

降雨背景下量子定位系统中最优平均光子数自适应策略

聂敏¹, 高婷^{1,2*}, 杨光¹, 张美玲¹, 孙爱晶¹, 裴昌幸³

¹西安邮电大学通信与信息工程学院, 陕西 西安 710121;

²西安邮电大学电子工程学院, 陕西 西安 710121;

³西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室, 陕西 西安 710071

摘要 量子定位系统(QPS)是一种高精度且安全的定位系统,光子数的变化会对定位误差和安全性造成很大影响。为了降低降雨天气下系统的定位误差并提高系统的安全性能,基于诱骗态量子密钥分配协议和最优平均光子数自适应(PNA)算法,提出了抵抗降雨干扰的 QPS 诱骗态自适应调整策略。建立了降雨强度、传输距离与最优平均光子数间的自适应关系,对自适应调整前后的定位误差和安全密钥生成率进行了对比。仿真结果表明,当降雨强度为 10 mm/h,传输距离为 10 km 时,采用 PNA 算法后,系统定位误差由 13.81 cm 减小到 1.13 cm;当降雨强度为 1.47 mm/h,传输距离为 25 km 时,采用 PNA 算法后,系统的安全密钥生成率由 5.5×10^{-4} 提高到 6.3×10^{-4} 。由此可见,通过自适应调整系统每脉冲所含平均光子数,可以提高 QPS 在降雨天气下的可靠性。

关键词 量子光学; 量子定位系统; 降雨; 平均光子数; 自适应

中图分类号 G301

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0327019

Adaptive Strategy for Optimal Average Photon Number in Quantum Positioning System under Rainfall Background

Nie Min¹, Gao Ting^{1,2*}, Yang Guang¹, Zhang Meiling¹, Sun Aijing¹, Pei Changxing³

¹ School of Communications and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China;

² School of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China;

³ State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China

Abstract Quantum positioning system (QPS) is a high precision and safe positioning system. The change of photon number has a great impact on the positioning error and security. In order to reduce the positioning error and improve the safety performance of the system in rainy weather, based on the decoy state quantum key distribution protocol and the optimal average photon number adaptive (PNA) algorithm, an adaptive adjustment strategy of QPS decoy state against rainfall interference is proposed. The adaptive relationship among rainfall intensity, transmission distance and the optimal average photon number is established, and the positioning error and the security key generation rate before and after adaptive adjustment are compared. The simulation results show that when the rainfall intensity is 10 mm/h and the transmission distance is 10 km, the system positioning error decreases from 13.81 cm to 1.13 cm by using PNA algorithm. When the rainfall intensity is 1.47 mm/h and the transmission distance is 25 km, the security key generation rate of the system is improved from 5.5×10^{-4} to 6.3×10^{-4} by using PNA algorithm. It can be seen that the reliability of QPS in rainy weather can be improved by adaptively adjusting

收稿日期: 2021-06-16; 修回日期: 2021-07-26; 录用日期: 2021-09-01

基金项目: 国家自然科学基金(61971348,61201194)、陕西省国际科技合作与交流计划项目(2015KW-013)、陕西省自然科学基金基础研究计划项目(2021JM-464)

通信作者: *1290570183@qq.com

the average number of photons per pulse of the system.

Key words quantum optics; quantum positioning system; rainfall; mean photon number; self-adaption

1 引言

量子定位系统(QPS)是近年来提出的一种新型定位系统,它突破了传统定位系统精度的极限,同时具有安全保密的特点^[1]。QPS的概念是美国 MIT 实验室的 Giovannetti 博士在 2001 年提出的^[2]。在国内,张欢阳等^[3]介绍了 QPS 的优势与缺点并分析了其研究意义。杨春燕等^[4]建立了定位模型,仿真分析出了影响干涉式 QPS 星座分布的重要因素。李永放等^[5]根据 QPS 的原理,研究了在脉冲激光作用下纠缠光子对的光谱特征、纠缠光子对对应的相干函数特点以及纠缠光子对对量子定位的影响。

QPS 是通过量子信号进行信息传输的,而量子信号容易受到外界环境的干扰,故定位精度也会受到影响。文献[6]研究了冰水混合云对量子信号及通信性能的影响。文献[7]研究了雾对量子信号及通信性能的影响。文献[8]研究了三种不同天气下,不同信号波长对量子系统通信及安全性能的影响。文献[9]研究了 QPS 信号受大气环境的影响和不同距离下 QPS 信号的衰减,并验证了信号的可传播性,为 QPS 定位系统提供了理论参考依据。文献[10]在量子定位与测距的基础上,提出了三种量子测距定位方案以减弱大气对测距精度的影响。

