

## 基于传送带量子纠缠光的卫星钟差测量

刘勇飞, 杨春燕\*, 赵露涵, 任钊恒, 魏天丽, 吴德伟

空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077

**摘要** 卫星钟差确定受限于经典测量的散粒噪声极限, 钟差测量精度仅为 ns 量级。基于军民领域对高精度时间基准的迫切需求, 提出了一种基于双路六延迟传送带量子纠缠光的卫星钟差测量方案, 并且该方案以传送带协议为基础。首先, 通过自发参量下转换制备了频率纠缠光信号。然后, 利用 HOM (Hong-Ou-Mandel) 干涉仪对频率纠缠光信号进行了二阶关联检测解算, 进而得到了钟差信息。最后, 仿真分析了相关参数对钟差测量的影响。所提方案无需进行到达时间测量, 不受色散效应及星地距离的影响, 在理论上可以实现 ps 量级的卫星钟差测量。

**关键词** 量子光学; 卫星钟差; 传送带协议; 频率纠缠光; Hong-Ou-Mandel 干涉仪

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0427001

## Satellite Clock Offset Measurement Based on Conveyor Belt Quantum Entangled Light

Liu Yongfei, Yang Chunyan\*, Zhao Luhan, Ren Zhaoheng, Wei Tianli, Wu Dewei

Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China

**Abstract** The determination of satellite clock offset is limited by the shot noise limit of classical measurement, and the accuracy of clock offset measurement is only on the order of ns. Based on the urgent demand for high-precision time reference in the military and civilian fields, a satellite clock offset measurement scheme based on dual-channel six-delay conveyor belt quantum entangled light is proposed, and the proposed scheme is based on the conveyor belt protocol. First, the frequency entangled optical signal is prepared by spontaneous parameter down-conversion. Then, the second-order correlation detection solution of the frequency entangled optical signal is carried out by using the HOM (Hong-Ou-Mandel) interferometer to obtain the clock offset information. Finally, the influence of related parameters on the clock offset measurement is simulated and analyzed. The proposed scheme does not need to measure the arrival time, is not affected by the dispersion effect and the distance between the satellite and the ground, and can theoretically realize satellite offset error measurement of the order of ps.

**Key words** quantum optics; satellite clock offset; conveyor belt protocol; frequency entangled light; Hong-Ou-Mandel interferometer

## 1 引言

位置、时间信息是人类赖以生存和发展的基础, 是科技、经济、军事和社会进步的重要支撑。由于卫星导航系统是国家综合 PNT (positioning, navigation and timing) 体系的核心组成部分<sup>[1-2]</sup>且时间测量是卫星导航系统的基础, 故高准确度的天基时间基准

是定位与导航的前提和基础<sup>[3]</sup>。获取更高精度的卫星钟差数据, 对于改进钟差拟合预报策略和优化钟差时频传递模型, 进而提高卫星导航系统的定位、导航和授时能力具有十分重要的意义。

目前, 测量卫星钟差的常用方法有双向时间比对法和单向时间比对法, 我国北斗卫星导航系统钟差测量采用的是双向时间比对法<sup>[4-5]</sup>。由于经典无

收稿日期: 2021-07-09; 修回日期: 2021-08-02; 录用日期: 2021-08-27

基金项目: 国家自然科学基金(62073338)

通信作者: \*ycy220@163.com

线电信号测量无法突破散粒噪声极限,故钟差测量精度仅能达到 ns 级。基于军民领域对于高精度时间基准的迫切需求,研究更高精度、更加稳定可靠的钟差测量方法具有重要意义<sup>[6]</sup>。

为了实现更高精度的时间同步,近些年来研究人员借助量子光源及量子测量技术突破了经典信号散粒噪声极限,创新地提出了量子时间同步方法,将时间同步精度提高了近一个量级<sup>[7]</sup>。Giovannetti 等<sup>[8]</sup>提出了消色散传送带量子时钟同步协议,实现了远距离的时间同步,但在同步过程中,同步双方的距离信息不能被简单消除。在此基础上,Wang 等<sup>[9]</sup>理论分析了地球时空背景下的近地轨道卫星与地面间的消色散时间同步机制。Zhu 等<sup>[10]</sup>提出了基于热光的二阶关联时钟同步方案。若将量子纠缠光作为光源,基于纠缠源独特的量子特性,则可以实现具有保密性能的时间同步协议,进而抵御窃密者的偷听行为,实现高安全性能的时间同步。

为获取更高准确度的天基时间基准,本文利用传送带同步原理<sup>[11]</sup>,提出了一种基于量子纠缠光的卫星钟差测量方案。在所提方案中,首先采用第二类自发参量下转换方式得到频率纠缠光子对。然后,利用偏振分束器(PBS)将频率纠缠光子对分为两路光信号,信号光(s)和闲置光(i)分别在地面站(Alice,A)和卫星端(Bob,B)处引入与其时钟 A、B 相关的三段时延。最后,两束光都被送入 HOM(Hong-Ou-Mandel)干涉仪<sup>[12]</sup>中以进行二阶量子干涉。通过测量 HOM 干涉仪符合计数峰值位置的偏移量,即可解算出 Alice 和 Bob 间的时钟差。

