

# 基于修正 Levenberg-Marquardt 算法的非球面面形误差校正

邓建南<sup>1,2</sup>, 王晗<sup>1,2</sup>, 姚洪辉<sup>2\*</sup>, 张嘉荣<sup>1,2</sup>, 卓少木<sup>1,2</sup>, 颜晓强<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>省部共建精密电子封装国家重点实验室, 广东 广州 510006;

<sup>2</sup>广东工业大学机电工程学院, 广东 广州 510006

**摘要** 随着光学非球面行业的快速发展,生产面形精度优于  $0.1\ \mu\text{m}$  的非球面镜片产品已成为趋势。在非球面镜片的面形检测中,由于存在机械系统误差,被检测工件的坐标存在 6 个自由度的偏差,这将直接影响非球面的面形测量精度。因此,针对检测系统,需要开发不确定度只有几十纳米的误差校正算法,以保证测量结果更贴近实际。通过数据仿真,在理想非球面的基础上叠加位置误差和面形误差以获得非球面原始三维数据,进而利用修正后的 Levenberg-Marquardt 全局优化算法,将所获原始三维数据与非球面标准方程作对比,并利用均方根(RMS)误差最小原理,成功分离和校正了非球面的位置误差。针对 4 种不同规格型号的玻璃非球面镜片,通过将实验结果与商用非球面轮廓仪 UA3P 的测量结果作对比,得出高匹配的结果,二者的峰谷值之差小于  $5\ \text{nm}$ ,均方根相差约为  $0.1\ \text{nm}$ ,结果验证了算法的准确性和稳健性。

**关键词** 测量; 光学非球面; 面形检测; 数据处理; 误差分离

中图分类号 O439

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0512004

## Aspheric Surface Shape Error Correction Based on Modified Levenberg-Marquardt Algorithm

Deng Jiannan<sup>1,2</sup>, Wang Han<sup>1,2</sup>, Yao Honghui<sup>2\*</sup>, Zhang Jiarong<sup>1,2</sup>, Zhuo Shaomu<sup>1,2</sup>, Yan Xiaoqiang<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>State Key Laboratory of Precision Electronic Manufacturing Technology and Equipment, Guangzhou, Guangdong 510006, China;

<sup>2</sup>Mechanical and Electrical Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510006, China

**Abstract** With the rapid development of the optical aspheric surface industry, it has become a trend to produce aspheric lens products with a surface shape accuracy better than  $0.1\ \mu\text{m}$ . In the surface shape detection of the aspheric lens, due to the existence of mechanical system error, the coordinates of the detected workpiece have a deviation of 6 degrees of freedom, which will directly affect the measurement accuracy of the aspheric surface. Therefore, we need to develop an error correction algorithm with an uncertainty of only tens of nanometers for the detection system to ensure that the measurement results are closer to reality. In view of this, this paper uses data simulation to superimpose the position error and the surface shape error on the ideal aspheric surface to obtain the original three-dimensional (3D) data of the aspheric surface, and then use the revised Levenberg-Marquardt global optimization algorithm to compare the obtained original 3D data with the standard equation of aspheric surface. The principle of minimum root mean square error is used to successfully separate and correct the position error of the aspheric surface. Finally, for four glass aspheric lenses of different specifications and models, through comparing the experimental results and measurement results of the commercial aspheric profiler UA3P, a high matching result

收稿日期: 2021-07-28; 修回日期: 2021-08-23; 录用日期: 2021-09-10

基金项目: 国家自然科学基金(61803093)

通信作者: \*m13430351442@163.com

is obtained. The difference in peak-valley values is less than 5 nm, and the difference in RMS is about 0.1 nm, which verify the accuracy and robustness of the algorithm.

**Key words** measurement; optical aspheric surface; surface shape detection; data processing; error separation

## 1 引言

随着智能手机、安防镜头、车载镜头的性能不断提升,高精度非球面镜片的需求急剧增长,生产面形峰谷(PV)值优于  $0.1 \mu\text{m}$  的非球面镜片逐渐成为行业主流趋势,这意味着面形检测设备只允许有几十纳米的不确定度。通过非球面面形的检测不仅可以评判光学元件的加工质量,还可以为非球面的精密加工提供反馈补偿。随着光学元件的精密化,生产高精度的非球面产品需要发展与之相适应的超精密面形检测方法与技术<sup>[1]</sup>。

目前常用的检测方式通常可以分为接触式测量和非接触式测量<sup>[2-3]</sup>,其中接触式测量主要采用接触式探头进行非球面表面检测,并利用上位机软件控制运动平台的高精度运动以逐步采集离散点,进而对离散点进行分析,并与标准的设计曲线作对比,最后得出面形误差。接触式探头的原理多是利用原子力的原理进行计量和分析<sup>[4]</sup>。非接触式测量通常采用干涉测量法<sup>[5]</sup>(根据有、无零位补偿器,干涉测量法分为零位补偿干涉和非零位补偿干涉<sup>[6]</sup>)和几何光线法<sup>[7]</sup>(激光扫描法、阴影法等)。在非球面的面形轮廓检测中,接触式测量精度高、量程大、稳定性好,但是由于探针需要和工件表面接触,测量探头容易划伤工件或者被工件磨损。非接触式测量效率高,但精度和稳定性较低。