降雨会对光量子的传输造成突发干扰,使定位信息不能够被正确接收,进而造成安全密钥生成率降低。增加发射光子能量的方法可以降低定位误差,进而可以提高系统的安全性。因此,研究降雨对量子卫星定位的影响具有重大意义。到目前为止,关于降雨对量子卫星定位影响的研究尚少。

量子密钥分配(QKD)可进行远距离安全密钥协商。1984 年, BB84 协议被提出^[11]。2003 年, Hwang^[12]提出了诱骗态的概念,解决了 BB84 协议所需要的单光子源难以实现的问题,改进后的 BB84 协议可解决光源产生多光子所导致的安全问题。2005 年, Wang 等^[13-14]根据 Hwang 提出的诱骗态概念,提出了诱骗态协议,并证明了诱骗态协议的安全性。诱骗态协议相较 BB84 协议在安全传输距离和安全成码率方面具有较大的提高,进而使得 QKD 系统在长距离通信方面有了巨大的实用价值。

为了减小降雨天气下系统的定位误差,进而提高系统的安全性能,本文基于诱骗态量子密钥分配

协议和光子数自适应(PNA)^[15]算法,提出了抵抗降雨干扰的 QPS 诱骗态自适应调整策略。分析了降雨背景下 PNA 算法中每脉冲平均光子数对 QPS 定位误差及安全密钥生成率的影响,并对自适应调整前后的定位误差及安全密钥生成率进行了仿真对比分析,为降雨天气下 QPS 定位系统的可靠性提供了理论依据。

2 光子数对量子定位系统的影响

量子定位中测量与信号处理的过程由双光子符合计数器 HOM(Hong-Ou-Mandel)干涉仪完成。当利用干涉仪进行测距时,光场相位变化是由检测端检测到的光子数变化反映的^[16],具体关系为

$$\Delta\varphi\Delta N \geq 1, \quad (1)$$

式中: $\Delta\varphi$ 为相位变化; ΔN 为检测端光子数。利用相干态光源进行光子数测量时存在测量精度极限问题,即散粒噪声极限(SNL)

$$\Delta N_{\text{SNL}} \geq \frac{1}{\sqrt{N_p}}, \quad (2)$$

式中: ΔN_{SNL} 为测量精度; N_p 为脉冲光子数。由(2)式可看出,检测到的光子越多,测量精度越高,这是因为光源亮度提高程度有限。若需要实现高精度定位,则需要测量精度突破 SNL。研究表明,海森伯极限是量子理论中的极限距^[17-20]。在 QPS 中,脉冲纠缠光子数量的增加提高了到达时间的准确度,进而提高了定位精度。

虽然随着光子数的增加,QPS 定位精度会提高,但是信息的安全性会受到光子数分离攻击的威胁^[21],进而光子数取值上限受光子数分离攻击的限制。为了抵抗光子数分离攻击,提高系统的安全密钥率和最大传输距离,本文将基于诱骗态协议,通过 PNA 算法寻求最优平均光子数。

3 降雨对量子定位系统的影响

3.1 降雨对光量子能量的影响

为了便于研究,假设雨粒子为均匀的球形粒子。选择雨滴分布模型 MP(Marshall-Palmer)分布来描述雨滴的平均尺度分布^[22],雨滴谱可表示为

$$N(P) = n \exp(-\kappa P), \quad (3)$$

式中: P 表示雨滴直径,取值范围为 0.1~8.0 mm; n 表示浓度参数,取值为 8000 m⁻³/mm; κ 表示降

雨的尺度参数,取 $\kappa = 4.1 \times N^{-0.21}$,其中 N 为降雨强度,单位为 mm/h。

降雨强度可被划分为不同等级^[23],如表 1 所示。

表 1 降雨强度划分标准

Table 1 Dividing criteria for rainfall intensity

Rainfall level	Rainfall intensity / (mm · h ⁻¹)
Light rain	<0.41
Moderate rain	0.41–1.04
Heavy rain	1.04–2.08
Rainstorm	2.08–4.16
Heavy rainstorm	4.16–8.32
Extraordinary rainstorm	>8.32