## 2 基于传送带量子纠缠光的卫星钟差测量方案及分析

### 2.1 星地双向时间比对

在北斗卫星导航系统中采用双向时间比对法进行钟差测量,这是因为双向时间比对的上下行路径相同,可以削弱传播路径中多种误差因素的影响,且钟差的测量不受卫星轨道的影响。双向时间比对法采用互发互收的工作模式。它的工作原理:1)地面站 A 首先将测距信号由地面站设备发射给卫星 B,信号被卫星接收后,经解调可以测量出其在传播过程中经历的时延,并将时延信息发送给地面站。2)卫星将测距信号发送给地面站,地面站接收到卫星信号后可以测得其在传播过程中经历的时延。3)地面站将两个时延数据相减,去除各种时延误差的影响后,就可以得到星地钟差值。星地双向时间

比对原理如图 1 所示。

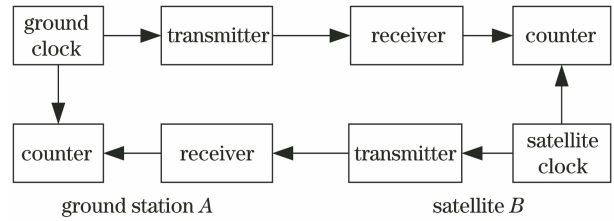


图 1 星地双向时间比对原理图

Fig. 1 Schematic diagram of two-way time comparison between satellite and ground

地面站和卫星信号经历的时延分别为

$$\begin{cases} t_A = t_0^{(A)} - t_0^{(B)} + t_{B,T} + t_{BA} + t_{A,R} \\ t_B = t_0^{(B)} - t_0^{(A)} + t_{A,T} + t_{AB} + t_{B,R} \end{cases}, \quad (1)$$

式中: $t_0^{(A)}$ 为地面站钟与系统时间之间的钟差; $t_0^{(B)}$ 为卫星钟与系统时间之间的钟差; $t_{A,T}$ 为地面站处发射机的时延; $t_{B,T}$ 为卫星端处发射机的时延; $t_{A,R}$ 为地面站处接收机的时延; $t_{B,R}$ 为卫星端处接收机的时延; $t_{AB}$ 为地面站到卫星端的信号在传播过程中经历的时延; $t_{BA}$ 为卫星端到地面站的信号在传播过程中经历的时延。整理后可得到星地钟差为

$$t_0^{(B)} - t_0^{(A)} = \frac{1}{2} [(t_B - t_A) + (t_{BA} - t_{AB}) + (t_{B,T} - t_{B,R}) + (t_{A,R} - t_{A,T})], \quad (2)$$

式中: $t_A$ 为卫星到地面站的信号传输时延; $t_B$ 为地面站到卫星的信号传输时延。

在上述的星地钟差计算过程中,仅考虑了硬件设备的时延影响。然而,在实际的钟差测量中,还需要考虑信号在传播路径上的时延误差,主要包括对流层、电离层、Sagnac 效应以及多径效应对信号传播的影响。

### 2.2 传送带同步原理

由星地双向时间比对法可知,在钟差测量过程中发射机和接收机均会引入时延误差,这会影响最终的钟差测量结果。Giovannetti 等<sup>[11]</sup>提出了传送带量子同步协议,在该协议中无需进行到达时间的测量便可以求得两地的钟差。

假设 A 地与 B 地间连接有一条速度为  $v$  的传送带,如图 2 所示。

从 A 地到 B 地经历的时间为  $T$ ,并按照下面的方式对传送带进行操作。当 A 点处时钟显示时刻为  $t^{(a)}$  时,在传送带 A 点和 A' 点处以速度  $st^{(a)}/2$  添加沙子,其中  $s$  为常数;当 B 点处时钟显示时刻为  $t^{(b)}$  时,在传送带 B 点处以速度  $st^{(b)}$  向下取沙子。显然,经过一段时间后,D 点处沙子的流量会稳定为

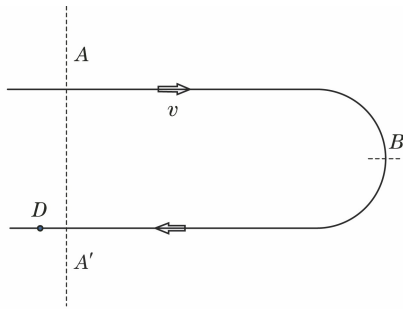


图 2 传送带同步原理

Fig. 2 Conveyor belt synchronization principle

某一常量。通过测量  $D$  点沙子流量即可解算出  $A$ 、 $B$  点处的时钟差值。引入一个绝对参考时钟  $t$ ，则钟  $A$  和钟  $B$  的时间可表示为

$$\begin{cases} t^{(a)} = t - t_0^{(a)}, \\ t^{(b)} = t - t_0^{(b)}, \end{cases} \quad (3)$$

式中： $t_0^{(a)}$  和  $t_0^{(b)}$  为钟  $A$  和钟  $B$  与绝对参考时钟的偏差值。 $D$  点处沙子的流量为

$$Q_D = \frac{s}{2}[t - 2T - t_0^{(a)}] - s[t - T - t_0^{(b)}] + \frac{s}{2}[t - t_0^{(a)}], \quad (4)$$