面形检测过程中的误差主要源于 3 个方面<sup>[8]</sup>:运动轴误差、探头误差<sup>[9]</sup>和位置偏移误差。其中,运动轴误差与探头误差往往取决于机械精度和最后补偿的精度,而位置偏移误差往往需要算法的校正。通常位置偏移误差的校正需要测量数据的不确定度在几十纳米以内,通过位置偏移误差的分离可得到真正的面形误差。松下 UA3P<sup>[10]</sup>、泰勒霍普森 LUPHOSCAN<sup>[11-13]</sup>与 PGI 等商用的轮廓仪设备拥有能够成熟应用的校正算法,但国内尚无相关成熟算法可应用于非球面测量仪器。Chen 等<sup>[14]</sup>以非球面的二维模型为参考,提出了一种基于二维非球面轮廓检测的校正方法。但是由于该方法存在位置误差,测量得到的非球面中心并非实际非球面的中心,扫描得到的二维曲线也不是非球面子午线,因此存在一定的误差。Sun 等<sup>[15]</sup>利用高斯牛顿法对非球

面二维面形进行校正。万新军等<sup>[16]</sup>提出了基于 Zernike 多项式的拟合方法,通过多项式每一项所具有的特定物理意义,可以将测量的点云数据调平,但是在拟合过程中并没有将数据进行正交化处理<sup>[17]</sup>,校正的精度还有待验证。王建明<sup>[18]</sup>提出了一种离轴非球面的数据处理方法,最终精度仅达到微米级,这与目前亚微米级 PV 的检测需求仍有一定的差距。

针对目前传统二维校正方法存在一定误差、现有三维校正算法求解时容易出现局部收敛现象、校正算法求解位置误差精度低的问题,本文提出了一种基于修正后的 Levenberg-Marquardt 全局优化算法,通过仿真生成带有位置误差和面形误差的三维非球面数据,将生成的坐标点与标准的非球面方程作对比,得到各坐标点的误差。利用均方根(RMS)误差最小原理,可迭代优化求解出相应的位置误差。通过将位置误差去除,可得到相应的面形误差数据,并将所得结果与商用非球面轮廓仪 UA3P 的测量结果作对比,得出高匹配的结果。

## 2 面形误差检测理论

### 2.1 非球面的表述形式

非球面的表述形式有很多种,目前应用最为广泛的是二次曲面叠加高次项系数。假设光轴为  $z$  轴,非球面的顶点为坐标原点,非球面的方程<sup>[19-20]</sup>可以表述为

$$z(r) = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2r^2}} + e_4r^4 + e_6r^6 + e_8r^8 + \dots, \quad (1)$$

式中: $r^2 = x^2 + y^2$ ;  $e_4$ 、 $e_6$  和  $e_8$  为高次项系数; $c$  为非球面的曲率半径; $k$  为圆锥常数,当  $k$  和高次项系数为 0 时,曲面为球面。其中,高次项系数决定着球面偏差的大小。(1)式是目前运用比较广泛的非球面表达式之一。

### 2.2 扫描路径的规划

对于非球面的三维测量,可采用栅格扫描、同心圆扫描、螺旋线扫描、 $xy$  扫描<sup>[21-22]</sup>等扫描方式。任何扫描方式都需要建立相应的工件坐标系,该坐标系原点常建立在非球面的顶点之上。因为待测非球面在空间中存在 6 个自由度的误差,通过测量直接

反馈获得的非球面顶点并非实际意义上的中心点,这会为二维扫描结果的校正带来误差,因此校正方程不能用标准的非球面方程来表述。非球面的扫描始于中心,不同的扫描方式取决于测量设备的结构。螺旋扫描方式常见于非接触式测量中,如泰勒的 LUPHOSCAN 轮廓仪,其扫描效率虽然高,但是其

结构增加了回转轴,从而增加了运动误差的不确定性。 $xy$  垂直扫描常应用在接触式的坐标测量设备中,如松下的 UA3P,其扫描方式简单、效率高,是现有接触式三维非球面测量中主流的扫描方式。本文的实验数据源于 UA3P 的  $xy$  垂直扫描得到的原始位置数据。图 1 为不同的扫描方式。

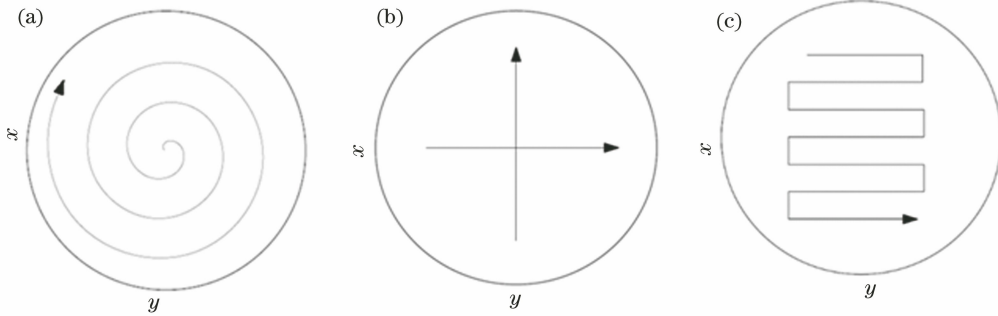


图 1 不同的扫描方式。(a)螺旋扫描;(b)  $xy$  扫描;(c)栅格扫描

Fig. 1 Different scanning modes. (a) Spiral scanning; (b)  $xy$  scanning; (c) raster scanning

