

## 基于混合多项式法计算光源相关色温及色偏差

高程<sup>1,2</sup>, 李月<sup>2</sup>, 李长军<sup>2\*</sup><sup>1</sup> 辽宁科技大学电子与信息工程学院, 辽宁 鞍山 114051;<sup>2</sup> 辽宁科技大学计算机与软件工程学院, 辽宁 鞍山 114051

**摘要** 由于光源的相关色温与色偏差计算一直是备受研究者们关注的问题,故提出了一种基于三角形法、抛物线法和三次多项式法的高效混合光源相关色温与色偏差计算方法。在色温为 2000~20000 K, 1 K 步长的 18001 条等温线上,并在色偏差范围为 -0.03~0.03 内以 0.015 间隔选取 90005 个测试样本,测试并比较了所提方法、Ohno 方法与 Robertson 方法的精确度。测试结果表明,所提方法的性能优于 Ohno 方法与 Robertson 方法,且其色温和色偏差的最大绝对误差分别为 0.3858 K 和  $3.33 \times 10^{-6}$ ,故所提方法可被直接用于 LED 光谱优化与设计。

**关键词** 颜色; 相关色温; 色偏差; 查找表; 三次多项式法; 三角形法; 抛物线法

中图分类号 O432.3

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0533003

## Calculation of Correlated Color Temperature and Color Deviation of Light Source Based on Hybrid Polynomial Method

Gao Cheng<sup>1,2</sup>, Li Yue<sup>2</sup>, Li Changjun<sup>2\*</sup><sup>1</sup> School of Electronic and Information Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan, Liaoning 114051, China;<sup>2</sup> School of Computer Science and Software Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan, Liaoning 114051, China

**Abstract** Since the calculation of correlated color temperature and color deviation of light source has always been the focus of researchers, an efficient hybrid method based on triangle method, parabolic method, and third-order polynomial method for calculating correlated color temperature and color deviation of light source is proposed. The accuracy of the proposed method is tested and compared with that of Ohno and Robertson methods by using 90005 data sampled from 18001 isotherm lines with colour temperature between 2000 K and 20000 K at 1 K step, and color deviation between -0.030 and 0.030 at 0.015 step. The test results show that the proposed method is better than Ohno and Robertson methods with maximum absolute difference of correlated color temperature being less than 0.3858 K and maximum absolute difference of color deviation being less than  $3.33 \times 10^{-6}$  respectively, so it can be directly used in LED spectrum optimization and design.

**Key words** color; correlated color temperature; color deviation; lookup table; third-order polynomial method; triangle method; parabolic method

## 1 引言

色温是描述光源颜色特性的一个重要参数,人

们可以根据光源色温的高低来大致判断该光源的颜色。色温是真实恒星的重要物理特性<sup>[1]</sup>,也是星模拟器光源的重要参数。在激光显示器技术中,色温

收稿日期: 2021-08-24; 修回日期: 2021-09-09; 录用日期: 2021-09-26

基金项目: 国家自然科学基金(61775169)、辽宁省教育厅基金(LJKQZ2021127)、辽宁科技大学研究生教育改革与科技创新创业项目(LKDYC202103)

通信作者: \*cjliustl@sina.com

恒定在一定范围内可以确保画面显示效果<sup>[2]</sup>。色温是根据黑体辐射源在温度  $T'$  时发出的颜色与待测光源颜色是否相同而给出的。然而,实际光源的颜色往往不可能与任何色温下黑体辐射源的颜色完全一致,这就引申出了相关色温(CCT)的概念。根据目前国际照明委员会(CIE)的推荐标准,在 CIE 1960 UCS 图<sup>[3]</sup>中,不同色温黑体的颜色坐标构成的一条曲线称为黑体轨迹曲线,如图 1 中标注 Planckian locus 的曲线所示。将待测光源色品坐标与黑体轨迹最接近的色品坐标所对应的黑体温度称为该光源的 CCT,此时两个色品坐标的距离又称为光源的色偏差( $D_{uv}$ )。光源的色温或 CCT 被人们所熟知,但  $D_{uv}$  却很少被人们提及。最近,Ohno<sup>[4]</sup>指出描述光源的色度仅仅靠色温这一维度的信息是不够的,还应该增加另一个维度( $D_{uv}$ )来进一步表示光源色品坐标相对黑体轨迹的位置。光源的  $D_{uv}$  在近些年逐渐被各个与照明相关的行业使用,且被美国国家标准协会(ANSI)定义为标准<sup>[5]</sup>。最近,董晓文等<sup>[6]</sup>探讨了基于人的视锥响应可能导出的色品坐标空间计算得到的色温与目前基于 CIE 1960 UCS 色品坐标空间计算得到的色温的差别,这是对 Ohno 算法的改进。