式中： $\frac{s}{2}[t - 2T - t_0^{(a)}]$  为  $t^{(a)}$  时刻  $A$  点处添加的沙子量； $s[t - T - t_0^{(b)}]$  为  $t^{(b)}$  时刻在  $B$  点处取下的沙子量； $\frac{s}{2}[t - t_0^{(a)}]$  为在  $A'$  点处添加的沙子量。化简(4)式可得

$$Q_D = s[t_0^{(b)} - t_0^{(a)}]. \quad (5)$$

由(3)式可知  $\Delta t = t_0^{(b)} - t_0^{(a)} = t^{(b)} - t^{(a)}$ ，结合(5)式即可解算出钟  $A$  和钟  $B$  间的时钟差值。

### 2.3 卫星钟差测量方案

基于传送带同步协议，所提双路六延迟的传送带量子纠缠光的钟差测量方案如图 3 所示。

该方案利用传送带同步原理，在 Alice 处放置一个频率纠缠光源，出射光束被 PBS 分成两路光束（信号光和闲置光）后，发射给 Bob。两光束被 Bob 反射后会回到 Alice 处，当光束经过 PBS 时，被探测器 1 和探测器 2 吸收，进行 HOM 二阶量子干涉测量。两束光在传输过程中分别在 Alice 和 Bob 处引入三段可控延迟，并通过延迟装置将钟  $A$  与钟  $B$  的时间信息引入到系统中，延迟装置通过以固定速度运动的反射镜来实现。其中，光路延迟  $L_{A_1}$ 、 $L_{A'_1}$  和  $L_{B_2}$  随着时间的增加而增加，光路延迟  $L_{A_2}$ 、 $L_{A'_2}$  和  $L_{B_1}$  随着时间的增加而减小，且它们正比于钟  $A$  与钟

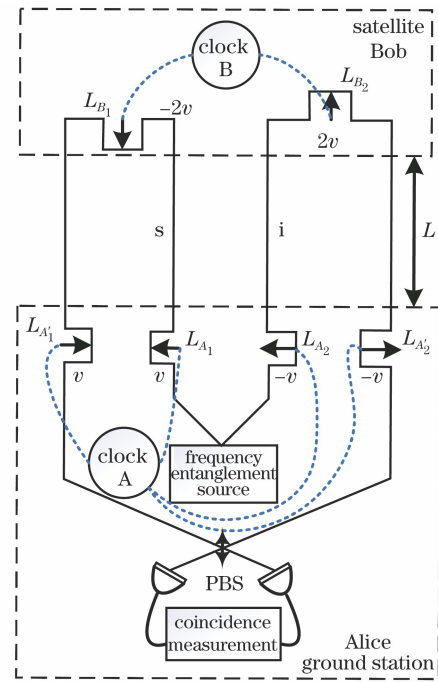


图 3 钟差测量方案原理图

Fig. 3 Schematic diagram of clock offset measurement scheme

$B$  显示的时间。当两钟钟面时刻相等时，即  $t^{(A)} = t^{(B)}$  时，延迟装置启动。假设标准参考钟源时刻为  $t_0$ ，则  $t^{(A)}$  和  $t^{(B)}$  可表示为

$$\begin{cases} t^{(A)} = \Delta t^{(A)} + t_0^{(A)}, \\ t^{(B)} = \Delta t^{(B)} + t_0^{(B)}, \end{cases} \quad (6)$$

式中： $\Delta t^{(A)}$  为钟  $A$  与标准参考钟源的钟差； $\Delta t^{(B)}$  为钟  $B$  与标准参考钟源的钟差。所以钟  $A$  与钟  $B$  之间的钟差为

$$\tau = \Delta t^{(A)} - \Delta t^{(B)} = t_0^{(B)} - t_0^{(A)}. \quad (7)$$

在标准参考时钟下，光路延迟量可表示为

$$\begin{cases} L_{A_1} = L_{A'_1} = v[t - t_0^{(A)}] \\ L_{A_2} = L_{A'_2} = -v[t - t_0^{(A)}] \\ L_{B_1} = -2v[t - t_0^{(B)}] \\ L_{B_2} = 2v[t - t_0^{(B)}] \end{cases}. \quad (8)$$

### 2.4 方案分析

如图 3 所示，Alice 与 Bob 之间的距离为  $L$ ，Alice 处频率纠缠源与延迟装置间的距离可忽略不计。对于信号光  $s$ ，当光束到达  $A_1$  处时，引入的光路延迟为

$$L_{A_1} = v[t - t_0^{(A)}]. \quad (9)$$

当光束由 Alice 到达  $B_1$  处时，经过的总光程为

$$S_{A'_1} = L_{A_1} + L. \quad (10)$$

在  $B_1$  处，由于延迟装置的速度为  $-2v$ ，故光束

在  $B_1$  处引入的光路延迟为

$$L_{B_1} = -2v \left[ t + \frac{S_{A_1'}}{c} - t_0^{(B)} \right] = -2v \left\{ t + \frac{L + v[t - t_0^{(A)}]}{c} - t_0^{(B)} \right\}, \quad (11)$$

