

# 光学学报

## 拉盖尔-高斯幂指数相位涡旋光束传输特性

马志远<sup>1,2</sup>, 陈康<sup>1,2</sup>, 张明明<sup>1,2</sup>, 窦健泰<sup>1,2</sup>, 胡友友<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup> 江苏科技大学理学院光电信息科学与工程系, 江苏 镇江 212100;

<sup>2</sup> 江苏科技大学应用光学研究中心, 江苏 镇江 212100

**摘要** 建立了一种新型拉盖尔-高斯幂指数相位涡旋光束(PEPVB)理论模型, 并基于广义柯林斯公式建立了拉盖尔-高斯 PEPVB 在傍轴近似下的传输理论模型。采用 MATLAB 数值计算软件仿真了拉盖尔-高斯 PEPVB 的自由空间传输特性和聚焦特性与径向阶数、拓扑荷数、幂指数和传输距离的关系。研究结果表明拉盖尔-高斯 PEPVB 及其传输特性不仅与幂指数和拓扑荷数有关, 还与拉盖尔-高斯多项式的径向阶数有关, 且在传输过程中光束能量沿着环形旋转聚集。这为光学操控微粒沿弯曲路径移动并避开障碍物打下了基础, 对促进新型光场调控的理论及应用研究具有重要的意义。

**关键词** 物理光学; 涡旋光束; 光场调控; 幂指数相位涡旋光束; 拉盖尔-高斯光束; 光场传输

中图分类号 O436.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0526001

## Propagation Characteristics of Laguerre-Gaussian Power-Exponent-Phase-Vortex Beams

Ma Zhiyuan<sup>1,2</sup>, Chen Kang<sup>1,2</sup>, Zhang Mingming<sup>1,2</sup>, Dou Jiantai<sup>1,2</sup>, Hu Youyou<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup> Department of Optoelectronic Information of Science and Engineering, School of Science, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang, Jiangsu 212100, China;

<sup>2</sup> Applied Optics Research Center, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang, Jiangsu 212100, China

**Abstract** In this paper, a new theoretical model of Laguerre-Gaussian power-exponent-phase-vortex beams (PEPVBs) was established, and the theoretical propagation model of the Laguerre-Gaussian PEPVB under paraxial approximation condition was established by using the generalized Collins formula. Then, the relationships among the transmission and focusing characteristics, radial order, topological charge, power index, and transmission distance of Laguerre-Gaussian PEPVBs in free space are simulated by using MATLAB. Research results show that the Laguerre-Gaussian PEPVB and its transmission characteristics are not only related to the power exponent and topological charge, but also related to the radial order of the Laguerre-Gaussian polynomial. And as the transmission distance increases, the beam energy rotates and gathers around the ring. This lays the groundwork for optically manipulating particles to make them move along curved paths and avoid obstacles, which has great significance to the theory and application of new light field control.

**Key words** physical optics; vortex beams; optical field manipulation; power-exponent-phase-vortex beams; Laguerre-Gaussian beams; optical field propagation

### 1 引言

涡旋光束是一种波前呈螺旋结构 [带有

$\exp(il\varphi)$  相位, 其中  $l$  为拓扑荷数,  $\varphi$  为方位角] 且光强分布呈暗中空的结构光束, 其具有  $lh$  (其中  $h$  为约化普朗克常数) 的轨道角动量(OAM), 故又称

收稿日期: 2021-08-16; 修回日期: 2021-09-05; 录用日期: 2021-09-23

基金项目: 江苏省自然科学基金青年基金(BK20190953)、镇江市重点研发计划-产业前瞻与共性关键技术(GY2020003)

通信作者: \*yyhu@just.edu.cn

为 OAM 光束。涡旋光束以其独特的光学性质,已广泛地应用于光学粒子捕获<sup>[1]</sup>、光通信<sup>[2-3]</sup>、原子引导<sup>[4]</sup>、表面等离子体极化激发<sup>[5]</sup>和量子信息<sup>[6]</sup>等领域。在常见的涡旋光束中,拉盖尔-高斯光束(LGB)的多项式具有归一化且正交的性质,可作为产生其他涡旋光束的正交基,是目前产生方式最便捷、研究和应用最为广泛的涡旋光束<sup>[7]</sup>。近年来,研究人员对于 LGB 的研究已经不再局限于其角向模态数<sup>[8]</sup>即拓扑荷数,更多的研究已转向其径向模态数。目前,对于 LGB 径向阶数的物理意义<sup>[9]</sup>、拉盖尔-高斯涡旋光束的束腰在径向模态扩张中的作用<sup>[10]</sup>、径向阶数对三光链结构的影响<sup>[11]</sup>等研究已被提出。