### 2.3 误差模型的建立

图 2 为位置误差。在三维空间中,待测的非球面镜片姿态的偏移可以等效于刚体在三维空间的旋转和平移,即空间中存在 6 个自由度的变换,分别为沿着  $x$  轴的旋转角度  $\alpha$ 、沿着  $y$  轴的旋转角度  $\beta$ 、沿着  $z$  轴的旋转角度  $\gamma$ 、沿着  $x$  轴的平移  $\Delta x$ 、沿着  $y$  轴的平移  $\Delta y$ 、沿着  $z$  轴的平移  $\Delta z$ 。事实上,由于高次非球面沿着光轴对称,所以没有必要考虑沿着  $z$  轴的旋转角度  $\gamma$ 。位置参数包括  $r_x$ 、 $r_y$ 、 $\Delta x$ 、 $\Delta y$  和  $\Delta z$ ,其中  $r_x$ 、 $r_y$  为

$$r_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$r_y = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (3)$$

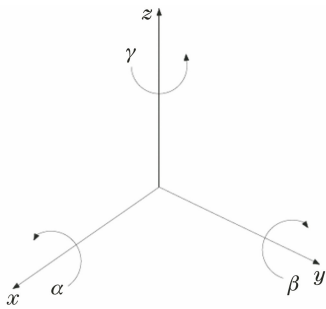


图 2 位置误差

Fig. 2 Position error

在获得非球面数据之后,需要将非球面数据与标准方程作对比,通过将 RMS 误差最小化,可以得

到最优拟合参数,因此需要建立一个合理的优化模型。假设测量坐标为  $(x_0, y_0, z_0)$ ,位置偏移校正后的坐标为  $(x_1, y_1, z_1)$ ,则有

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}. \quad (4)$$

由非球面方程可知,误差的函数模型可以描述为

$$f(x) = z_1 - z(x_1, y_1), \quad (5)$$

式中  $z(x_1, y_1)$  是将  $(x_1, y_1)$  代入非球面方程  $z$  求出来的值。利用修正后的 Levenberg-Marquardt 全局优化算法优化目标函数,使其误差函数值最小,得到相应的最优的位置偏移参数  $(\alpha, \beta, \Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 。

## 3 基于修正 Levenberg-Marquardt 全局优化算法的非球面校正

### 3.1 算法的原理

Levenberg-Marquardt(LM)优化算法是一种常用的优化算法<sup>[23]</sup>,它避免了高斯牛顿法在求解黑塞矩阵时不正定的情况,也解决了梯度下降法步长过大的问题,适用于在三维测量中简单曲线或曲面的拟合。在初始值足够接近的情况下,迭代公式收敛迅速而准确,其迭代公式可以描述为

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k (\mathbf{H} + \mu \mathbf{I})^{-1} \nabla f(x_k), \quad (6)$$

式中  $x_k$  为当前迭代点;  $\alpha_k$  为步长;  $\mathbf{H}$  为黑塞矩阵;

$I$  为单位矩阵;  $\nabla f(\mathbf{x}_k)$  为梯度方向;  $\mu$  为阻尼系数。一般情况下,当模型的样品数据量比较大并且模型是高维时,计算  $H$  是复杂的、耗时的,求解其逆矩阵更为复杂,因此不少学者提出了优化 LM 计算的方法,其中典型的方法是结合了高斯牛顿法的修正 LM 算法,修正后算法的迭代公式可以描述为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \alpha_k (\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{g}_k, \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{J}_k$  为雅可比矩阵;  $\mathbf{g}_k$  为  $\mathbf{J}_k^T \mathbf{F}_k$ ,  $\mathbf{F}_k$  为误差的函数模型求出来的值。在迭代的过程中:当  $\mu$  很大时,梯度下降法占主导地位;当  $\mu$  很小时,高斯牛顿法占主导地位。在引入步长  $\alpha_k$  后,为了保证算法在全局收敛,可以使用精确的线搜索算法,也可以使用非精确的搜索算法。由于精确的搜索算法在迭代过程中的搜索路线是锯齿形的,收敛速度慢,因此可以使用非精确的搜索算法、Armijo 算法,以及 Wolfe 准则,本文采用的是 Armijo 算法。

Armijo 算法的核心准则是满足两个思想:1) 目标函数值应该有足够的减小;2) 一维搜索的步长  $\alpha_k$  不应太小。Armijo 算法的数学形式可以描述为

$$f(\mathbf{x}_k + \rho^m \mathbf{d}_k) \leq f(\mathbf{x}_k) + \sigma \rho^m \mathbf{g}_k^T \mathbf{d}_k, \quad (8)$$

式中:  $\rho, \sigma \in (0, 1)$ ;  $\mathbf{d}_k$  为  $f(\mathbf{x}_k)$  在  $\mathbf{x}_k$  点的下降方向;  $m$  为最小非负整数。

基于 Armijo 算法的搜索算法的步骤如下:

- 1) 设置初始的迭代次数、Armijo 系数  $\rho$  以及迭代终止的条件  $e$  (通常设为  $10^{-15}$ ) 等;
- 2) 输入初始的位置参数  $\alpha, \beta, \Delta x, \Delta y, \Delta z$ , 并计算  $z_1 - z(x_1, y_1)$ ;
- 3) 计算  $\mathbf{g}_k = \mathbf{J}_k^T \mathbf{F}_k$ , 判断是否达到收敛标准  $\text{norm}(\mathbf{g}_k) \leq e$ , 其中,  $\text{norm}(\cdot)$  为矩阵的 2 范数, 若不收敛则按下面的步骤更新迭代点;
- 4) 根据  $(\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \mu_k \mathbf{I}) \mathbf{d} = -\mathbf{J}_k^T \mathbf{F}_k$  求解  $\mathbf{d}_k$ ;
- 5) 利用 Armijo 脚点  $f(\mathbf{x}_k + \rho^m \mathbf{d}_k) \leq f(\mathbf{x}_k) +$