式中:  $c$  为真空中的光速。

光束经 Bob 反射后, 会再次到达  $A_1'$  处, 经历的总光程为

$$S_{A_1'} = L_{A_1} + L + L_{B_1} + L = -v \left\{ t - 2t_0^{(B)} + t_0^{(A)} + \frac{2\{L + v[t - t_0^{(A)}]\}}{c} \right\} + 2L. \quad (12)$$

在  $A_1'$  处, 由于延迟装置的速度为  $v$ , 故光束在  $A_1'$  处引入的光路延迟为

$$L_{A_1'} = v \left[ t + \frac{S_{A_1'}}{c} - t_0^{(A)} \right] = v[t - t_0^{(A)}] + \frac{v^2[2t_0^{(B)} - t_0^{(A)}] + v(2L - vt)}{c} - \frac{2v^2\{L + v[t - t_0^{(A)}]\}}{c^2}. \quad (13)$$

由上述分析可知, 信号光  $s$  由频率纠缠源出发, 被 Bob 反射回 Alice 后, 由 HOM 干涉仪进行探测, 整个过程的总光程长度为

$$S_{A_1} = L_{A_1} + L_{B_1} + L_{A_1'} + 2L. \quad (14)$$

同理, 闲置光  $i$  在延迟装置  $A_2$ 、 $B_2$ 、 $A_2'$  处引入的光路延迟为

$$\begin{cases} L_{A_2} = -v[t - t_0^{(A)}] \\ L_{B_2} = 2v \left\{ t + \frac{L - v[t - t_0^{(A)}]}{c} - t_0^{(B)} \right\} \\ L_{A_2'} = -v[t - t_0^{(A)}] + \frac{v^2[2t_0^{(B)} - t_0^{(A)} - t] - 2Lv - \frac{v^2\{L - v[t - t_0^{(A)}]\}}{c^2}}{c} \\ S_{A_2} = L_{A_2} + L_{B_2} + L_{A_2'} + 2L \end{cases}. \quad (15)$$

根据(14)、(15)式, 可以解算出 HOM 干涉仪处两路光经历的总光程差为

$$\begin{aligned} \Delta S &= S_{A_1} - S_{A_2} = (L_{A_1} + L_{B_1} + L_{A_1'}) - (L_{A_2} + L_{B_2} + L_{A_2'}) = \\ &= 4v[t_0^{(B)} - t_0^{(A)}] - \frac{4v^3[t - t_0^{(A)}]}{c^2} = \\ &= 4v\tau - \frac{4v^3[t - t_0^{(A)}]}{c^2}, \end{aligned} \quad (16)$$

式中:  $t - t_0^{(A)}$  为系统运行时间。由于反射镜运动速

度  $v \ll c$ , 故(16)式可以简化为

$$\Delta S \approx 4v\tau. \quad (17)$$

在图 3 所示的钟差测量方案中, 在信号光路与闲置光路中分别引入了三段可控延迟。在文献[8]提出的时钟同步方案中信号光路与闲置光路分别在 Alice 和 Bob 处引入了一段可控延迟, 如图 4 所示。

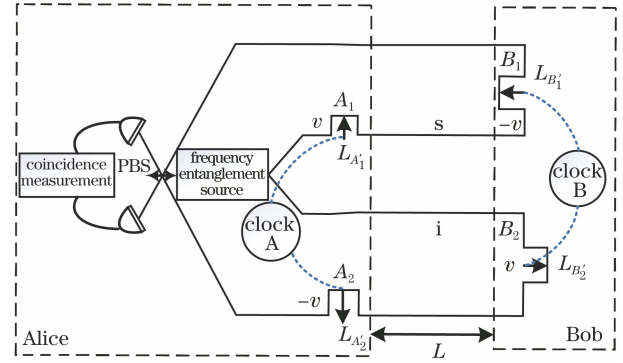


图 4 时钟同步方案

Fig. 4 Clock synchronization scheme

对时钟同步方案进行分析, 原理同所提钟差测量方案相同, 计算出闲置光路与信号光路在 Alice 与 Bob 处引入的光路延迟  $L'_{A_1}$ 、 $L'_{B_1}$ 、 $L'_{A_2}$ 、 $L'_{B_2}$  分别为

$$\begin{cases} L'_{A_1} = v[t - t_0^{(A)}] \\ L'_{B_1} = -v \left\{ t + \frac{v[t - t_0^{(A)}] + L}{c} - t_0^{(B)} \right\} \\ L'_{B_2} = v \left[ t + \frac{L}{c} - t_0^{(B)} \right] \\ L'_{A_2} = -v \left[ t + \frac{2L + vt - vt_0^{(B)}}{c} + \frac{vL}{c^2} - t_0^{(A)} \right] \end{cases}. \quad (18)$$

根据(18)式, 可以解算出 HOM 干涉仪处两路光经历的总光程差为

$$\begin{aligned} \Delta S' &= S'_{A_1} - S'_{A_2} = (L'_{A_1} + L'_{B_1}) - (L'_{A_2} + L'_{B_2}) = \\ &= 2v[t_0^{(B)} - t_0^{(A)}] + \frac{v^2[t_0^{(B)} - t] - vL}{c} - \frac{v^2L}{c^2} = \\ &= 2v\tau - \frac{v^2[t - t_0^{(B)}] + vL}{c} - \frac{v^2L}{c^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