幂指数相位涡旋光束(PEPVB)作为一种新型的涡旋光束,其相位为  $\exp\{i2\pi l[\varphi/(2\pi)]^n\}$ ,其中  $n$  为幂指数。PEPVB 的空间光场分布不仅由拓扑荷数来决定,还取决于幂指数,较普通涡旋光束多了一个全新的自由度。当幂指数为 1 时,PEPVB 与普通涡旋光束一致;随着幂指数的增大,光场分布会更加集中;当幂指数趋于无穷大时,其光场分布类似于高斯光束。而增大 PEPVB 的拓扑荷数,其光斑形状大致不变,但光斑尺寸会增大。近年来,关于 PEPVB 的研究有很多。目前,关于自聚焦艾里 PEPVB 的产生方法<sup>[12]</sup>、高斯型 PEPVB 的传输和聚焦特性<sup>[13]</sup>、自聚焦艾里 PEPVB 在大气湍流<sup>[14]</sup>中的传输特性、PEPVB 用于粒子捕获<sup>[15-17]</sup>等报道屡见不鲜。但是,关于拉盖尔-高斯 PEPVB 的研究还未见报道。

本文在研究 PEPVB 相关理论的基础上,建立了拉盖尔-高斯 PEPVB 的理论模型,并基于广义柯林斯公式建立了拉盖尔-高斯 PEPVB 在傍轴近似下的传输理论模型。然后,基于 MATLAB 数值计算软件仿真了拉盖尔-高斯 PEPVB 的自由空间传输特性和聚焦特性与幂指数、拓扑荷数、径向阶数和传输距离之间的关系。研究结果表明拉盖尔-高斯 PEPVB 及其传输特性不仅与幂指数和拓扑荷数有关,还与拉盖尔-高斯多项式的径向阶数有关,且在传输过程中光束能量沿着环形旋转聚集。这为光学操控微粒沿弯曲路径移动并避开障碍物打下了基础<sup>[17]</sup>,对促进新型光场调控的理论及应用研究具有重要的意义。

## 2 拉盖尔-高斯 PEPVB 傍轴传输理论

### 2.1 拉盖尔-高斯 PEPVB 理论模型

PEPVB 在源平面的数学模型可以描述为

$$E(r, \varphi) = A_0 E(r) \exp \left[ i2\pi l \left( \frac{\varphi}{2\pi} \right)^n \right], \quad (1)$$

式中: $r$  和  $\varphi$  为极坐标; $n$  为幂指数; $A_0$  为入射光束振幅,为方便起见,取  $A_0=1$ ; $E(r)$  为不同光束模式的表达式。当  $E(r)$  分别取艾里函数和高斯函数时,(1) 式分别表示艾里 PEPVB<sup>[12,14]</sup> 和高斯型 PEPVB<sup>[13]</sup>。本文引入了拉盖尔-高斯函数<sup>[18]</sup>,即

$$E_{LG}(r) = \frac{\sqrt{2p! / [\pi(|l|+p)!]}}{w} \left( \frac{\sqrt{2}r}{w} \right)^{|l|} \cdot \\ L_p^{|l|} \left( \frac{2r^2}{w^2} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2} \right), \quad (2)$$

式中: $p$  为径向阶数; $w$  为光束的束腰宽度; $L_p^{|l|}(\cdot)$  为拉盖尔多项式,可表示为

$$L_p^{|l|}(x) = \sum_{m=0}^p (-1)^m \frac{(|l|+p)!}{(p-m)! (|l|+m)! m!} x^m. \quad (3)$$

将(2)式代入(1)式,得到拉盖尔-高斯 PEPVB 在源平面的表达式为

$$E(r, \varphi) = \frac{\sqrt{2p! / [\pi(|l|+p)!]}}{w} \left( \frac{\sqrt{2}r}{w} \right)^{|l|} \cdot \\ L_p^{|l|} \left( \frac{2r^2}{w^2} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2} \right) \exp \left[ i2\pi l \left( \frac{\varphi}{2\pi} \right)^n \right]. \quad (4)$$

由(4)式可以发现,当  $p=0$  时,拉盖尔-高斯 PEPVB 退化为高斯型 PEPVB。图 1 为典型的拉盖尔-高斯 PEPVB 的强度和相位分布。为便于研究,从内到外分别对环进行命名:内圈第一环称为第 0 级环;内圈第二环称为第 1 级环;以此类推,并将相位图中扇区角度最大的部分称为主相位扇区或幂指数相位扇区,其他部分统称为副相位扇区。可以发现:1)径向阶数为  $p$  的光束具有  $p+1$  个强度和相位环,偶数环与奇数环的相位旋转方向一致,但偶数环的主相位扇区角度小于奇数环;2)随着幂指数  $n$  的增大,主相位扇区角度增大,各副相位扇区呈现不均匀分布;3)拓扑荷数  $l$  与相位扇区个数一致,且拓扑荷数  $l$  越小,光斑束腰越小;4)尽管幂指数  $n$  对光强分布无影响,但其所包含的相位信息在光束的传输过程中有着重要的意义。

### 2.2 拉盖尔-高斯 PEPVB 傍轴传输理论模型

在傍轴近似的条件下,广义柯林斯公式被广泛用于研究光场通过 ABCD 光学系统的传输特性<sup>[13,19-20]</sup>。因此,可以利用广义柯林斯公式研究拉盖尔-高斯 PEPVB 通过 ABCD 光学系统的传输特性,其公式为<sup>[19]</sup>