$\sigma \rho^m \mathbf{g}_k^T \mathbf{d}_k$ , 确定搜索步长;

- 6)  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$ , 按照某种方式更新  $\mu_k$ , 转到步骤 2), 继续迭代, 直到达到收敛标准, 得到最优的位置参数。

图 3 为基于 Armijo 算法的搜索算法的流程。

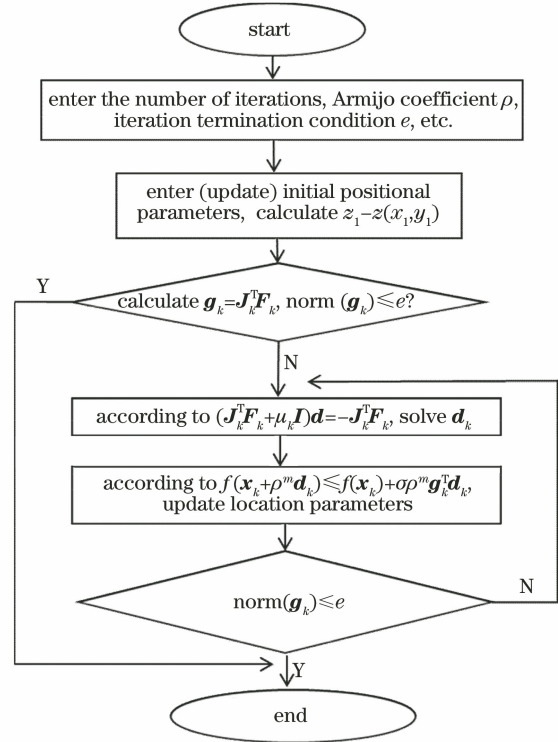


图 3 算法流程图

Fig. 3 Algorithm flowchart

### 3.2 非球面数据仿真

为了验证算法的有效性和稳健性,本文根据非球面的理想方程可生成理想的数据点,在理想点的基础上施加位置误差,运用本文叙述的算法求出逆解。仿真的过程是在 Intel i9 × 64, 16 GB RAM 和 3.3 GHz 处理器的计算机上进行的。其中,非球面的各系数如表 1 所示,  $R = 1/c$ 。

表 1 非球面系数

Table 1 Aspheric coefficients

Aspheric coefficient	Accurate value	Aspheric coefficient	Accurate value
$R$	55.837020000	$e_8$	$9.75997694 \times 10^{-11}$
$k$	8.551663247	$e_{10}$	$-3.87517956 \times 10^{-14}$
$e_2$	0	$e_{12}$	$-6.23460270 \times 10^{-18}$
$e_4$	$8.78572651 \times 10^{-6}$	$e_{14}$	$-1.42507364 \times 10^{-20}$
$e_6$	$-3.13234400 \times 10^{-8}$	$e_{16}$	$-2.48992698 \times 10^{-21}$

在非球面镜片检测过程中,由于机械系统存在误差,基于非球面测量数据获得的面形会存在倾斜和偏心的情况,本文对理想的非球面施加了位置误差,具体误差大小如表 2 中 No. 1 所示,施加位置误

差后,利用本文所述的算法求解位置参数,求解的具体结果如表 2 中 No. 2 所示,本文算法很好地校正了非球面的位置误差。图 4 为理想非球面的位置误差。



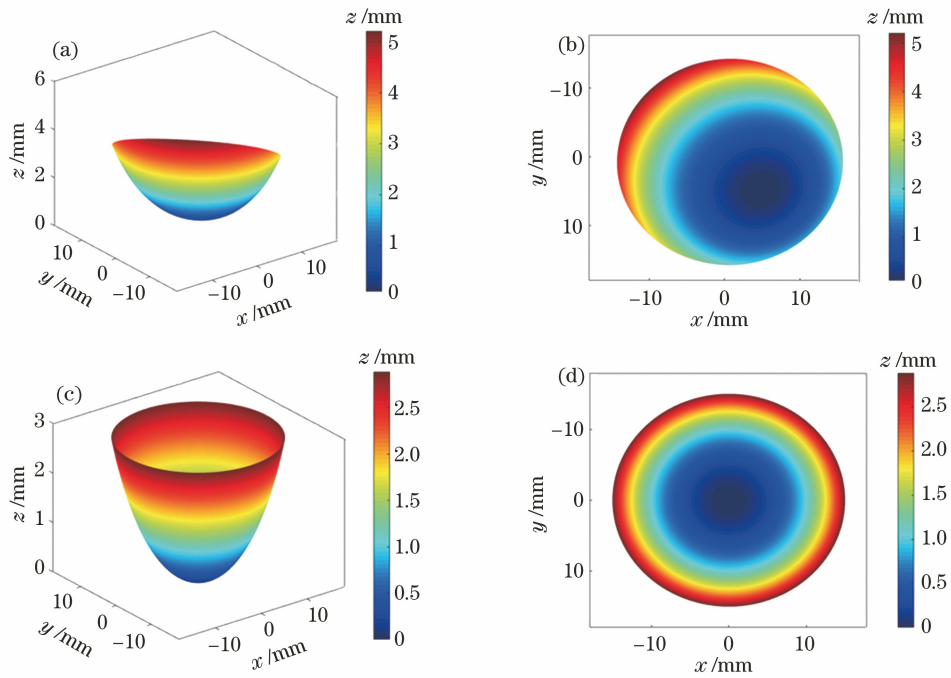


图 4 理想非球面的位置误差。(a)理想非球面的位置误差正视图;(b)理想非球面的位置误差俯视图;(c)校正后的非球面正视图;(d)校正后的非球面俯视图

Fig. 4 Position error of ideal aspheric surface. (a) Front view of position error of ideal aspheric surface; (b) top view of position error of ideal aspheric surface; (c) front view of corrected aspheric surface; (d) top view of corrected aspheric surface