由米氏散射可得出雨滴的消光系数,其表达式^[24]为

$$\eta = \frac{4343}{4} \int_{P_0}^{P_1} P^2 Q_{\text{ext}} N(P) dP, \quad (4)$$

式中: Q_{ext} 为消光效率因子,其值约为 2; P_1 和 P_0 为雨滴直径的上下限。 η 的单位为 dB/km。根据 Bougre 定理可知,降雨所导致的光子能量衰减^[25]可描述为

$$I = I_0 \exp(-\eta \cdot L), \quad (5)$$

式中: I_0 为光子的初始能量; L 为传输距离,单位为 km。由光子能量的定义可知

$$I_0 = h \frac{c}{\lambda}, \quad (6)$$

式中: h 为普朗克常量,其值约为 6.6×10^{-34} J · s; c 为真空中的光速; λ 为波长。

以波长 λ 为 $0.86 \mu\text{m}$ 的探测光子为例,计算出的初始能量 I_0 为 2.3×10^{-6} J。光子能量与降雨强度和传输距离之间的关系如图 1 所示。其中, X 轴为传输距离 L , Y 轴为降雨强度 N , Z 轴为光子能量 I 。当 L 为 10 km, N 由 1.0 mm/h 增大至 7.5 mm/h 时,光子能量由 9.24×10^{-7} J 衰减至

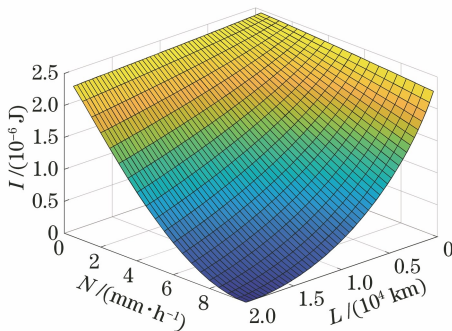


图 1 光子能量与降雨强度和传输距离间的关系
Fig. 1 Relationship among photon energy, rainfall intensity and transmission distance

3.47×10^{-7} J,表明随着降雨强度的增加,光子能量呈衰减状态,即适当地增加脉冲纠缠光中的光子数可减小降雨对光子能量的衰减。

3.2 降雨对量子定位系统定位误差的影响分析

图 2 为 QPS 中一条基线的原理示意图。其中, R_1 、 R_2 为量子卫星, r_0 为被定位用户, T_1 为可调光延迟延迟设备, E_1 包括一个纠缠光子对的产生源、一个 50:50 分光镜和一个 HOM 干涉仪, r_1 为基线中点。

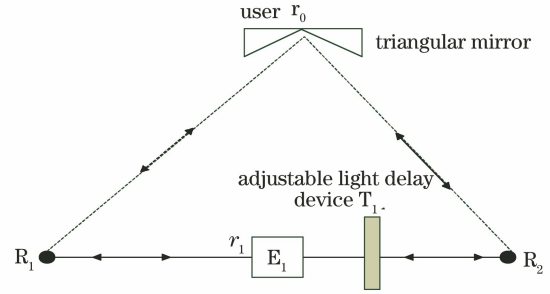


图 2 QPS 基线的原理示意图

Fig. 2 Schematic diagram of QPS baseline

在降雨背景下定位用户的时延误差为

$$\Delta t_{\text{rain}} = \frac{N\epsilon\tau}{2c[1 - \exp(-\gamma\eta_1\eta_2\zeta F \sec \theta)]} \times \phi \times 5 \times 10^{-9}, \quad (7)$$

式中: γ 为平均光子数; η_1 为单光子捕获率; η_2 为单光子探测器效率; F 为测量因子; ζ 为系统装置的传输速率; θ 为天顶角; ϵ 为量子探测器时间窗; τ 为探测器数量; ϕ 为倾斜因子,其表达式为

$$\phi = 5.56 + 32 \times (1 - \sin \alpha)^3, \quad (8)$$

式中: α 为 R_1 、 R_2 相对于用户 r_0 的张角,取 $\alpha = 45^\circ$ 。

降雨背景下 QPS 的定位误差为

$$R_{\text{rain}} = c \Delta t_{\text{rain}} = \frac{1}{2} \times \frac{N\epsilon\tau}{1 - \exp[-\eta_1\eta_2\zeta F \cdot \exp(-\gamma\eta L \sec \theta)]} \times 9.56 \times 5 \times 10^{-9}. \quad (9)$$

定位误差各参数取值如表 2 所示。

表 2 定位误差各参数取值

Table 2 Values of parameters of positioning error

Parameter	Definition	Value
ϵ	Time window of quantum detector	1
τ	Number of detectors	6
$\theta / (^\circ)$	Zenith Angle	0
L / km	Transmission distance	10
η_1	Capture rate for single photon	0.5
η_2	Efficiency of single photon detector	0.65
ζ	Transmission rate of system installation	1
F	Measuring factor	1