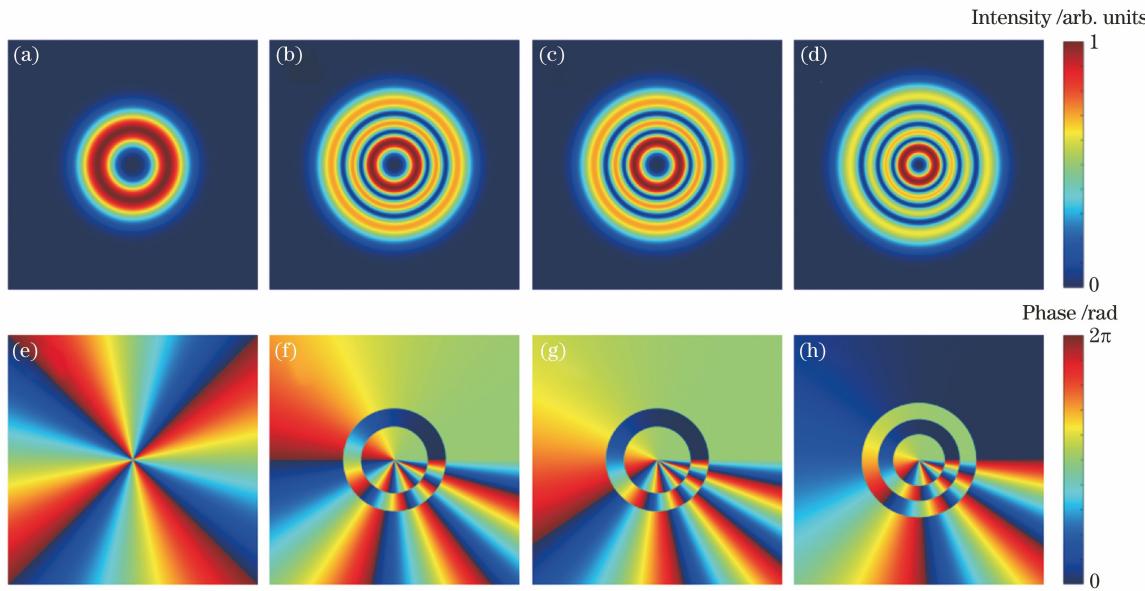


图 1 拉盖尔-高斯 PEPVB 的强度和相位分布。(a)  $l=4, p=0, n=1$  时的强度分布;(b)  $l=4, p=2, n=3$  时的强度分布;(c)  $l=4, p=2, n=4$  时的强度分布;(d)  $l=3, p=3, n=4$  时的强度分布;(e)  $l=4, p=0, n=1$  时的相位分布;(f)  $l=4, p=2, n=3$  时的相位分布;(g)  $l=4, p=2, n=4$  时的相位分布;(h)  $l=3, p=3, n=4$  时的相位分布

Fig. 1 Intensity and phase distributions of Laguerre-Gaussian PEPVB. (a) Intensity distribution at  $l=4, p=0$ , and  $n=1$ ; (b) intensity distribution at  $l=4, p=2$ , and  $n=3$ ; (c) intensity distribution at  $l=4, p=2$ , and  $n=4$ ; (d) intensity distribution at  $l=3, p=3$ , and  $n=4$ ; (e) phase distribution at  $l=4, p=0$ , and  $n=1$ ; (f) phase distribution at  $l=4, p=2$ , and  $n=3$ ; (g) phase distribution at  $l=4, p=2$ , and  $n=4$ ; (h) phase distribution at  $l=3, p=3$ , and  $n=4$

$$E(\rho, \theta, z) = -\frac{ik}{2\pi B} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_0(r, \varphi) \exp\left(-\frac{ikAr^2}{2B}\right) \exp\left[\frac{ikr\rho}{B} \cos(\theta - \varphi)\right] \exp\left(-\frac{ikD\rho^2}{2B}\right) r dr d\varphi, \quad (5)$$

式中: $A, B, C, D$  为光学传输矩阵中的元素; $k$  为波数; $(\rho, \theta, z)$  为接收平面柱坐标。将(4)式代入(5)式可得

$$E(\rho, \theta, z) = -\frac{ik}{2\pi B} \exp\left(-\frac{ikD\rho^2}{2B}\right) \frac{\sqrt{2p! / [\pi(|l| + p)!]}}{w} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w}\right)^{|l|} \times \\ L_p^{|l|}\left(\frac{2r^2}{w^2}\right) \exp\left(\frac{-r^2}{w^2}\right) \exp\left[i2\pi l\left(\frac{\varphi}{2\pi}\right)^n\right] \exp\left(-\frac{ikAr^2}{2B}\right) \exp\left[\frac{ikr\rho}{B} \cos(\theta - \varphi)\right] r dr d\varphi, \quad (6)$$