光源的 CCT 计算方法主要可分为三类。第一类是基于经验公式法<sup>[7-10]</sup>,这类算法特点是简单,但误差较大。第二类是迭代法,这类算法也可分成两子类,区别是将黑体色品坐标用近似函数替代<sup>[11-14]</sup>或按 CIE 要求无误差计算<sup>[15-16]</sup>,然后采用迭代法求解。计算结果表明,迭代求解类算法计算精度对黑体轨迹色品坐标的近似程度非常敏感,一般来说采用近似函数替代黑体轨迹色品坐标类迭代算法精度不如无误差计算黑体轨迹色品坐标类迭代算法。虽然采用黑体色品坐标无误差计算的迭代算法的精度很高,但是该类方法本身的迭代性质会限制其应用范围。第三类就是基于查找表发展起来的算法<sup>[4,17-19]</sup>。这类算法就是对一定范围内的色温进行离散,进而计算出黑体轨迹的色品坐标,或者进一步地计算离散点的等色温线、黑体轨迹色品坐标关于色温的导数等,并将这些已知信息作为查找表,在这些信息的基础上发展计算 CCT 和  $D_{uv}$  的算法。这类算法相对迭代方法,可以称为直接方法(通过有限次运算即可获得 CCT 和  $D_{uv}$ ),故应用范围较广。该类算法预测精度取决于查找表信息的多少,查找表信息越多精度就越高,但此时存储的信息量和算法的复杂度也在增加。Ohno 提出的算法<sup>[4]</sup>就属于

查找表法。该算法基于查找表使用三角形法(本质上也是线性插值)和抛物线插值方法混合预测光源的 CCT 和  $D_{uv}$ 。该算法将两种插值方法混合使用,目的是弥补彼此精度上的不足。此外,除了对 CCT 的计算外,Ohno 还增加了对  $D_{uv}$  的预测,使得算法的综合性更强。

本文首先对 Ohno 算法进行了详细介绍。然后,在 Ohno 算法的基础上,给出了混合多项式算法预测得到的 CCT 和  $D_{uv}$ 。最后,对一些同类方法进行了比较,包括 Ohno 方法以及 Robertson 方法。比较结果表明,所提混合多项式方法要优于其他同类型方法。

## 2 Ohno 算法原理

### 2.1 光源的相关色温与色偏差

黑体又称为普朗克辐射体<sup>[3]</sup>,其可将任何温度下落到它表面上的任何波长的辐射全部吸收。当给定色温  $T$  时,黑体的光谱功率分布(SPD)可由普朗克公式来描述,普朗克公式为

$$M(\lambda, T) = c_1 \lambda^{-5} \{ \exp[c_2 / (\lambda T)] - 1 \}^{-1}, \quad (1)$$

式中: $M(\lambda, T)$ 为光谱辐射出射度; $\lambda$ 为波长; $c_1 = 3.741832 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$ ;  $c_2 = 1.4388 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K}$ 。根据黑体的 SPD,按照 CIE 规定计算三刺激值的标准可计算色温等于  $T$  的黑体三刺激值

$$\begin{cases} X(T) = k \sum_{j=1}^{471} M(\lambda_j, T) \bar{x}(\lambda_j) \\ Y(T) = k \sum_{j=1}^{471} M(\lambda_j, T) \bar{y}(\lambda_j) \\ Z(T) = k \sum_{j=1}^{471} M(\lambda_j, T) \bar{z}(\lambda_j) \\ k = 100 / \sum_{j=1}^{471} M(\lambda_j, T) \bar{y}(\lambda_j) \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $\lambda_1 = 360 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{471} = 830 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{j+1} - \lambda_j = 1 \text{ nm}$ ;  $\bar{x}(\lambda)$ 、 $\bar{y}(\lambda)$ 和  $\bar{z}(\lambda)$ 是 CIE 1931 色匹配函数<sup>[20]</sup>。然后,根据 CIE 规定,将三刺激值转到 CIE 1960 UCS 空间

$$\begin{cases} u(T) = 4X(T) / [X(T) + 15Y(T) + 3Z(T)] \\ v(T) = 6Y(T) / [X(T) + 15Y(T) + 3Z(T)] \end{cases} \quad (3)$$

对于任何给定的光源的 SPD,在(2)式中替换  $M(\lambda, T)$ 便可计算出相应的三刺激值,再用(3)式便可获得测试光源的色品坐标( $u_t, v_t$ )。给定光源色品坐标( $u_t, v_t$ )与黑体轨迹( $u(T), v(T)$ )的距离  $d(T)$ 为

$$d(T) = \sqrt{[u_t - u(T)]^2 + [v_t - v(T)]^2} \quad (4)$$

根据光源色偏差的定义,  $D_{uv}$  值具有正负之分, 当给定光源色品坐标落在黑体轨迹上方时,  $D_{uv}$  取正, 反之则取负。  $D_{uv}$  的表达式为

$$D_{uv} = \text{sign}(z)d(T), \quad (5)$$

式中:  $z = v_i - v(T)$ ;  $\text{sign}(\cdot)$  为符号函数, 当  $z \geq 0$  时,  $\text{sign}(z) = 1$ ; 当  $z < 0$  时,  $\text{sign}(z) = -1$ 。

### 2.2 Ohno 方法具体计算步骤

Ohno 方法具体计算步骤如下:

1) 将色温预测范围按照设定间隔  $\Delta T$  进行离散化, 设定色温范围为 1000~20000 K。  $T_1 = 1000$  K,  $T_i = (1 + \Delta T)^{i-1} T_1, i \geq 2$ 。 Ohno 建议设定  $\Delta T$  为 0.01 K。 表 1 列出了相应的离散色温值。 由于  $T_{303}$  为 20186.21 K 接近 20000 K, 故将其作为最后一个色温离散值。 此外, 表 1 还列出了利用(1)~(3)式分别计算出的黑体的色品坐标  $(u(T_i), v(T_i))$ 。 根据给定光源的色品坐标  $(u_t, v_t)$ , 再结合查找表计算出其与黑体轨迹中的离散点的距离  $d(T_i)$ 。 例如, 当  $u_t = 0.2193, v_t = 0.3271$  时, 根据(4)式可计算出距离  $d(T_i)$ , 如表 1 中的第 4 列所示。