表 2 理想面形的仿真结果

Table 2 Simulation results of ideal surface shape

Group	Positional parameter	Set value	Value obtained	
			by proposed algorithm	Error
No. 1	$\alpha / (^{\circ})$	5	5	0
	$\beta / (^{\circ})$	5	5	0
	$\Delta x / \text{mm}$	0.5	0.5	$\sim 0$
	$\Delta y / \text{mm}$	0.5	0.5	$\sim 0$
	$\Delta z / \text{mm}$	0.5	0.5	0
	$\alpha / (^{\circ})$	1	1	0
No. 2	$\beta / (^{\circ})$	1	1	0
	$\Delta x / \text{mm}$	0.5	0.5	$\sim 0$
	$\Delta y / \text{mm}$	0.5	0.5	$\sim 0$
	$\Delta z / \text{mm}$	0.5	0.5	0

为了考虑非球面实际加工过程中刀具磨损、刀具划痕等非同步误差对模具或镜片面形误差的影响,将 MATLAB 封装的函数产生控制均值  $\mu_1$  和标准偏差  $\sigma$  的高斯噪声 [ $\mu_1=0, \sigma=8 \text{ nm}$ , 如图 5(a) 所示] 叠加在非球面的面形上,再施加相应的位置误差,以验证算法的有效性和稳健性。图 5 为叠加误差后的面形。

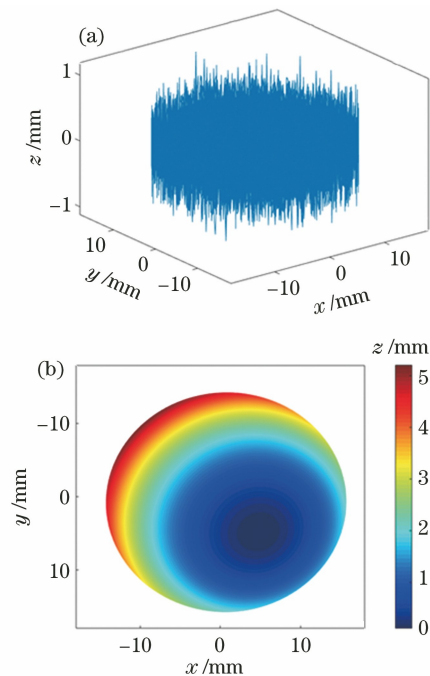


图 5 叠加误差后的面形。(a)面形误差;(b)叠加面形误差和位置误差后的面形

Fig. 5 Surface shape after superimposing error. (a) Surface shape error; (b) surface shape after superimposing surface shape error and position error

表 3 为叠加误差后的仿真结果。由表 2 和表 3 可知:当理想数据叠加位置误差时,通过本文算法求出的结果与理想面形分析结果几乎没有偏差;当叠加面形误差和位置误差时,通过本文算法求解的结果存在纳米级的偏差,这种偏差是因为在使用 LM 算法进行优化时,可能存在更优的位置解,当前偏差在纳米级的范围内,这在测量中是可以容许的。通常几纳米的偏差几乎可以忽略不计,可见本文算法具有纳米级的精度。

### 3.3 实验

为了验证算法的稳定性,使用形状不同的 4 块待测镜片,镜片参数如表 4 所示。使用主流的商用测量设备 UA3P-300 进行面形测量。利用 UA3P 导出测量的原始数据,将本文算法得到的结果与 UA3P 的分析结果进行对比,实验结果如表 5 所示,通过本文算法求出的 PV 和 RMS 与 UA3P 的结果基本一致,本文算法与 UA3P 的峰谷值之差小于 5 nm,均方根相差约为 0.1nm,本文算法求出的结

表 3 叠加误差后的仿真结果

Table 3 Simulation results after superimposing error

Group	Positional parameter	Set value	Value obtained by proposed algorithm	Error
No. 1	$\alpha /(^{\circ})$	5.000000000000000	4.999993073843890	$6.926150 \times 10^{-6}$
	$\beta /(^{\circ})$	5.000000000000000	4.999992263189740	$7.736810 \times 10^{-6}$
	$\Delta x / \text{mm}$	0.500000000000000	0.500004329863383	$-4.329863 \times 10^{-6}$
	$\Delta y / \text{mm}$	0.500000000000000	0.500004849386064	$-4.849386 \times 10^{-6}$
	$\Delta z / \text{mm}$	0.500000000000000	0.499999162227531	$8.377720 \times 10^{-7}$
	PV /mm	0.000226446981615000	0.000226323408297924	$1.235733 \times 10^{-7}$
	RMS /mm	$2.80985136498203 \times 10^{-5}$	$2.80974064194140 \times 10^{-5}$	$1.107230 \times 10^{-9}$
	No. 2	$\alpha /(^{\circ})$	1.000000000000000	0.999995001684163
$\beta /(^{\circ})$		1.000000000000000	0.999996651196207	$3.348800 \times 10^{-6}$
$\Delta x / \text{mm}$		0.500000000000000	0.500003323079212	$-3.323070 \times 10^{-6}$
$\Delta y / \text{mm}$		0.500000000000000	0.500003679484304	$-3.679484 \times 10^{-6}$
$\Delta z / \text{mm}$		0.500000000000000	0.499999708389944	$2.916100 \times 10^{-7}$
PV /mm		0.000238863720000000	0.000239647279737806	$-7.835590 \times 10^{-7}$
RMS /mm		$2.82030650000000 \times 10^{-5}$	$2.82010818746604 \times 10^{-5}$	$1.983120 \times 10^{-9}$