变换公式<sup>[13,20]</sup>为

$$\exp\left[\frac{ikr\rho}{B} \cos(\theta - \varphi)\right] = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} i^h J_h\left(\frac{kr\rho}{B}\right) \exp[ih(\theta - \varphi)], \quad (7)$$

$$J_h(x) = \sum_{q=0}^{+\infty} (-1)^q \frac{1}{q! \Gamma(h+q+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{h+2q}, \quad (8)$$

$$J_{-h}(x) = (-1)^h J_h(x), \quad (9)$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} \exp(-t) t^{x-1} dt, \quad (10)$$

式中: $J_h(\cdot)$  为第一类  $h$  阶贝塞尔函数; $\Gamma(\cdot)$  为伽马函数。将(7)~(10)式代入(6)式,经整理可得

$$E(\rho, \theta, z) = \sum_m^p (-1)^{m+1} \frac{i}{2\lambda BR} \cdot \frac{\sqrt{2p! / [\pi(|l| + p)!]}}{w} \exp\left(-\frac{ikD\rho^2}{2B}\right) \times \\ \left\{ \exp\left(-\frac{k^2 \rho^2 w^2}{i2kABw^2 + 4B^2}\right) M_0 + \sum_{h=1}^{\infty} \left[ \sum_{q=0}^{\infty} \left(\frac{2\sqrt{2}B}{wk\rho}\right)^{2m+|l|} \frac{(|l| + p)!}{(p-m)! (|l| + m)! m!} \times \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\Gamma(h/2 + q + |l|/2 + m + 1)}{q! \Gamma(h + q + 1)} \left(-\frac{k^2 \rho^2 w^2}{i2kABw^2 + 4B^2}\right)^{h/2+q+|l|/2+m} \right] [\exp(-ih\theta) M_h + \exp(ih\theta) M_{-h}] \right\}, \quad (11)$$

式中:  $\lambda$  为光束波长;  $R = \frac{ik}{2z} + \frac{1}{w^2}$ ;  $M_0$  为  $M_h$  中  $h=0$  时的表达式;  $M_h$  的表达式为

$$M_h = \int_0^{2\pi} \exp \left\{ i \left[ 2\pi l \left( \frac{\varphi}{2\pi} \right)^n + h\varphi \right] \right\} d\varphi = \begin{cases} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{u=0}^{\infty} \frac{i^{j+u} l^j h^u (2\pi)^{j+u+1}}{j! u! (nj+u+1)}, & h \neq 0 \\ \sum_{j=0}^{\infty} \frac{i^j l^j (2\pi)^{j+1}}{j! (nj+1)}, & h = 0 \end{cases} \quad (12)$$

拉盖尔-高斯 PEPVB 传输或聚焦后的光强表达式为

$$I(\rho, \theta, z) = E^*(\rho, \theta, z)E(\rho, \theta, z), \quad (13)$$

式中:  $E^*(\rho, \theta, z)$  为  $E(\rho, \theta, z)$  的共轭。然后, 利用 MATLAB 数值计算软件编写拉盖尔-高斯 PEPVB 传输模型的数值计算程序, 并采用 GPU 工具箱编写 GPU 加速算法, 从而极大地提高了程序的运算效率。