根据表 2 中的参数,降雨背景下 QPS 的定位误差为

$$R_{\text{rain}} = \frac{3.18 \times 5 \times 10^{-9} \times N}{1 - \exp\left\{-0.325 \times \exp\left[-\frac{10\pi n}{(4.1 \times N^{-0.21})^3} \times \gamma\right]\right\}} \quad (10)$$

对不同发射光子能量时的降雨强度 N 和定位误差 R_{rain} 之间的关系进行了仿真,仿真结果如图 3 所示。

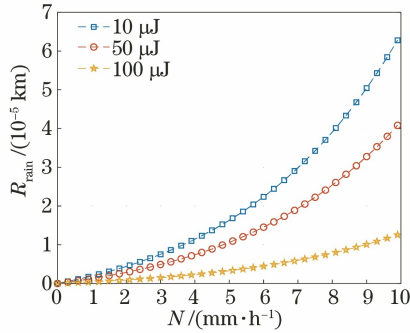


图 3 不同光子能量下降雨强度与定位误差之间的关系

Fig. 3 Relationship between rainfall intensity and positioning error under different photon energies

图 3 中 X 轴为降雨强度 N , Y 轴为定位误差 R_{rain} 。当发射光子能量为 $10 \mu\text{J}$, 降雨强度从 3 mm/h 增大至 9 mm/h 时,定位误差从 0.753 cm 增加至 5.043 cm 。当降雨强度为 8 mm/h , 发射光子能量分别为 $10, 50, 100 \mu\text{J}$ 时,定位误差分别为 $4.012, 2.608, 0.8023 \text{ cm}$ 。由此可见,定位误差随着降雨强度的增大而急剧增加;当发射光子能量增加(发射纠缠光子数增加)时,定位误差在减小,即适当提高平均发射纠缠光子数可以减小降雨对定位误差的影响。

4 诱骗态量子协议自适应调整策略

由第 3 节可知,降雨会造成光子能量衰减,进而增大定位误差。虽然通过增加发射光子能量的方式可以降低定位误差,但是随着光子数的增加,系统的安全性会受到影响。根据诱骗态协议在发送端同时发送真实信号光子和诱骗信号光子在使得光子数增加的同时,保证了 QPS 系统的安全性。

4.1 基于 BB84 的诱骗态量子协议

在量子定位中,假设诱骗态量子协议系统光源的弱相干态为

$$|\psi\rangle = \exp\left(-\frac{|\psi|^2}{2}\right) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\psi^m}{\sqrt{m!}} |m\rangle, \quad (11)$$

式中: m 为每个脉冲所含的光子数。在弱相干光源中,每个脉冲所含的光子数 m 服从 Poisson 分布,即 $p(m) = \frac{\gamma^m}{m!} e^{-\gamma}$,故弱相干态的密度矩阵可以表示为 $\sigma = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\gamma^m}{m!} e^{-\gamma} |m\rangle\langle m|$,表示 m 光子的密度矩阵。

m 光子脉冲 $|m\rangle$ 的全局计数率为

$$T_m = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \frac{\gamma^m}{m!} e^{-\gamma}, \quad (12)$$

式中: A_m 为 m 光子脉冲 $|m\rangle$ 的计数率,来自真实信号源和背景噪声。

m 光子脉冲 $|m\rangle$ 的误码率为

$$e_m = \frac{e_0 A_0 + e_{\text{det}} \xi_m}{A_m}, \quad (13)$$

式中: e_0 是背景噪声产生的误码率; A_0 为暗记数率; e_{det} 为探测器噪声带来的误码率; ξ_m 为 m 光子脉冲的传输效率。

将 Gottesman-Lo-Lutkenhaus-Preskill(GLLP)纠缠蒸馏方法^[26]与诱骗信号方案相结合,可得到安全密钥生成率

$$R_{\text{key}} \geq \xi_{\text{sys}} \{-T_{\gamma} f(E_{\gamma}) H_2(E_{\gamma}) + T_1 [1 - H_2(e_1)]\}, \quad (14)$$

式中: ξ_{sys} 为系统效率; T_{γ} 和 E_{γ} 分别为光子源的全局计数率和误码率; T_1 和 e_1 分别为单光子所引起的全局计数率和误码率; $f(E_{\gamma})$ 为纠错效率; $H_2(x)$ 是二进制香农函数, $H_2(x) = -x \log_2(x) - (1-x) \log_2(1-x)$ 。

