的空间目标共视观测定位的均方根误差分布。(a)正视图;(b)侧视图;(c)俯视图;(d)三维视图

Fig. 2 Root mean square error distribution of common-view observation and positioning of space targets with baseline length of 1000 km. (a) Front view; (b) side view; (c) top view; (d) 3D view

(16)式是在基线高度为 h 的情况下任意空间目标定位的均方根误差表达式,若 $h=1000$ km、测角精度 σ 取 $9''$,则对于轨道高度为 1000 km 的空间

目标,其定位的均方根误差分布函数的三维视图及其三视图如图 3 所示。

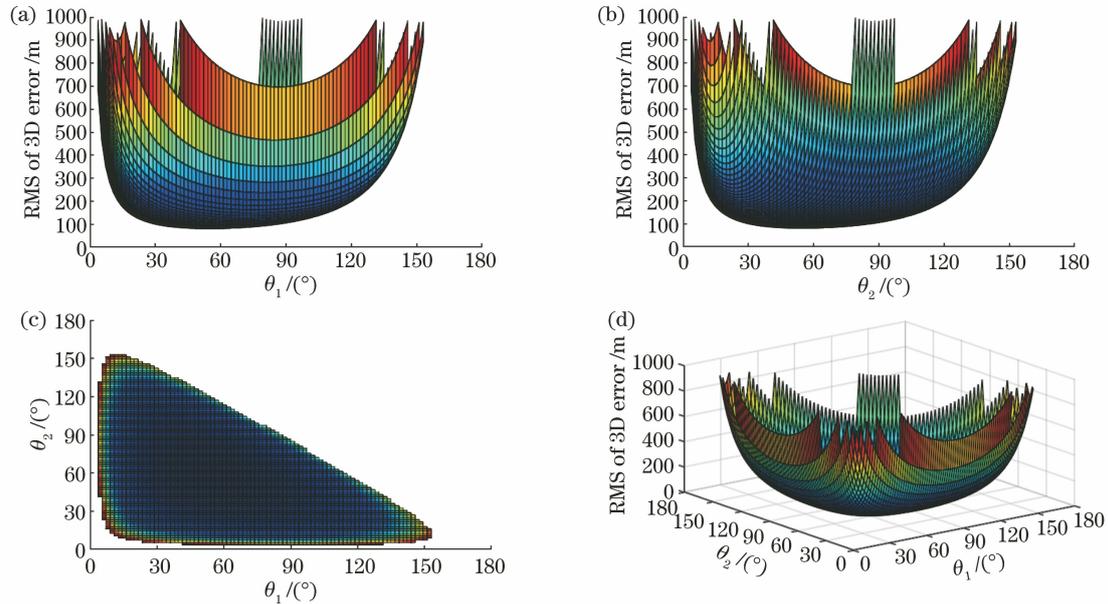


图 3 轨道高度为 1000 km 的空间目标共视观测定位的均方根误差分布。(a)正视图;(b)侧视图;(c)俯视图;(d)三维视图

Fig. 3 Root mean square error distribution of common-view observation and positioning of space targets with orbit altitude of 1000 km. (a) Front view; (b) side view; (c) top view; (d) 3D view

图 2 和图 3 直观地表现出空间目标共视观测定位的均方根误差随 θ_1 、 θ_2 的变化曲线。为了达到理想的定位精度, θ_1 、 θ_2 应满足如下条件

$$\begin{cases} \theta_1 \geq 15^\circ \\ \theta_2 \geq 15^\circ \\ \theta_1 + \theta_2 \leq 150^\circ \end{cases} \quad (17)$$

3 仿真结果与讨论

3.1 仿 真

本节结合第 2 节得到的结果,对空间目标共视观测定位进行地基仿真,据调查国内某宽视场型光电望远镜阵列的测角精度为 $9''$,观测数据的平均弧长约为 40 s^[13]。本文以上述资料为参考,结合第 2 节得到的结果,选择长春站和上海佘山站(基线长度为 1456.361 km)作为两台光电望远镜阵列的模拟观测点,结合不同轨道高度的低轨激光星 CPF (Consolidated Prediction Format) 星历仿真生成空间目标共视观测数据,研究 LEO 空间目标共视观测定位以及初轨确定精度,仿真流程如下:

1) 选择长春站和上海佘山站作为两台光电望远镜阵列的模拟观测点;

2) 利用不同轨道高度的低轨激光星 CPF 星历,基于上述两观测点生成仿真共视观测数据并加

入随机误差,使得模拟数据的测角精度为 $9''$,数据的弧长为 30 s,采样步长为 1 s;

3) 利用空间目标共视观测定位程序对仿真共视观测数据进行处理,得到空间目标的位置数据,将所得位置数据的定位精度与 CPF 星历进行对比分析;

4) 使用得到的空间目标共视观测定位数据对激光星进行初轨确定并进行微小改正,初轨确定方法为 Herrick-Gibbs 法,将得到的初始轨道与参考轨道进行对比分析。

需要补充说明的是,仿真数据的截止高度角设为 15° ,且未考虑天气情况对空间目标可见性的影响。初轨确定的计算结果是通过国际激光测距服务(ILRS)提供的 SLR 数据进行精密定轨获得。所选取的激光星的轨道信息在表 1 中列出。

3.2 结果与讨论

本节基于长春站和上海佘山站并结合表 1 的 7 颗激光星,在 2021 年 1 月 1 日至 2021 年 1 月 31 日的时间内 CPF 星历生成了 358 个弧段的仿真共视观测数据,即两台光电望远镜共视观测同一空间目标所得到的两个观测弧段所组成的一弧段共视观测数据。利用上述数据对激光星进行定位,每颗激光星的定位均方根误差以及其理论误差在表 2 中列出,其中理论误差通过(15)式求得。从表 2 可以看

表 1 低轨激光星的轨道信息

Table 1 Orbit information of low-orbit laser star

Object	NORAD number	Eccentricity	Altitude /km
GRACE-FO-2	43477	0.00155	500.0
TechnoSat	42829	0.00137	600.0
Cryosat-2	36508	0.00039	720.0
Sentinel-3A	41335	0.00008	814.5
HY-2C	46469	0.00064	971.0
Jason-3	41240	0.00075	1336.0
Ajisai	16908	0.00115	1485.0

出,通过解析法获得的空间目标共视观测定位均方根误差略大于通过仿真得到的结果。经过分析发现引起这部分差异的原因:仿真生成的数据中代表空间目标角位置的两个方向角误差并不相关,实际测量中相关,而通过解析法获得的空间目标共视观测定位均方根误差将这一部分误差考虑在内,故造成了表 2 中第三列和第四列的均方根误差差异。如果在解析表达式中不考虑两个方向角误差的相关性,那么通过解析法获得的空间目标共视观测定位均方根误差结果很好地符合了通过仿真得到的结果,此时验证了第 2 节所得结果的可靠性。除此之外,在测角精度为 $9''$ 的条件下,长春站和上海佘山站对 LEO 空间目标的共视观测定位精度最高能够达到 100 m,随着激光星轨道高度的增加,定位精度逐渐降低,由(16)式也能够得出相同的结论。结合 2.1 节中的结论可以推断随着基线长度的进一步增加,长春站和上海佘山站对整个 LEO 区域中空间目标的定位精度能够达到 100 m。

表 2 不同轨道高度下激光星共视观测定位的均方根误差
Table 2 Root mean square error of laser star alignment observation at different orbital heights

Object	Altitude /km	RMS of positioning error /m	RMS of theoretical error /m
GRACE-FO-2	500.0	42.46	71.14
TechnoSat	600.0	48.08	73.44
Cryosat-2	720.0	57.31	79.91
Sentinel-3A	814.5	61.95	87.13
HY-2C	971.0	79.96	102.38
Jason-3	1336.0	119.67	151.37
Ajisai	1485.0	124.87	166.48