表 4 不同镜片的参数

Table 4 Parameters of different lenses

Aspheric coefficient	Lens			
	G01	G02	G03	G04
$R$	37.890940000	42.682000000	55.837020000	-16.151120000
$k$	10.224390000	-0.836000000	8.551663247	0.003262894
$e_4$	$-1.53028180 \times 10^{-4}$	$-7.72330620 \times 10^{-6}$	$8.78572651 \times 10^{-6}$	$-3.71860590 \times 10^{-5}$
$e_6$	$2.3361022 \times 10^{-6}$	$1.14160150 \times 10^{-8}$	$-3.13234400 \times 10^{-8}$	$3.17160760 \times 10^{-7}$
$e_8$	$-1.59313600 \times 10^{-8}$	$-9.71402170 \times 10^{-10}$	$9.75997694 \times 10^{-11}$	$7.22853940 \times 10^{-9}$
$e_{10}$	$3.73855540 \times 10^{-10}$	$-1.56805570 \times 10^{-12}$	$-3.87517956 \times 10^{-14}$	$2.97511920 \times 10^{-11}$
$e_{12}$	$-1.25469080 \times 10^{-11}$	$9.65786190 \times 10^{-14}$	$-6.23460270 \times 10^{-18}$	$-2.04783950 \times 10^{-13}$
$e_{14}$	$1.04857130 \times 10^{-13}$	$-3.80604700 \times 10^{-16}$	$-1.42507364 \times 10^{-20}$	$-5.68553110 \times 10^{-15}$
$e_{16}$	0	0	$-2.48992698 \times 10^{-21}$	0
Effective caliber /mm	$\text{O}16.93$	$\text{O}23.64$	$\text{O}32.80$	$\text{O}19.91$

表 5 不同镜片的测量结果对比

Table 5 Comparison of measurement results of different lenses

Lens	PV / $\mu\text{m}$			RMS / $\mu\text{m}$		
	Proposed algorithm	UA3P	Error	Proposed algorithm	UA3P	Error
G01	1.44830	1.44760	0.00070	0.38660	0.38660	$<0.10$
G02	0.68060	0.68070	$-0.00010$	0.19518	0.19520	$-0.02$
G03	0.40310	0.40360	$-0.00050$	0.09610	0.09610	$<0.10$
G04	0.69640	0.69590	0.00050	0.16990	0.16980	0.10



图 6 UA3P 面形测量装置

Fig. 6 UA3P surface shape measurement device

果具有纳米级的精度。图 6 为 UA3P 面形测量装置。

图 7~10 分别为镜片 G01、G02、G03、G04 的面形对比。

### 4 结 论

对三维非球面的面形检测位置误差校正算法进行了研究,提出了一种基于修正后的 Levenberg-Marquardt 全局优化算法,实现了非球面位置误差的准确校正。通过对施加位置误差和面形误差后理

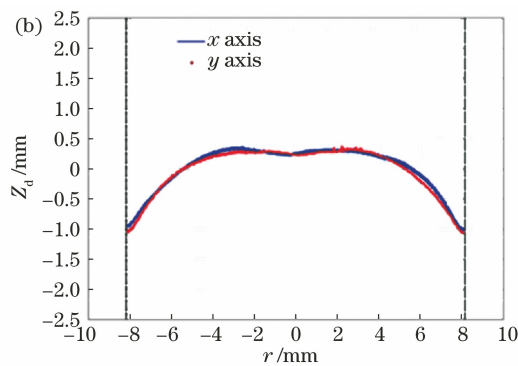
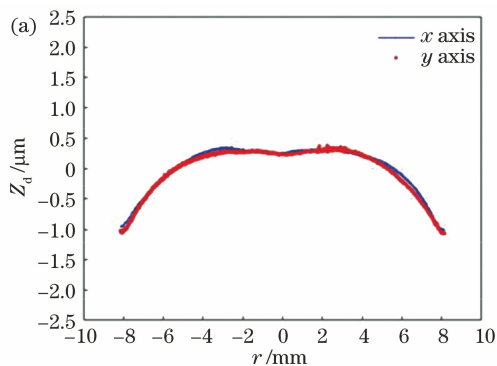


图 7 G01 镜片面形对比。(a)本文算法的结果(PV: 1.4483  $\mu\text{m}$ ,RMS: 0.3866  $\mu\text{m}$ );(b)UA3P 分析结果(PV: 1.4476  $\mu\text{m}$ ,RMS: 0.3866  $\mu\text{m}$ )

Fig. 7 Surface shape comparison of lens G01. (a) Results of proposed algorithm (PV: 1.4483  $\mu\text{m}$ , RMS: 0.3866  $\mu\text{m}$ ); (b) UA3P analysis results (PV: 1.4476  $\mu\text{m}$ , RMS: 0.3866  $\mu\text{m}$ )