4.2 降雨背景下量子定位系统诱骗态自适应调整方案

为了寻找降雨背景下 QPS 中发送端脉冲的最优 γ 值,利用诱骗态方案中的三态协议增加了光子数,同时也保证了系统的安全密钥生成率。图 4 为 QPS 诱骗态光子数自适应调整流程图。

在该方案中,首先 QPS 卫星发射端通过量子信道向地面用户发射具有初始光子能量的纠缠光。基于三态协议发送真实信号强度 γ (信号态)、诱骗信号强度 ν_1 (诱骗态)和 ν_2 (空态),满足 $\nu_1 + \nu_2 < \gamma$ 。用户携带有角反射器,角反射器可使光子信号返回至发送端。通过探测器接收光子信号后,通过符合测量和数据拟合可得到纠缠光的到达时间差,并且利用用户端的解算装置可得到定位误差。用户端将信息由经典信道传输反馈给

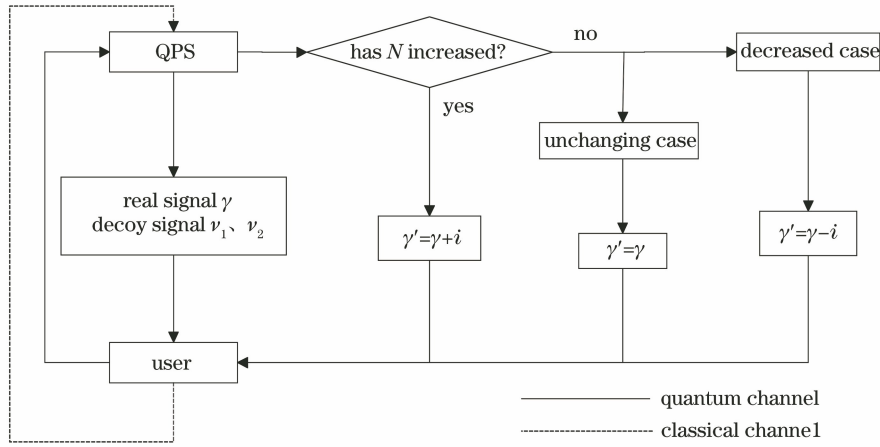


图 4 QPS 诱骗态光子数自适应调整流程图

Fig. 4 Flowchart of adaptive adjustment of photon number in QPS decoy state

QPS 发射端, 根据光子的衰减程度可判断降雨强度的大小, 并且发射端可根据降雨强度的实时变化对光子数进行修正。当降雨强度增大时, 增加信号态平均光子数 γ 的值, 发送的平均光子数为 $\gamma' = \gamma + i$; 当降雨强度未发生改变时, 发送光子数不变, 即 $\gamma' = \gamma$; 当降雨强度减小时, 降低信号态平均光子数 γ 的值, 发送的平均光子数为 $\gamma' = \gamma - i$ 。通过诱骗态 PNA 算法实时调整信号态平均光子数 γ 的大小并发送给地面用户, 这样可使得不同降雨强度下发射的信号态平均光子数均达到最优值 γ_0 。降雨背景下的诱骗态 PNA 算法的具体过程如下。

根据退极化信道^[27], 降雨背景下光子态的密度算子为

$$\sigma = \frac{1}{2}(\mathbf{J} + \mathbf{B} \cdot \nu), \quad (15)$$

式中: \mathbf{B} 为自旋极化矢量; \mathbf{J} 为恒等算子; ν 为退极化信道参数。QPS 中量子态为叠加态, 即 $|\psi\rangle = \chi_1 |0\rangle + \chi_2 |1\rangle$, 其中 χ_1, χ_2 为复数, 且 $|\chi_1|^2 + |\chi_2|^2 = 1$ 。设 σ 的密度矩阵为

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} \sigma_{00} & \sigma_{01} \\ \sigma_{10} & \sigma_{11} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

退极化信道在降雨的影响下, 可表示为

$$\sigma_2 = \begin{bmatrix} (1 - 2q/3)\sigma_{00} + 2q/3\sigma_{01} & (1 - 4q/3)\sigma_{01} \\ (1 - 4q/3)\sigma_{10} & (1 - 2q/3)\sigma_{11} + 2q/3\sigma_{00} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

式中: q 为降雨突发干扰后量子位翻转的概率。用 $|o\rangle$ 表示降雨背景下的量子态, \mathbf{B} 受光子吸收散射的影响会发生退极化, $|\psi\rangle$ 和 $|o\rangle$ 可联合演化为

$$|\psi\rangle |o\rangle = (\chi_1 |0\rangle + \chi_2 |1\rangle |o\rangle) \Rightarrow |0\rangle(\chi_1 |o_0\rangle + \chi_2 |o'_1\rangle) + |1\rangle(\chi_0 |o'_0\rangle + \chi_2 |o_1\rangle). \quad (18)$$