利用上述定位结果对激光星进行初轨确定,共计算了 358 个初轨确定算例,采用轨道的半长轴(SMA)误差作为初轨确定误差,将每颗激光星多个弧段的初轨确定误差用箱线图进行展示,如图 4 所

示,箱线图能够直观地显示出一组数据的最大值、最小值、中位数以及上下四分位数。从图 4 可以看出,上述算例的 SMA 误差集中在 5 km 左右,轨道的半长轴误差小于 10 km,远高于使用单台光电望远镜阵列同等弧长测角数据的初轨确定精度^[24]。

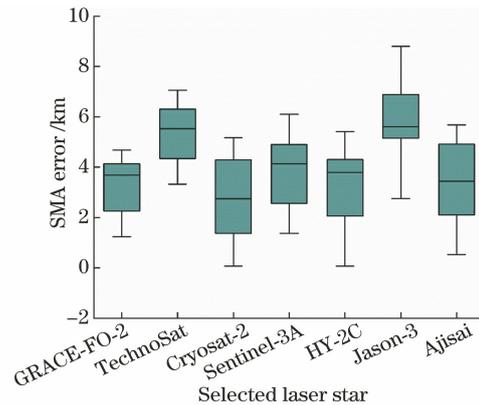


图 4 SMA 误差的箱线图

Fig. 4 Box plot of SMA

4 结 论

本文对空间目标共视观测定位的误差进行了分析,推导了其均方根误差的解析表达式,并通过仿真对空间目标共视观测定位的定轨精度进行了分析。结果表明,由于受到地球地理环境等因素的限制,为了保证理想的定位精度,地基空间目标共视观测定位仅适用于低轨空间目标以及轨道高度较低的中轨空间目标。空间目标共视观测定位的均方根误差解析表达式对在实际应用中两台光电望远镜的布局选择具有重要作用。结合空间目标共视观测定位的均方根误差解析表达式以及仿真结果,可以推断在保证基线长度的条件下,两台光电望远镜对整个 LEO 区域中空间目标的定位精度能够达到 100 m。除此之外,空间目标的共视观测定位能够有效解决短弧测角数据初轨确定精度较低、无法进一步应用的问题。综上所述,一个成熟的地基空间目标共视观测系统可作为雷达探测系统的辅助手段,用于对 LEO 空间目标进行探测。此外,空间目标共视观测定位除了能够应用于地基观测,随着观测技术的发展,未来也能够在天基观测中得到应用。

参 考 文 献

- [1] ESA's space debris office. Space debris by the numbers [EB/OL]. (2021-01-08) [2021-04-12]. http://www.esa.int/Safety_Security/Space_Debris/Space_debris_by_the_numbers.htm.
- [2] Wagner P, Hampf D, Riede W. Passive optical space