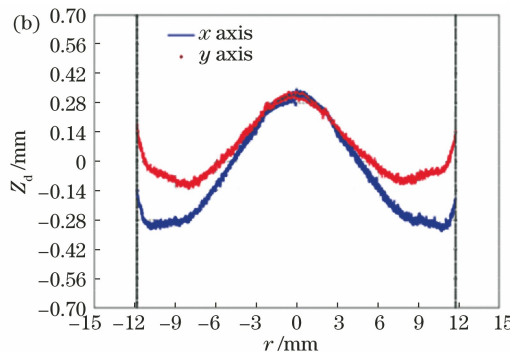
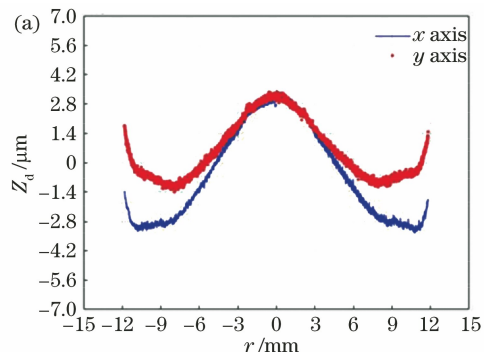


图 8 G02 镜片面形对比。(a)本文算法的结果(PV: 0.6806  $\mu\text{m}$ ,RMS: 0.1952  $\mu\text{m}$ );(b)UA3P 分析结果(PV: 0.6807  $\mu\text{m}$ ,RMS: 0.1952  $\mu\text{m}$ )

Fig. 8 Surface shape comparison of lens G02. (a) Results of proposed algorithm (PV: 0.6806  $\mu\text{m}$ , RMS: 0.1952  $\mu\text{m}$ ); (b) UA3P analysis results (PV: 0.6807  $\mu\text{m}$ , RMS: 0.1952  $\mu\text{m}$ )

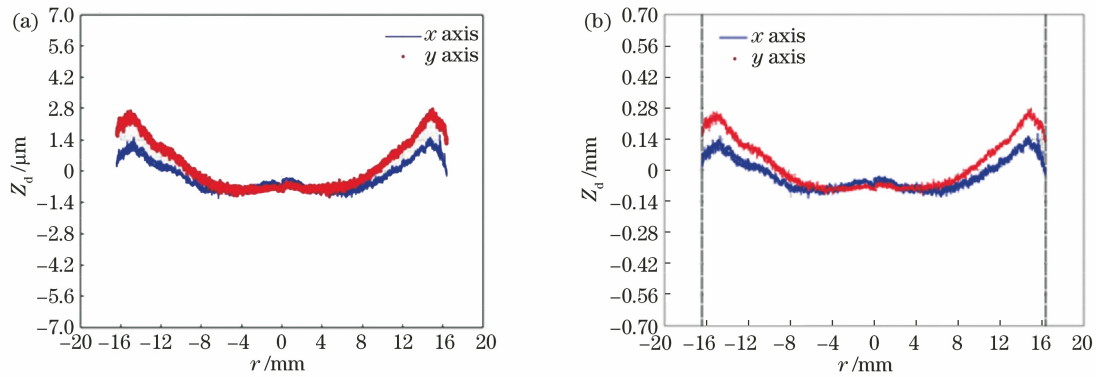


图 9 G03 镜片面形对比。(a)本文算法的结果(PV: 0.4031  $\mu\text{m}$ ,RMS: 0.0961  $\mu\text{m}$ );(b)UA3P 分析结果(PV: 0.4036  $\mu\text{m}$ ,RMS: 0.0961  $\mu\text{m}$ )

Fig. 9 Surface shape comparison of lens G03. (a) Results of proposed algorithm (PV: 0.4031  $\mu\text{m}$ , RMS: 0.0961  $\mu\text{m}$ ); (b) UA3P analysis results (PV: 0.4036  $\mu\text{m}$ , RMS: 0.0961  $\mu\text{m}$ )

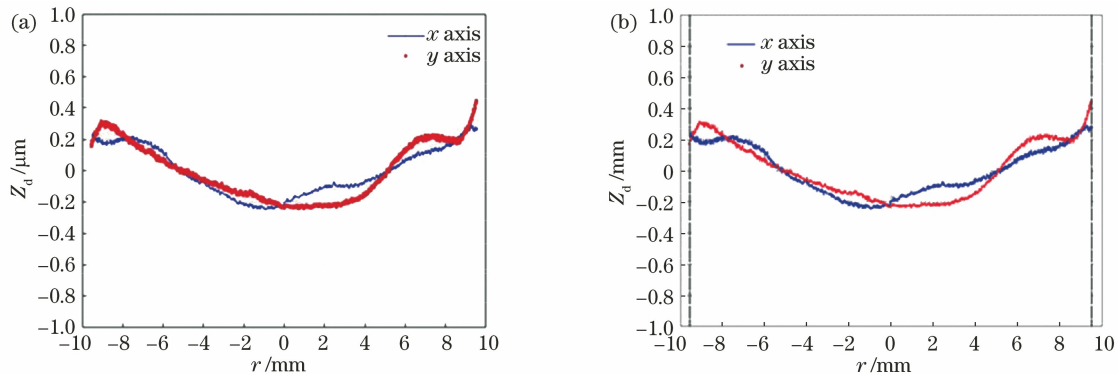


图 10 G04 镜片面形对比。(a)本文算法的结果(PV: 0.6964  $\mu\text{m}$ ,RMS: 0.1699  $\mu\text{m}$ );(b)UA3P 分析结果(PV: 0.6959  $\mu\text{m}$ ,RMS: 0.1698  $\mu\text{m}$ )

Fig. 10 Surface shape comparison of lens G04. (a) Results of proposed algorithm (PV: 0.6964  $\mu\text{m}$ , RMS: 0.1699  $\mu\text{m}$ ); (b) UA3P analysis results (PV: 0.6959  $\mu\text{m}$ , RMS: 0.1698  $\mu\text{m}$ )