### 3 分析与讨论

#### 3.1 拉盖尔-高斯 PEPVB 的传输特性

在数值计算中, 取光束波长  $\lambda = 632.5$  nm, 束腰半径  $w = 0.5$  mm。源平面与目标面的距离为  $z$ , 则

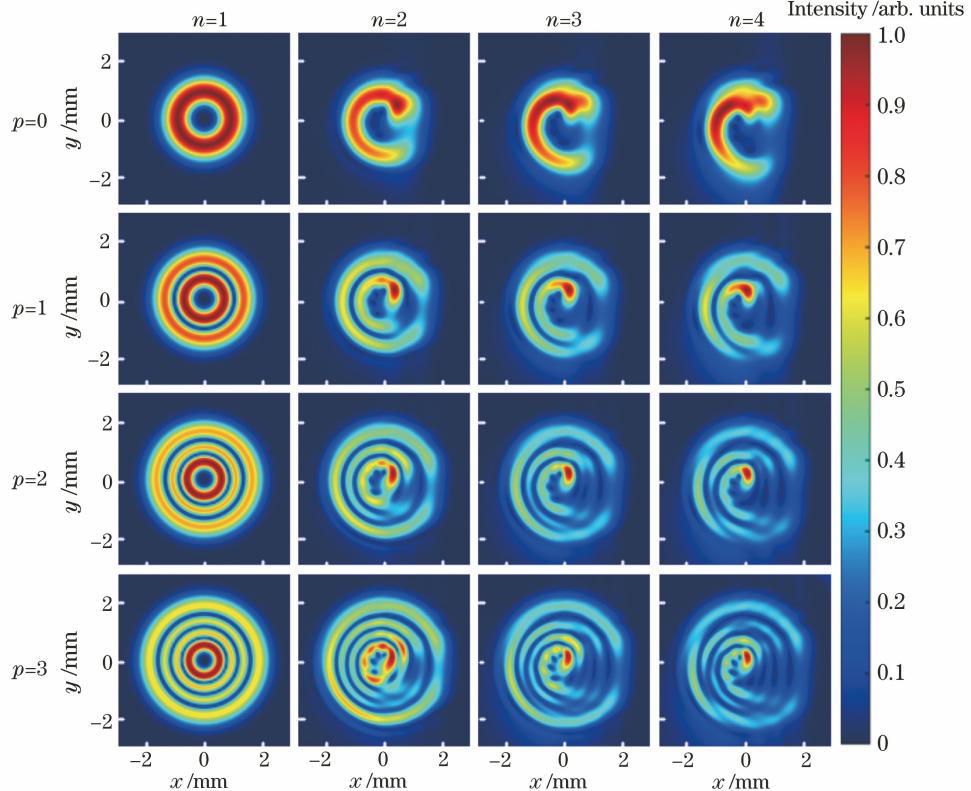


图 2 拉盖尔-高斯 PEPVB 的光强( $l=4$ ,  $z=0.9$  m)

Fig. 2 Intensity diagrams of Laguerre-Gaussian PEPVB ( $l=4$ ,  $z=0.9$  m)

研究了不同径向阶数  $p$  的拉盖尔-高斯 PEPVB 的传输特性与传输距离  $z$  的关系。当拓扑荷数  $l=2$ 、幂指数  $n=2$  时, 拉盖尔-高斯 PEPVB 的传输光

在自由空间中传输的  $ABCD$  矩阵可表示为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

将(14)式代入(11)式, 当拓扑荷数  $l=4$ 、 $z=0.9$  m 时, 拉盖尔-高斯 PEPVB 的传输光强与幂指数  $n$ 、径向阶数  $p$  之间的关系如图 2 所示。可以发现: 1) 随着幂指数  $n$  的增大, 光斑拖尾的相对长度变短, 内环开口增大; 2) 随着径向阶数  $p$  的增大, 光束沿径向产生新环, 新环对内环有束缚作用, 使内环的拖尾向内收敛, 直至拖尾与头部闭合, 且外环环数越多, 缠缚作用越强, 而最外环的光斑形状因无束缚, 基本保持“C”字形不变。

强与传输距离  $z$ 、径向阶数  $p$  之间的关系如图 3 所示。可以发现: 1) 随着传输距离  $z$  的增大, 光斑尺寸增大, 光束能量向主相位扇区聚集; 2) 随着径向阶

数  $p$  的增大, 外环数目增多, 新环束缚内环使其向内收敛, 拖尾与头部闭合, 外环环数越多, 束缚作用越强, 闭合后内环光斑逐渐出现断点, 出现该现象的原因是: 外环束缚增强导致内环各副相位扇区的能

量不能大幅度向主相位扇区聚集, 只能在各自的相位扇区聚集, 最外环的光斑因无束缚基本保持“C”字形不变。为了研究拓扑荷数  $l$  对光束传输的影响, 当  $l=4$  时重复上述仿真, 结果如图 4 所示。

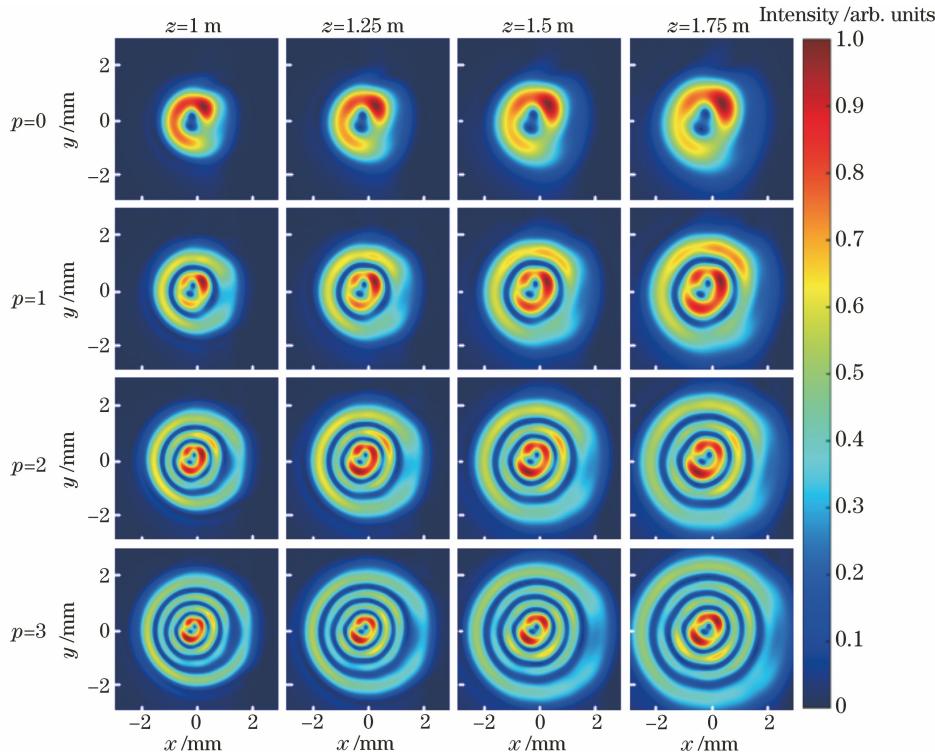


图 3 拉盖尔-高斯 PEPVB 传输特性( $l=2, n=2$ )