在北斗卫星导航系统中, 中圆地球轨道(MEO)卫星的轨道高度约为 21500 km, 倾斜地球同步轨道(IGEO)卫星的轨道高度与地球静止轨道(GEO)卫星相同, 约为 35700 km。在上述条件下, 假设初始钟差为  $\tau = 10$  ns, 此时(19)式中包含星地距离  $L$  的后两项不满足

$$\frac{v^2[t - t_0^{(B)}] + vL}{c} + \frac{v^2L}{c^2} \ll 2v\tau, \quad (20)$$

故(19)式中后两项不能被简单消除。采用双路四延迟的时间同步方案虽然简化了系统装置,但在解算过程中却引入了与 Alice 和 Bob 间距离相关的信息,这会对钟差确定造成影响。因此,综合分析上述两种时间同步方案,双路六延迟的钟差测量方案更适合用于远距离卫星钟差测量。

### 2.5 量子纠缠光的二阶关联检测

频率纠缠光源具有精准的定时信息,是量子测量、量子通信以及量子时间同步的基础资源。在所提的基于传送带量子纠缠光的卫星钟差测量方案中,采用磷酸钛氧钾晶体自发参量下转换产生偏振正交的频率纠缠光子对<sup>[13]</sup>。

在 Alice 处通过 II 类自发参量下转换产生的频率纠缠光子对的双光子态<sup>[14]</sup>可以写成

$$|\Psi\rangle = \int \delta(\omega_p - \omega_s - \omega_i) \phi(\omega) |\omega_0 - \omega\rangle_s |\omega_0 + \omega\rangle_i d\omega = \int \delta(\omega_p - \omega_s - \omega_i) \phi(\omega) \mathbf{a}_s^\dagger \mathbf{a}_i^\dagger |0\rangle d\omega, \quad (21)$$

式中: $\Psi$  为纠缠双光子态函数; $\phi(\omega)$  为参量下转换产生的纠缠光子对的联合频谱函数,频谱宽度为  $\Delta\omega$ ;  $\omega_p$  为泵浦光中心频率;  $\omega_0 = \omega_p/2$  为纠缠光子的中心频率;  $\omega = \omega_0 - \omega_s = \omega_i - \omega_0$  为频率的偏移量;  $\omega_s, \omega_i$  分别为信号光和闲置光的中心频率;  $\mathbf{a}_s^\dagger, \mathbf{a}_i^\dagger$  为产生算符;  $|0\rangle$  为真空态。

若探测器的采样时间为  $T_1$ , 则 HOM 干涉仪的符合计数率  $P_c$  满足

$$P_c \approx \int_0^{T_1} \int_0^{T_1} G^{(2)}(t_1, r_1; t_2, r_2) dt_1 dt_2, \quad (22)$$

式中:  $t_j (j=1, 2)$  为第  $j$  个探测器的探测时间;  $r_j$  为干涉仪到第  $j$  个探测器的光程; 双光子二阶关联函数  $G^{(2)}$  为

$$G^{(2)}(t_1, r_1; t_2, r_2) = \langle \psi | \mathbf{E}_1^-(t_1, r_1) \mathbf{E}_2^-(t_2, r_2) \mathbf{E}_2^+(t_2, r_2) \mathbf{E}_1^+(t_1, r_1) | \psi \rangle, \quad (23)$$

式中:  $\mathbf{E}_{1,2}^\pm$  为在时空坐标  $(t_1, r_1)$  和  $(t_2, r_2)$  处探测到的光场的正频分量与负频分量,其计算公式为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_j^-(t_j, r_j) = \int \mathbf{a}_j^+(\omega_j^-) \exp\{j[\omega_j^- t_j - k(\omega_j^-) r_j]\} d\omega_j^- \\ \mathbf{E}_j^+(t_j, r_j) = \int \mathbf{a}_j(\omega_j^+) \exp\{-j[\omega_j^+ t_j - k(\omega_j^+) r_j]\} d\omega_j^+ \end{cases}, \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{a}_j^\dagger, \mathbf{a}_j$  分别为产生算符与湮灭算符;  $\omega_j^+, \omega_j^-$  分别为频率的正负频分量;  $k(\cdot)$  为波数。此时,符

合计数率  $P_c$  可以表示为

$$P_c \approx \int_0^{T_1} \int_0^{T_1} \langle \psi | \mathbf{E}_1^-(t_1, r_1) \mathbf{E}_2^-(t_2, r_2) \times \mathbf{E}_2^+(t_2, r_2) \mathbf{E}_1^+(t_1, r_1) | \psi \rangle dt_1 dt_2. \quad (25)$$

将狄拉克括号中 4 个频率积分提取出来,假定谱宽很窄,探测器采样时间  $T_1$  足够长,波数  $k$  为常数,则可以将时间积分转化为  $\delta$  函数,即

$$\begin{cases} \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \int_0^{T_1} \exp[j(\omega_j^- t_j - k r_j) - j(\omega_j^+ t_j - k r_j)] dt_j \propto \delta(\omega_j^- - \omega_j^+) \\ P_c \propto \iint \langle \psi | \mathbf{a}_1^\dagger(\omega_1) \mathbf{a}_2^\dagger(\omega_2) \mathbf{a}_2(\omega_2) \mathbf{a}_1(\omega_1) | \psi \rangle d\omega_1 d\omega_2 \end{cases}. \quad (26)$$