表 1 当  $u_t = 0.2193, v_t = 0.3271$  时建立的查找表

Table 1 Lookup table created when  $u_t = 0.2193,$

$v_t = 0.3271$

$T_i / \text{K}$	$u(T_i)$	$v(T_i)$	$d(T_i)$	$i$
1000.00	0.4480	0.3546	0.2304	1
1010.00	0.4457	0.3548	0.2281	2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
4404.38	0.2186	0.3295	0.0025	$m-1$
4448.42	0.2180	0.3290	0.0023	$m$
4492.91	0.2174	0.3285	0.0024	$m+1$
4537.84	0.2168	0.3280	0.0027	$m+2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
19986.35	0.1839	0.2771	0.0613	302
20186.21	0.1838	0.2769	0.0614	303

2) 选择与给定光源色品坐标距离最近的三组黑体轨迹坐标, 即三个最小  $d(T_i)$  对应的坐标, 分别用下标  $m-1, m, m+1$  来表示, 如图 1 所示。 Ohno

方法中的三角形方法是假设  $(u(T_{m-1}), v(T_{m-1}))$ ,  $(u(T_m), v(T_m))$  和  $(u(T_{m+1}), v(T_{m+1}))$  三点近似共线, 则可在点  $(u(T_{m-1}), v(T_{m-1}))$  和  $(u(T_{m+1}), v(T_{m+1}))$  以及待测光源色品坐标  $(u_t, v_t)$  构成的三角形(图 1 中的右下角插图)中, 利用两步勾股定理计算得到待测光源的 CCT  $T_{p1}$ , 其表达式为

$$T_{p1} = F_C \left[ T_{m-1} + (T_{m+1} - T_{m-1}) \cdot \frac{x}{l} \right], \quad (6)$$

式中:  $x = \frac{d^2(T_{m-1}) - d^2(T_{m+1}) + l^2}{2l}$ ;  $l = \{ [u(T_{m+1}) - u(T_{m-1})]^2 + [v(T_{m+1}) - v(T_{m-1})]^2 \}^{1/2}$ ;  $F_C$  是一个矫正因子, Ohno 建议取其值为

$$F_C = 0.99991. \quad (7)$$

待测光源的色偏差  $D_{uv,1}$  的表达式为

$$D_{uv,1} = \text{sign}[v_t - v(T)] \cdot \sqrt{d(T_{m-1})^2 - x^2}, \quad (8)$$

式中:  $v(T) = v(T_{m-1}) + [v(T_{m+1}) - v(T_{m-1})]x/l$ 。

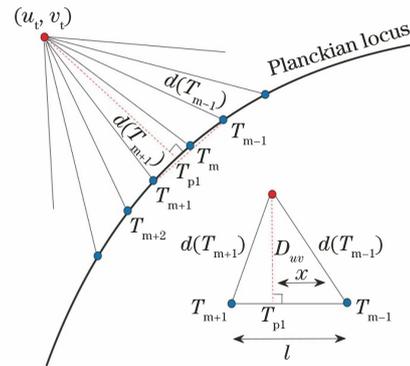


图 1 Ohno 算法示意图

Fig. 1 Illustration diagram for Ohno algorithm

3) 根据步骤 2) 中选定的三组离散色温  $(T_{m-1}, T_m$  和  $T_{m+1})$  及距离  $[d(T_{m-1}), d(T_m)$  和  $d(T_{m+1})]$  构造给定光源色品坐标到黑体轨迹的距离关于色温的抛物线或二次多项式函数  $D(T)$ ,  $D(T)$  表达式为

$$D(T) = aT^2 + bT + c, \quad (9)$$

其中

$$\begin{cases} a = \frac{T_{m-1}[d(T_{m+1}) - d(T_m)] + T_m[d(T_{m-1}) - d(T_{m+1})] + T_{m+1}[d(T_m) - d(T_{m-1})]}{(T_{m+1} - T_m)(T_{m-1} - T_{m+1})(T_m - T_{m-1})} \\ b = -\frac{T_{m-1}^2[d(T_{m+1}) - d(T_m)] + T_m^2[d(T_{m-1}) - d(T_{m+1})] + T_{m+1}^2[d(T_m) - d(T_{m-1})]}{(T_{m+1} - T_m)(T_{m-1} - T_{m+1})(T_m - T_{m-1})} \\ c = -\frac{d(T_{m-1})(T_{m+1} - T_m)T_m T_{m+1} + d(T_m)(T_{m-1} - T_{m+1})T_{m-1} T_{m+1} + d(T_{m+1})(T_m - T_{m-1})T_{m-1} T_m}{(T_{m+1} - T_m)(T_{m-1} - T_{m+1})(T_m - T_{m-1})} \end{cases}. \quad (10)$$