降雨环境态可以表示为

$$\begin{cases} |o_{\pm}\rangle = \frac{1}{2}(|o_0\rangle + |o_1\rangle) \\ |o'_{\pm}\rangle = \frac{1}{2}(|o'_0\rangle + |o'_1\rangle) \end{cases}, \quad (19)$$

可简化为

$$(\chi_1 |0\rangle + \chi_2 |1\rangle |o\rangle) \Rightarrow (\chi_1 |0\rangle + \chi_2 |1\rangle) \otimes [|o'_+\rangle X + |o'_-\rangle Y + |o_-\rangle Z + |o_+\rangle J], \quad (20)$$

式中: J 为恒等算子的大小。

令 $|o'_+\rangle = |o_x\rangle, |o'_-\rangle = |o_y\rangle, |o_-\rangle = |o_z\rangle, |o_+\rangle = |o_j\rangle$, 系统可么正演化为

$$\mathbf{U}: |\psi\rangle |o_j\rangle \Rightarrow \sqrt{1-q}J |\psi\rangle \otimes |o_j\rangle + \sqrt{\frac{q}{3}}X |\psi\rangle \otimes |o_x\rangle + \sqrt{\frac{q}{3}}(Y |\psi\rangle \otimes |o_y\rangle + Z |\psi\rangle \otimes |o_z\rangle), \quad (21)$$

式中: \mathbf{U} 为么正算符。

对 $|o_j\rangle, |o_x\rangle, |o_y\rangle$ 和 $|o_z\rangle$ 求偏迹, 可以得到降雨环境中的四个 Kraus 算子元素

$$\begin{cases} K_0 = \sqrt{1-q}J \\ K_1 = \frac{\sqrt{q}}{3}X \\ K_2 = \frac{\sqrt{q}}{3}Y \\ K_3 = \frac{\sqrt{q}}{3}Z \end{cases}, \quad (22)$$

则量子态在 t 时刻传输的密度算子大小为

$$\sigma_A(t) = \sum_{q=0}^1 \mathbf{A}_q \sigma_A(t_0) \mathbf{A}_q^\dagger = [J + (1 - 4q/3) \cdot B(0) \cdot \nu] / 2, \quad (23)$$

式中： \mathbf{A}_q 为测量算子； \mathbf{A}_q^\dagger 为 \mathbf{A}_q 的厄米特共轭矩阵； $B(0)$ 为自旋极化矢量的初始值； t_0 为初始时刻。当 B 为初始值的 $1 - 4q/3$ 倍，且 K_0, K_1, K_2 和 K_3 出现的概率相同时，整个量子位的出错概率为 75%。

降雨背景下发送 m 光子数的计数率为

$$A_m = 1 - (1 - \xi_{\text{rain}})^m + A_0(1 - \xi_{\text{rain}})^m, \quad (24)$$

式中： $\xi_{\text{rain}} = 10^{-\frac{L \cdot L}{10}} \cdot \xi_{\text{det}}$ 为降雨背景下 QPS 信道总传输率，其中 ξ_{det} 为接收端探测器的探测效率。由 (12) 式可得降雨背景下发送信号强度为平均光子数 γ 的全局计数率，其表达式为

$$T_\gamma = 1 + A_0 - \exp(-10^{-\frac{L \cdot L}{10}} \cdot \gamma \cdot \xi_{\text{det}}). \quad (25)$$

光子源信号强度为 γ 在降雨环境下系统的量子比特误码率(QBER)可表示为

$$E_\gamma T_\gamma = \sum_{m=0}^{\infty} T_m e_m = \sum_{m=0}^{\infty} A_m e_m \frac{\gamma^m}{m!} \exp(-\gamma) = e_0 A_0 + e_{\text{det}} [1 - \exp(-\gamma \xi_{\text{rain}})]. \quad (26)$$

在本诱骗态方案中，空态用于统计暗计数率 A_1 ，诱骗态用于计算单光子态的计数率 T_1 和量子比特误码率。信号态真实信号强度即平均光子数 γ 的相干态的密度算符可以表示为

$$\sigma_\gamma = \exp(-\gamma) |0\rangle\langle 0| + \gamma \exp(-\gamma) |1\rangle\langle 1| + c_1 \sigma_{c_1}, \quad (27)$$