- surveillance system for initial LEO object detection [C]//Proceedings of 66th International Astronautical Congress, October 12-16, 2015, Jerusalem. Israel: IAC, 2015: 2594-2660.
- [3] Vetter J R. Fifty years of orbit determination [J]. Johns Hopkins APL Technical Digest, 2007, 27(3): 239-252.
- [4] Montenbruck O, Gill E. Satellite orbits: models, methods, and applications [M]. Heidelberg: Springer, 2000.
- [5] Schildknecht T, Musci R, Ploner M, et al. Optical observations of space debris in GEO and in highly-eccentric orbits [J]. Advances in Space Research, 2004, 34(5): 901-911.
- [6] Escobar P R. Methods of orbit determination [M]. New York: Wiley, 1965.
- [7] Vallado D A, Carter S S. Accurate orbit determination from short-arc dense observational data [J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1998, 46(2): 195-213.
- [8] Dolado J C, Yanez C, Anton A. On the performance analysis of initial orbit determination algorithms[EB/OL]. [2021-04-12]. <http://iafastro.directory/iac/paper/id/32510/abstract-pdf/IAC-16, A6, 9, 7, x32510.brief.pdf?2016-03-24.17:29:40>.
- [9] Schaeperkoetter A V. A comprehensive comparison between angles-only initial orbit determination techniques [D]. College Station: Texas A & M University, 2011.
- [10] Vallado D A. Fundamentals of astrodynamics and applications [M]. 4th ed. Hawthorne: Microcosm Press, 2013.
- [11] Zhou M Y, Hou J F, Wang D G, et al. Design and verification of depolarized derotator alignment scheme in astronomical telescope [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(6): 0604005.
周明尧, 侯俊峰, 王东光, 等. 天文望远镜无偏消旋镜装调方案设计及验证 [J]. 中国激光, 2020, 47(6): 0604005.
- [12] Li X R. Evolutionary algorithms for initial orbit determination with too short arc [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2018: 1-2.
李鑫冉. 基于进化计算的极短弧定轨方法 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2018: 1-2.
- [13] Changchun observatory of national astronomical observatories. Space debris photo-electric telescope array: CN104570319 [P]. 2015-04-29.
中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站. 阵列结构型空间碎片光电观测系统: CN104570319 [P]. 2015-04-29.
- [14] Lei X X, Sang J Z, Li Z W. Preliminary analysis of observations obtained from ground-based electro-optical sensor array at Changchun [J]. Journal of Geomatics, 2019, 44(1): 41-44.
雷祥旭, 桑吉章, 李振伟. 长春地基光电阵观测数据初步分析 [J]. 测绘地理信息, 2019, 44(1): 41-44.
- [15] Jia P Z, Wu L D. A reference vector algorithm for the initial orbit computation [J]. Acta Astronomica Sinica, 1997, 38(4): 353-358.
贾沛璋, 吴连大. 初轨计算的参考矢量法 [J]. 天文学报, 1997, 38(4): 353-358.
- [16] Milani A, Gronchi G F, de Farnocchia D, et al. Topocentric orbit determination: algorithms for the next generation surveys [J]. Icarus, 2008, 195(1): 474-492.
- [17] Armellini R, di Lizia P, Zanetti R. Dealing with uncertainties in angles-only initial orbit determination [J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2016, 125(4): 435-450.
- [18] Henderson T A, Mortari D, Davis J. Modifications to the gooding algorithm for angles-only initial orbit determination [EB/OL]. [2021-04-12]. https://www.researchgate.net/profile/D-Mortari/publication/254199485_Modifications_to_the_Gooding_Algorithm_for_Angles-Only_Initial_OrbitDetermination/links/56eac10808ae785865800927/Modifications-to-the-Gooding-Algorithm-for-Angles-Only-Initial-OrbitDetermination.pdf.
- [19] Choi J, Jo J H, Kim S, et al. Integrity assessment and verification procedure of angle-only data for low earth orbit space objects with optical wide-field patrol-network (OWL-Net) [J]. Journal of Astronomy and Space Sciences, 2019, 36(1): 35-43.
- [20] Wu L D. Orbits and detection of satellite and space debris [M]. Beijing: China Science and Technology Press, 2011.
吴连大. 人造卫星与空间碎片的轨道和探测 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2011.
- [21] Yanagisawa T, Kurosaki H, Oda H, et al. Ground-based optical observation system for LEO objects [J]. Advances in Space Research, 2015, 56(3): 414-420.
- [22] Chen L, Liu C Z, Li Z W, et al. Non-cooperative common-view observation of LEO space objects and initial orbit determination [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(19): 1912003.
陈龙, 刘承志, 李振伟, 等. LEO 空间目标的非协同共视观测及初轨确定 [J]. 光学学报, 2021, 41(19): 1912003.
- [23] Powers J W. Range trilateration error analysis [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1966, AES-2(4): 572-585.
- [24] Lei X X, Li Z W, Du J L, et al. Identification of uncatalogued LEO space objects by a ground-based EO array [J]. Advances in Space Research, 2021, 67(1): 350-359.