令(9)式定义的距离函数  $D(T)$  的一阶导数等于零可求出待测光源的 CCT  $T_{p2}$ , 其表达式为

$$T_{p2} = F_c \left( -\frac{b}{2a} \right), \quad (11)$$

将得到的  $T_{p2}$  代入(9)式可计算待测光源的色偏差  $D_{uv,2}$ , 其表达式为

$$D_{uv,2} = \text{sign}(z_1) \cdot (aT_{p2}^2 + bT_{p2} + c), \quad (12)$$

式中:  $z_1 = v_t - v(T_{p2})$ 。

4) 根据 Ohno 建议的阈值, 确定算法最终预测的色温  $T_p$  和色偏差  $D_{uv}$

$$\begin{cases} D_{uv} = D_{uv,1}, T_p = T_{p1}, & \text{if } |D_{uv,1}| < 0.002 \\ D_{uv} = D_{uv,2}, T_p = T_{p2}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

### 3 混合多项式算法

为了给出混合多项式算法, 首先本团队指出

Ohno 算法中利用二次多项式近似计算给定光源到黑体轨迹的最近距离只用到了三个点,  $T_{m-1}$ 、 $T_m$  和  $T_{m+1}$  及光源色品坐标到黑体轨迹的距离  $d(T_{m-1})$ 、 $d(T_m)$  和  $d(T_{m+1})$ 。因此, 距离(9)式的最小点可能在  $[T_{m-1}, T_m]$  内, 也可能在  $[T_m, T_{m+1}]$  内。如果增加一个点, 比如  $T_m$  和  $T_{m+1}$  分别对应最短距离  $d(T_m)$  和  $d(T_{m+1})$ , 在增加点  $T_{m+2}$  和距离  $d(T_{m+2})$  后, 有  $d(T_m)$  和  $d(T_{m+1})$  要小于  $d(T_{m+2})$  和  $d(T_{m-1})$ , 如图 1 所示。新构造的三次多项式为

$$D_1(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3, \quad (14)$$

并且可以预测(14)式的最小点应该在  $T_m$  和  $T_{m+1}$  间。(14)式中系数的表达式为

$$\begin{cases} a_0 = -\frac{d(T_{m-1})c_1 + d(T_m)c_2 + d(T_{m+1})c_3 + d(T_{m+2})c_4}{F} \\ a_1 = \frac{d(T_{m-1})l_1 + d(T_m)l_2 + d(T_{m+1})l_3 + d(T_{m+2})l_4}{F} \\ a_2 = -\frac{d(T_{m-1})k_1 + d(T_m)k_2 + d(T_{m+1})k_3 + d(T_{m+2})k_4}{F} \\ a_3 = \frac{d(T_{m-1})f_1 + d(T_m)f_2 + d(T_{m+1})f_3 + d(T_{m+2})f_4}{F} \end{cases}, \quad (15)$$

其中

$$\begin{cases} f_1 = (T_m - T_{m+1})(T_m - T_{m+2})(T_{m+1} - T_{m+2}) \\ f_2 = (T_{m-1} - T_{m+1})(T_{m-1} - T_{m+2})(T_{m+1} - T_{m+2}) \\ f_3 = (T_{m-1} - T_m)(T_{m-1} - T_{m+2})(T_m - T_{m+2}) \\ f_4 = (T_{m-1} - T_m)(T_{m-1} - T_{m+1})(T_m - T_{m+1}) \end{cases}, \quad (16)$$

$$\begin{cases} c_1 = T_{m-1}T_{m+1}T_{m+2}f_1 \\ c_2 = T_{m-1}T_{m+1}T_{m+2}f_2 \\ c_3 = T_{m-1}T_mT_{m+2}f_3 \\ c_4 = T_{m-1}T_mT_{m+1}f_4 \end{cases}, \quad (17)$$

$$\begin{cases} l_1 = (T_mT_{m+1} + T_{m+1}T_{m+2} + T_mT_{m+2})f_1 \\ l_2 = (T_{m-1}T_{m+1} + T_{m+1}T_{m+2} + T_{m-1}T_{m+2})f_2 \\ l_3 = (T_{m-1}T_m + T_mT_{m+2} + T_{m-1}T_{m+2})f_3 \\ l_4 = (T_{m-1}T_m + T_mT_{m+1} + T_{m-1}T_{m+1})f_4 \end{cases}, \quad (18)$$

$$\begin{cases} k_1 = (T_m + T_{m+1} + T_{m+2})f_1 \\ k_2 = (T_{m-1} + T_{m+1} + T_{m+2})f_2 \\ k_3 = (T_{m-1} + T_m + T_{m+2})f_3 \\ k_4 = (T_{m-1} + T_m + T_{m+1})f_4 \end{cases}, \quad (19)$$

$$F = (T_{m-1} - T_m)(T_{m-1} - T_{m+1})(T_{m-1} - T_{m+2})f_1. \quad (20)$$

然后, 令(14)式定义的距离函数  $D_1(T)$  的一阶导数等于零, 可求得两个解, 其表达式为

$$T_{\pm} = \frac{-2a_2 \pm \sqrt{(2a_2)^2 - 12a_1a_3}}{6a_3}, \quad (21)$$

令  $T_{p3}$  为其中的一个解, 且满足

$$D''(T_{p3}) = 2a_2 + 6a_3T_{p3} > 0. \quad (22)$$

最后, 将所求  $T_{p3}$  代入(13)式即可求得待测光源的色偏差, 其表达式为

$$D_{uv,3} = \text{sign}(z_2) \cdot (a_0 + a_1T_{p3} + a_2T_{p3}^2 + a_3T_{p3}^3), \quad (23)$$