由自发参量下转换得到频率纠缠光子对,可将其看为全同粒子,则有

$$P_c \propto \iint |\langle 0 | \mathbf{a}_1(\omega_1) \mathbf{a}_2(\omega_2) | \psi \rangle|^2 d\omega_1 d\omega_2. \quad (27)$$

如图 3 所示, Alice 处频率纠缠源向外发出的信号光与闲置光,经 Bob 反射后到达 PBS,然后再分别进入探测器 1 和 2 中。因此,探测器的光场是由信号光与闲置光叠加得到的。探测器 1 和 2 处的湮灭算子分别为

$$\begin{cases} \mathbf{a}_1(\omega_1) = [\mathbf{i} \mathbf{a}_s(\omega_1) + \mathbf{a}_i(\omega_1) \exp(j\omega_1 \Delta l/c)] / \sqrt{2} \\ \mathbf{a}_2(\omega_2) = [\mathbf{i} \mathbf{a}_i(\omega_2) \exp(j\omega_2 \Delta l/c) + \mathbf{a}_s(\omega_2)] / \sqrt{2} \end{cases}, \quad (28)$$

式中:  $i$  为 PBS 反射所引入的半波损失。由于 HOM 干涉仪要求两路光程相同,因此在闲置光路中引入长度为  $\Delta l$  的光路补偿。将(28)式代入(27)式可得

$$\begin{aligned} & |\langle 0 | \mathbf{a}_1(\omega_1) \mathbf{a}_2(\omega_2) | \psi \rangle|^2 = \\ & \frac{1}{4} |\delta(\omega_p - \omega_1 - \omega_2)|^2 |\phi(\omega)|^2 \times \\ & \{2 - \text{Re}[\exp(j2\omega \Delta l/c)]\}, \end{aligned} \quad (29)$$

此时 HOM 干涉仪符合计数率  $P_c$  为

$$P_c \propto \int |\phi(\omega)|^2 [1 - \cos(2\omega \Delta l/c)] d\omega, \quad (30)$$

若  $|\phi(\omega)|^2$  的方差为  $(\Delta\omega)^2$ , 则(30)式<sup>[8]</sup>可写为

$$P_c \propto 1 - \exp[-2(\Delta\omega)^2(\Delta l/c)^2], \quad (31)$$

式中:  $\Delta\omega$  为纠缠光子对带宽。

为简化计算,在上述分析中未考虑色散效应对 HOM 测量下二阶关联函数的影响。文献[15]研究了频率纠缠光子对在 HOM 干涉仪的测量下,二阶关联函数受色散的影响。理论分析证明了在 HOM 干涉仪的测量中,二阶群速度色散被完全消除,二阶关联函数不会受传播路径中色散介质的影响,故

HOM 干涉仪的符合计数率  $P$ 。也不会发生变化。文献[8]研究了基于传送带理论的时间同步协议。利用量子纠缠特性和 HOM 干涉测量可以实现传输路径上的色散消除,并且不需要测量到达时间就可实现时间同步。基于此,在所提方案的理论分析中忽略了色散介质对量子纠缠光传播的影响。

### 3 系统性能分析

在钟差测量系统的设计中,影响其系统性能的因素分别是钟差测量精度和钟差测量更新率,钟差测量精度表示系统所能够测量得到的最小钟差量,钟差测量更新率则是指每次钟差测量所需要的时间。下面将对本文提出的基于传送带量子纠缠光的卫星钟差测量方案的影响因素进行具体的研究和仿真分析。

#### 3.1 授时方案精度研究

对于钟差的测量精度,由(17)式可得

$$\Delta\tau = \frac{1}{4v}\Delta l - \frac{\tau}{v}\Delta v, \quad (32)$$

式中: $\Delta\tau$  为钟差测量精度; $\Delta v$  为反射镜匀速运动误差。

测量得到的钟差总误差量可以表示为

$$\Delta\tau = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{4v}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v}\tau\right)^2}, \quad (33)$$

式中: $\left(\frac{\Delta l}{4v}\right)^2$  为 HOM 干涉仪测量频率纠缠光场二

阶关联函数峰值位置引起的误差,由二阶关联函数的半峰全宽(FWHM)决定。当  $\Delta l = 4v\tau$  时,符合计数曲线有一个宽度为  $\frac{c}{4\Delta\omega}$  的凹陷<sup>[8,12]</sup>。 $\left(\frac{\Delta v}{v}\tau\right)^2$  为时延装置中反射镜移动速度变化引起的误差。假设反射镜匀速运动的误差满足  $\Delta v/v < 10^{-3}$ , 时延装置速率  $v = 500$  m/s, 初始钟差  $\tau = 10$  ns, 此时钟差测量的理论误差为

$$\Delta\tau = \sqrt{\left(\frac{ct_{\text{FWHM}}}{4v}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v}\tau\right)^2} \approx 99 \text{ ps}, \quad (34)$$