式中： c_1 为密度算符系数， $c_1 = 1 - \exp(-\gamma) - \gamma \exp(-\gamma)$ ； σ_{c_1} 为诱骗态中多光子成分的密度算符。

结合 (14) 式和 (26) 式，最终由信号态 γ 得到的降雨背景下系统的安全密钥生成率为

$$R_{\text{key}} \geq -\xi_{\text{rain}} \gamma f(e_{\text{det}}) H_2(e_{\text{det}}) + \xi_{\text{rain}} \gamma \exp(-\gamma) [1 - H_2(e_{\text{det}})]. \quad (28)$$

降雨背景下系统发送端信号态的最优平均光子数 γ_a 满足

$$\frac{(1 - \gamma_a) \exp(-\gamma_a) = 10 \left[-0.29 + \frac{N}{2.53} - \left(\frac{N}{20.3} \right)^2 \cdot L \right] / 10 \cdot \xi_{\text{det}} f(e_{\text{det}})}{1 - H_2(e_{\text{det}})}. \quad (29)$$

对 (29) 式进行仿真，结果如图 5 所示。图中 X 轴为传输距离 L ，Y 轴为降雨强度 N ，Z 轴为最优平均光子数 γ_a 。仿真结果表明，随着降雨强度和传输距离的增加，最优平均光子数也在增加。当 N 为 1 mm/h，传输距离为 1 km 时，最优平均光子数 γ_a 为 0.267；当 N 为 10 mm/h，传输距离

为 10 km 时，最优平均光子数 γ_a 为 0.519。因此，可应用 PNA 算法对不同降雨强度和传输距离下的最优平均光子数进行自适应调节进而减小降雨对定位误差的影响。

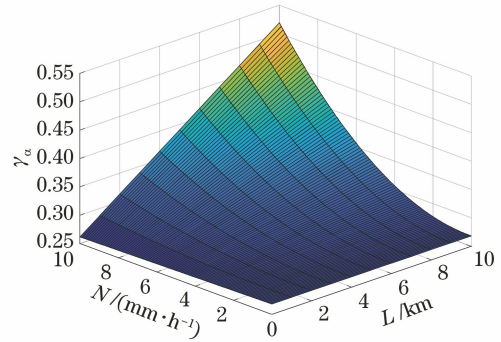


图 5 最优平均光子数与降雨强度和传输距离的关系
Fig. 5 Relationship among optimal average photon number, rainfall intensity and transmission distance

5 光子数自适应算法对量子定位系统的影响

5.1 光子数自适应算法对定位误差的影响

将最优平均光子数 γ_a 与 (11) 式结合，可得到自适应调整后的定位误差

$$R'_{\text{rain}} = \frac{3.18 \times 5 \times 10^{-9} \times N}{1 - \exp \left[-0.325 \times \exp \left(-\frac{10\pi n}{(4.1 \times N^{-0.21})^3} \times \gamma_a \right) \right]}. \quad (30)$$

对不同降雨强度下，QPS 采用 PNA 算法前后的定位误差进行了仿真，结果如图 6 所示。X 轴为降雨强度 N ，Y 轴为定位误差。当降雨强度为 10 mm/h，传输距离为 10 km 时，PNA 算法优化后定位误差由 13.81 cm 减小至 1.13 cm。因此，PNA 算法可有效降低降雨天气下 QPS 的定位误差。

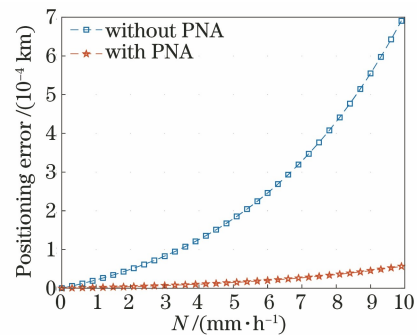


图 6 采用 PNA 算法前后 QPS 定位误差与降雨强度的关系
Fig. 6 Relationship between QPS positioning error and rainfall intensity before and after adopting PNA algorithm

5.2 光子数自适应算法对安全密钥生成率的影响

设发送端光子脉冲的产生频率为 f_s , 发送端和接收端的平稳干扰损耗为 L_d , 单位为 dB, 光子被接收的概率为 A_m , 则大气透射率 T_a 的表达式为

$$T_a = \exp\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot N^{0.6}, \quad (31)$$