式中:  $z_2 = v_t - v(T_{p3})$ 。

在给出具体混合多项式算法之前, 先通过具体

算例考虑 Ohno 方法中混合条件的重要性。在色温  $T=1250\text{ K}$  的等色温线上等距离离散取 31 个点  $(u_i, v_i)$  使得对应的色偏差  $D_{uv}$  从  $-0.03$  以  $0.002$  的步长逐渐增加到  $0.03$ , 以对三角形法、抛物线法以及三次多项式法的性能进行测试。对于取定的每一个点  $(u_i, v_i)$  都可利用三角形法、抛物线法以及三次多项式法预测色温, 此时的真实色温为  $1250\text{ K}$ 。图 2 给出了采用以上三种算法后的绝对误差  $(|\Delta T|)$ 。可以看出: 当  $D_{uv}$  的绝对值较小时, 三角形法最精确, 三次多项式法表现最差; 当  $D_{uv}$  的绝对值较大时 (如  $|D_{uv}| > 0.015$ ), 三次多项式法表现最好。图 2 中两条垂直横轴的虚线为 Ohno 方法中混合条件的界限 [如 (13) 式所示]。当  $D_{uv,1}$  在两条虚线内时, 采用三角形法的预测结果。反之, 采用抛物线法的预测结果。图 2 中所举例子还说明 Ohno 方法混合临界点  $|D_{uv,1}| = 0.002$  还可改进。就此例而言, 当  $-0.03 \leq D_{uv,1} < -0.01$  时, 理想的算法是使用抛物线方法。当  $D_{uv,1} \geq -0.01$  时, 理想的算法是使用三角形方法。

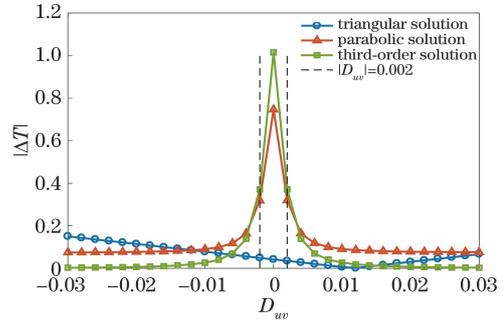


图 2 当在  $T=1250\text{ K}$  等色温线上按  $D_{uv}$  在  $-0.03 \sim 0.03$  等间隔取点时三种方法的性能比较  
Fig. 2 Performance comparison of three methods based on equidistant sampling points with  $D_{uv}$  between  $-0.03$  and  $0.03$  on isotherm line with  $T=1250\text{ K}$

进一步仿真测试表明混合算法的临界点会随着测试色温的变化而变化。为了使各算法之间高效地混合, 对三角形法、抛物线法和三次多项式法计算得到的色偏差绝对值  $(|D_{uv,1}|, |D_{uv,2}|$  和  $|D_{uv,3}|)$  进行了比较, 取绝对值最小的距离为混合算法预测结果。因此, 所提方法可概括为

$$\begin{cases} D_{uv} = D_{uv,1}, T_p = T_{p1}, & \text{if } |D_{uv,1}| = \min(|D_{uv,1}|, |D_{uv,2}|, |D_{uv,3}|) \\ D_{uv} = D_{uv,2}, T_p = T_{p1}, & \text{if } |D_{uv,2}| = \min(|D_{uv,1}|, |D_{uv,2}|, |D_{uv,3}|) \\ D_{uv} = D_{uv,3}, T_p = T_{p1}, & \text{if } |D_{uv,3}| = \min(|D_{uv,1}|, |D_{uv,2}|, |D_{uv,3}|) \end{cases} \quad (24)$$

## 4 分析与讨论

实验测试光源样本集采用仿真方法生成。在色温范围为  $2000 \sim 20000\text{ K}$ , 间隔为  $T_{\text{step}} = 1\text{ K}$  的所有等色温线上等距离生成 5 个样本点, 相当于建立了  $18001 \times 5 = 90005$  个测试光源。为满足 ANSI 标准<sup>[5]</sup>, 在每条等色温线上选取的点对应的色偏差  $D_{uv}$  分别为  $0.030, 0.015, 0, -0.015, -0.030$ 。

### 4.1 光源相关色温的预测精度

表 2 为所提方法与 Ohno 方法<sup>[4]</sup> 和 Robertson 方法<sup>[17]</sup> 的比较, 后者是文献中常用的同类方法。其中, Robertson 方法按 3.17 麦勒德 ( $M_{\text{red}} = 10^6\text{ T}^{-1}$ ) 等间隔生成查找表, 从而在色温为  $1000 \sim 20000\text{ K}$  范围内同样建立 301 条等色温线及相关信息, 方便与所提方法和 Ohno 方法进行对比。采用预测值与真实值之差的绝对值  $|\Delta T|$  来评价三种方法的计算精度。

表 2 中分别列出了每种方法对 90005 个测试光源预测色温的绝对误差的平均值、中位值和最大值。从表 2 中的最大误差绝对值可以看出, 所提方法明

显优于 Ohno 方法与 Robertson 方法, 其中 Ohno 方法略优于 Robertson 方法。所提方法是基于 Ohno 方法的改进方法, 其可将色温最大误差绝对值降到  $0.3858\text{ K}$  以内。从表 2 中的中位值和平均值也可以看出, 所提方法是优于 Ohno 和 Robertson 方法的, 平均误差为  $0.0347\text{ K}$ 。