式中: $t_{\text{FWHM}}$  为二阶关联函数曲线的半峰全宽。由(34)式可知,钟差  $\tau$  的测量精度主要受频率纠缠光子对的带宽以及延迟装置中反射镜的移动速度  $v$  的影响。

在频率纠缠光源一定的条件下,对钟差测量精度的影响因素进行了进一步分析。当初始钟差为 ns 量级时,由(34)式可知反射镜匀速运动的误差可以忽略。钟差测量精度随延迟装置速率  $v$  和纠缠光子对带宽  $\Delta\omega$  的变化如图 5 所示。可以看出,钟差测量精度随延迟装置速率和纠缠光子对带宽的增加而增加。若想要获得较高精度的钟差测量值,则需要满足延迟装置的速率大于 400 m/s 的条件。当  $v = 500$  m/s<sup>[8]</sup>,  $\Delta\omega = 3.8 \times 10^{14}$  Hz 时,钟差测量精度约为 99 ps。在实际操作中,所提方案中设计的双路六延迟装置可以通过三个 Sagnac 光纤环<sup>[16]</sup>来实现。

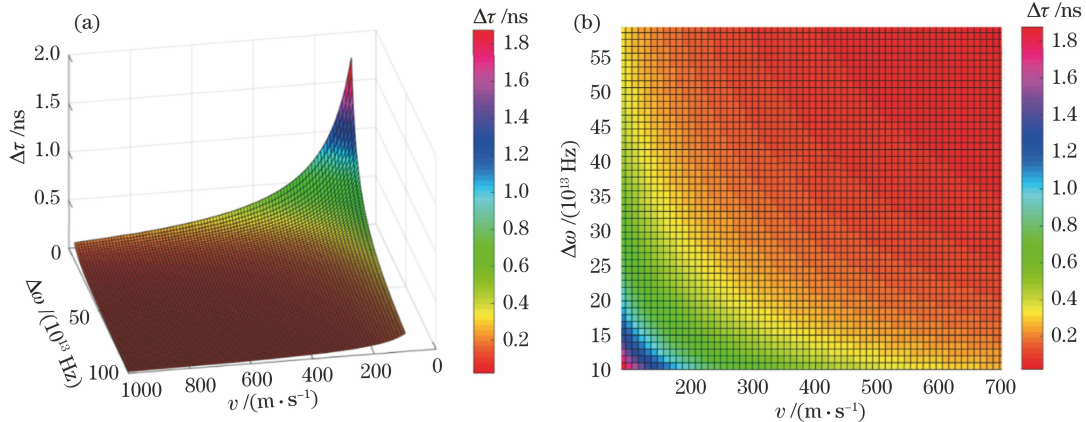


图 5 钟差测量精度与延迟装置速率和纠缠光子对带宽的关系。(a) 三维图;(b) 投影图

Fig. 5 Relationship among clock offset measurement accuracy, speed of delay device, and bandwidth of entangled photon pair. (a) Three dimensional drawing; (b) projection drawing

#### 3.2 钟差测量更新率的影响研究

钟差测量更新率是指地面站每次测量卫星钟差经历的时间,它与探测器的测量时间相关,即探测器测量时间越短,钟差的测量更新率越快。在实际的

光路探测中,背景噪声的引入是无法避免的,探测器对纠缠光子的有效计数率可以表示为

$$\Delta M = M - m, \quad (35)$$

式中: $m$  为系统背景噪声计数率; $M$  为探测器的理

想光子计数率。根据量子纠缠光的分布特性,可以得到探测器测量的均方误差<sup>[17]</sup>为

$$R_{\text{MSE}} = \sqrt{Mt_r + mt_r} = \sqrt{\Delta Mt_r + 2mt_r}, \quad (36)$$

式中: $t_r$ 为探测器测量光路信息的总时间。信噪比的表达式为

$$R_{\text{SNR}} = \frac{Mt_r - mt_r}{\sqrt{\Delta Mt_r + 2mt_r}} = \frac{\Delta Mt_r}{\sqrt{\Delta Mt_r + 2mt_r}}. \quad (37)$$

探测器测量光路信息的时间 $t_r$ 可表示为

$$t_r = \frac{R_{\text{SNR}}^2}{(\Delta M)^2} (\Delta M + 2m). \quad (38)$$

假设背景噪声计数率为 $1000 \text{ s}^{-1}$ ,有效计数率为 $500 \text{ s}^{-1}$ <sup>[10]</sup>,可以得到如图6所示的测量时间与信噪比的关系图。可以看出,当系统的信噪比逐渐增大时,钟差测量系统的测量时间也会变长。在实际操作中,为了能够区分符合计数峰值位置,要求信噪比不能小于 $1$ <sup>[10]</sup>。背景噪声会导致信噪比降低,为了保证系统的测量精度,需要通过增加光路中探测器对光场探测的次数来提高系统的信噪比。虽然系统的光场探测时间变长了,但是钟差测量精度得到了提高。