想非球面的仿真并将商用非球面轮廓仪 UA3P 测量的原始测量数据与设备分析结果作对比,有效验证了校正算法具有纳米级的精度。在算法的执行过程中,将 LM 算法和高斯牛顿法结合,可降低算法计算的复杂性,使算法能够快速收敛。该研究为在位精密测量、超精密加工、三维轮廓仪的设计提供了依据。

### 参 考 文 献

- [1] Fang F Z, Zhang X D, Weckenmann A, et al. Manufacturing and measurement of freeform optics [J]. CIRP Annals, 2013, 62(2): 823-846.
- [2] Shi T, Yang Y Y, Zhang L, et al. Surface testing methods of aspheric optical elements [J]. Chinese Optics, 2014, 7(1): 26-46.  
师途, 杨雨英, 张磊, 等. 非球面光学元件的面形检测技术[J]. 中国光学, 2014, 7(1): 26-46.
- [3] Zhu R H, Sun Y, Shen H. Progress and prospect of optical freeform surface measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(1): 0112001.  
朱日宏, 孙越, 沈华. 光学自由曲面面形检测方法进展与展望[J]. 光学学报, 2021, 41(1): 0112001.
- [4] Sun T, Zhang L J. High-precision probe technology for CMM [J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2001(10): 28-29.  
孙涛, 张龙江. 坐标测量机高精度测头技术[J]. 制造技术与机床, 2001(10): 28-29.
- [5] Hao Q, Ning Y, Hu Y. Interferometric testing of aspheric surface [J]. Metrology & Measurement Technology, 2018, 38(1): 1-8.  
郝群, 宁妍, 胡摇. 基于干涉法的非球面测量技术[J]. 计测技术, 2018, 38(1): 1-8.
- [6] Ren W T, Xu H Y. Method of inverse iteration off-axis aspheric surface detection [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(21): 212301.  
任王涛, 徐洪艳. 逆向迭代离轴非球面检测方法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(21): 212301.
- [7] Zhao C C. Research on compensation testing method for large-aperture and high-order aspheric surface



- [D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2020.  
赵础鑫. 大口径高次非球面补偿检测方法的研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2020.
- [8] Wang M C. Errors separation in ultra-precision measurement for small optical elements [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2008.  
王美成. 小面型光学元件超精密测量误差分离技术研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
- [9] Nouira H, Bergmans R H, Küng A, et al. Ultra-high precision CMMs and their associated tactile or/and optical scanning probes [J]. *International Journal of Metrology and Quality Engineering*, 2014, 5(2): 204.
- [10] Tsutsumi H, Yoshizumi K, Takeuchi H. Ultrahighly accurate 3D profilometer [J]. *Proceedings of SPIE*, 2005, 5638: 387-394.
- [11] Stover E, Berger G, Wendel M, et al. Fast optical 3D form measurement of aspheres including determination of thickness and wedge and decenter errors [J]. *Proceedings of SPIE*, 2015, 9633: 96331O.
- [12] Petter J, Berger G. Non-contact profiling for high precision fast asphere topology measurement [J]. *Proceedings of SPIE*, 2013, 8788: 878819.
- [13] Meiners-Hagen K, Schödel R, Pollinger F, et al. Multi-wavelength interferometry for length measurements using diode lasers [J]. *Measurement science review*, 2009, 9(1): 16.
- [14] Chen F J, Yin S H, Huang H, et al. Profile error compensation in ultra-precision grinding of aspheric surfaces with on-machine measurement [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2010, 50(5): 480-486.
- [15] Sun W, McBride J W, Hill M. A new approach to characterising aspheric surfaces [J]. *Precision Engineering*, 2010, 34(1): 171-179.
- [16] Wan X J, Bin B Y, Lü S, et al. Automatic leveling of aspherical point cloud data based on Zernike polynomial fitting [J]. *Optical Technique*, 2019, 45(2): 170-175.
- 万新军, 宾博逸, 吕宋, 等. 基于 Zernike 多项式拟合的非球面点云数据自动调平 [J]. *光学技术*, 2019, 45(2): 170-175.
- [17] Shan B Z, Wang S Y, Niu H B, et al. Zernike polynomial fitting method and its application [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002, 10(3): 318-323.  
单宝忠, 王淑岩, 牛憨笨, 等. Zernike 多项式拟合方法及应用 [J]. *光学精密工程*, 2002, 10(3): 318-323.
- [18] Wang J M. Study on aspheric surface measurement using coordinate contour measuring machine [D]. Suzhou: Soochow University, 2013.  
王建明. 三坐标轮廓测量仪检测非球面研究 [D]. 苏州: 苏州大学, 2013.
- [19] Yang T, Duan Y Z, Cheng D W, et al. Free-form surface imaging optical system design: theory, development and application [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0108001.  
杨通, 段瓔哲, 程德文, 等. 自由曲面成像光学系统设计: 理论、发展与应用 [J]. *光学学报*, 2021, 41(1): 0108001.
- [20] Ye J F. Research on the method and technique for characterizing freeform optical surface [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2016.  
叶井飞. 光学自由曲面的表征方法与技术研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2016.
- [21] Du H L. Research on key technologies of non-contact surface measurement for optical reflectors [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017.  
杜慧林. 面向光学反射镜的非接触面形测量关键技术研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2017.
- [22] Liu G J. Research on precision testing technology of small optical aspheric surface [D]. Xiamen: Xiamen University, 2008.  
刘古今. 小型光学非球面精密检测技术研究 [D]. 厦门: 厦门大学, 2008.
- [23] Shakarji C M. Least-squares fitting algorithms of the NIST algorithm testing system [J]. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 1998, 103(6): 633-641.