表 2 根据  $|\Delta T|$  的平均值、中位值、最大值比较所提方法与现有方法的准确性

Table 2 Accuracy comparison between proposed method and existing methods in terms of mean, median, and maximum values of  $|\Delta T|$  unit: K

Method	Mean value	Median value	Maximum value
Robertson	0.3347	0.0869	2.3804
Ohno	0.2006	0.1367	1.2484
Proposed	0.0347	0.0151	0.3858

为了更加直观地观察所有测试光源 (90005 个) 的误差分布, 采用 10 等分绝对误差区间的直方图来呈现, 如图 3 所示, 横轴每个数值分别代表响应的绝对色温误差区间的中心, 第一误差区间的中心为  $0.12\text{ K}$ , 且每个绝对误差区间长度为  $0.24\text{ K}$ , 纵轴

代表误差分布的频率(已规格化为 0~1.0)。可以发现:当使用 Robertson 方法时,  $|\Delta T|$  分布在 0.12 K 附近,或者说在 0.24 K 范围内的频率为 62.7%;  $|\Delta T|$  分布在 0.36 K 附近,或者说分布在 0.24~0.48 K 范围内的频率为 11.5%;  $|\Delta T|$  分布在 0.60 K 附近及以上,或者说大于 0.48 K 的频率为 25.8%。当使用 Ohno 方法时,  $|\Delta T|$  分布在 0.12 K 附近,或者说不超过 0.24 K 的频率为 69.1%;  $|\Delta T|$  分布在 0.36 K 附近,或者说分布在 0.24~0.48 K 范围内的频率为 20.9%;  $|\Delta T|$  分布在 0.60 K 附近及以上,或者说大于 0.48 K 的频率为 10.0%。当使用所提方法时,  $|\Delta T|$  分布在 0.12 K 附近,或者说不超过 0.24 K 的频率为 97.2%;分布在 0.24~0.48 K 范围内的频率为 2.8%。因此,由色温误差的分布可知所提方法色温预测精度最高,其次是 Ohno 方法,Robertson 方法精度最低。

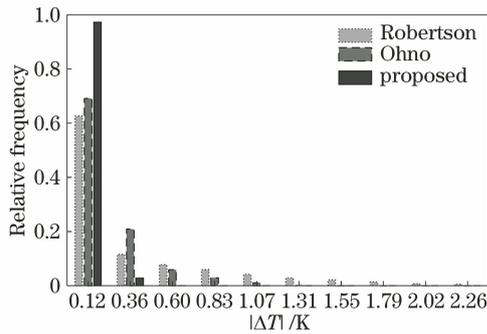


图 3 三种方法的  $|\Delta T|$  分布直方图

Fig. 3 Histograms of  $|\Delta T|$  distribution for three methods

下面对每种方法预测色温表现最差的空间范围进行了研究。根据测试数据集,所提方法预测色温最差的 10% 的点对应的绝对误差范围为 0.0870~0.3858 K。图 4 给出每种方法预测色温的绝对误差大于 0.087 K 的点。实心圆对应的是 Robertson 方法,三角形对应的是 Ohno 方法,正方形对应的是所提方法。从图 4 中可以看出:Robertson 方法主要在高色温范围(13000~20000 K)内误差较大,误差范围为 0.0870~2.3804 K,在其余(低色温)范围内表现很好,预测色温绝对误差不超过 0.0870 K; Ohno 方法预测色温绝对误差大于 0.0870 K 的范围是三种方法最大的,仅有  $D_{uv}=0$  处一小部分(对应低色温)除外;所提方法仅有  $D_{uv}=0$  处一小部分(对应高色温)预测误差为 0.0870~0.3858 K,其余部分均小于 0.0870 K。从图 4 中可以看出,所提方法最坏区域都对应  $D_{uv}=0$ ,而这部分区域与 Ohno

方法在  $D_{uv}=0$  处的最坏区域重合,这说明所提方法和 Ohno 方法在这个范围内都采用了三角形法。此外,在  $D_{uv} \neq 0$  的区域内,所提方法预测较为准确,这充分说明三次多项式法的引入提高了预测精度。

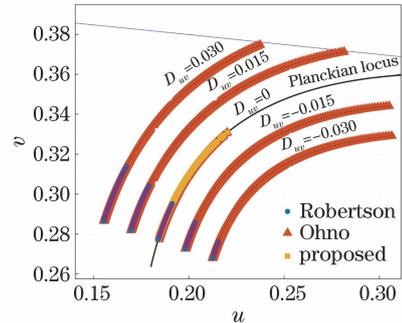


图 4 三种方法预测的  $|\Delta T| > 0.0870$  K 的点在  $u-v$  空间的分布

Fig. 4 Points in  $|\Delta T| > 0.0870$  K predicted by three methods in  $u-v$  space

#### 4.2 光源色偏差的预测精度

由于早期的研究方法(Robertson 方法)没有考虑对光源色偏差  $D_{uv}$  的预测,因此表 3 中不列此项。为了方便阅读,对表 3 中的  $D_{uv}$  显示量级进行了调整,即将  $|\Delta D_{uv}|$  放大了  $10^6$  倍。根据表 3 中结果,不论是色偏差的绝对误差的均值、中位值还是最大值,所提方法都明显优于 Ohno 方法。

表 3 根据  $D_{uv}$  绝对误差的平均值、中位值、最大值比较所提方法与 Ohno 方法的准确性

Table 3 Accuracy comparison between proposed method and Ohno method in terms of mean, median, and maximum values of absolute difference of  $D_{uv}$