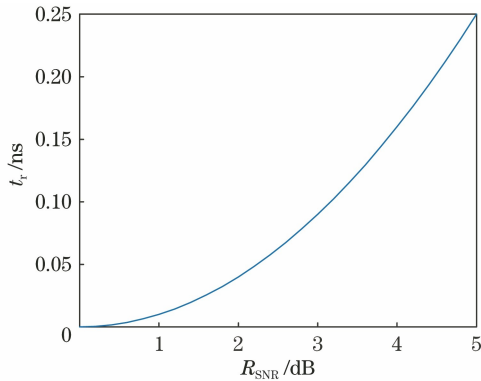


图6 测量时间与信噪比关系

Fig. 6 Relationship between measurement time and signal-to-noise ratio

## 4 结 论

介绍了星地双向时间比对和传送带协议的基本原理,并提出了双路六延迟传送带量子纠缠光的卫星钟差测量方案。与双路四延迟方案相比,所提方案消除了星地距离对钟差测量的影响。为探究所提方案的钟差测量性能,对方案中涉及的参数进行了假定并对参数对钟差测量性能的影响进行了仿真分析。结果表明,基于双路六延迟装置的传送带量子纠缠光的钟差测量方法比传统的星地双向比对法的精度更高,钟差测量精度可达到 ps 量级。综上,所

提钟差测量方案无需进行到达时间的测量,不受星地间距离及色散效应的影响,显著提高了卫星的钟差测量精度。

## 参 考 文 献

- [1] Liu QJ, Liu F, Wu X J, et al. The overall structure of the national integrated PNT system and its time-space reference [C] // China Satellite Navigation Conference. Beijing: Organizing Committee of China Satellite Navigation Conference, 2017.  
刘庆军, 刘锋, 武向军, 等. 国家综合 PNT 体系的总体架构及其时空基准 [C] // 中国卫星导航学术年会. 北京: 中国卫星导航学术年会组委会, 2017.
- [2] Xie J, Liu Q J, Bian L. Development assumption of national comprehensive PNT architecture based on Beidou navigation satellite system [J]. Space Electronic Technology, 2017, 14(5): 1-6.  
谢军, 刘庆军, 边朗. 基于北斗系统的国家综合定位导航授时(PNT)体系发展设想 [J]. 空间电子技术, 2017, 14(5): 1-6.
- [3] Meng F Q. Method for determining satellite clock offset based on two-way time transfer between satellite and ground [D]. Xi'an: National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, 2013.  
孟凡芹. 基于星地双向时间比对的卫星钟差确定方法 [D]. 西安: 中国科学院国家授时中心, 2013.
- [4] Meng F Q, Yang X H, Ou J K, et al. Method of determining satellite clock error by using observation data of satellite-ground and inter-satellite [J]. Advanced Materials Research, 2013, 718/719/720: 474-479.
- [5] Liu X G. Study on high precision time synchronization method in satellite navigation and positioning system [D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2008.  
刘晓刚. 卫星导航定位系统高精度时间同步算法研究 [D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2008.
- [6] Tang G F, Yang W F, Su R R, et al. Time synchronization method base on combined satellite-ground and inter-satellite observation [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(2): 183-187.  
唐桂芬, 杨伟锋, 苏冉冉, 等. 基于星地/星间联合观测的时间比对方法 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2018, 43(2): 183-187.
- [7] Quan R, Dong R, Zhai Y, et al. Simulation and realization of a second-order quantum-interference-based quantum clock synchronization at the femtosecond level [J]. Optics Letters, 2019, 44(3): 614-617.
- [8] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L, et al. Clock synchronization with dispersion cancellation [J].

- Physical Review Letters, 2001, 87(11): 117902.
- [9] Wang J C, Tian Z H, Jing J L, et al. Influence of relativistic effects on satellite-based clock synchronization [J]. Physical Review D, 2016, 93(6): 065008.
- [10] Zhu J, Peng H, Xiao X, et al. A new clock synchronization scheme based on the second-order coherence of thermal light [J]. Optica Applicata, 2013, XLIII(2): 373-381.
- [11] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L, et al. Conveyor-belt clock synchronization [J]. Physical Review A, 2004, 70(4): 043808.
- [12] Hong C K, Ou Z Y, Mandel L. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference[J]. Physical Review Letters, 1987, 59 (18): 2044-2046.
- [13] Quan R, Zhai Y, Wang M, et al. Demonstration of quantum synchronization based on second-order quantum coherence of entangled photons[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 30453.
- [14] Li M. The theoretical and experimental investigation of quantum correlation and quantum non-contextuality based on optical system [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2017.
- 李萌. 基于光子系统的量子关联与量子互文性理论与实验研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2017.
- [15] Fang C, Huang P. Research on second-order correlation function of entangled state affected by dispersion[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2014, 37(11): 1328-1331, 1371.
- 方晨, 黄鹏. 纠缠光场下色散对二阶关联函数影响的研究[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2014, 37(11): 1328-1331, 1371.
- [16] Zhai Y W. Characterization of frequency entangled source and the application investigation in conveyor-belt quantum clock synchronization [D]. Xi'an: National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, 2019.
- 翟艺伟. 频率纠缠源量子特性的测量及传送带量子时间同步的研究[D]. 北京: 中国科学院国家授时中心, 2019.
- [17] Miao J J. The clock synchronization technology and applications based on high order correlation properties [D]. Xi'an: Northwest University, 2015.
- 苗俊杰. 基于高阶关联特性的时钟同步技术及应用 [D]. 西安: 西北大学, 2015.