Fig. 3 Propagation characteristics of Laguerre-Gaussian PEPVB ( $l=2, n=2$ )

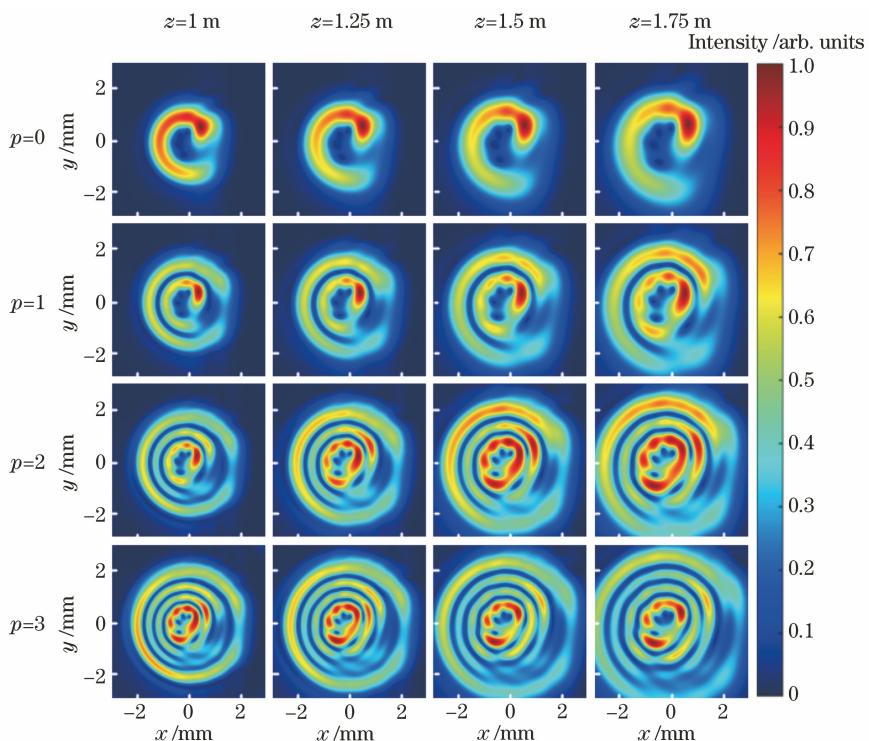


图 4 拉盖尔-高斯 PEPVB 传输特性( $l=4, n=2$ )

Fig. 4 Propagation characteristics of Laguerre-Gaussian PEPVB ( $l=4, n=2$ )

对比图 3 与图 4 可以发现:1) 随着拓扑荷数  $l$  的增大, 光束中心的暗中空点由 2 个变为了 4 个, 光斑尺寸变大, 此时需要更多外环的束缚使内环的拖尾与其头部闭合, 这减缓了内环向内收敛的速度; 2) 径向阶数  $p$  的增大, 使得外环数目增多, 外环对内环的束缚变强, 内环各副相位扇区的能量不能大幅度向主相位扇区聚集, 导致内环拖尾出现断点。产生的新环无束缚, 故无断点且形状保持“C”字形不变。在传输过程中, 光束能量沿着环形旋转聚集, 这为光学操控微粒沿弯曲路径移动并避开障碍物打下了基础<sup>[17]</sup>。

当拓扑荷数  $l=4$ 、幂指数  $n=2$  时, 拉盖尔-高斯 PEPVB 的传输相位与传输距离  $z$ 、径向阶数  $p$  之间的关系如图 5 所示, 已将内环各相位扇区的相位奇点在图中标注。可以发现:1) 随着传输距离  $z$  的增大, 副相位扇区的相位奇点分散, 对比图 4 发现随着传输距离  $z$  的增大, 内环光强分布出现断点; 2) 随着径向阶数  $p$  的增大, 内环副相位扇区的相位奇点分散, 随着径向阶数  $p$  的增大, 内环能量不再大幅度向主相位扇区聚集, 而在各自相位扇区聚集, 这导致其拖尾且出现断点。