Method	Mean	Median	Maximum
Ohno	0.2322	0.0394	4.7102
Proposed	0.0672	$6.2 \times 10^{-8}$	3.3296

同理,进一步比较所提方法与 Ohno 方法对所有测试光源的色偏差  $D_{uv}$  的预测精度,如图 5 所示。图 5 横轴代表预测色偏差与真实色偏差的绝对误差(为了方便表示,将  $|\Delta D_{uv}|$  放大了  $10^6$  倍),并等分 10 个区间,横轴数值代表每个区间的中心,每个区间真实长度为  $0.48 \times 10^{-6}$ ,纵轴代表误差分布的频率。从图 5 中可以发现:当使用 Ohno 方法时,  $|\Delta D_{uv}|$  分布在  $0.24 \times 10^{-6}$  附近,或者说  $|\Delta D_{uv}|$  在  $0.48 \times 10^{-6}$  范围内的频率为 90.6%;  $|\Delta D_{uv}|$  分布在  $0.71 \times 10^{-6}$  附近,或者说分布在  $0.48 \times 10^{-6} \sim 0.95 \times 10^{-6}$  内的频率为 2.9%;  $|\Delta D_{uv}|$  分布在  $1.18 \times 10^{-6}$  附近及以上,或者说分布在不小于

$0.95 \times 10^{-6}$  范围内的频率为 6.5%。当使用所提方法时,  $|\Delta D_{uv}|$  分布在  $0.24 \times 10^{-6}$  附近, 或者说  $|\Delta D_{uv}|$  分布在  $0.48 \times 10^{-6}$  范围内的频率为 96.6%;  $|\Delta D_{uv}|$  分布在  $0.71 \times 10^{-6}$  附近的频率为 2.4%;  $|\Delta D_{uv}|$  分布在  $1.18 \times 10^{-6}$  附近及以上范围内, 或者说  $|\Delta D_{uv}|$  分布在不小于  $0.95 \times 10^{-6}$  范围内的频率为 1.0%。因此, 根据色偏差的误差分布可知所提方法明显优于 Ohno 方法。

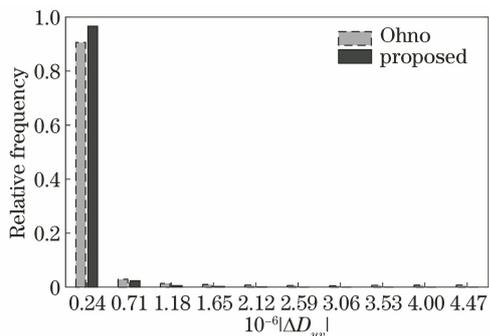


图 5 所提方法与 Ohno 方法的  $|\Delta D_{uv}|$  的直方图

Fig. 5 Histograms of  $|\Delta D_{uv}|$  for proposed and Ohno methods

同样, 下面对所提方法和 Ohno 方法预测色偏差绝对误差  $|\Delta D_{uv}|$  表现最差的  $u-v$  空间范围进行了研究。从表 3 中可以看出, 两种方法预测色偏差绝对误差  $|\Delta D_{uv}|$  都很精确。对于所提方法, 有  $|\Delta D_{uv}| \leq 3.3296 \times 10^{-6}$ 。对于 Ohno 方法有  $|\Delta D_{uv}| \leq 4.3102 \times 10^{-6}$ 。根据测试数据集, 所提方法预测色偏差绝对误差最差的 10% 的点对应的绝对误差范围为  $2.8470 \times 10^{-7} \sim 3.3296 \times 10^{-6}$ 。图 6 给出两种方法预测色偏差绝对误差大于  $2.8470 \times 10^{-7}$  的点。实心圆对应的是 Ohno 方法, 三角形对应的是所提方法。从图 6 中可以看出, 所提方法最差的点都分布在黑体轨迹上, 而 Ohno 方法最差的点除分布在黑体轨迹上外, 还有一部分分布在  $\Delta D_{uv} = 0.015$  的低色温区域中以及少量  $D_{uv} = -0.030$  的低色温部分。

## 5 结 论

深入分析了 Ohno 方法, 发现采用三角形法和抛物线法混合使用的重要性。同时, 也发现了 Ohno 方法还有提升的空间, 进而提出了一种将三角形法、抛物线法和三次多项式法相结合的光源色温与色偏差计算方法。通过在 2000~20000 K 色温范围内以间隔为 1 K 离散选取 18001 个色温  $T_j$ , 并

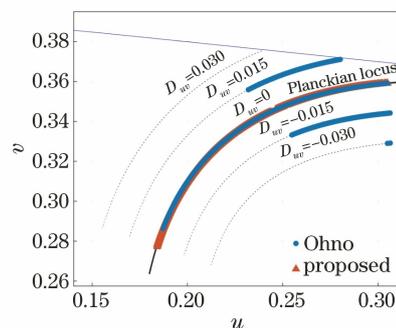


图 6 所提方法和 Ohno 方法预测的  $|\Delta D_{uv}| > 2.8470 \times 10^{-7}$  在  $u-v$  空间的分布

Fig. 6 Points with  $|\Delta D_{uv}| > 2.8470 \times 10^{-7}$  predicted by proposed and Ohno methods in  $u-v$  space

通过  $T_j$  在 CIE 1960 UCS 空间的等色温线  $L_j$  上等间距取 5 个点  $[(u_{j,i}, v_{j,i})]$ , 使得  $(u_{j,i}, v_{j,i})$  与  $(u(T_j), v(T_j))$  的色偏差  $D_{uv,j,i}$  ( $i=1, 2, 3, 4, 5$ ) 分别为  $-0.030, -0.015, 0, 0.015, 0.030$ , 总计选取 90005 个点对所提方法进行了测试。此外, 将所提方法与 Ohno 和 Robertson 两种方法进行了比较。结果表明, 所提方法预测色温的绝对值误差不高于 0.3858 K, 色偏差的绝对值误差不高于  $3.33 \times 10^{-6}$ 。与 Ohno 和 Robertson 方法比较, 利用所提方法得到的光源的 CCT 与色偏差预测精度得到明显提升。所提方法不仅可以用于计算光源 CCT 和色偏差, 而且在 LED 光谱优化等领域具有广阔的应用前景。

## 参 考 文 献

- [1] Wang L Y, Liu X, Li G Q, et al. Research progress in light source of color temperature tunable star simulator [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(21): 2100001.  
王凌云, 刘笑, 李光茜, 等. 色温可调星模拟器光源的研究现状 [J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(21): 2100001.
- [2] Sun M Y, Zhu J Y, Bi Y, et al. Color matching and real-time color temperature control in laser display [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(7): 0704001.  
孙敏远, 朱建英, 毕勇, 等. 激光显示中颜色配比与实时色温控制研究 [J]. 中国激光, 2020, 47(7): 0704001.
- [3] Wyszecki G W, Stiles W S. Colour science: concepts and methods, quantitative data and formulas [M]. New York: Wiley, 1967.
- [4] Ohno Y. Practical use and calculation of CCT and Duv [J]. LEUKOS, 2014, 10(1): 47-55.

- [5] American National Standard Lighting Group. American national standard for electric lamps: specifications for the chromaticity of solid state lighting products: ANSI NEMA ANSLG C78.377—2008[S]. Washington: American National Standards Institute, 2008.
- [6] Dong X W, Xu Y, Gao C, et al. Calculation of light source corrected color temperature based on cone fundamental space [J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42 (2): 0233001.  
董晓文, 徐杨, 高程, 等. 基于视锥感光空间的光源相关色温计算 [J]. *光学学报*, 2022, 42 (2): 0233001.
- [7] McCamy C S. Correlated color temperature as an explicit function of chromaticity coordinates [J]. *Color Research & Application*, 1992, 17 (2): 142-144.
- [8] Qiu X Z. Formulas for computing correlated color temperature [J]. *Color Research & Application*, 1987, 12(5): 285-287.
- [9] Hernández-Andrés J, Lee R L, Romero J. Calculating correlated color temperatures across the entire gamut of daylight and skylight chromaticities [J]. *Applied Optics*, 1999, 38(27): 5703-5709.
- [10] Zhang H, Xu H S. Comparative study of correlated color temperature algorithm for lighting sources [J]. *Optical Instruments*, 2006, 28(1): 54-58.  
张浩, 徐海松. 光源相关色温算法的比较研究 [J]. *光学仪器*, 2006, 28(1): 54-58.
- [11] Schanda J, Danyi M. Correlated color-temperature calculations in the CIE 1976 chromaticity diagram [J]. *Color Research & Application*, 1977, 2 (4): 161-163.
- [12] Schanda J, Mészáros M, Czibula G. Calculating correlated color temperature with a desktop programmable calculator [J]. *Color Research & Application*, 1978, 3(2): 65-69.
- [13] Krystek M. An algorithm to calculate correlated colour temperature [J]. *Color Research & Application*, 1985, 10(1): 38-40.
- [14] Lin Y, Ye L W, Liu W J, et al. Optimization algorithm of correlated color temperature for LED light sources by dichotomy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(10): 2791-2794.  
林岳, 叶烈武, 刘文杰, 等. 二分法优化计算 LED 光源相关色温 [J]. *光学学报*, 2009, 29 (10): 2791-2794.
- [15] Gardner J L. Correlated colour temperature-uncertainty and estimation [J]. *Metrologia*, 2000, 37 (5): 381-384.
- [16] Li C J, Cui G H, Melgosa M, et al. Accurate method for computing correlated color temperature [J]. *Optics Express*, 2016, 24(13): 14066-14078.
- [17] Robertson A R. Computation of correlated color temperature and distribution temperature [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1968, 58 (11): 1528-1535.
- [18] Song X J, Feng X N, Hao Y R, et al. The fast calculation of light source CCT and  $D_{uv}$  based on piece-wise cubic Hermite interpolating polynomial [J]. *China Illuminating Engineering Journal*, 2019, 30(2): 44-49, 102.  
宋喜佳, 冯学妮, 郝亚茹, 等. 基于分段三次 Hermite 插值的光源相关色温及色偏差的快速计算 [J]. *照明工程学报*, 2019, 30(2): 44-49, 102.
- [19] Kelly K L. Lines of constant correlated color temperature based on MacAdam's  $(u, v)$  uniform chromaticity transformation of the CIE diagram [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1963, 53 (8): 999-1002.
- [20] CIE. CIE 015: 2018 colorimetry, 4th edition [R]. Vienna: International Commission on Illumination (CIE), 2018.