### 3.2 拉盖尔-高斯 PEPVB 的聚焦特性

除此之外, 还研究了拉盖尔-高斯 PEPVB 的聚焦特性, 在  $ABCD$  矩阵中, 光束经过焦距为  $f$  的薄

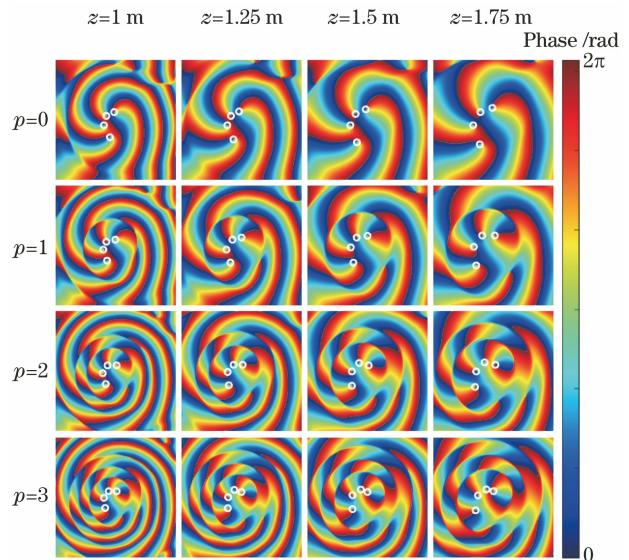


图 5 拉盖尔-高斯 PEPVB 传输相位( $l=4, n=2$ )

Fig. 5 Propagation phase of Laguerre-Gaussian PEPVB ( $l=4, n=2$ )

透镜的传输矩阵可表示为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & f \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}。 \quad (15)$$

将(15)式代入(11)式, 当薄透镜焦距  $f=150$  mm、拓扑荷数  $l=4$  时, 拉盖尔-高斯 PEPVB 的聚焦特性与径向阶数  $p$  和幂指数  $n$  的关系如图 6 所

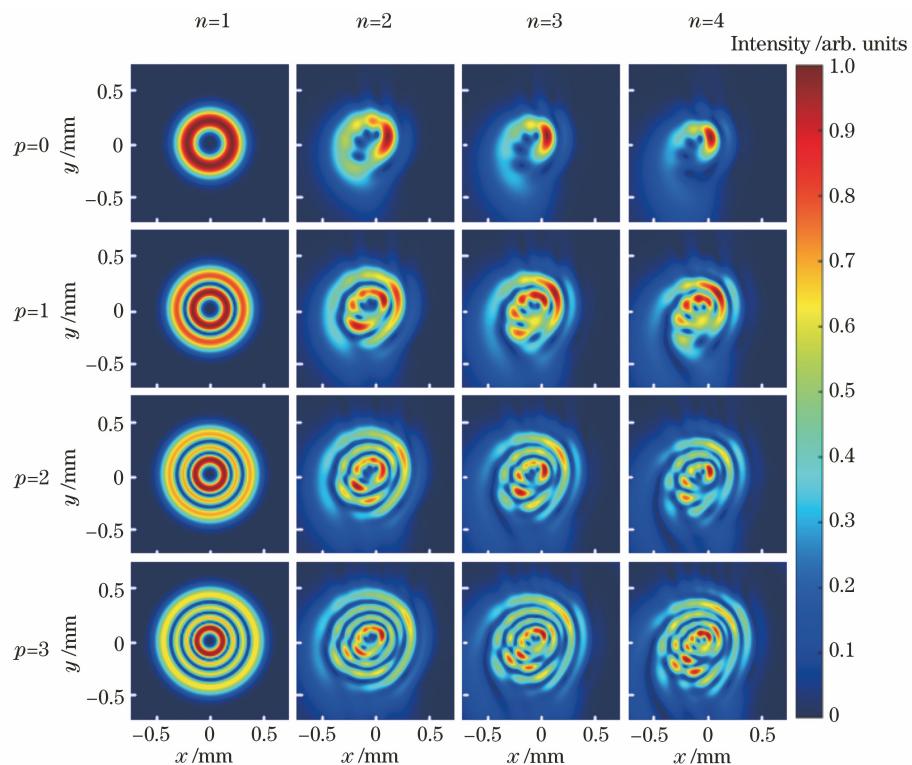


图 6 拉盖尔-高斯 PEPVB 聚焦特性( $f=150$  mm,  $l=4$ )

Fig. 6 Focusing characteristics of Laguerre-Gaussian PEPVB ( $f=150$  mm,  $l=4$ )

示。可以发现:1)随着幂指数  $n$  的增大,聚焦光斑的能量变得更集中,内环开口增大;2)随着径向阶数  $p$  的增大,外环数目增多,外环对内环的束缚作用增强,各副相位扇区能量无法向主相位扇区聚集,只能在各自的扇区聚集,形成了各个不连续且大小不一的亮点,其个数与拓扑荷数  $l$  一致。

## 4 结 论

在研究 PEPVB 相关理论的基础上,建立了拉盖尔-高斯 PEPVB 的理论模型,并基于广义柯林斯公式建立了拉盖尔-高斯 PEPVB 在傍轴近似下的传输理论模型。基于 MATLAB 数值计算软件仿真了拉盖尔-高斯 PEPVB 的自由空间传输特性和聚焦特性与幂指数、拓扑荷数、径向阶数和传输距离之间的关系。随着幂指数的增大,光束能量变得集中,螺旋环的光斑拖尾变短;随着径向阶数增大,外环环数增加,环外对内环的束缚作用变强,内环能量不能大幅度向幂指数相位扇区聚集,使内环光斑出现断点;随着传输距离的增大,光斑尺寸增大,光斑能量向幂指数相位扇区聚集。研究结果表明拉盖尔-高斯 PEPVB 及其传输特性不仅与幂指数和拓扑荷数有关,还与拉盖尔-高斯多项式的径向阶数有关,且在传输过程中光束能量沿着环形旋转聚集,这为光学操控微粒沿弯曲路径移动并避开障碍物打下了基础<sup>[17]</sup>,对促进新型光场调控的理论及应用研究具有重要的意义。

## 参 考 文 献

- [1] Gieseler J, Gomez-Solano J R, Magazzù A, et al. Optical tweezers: from calibration to applications: a tutorial[J]. Advances in Optics and Photonics, 2021, 13(1): 74-241.
- [2] Nan J H, Han Y P. Dual-channel multiband vortex optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(12): 1206001.  
南久航, 韩一平. 双路多进制涡旋光通信[J]. 光学学报, 2021, 41(12): 1206001.
- [3] Al-Zahrani F A, Hassan M M. Enhancement of OAM and LP modes based on double guided ring fiber for high capacity optical communication [J]. Alexandria Engineering Journal, 2021, 60(6): 5065-5076.
- [4] Arlt J, Hitomi T, Dholakia K. Atom guiding along Laguerre-Gaussian and Bessel light beams [J]. Applied Physics B, 2000, 71(4): 549-554.
- [5] Knyazev B, Cherkassky V, Kameshkov O. "Perfect" terahertz vortex beams formed using diffractive axicons and prospects for excitation of vortex surface plasmon polaritons [J]. Applied Sciences, 2021, 11 (2): 717.
- [6] Huang K, Liu H, Restuccia S, et al. Spiniform phase-encoded metagratings entangling arbitrary rational-order orbital angular momentum [J]. Light, Science & Applications, 2018, 7: 17156.
- [7] Huang Y, Zhang Y R, Zhong Z Q, et al. Rapid polarization rotation smoothing scheme based on interference of circularly polarized vortex beamlets [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47 (9): 0905003.  
黄媛, 张寅瑞, 钟哲强, 等. 基于涡旋圆偏振光干涉的偏振快速旋转束匀滑方案[J]. 中国激光, 2020, 47(9): 0905003.
- [8] Shen Y J, Wang X J, Xie Z W, et al. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities[J]. Light: Science & Applications, 2019, 8: 90.
- [9] Plick W N, Krenn M. Physical meaning of the radial index of Laguerre-Gauss beams[J]. Physical Review A, 2015, 92(6): 063841.
- [10] Vallone G. Role of beam waist in Laguerre-Gauss expansion of vortex beams[J]. Optics Letters, 2017, 42(6): 1097-1100.
- [11] Li W C, Yang Y F, He Y, et al. Triple optical chain generated by tight focusing of azimuthally polarized higher-order Laguerre-Gauss vortex beams[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(8): 0826002.  
李维超, 杨艳芳, 何英, 等. 基于高阶角向偏振拉盖尔高斯涡旋光束强聚焦的三光链结构[J]. 光学学报, 2019, 39(8): 0826002.
- [12] Li P, Liu S, Peng T, et al. Spiral autofocusing Airy beams carrying power-exponent-phase vortices [J]. Optics Express, 2014, 22(7): 7598-7606.
- [13] Lao G, Zhang Z, Zhao D. Propagation of the power-exponent-phase vortex beam in paraxial ABCD system[J]. Optics Express, 2016, 24(16): 18082-18094.
- [14] Yan X, Guo L, Cheng M, et al. Probability density of orbital angular momentum mode of autofocusing Airy beam carrying power-exponent-phase vortex through weak anisotropic atmosphere turbulence[J]. Optics Express, 2017, 25(13): 15286-15298.
- [15] Fan C, Liu Y, Wang X, et al. Trapping two types of particles by using a tightly focused radially polarized power-exponent-phase vortex beam [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2018, 35(6): 903-907.
- [16] Luo W, Cheng S B, Yuan Z Z, et al. Power-

- exponent-phase vortices for manipulating particles [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1109001.  
罗伟, 程书博, 袁战忠, 等. 幂指数相位涡旋光束用于微粒操控[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1109001.
- [17] Pei Z H, Huang S J, Chen Y, et al. Comparison of microparticle manipulating characteristics of canonical vortex beam and power-exponent-phase vortex beam [J]. Journal of Modern Optics, 2021, 68(4): 224-232.
- [18] Allen L, Padgett M J, Babiker M. IV the orbital angular momentum of light[J]. Progress in Optics, 1999, 39: 291-372.
- [19] Collins S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. Journal of the Optical Society of America, 1970, 60(9): 1168-1177.
- [20] Wang T, Pu J X, Chen Z Y. Propagation of partially coherent vortex beams in a turbulent atmosphere[J]. Optical Engineering, 2008, 47(3): 036002.