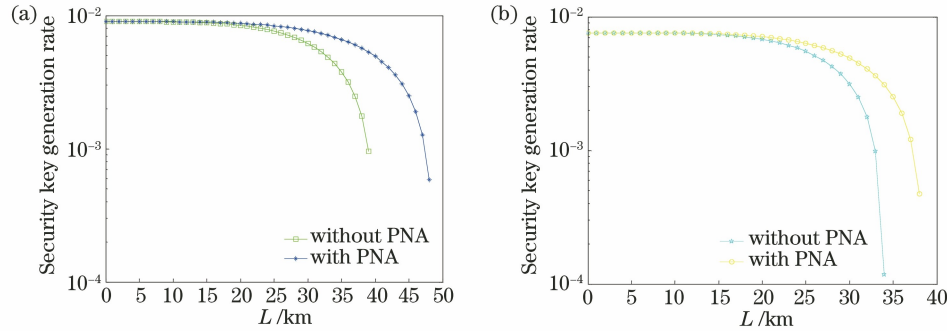


图 7 小雨和大雨天气下系统安全密钥生成率和传输距离间的关系。(a)小雨;(b)大雨

Fig. 7 Relationship between security key generation rate of system and transmission distance under light rain and heavy rain. (a) Light rain; (b) heavy rain

图 7 中 X 轴为传输距离 L , Y 轴为系统安全密钥生成率。当降雨强度为 1.47 mm/h , 传输距离为 25 km 时, 采用 PNA 算法后, 系统的安全密钥生成率由 5.5×10^{-4} 提高到 6.3×10^{-4} 。从图 7(a) 中可以看出, 采用 PNA 算法后, 安全传输距离从 39 km 提高至 48 km , 系统安全密钥生成率从 10^{-4} 提高到 10^{-3} 。从图 7(b) 中可以看出, 采用 PNA 算法后, 安全传输距离从 34 km 提高至 38 km , 系统安全密钥生成率从 10^{-5} 提高到 10^{-4} 。系统应用 PNA 后的安全密钥生成率不论是在小雨还是大雨天气下均有所提高, 同时传输的安全距离也得到了提高。由此可见, PNA 算法可以有效提高 QPS 的安全性能。

6 结 论

对降雨环境下 QPS 的定位误差和安全性能进行了研究。为了抵御降雨引起的光子能量衰减, 同时保证增加后的光子数在合理范围内, 基于 PNA 算法提出了抵抗降雨干扰的 QPS 诱骗态自适应调整方案。对定位误差和安全密钥生成率的仿真分析证实了所提方案的有效性。仿真结果表明, 降雨会导致光子能量衰减; 随着光子能量的增大定位误差明显减小, 在自适应调节后, 系统的定位误差和安全密钥生成率有了明显改善。因此, 所提方案可有效提高 QPS 在降雨天气下的安全可靠性能。

参 考 文 献

[1] Huang H M, Xu L P. Survey on quantum positioning

结合 GLLP 公式, 最终得到的系统安全密钥生成率为

$$R_{\text{key}} = 10^{-L_d} \exp\left(-\frac{2}{3}\right) N^{0.6} f_s \gamma_a \xi_{\text{det}} A_m. \quad (32)$$

对小雨和大雨天气下采用 PNA 算法前后的系统安全密钥生成率进行了仿真, 仿真结果如图 7 所示。

system[J]. Laser Journal, 2015, 36(11): 1-6.

黄红梅, 许录平. 量子定位技术综述[J]. 激光杂志, 2015, 36(11): 1-6.

[2] Villoresi P, Jennewein T, Tamburini F, et al. Experimental verification of the feasibility of a quantum channel between space and Earth[J]. New Journal of Physics, 2008, 10(3): 033038.

[3] Zhang H Y, Zhang G J, Lin X P. The future of GPS: quantum positioning system [J]. Ship Electronic Engineering, 2004, 24(5): 40-43.

张欢阳, 张冠杰, 林象平. GPS 的未来: 量子定位系统[J]. 舰船电子工程, 2004, 24(5): 40-43.

[4] Yang C Y, Wu D W, Yu Y L, et al. Research on optimal constellation distribution of interferometric quantum positioning system [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2009(12): 1-6.

杨春燕, 吴德伟, 余永林, 等. 干涉式量子定位系统最优星座分布研究[J]. 测绘通报, 2009(12): 1-6.

[5] Li Y F, Wang Z H, Li B H, et al. Experimental scheme design and analysis for the quantum spatial positioning with pulse laser [J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(10): 1811-1815.

李永放, 王兆华, 李百宏, 等. 脉冲激光作用下的量子定位实验方案的设计及分析[J]. 光子学报, 2010, 39(10): 1811-1815.

[6] Nie M, Ren J M, Yang G, et al. Influences of the ice-water mixed clouds on the performance of quantum satellite communication[J]. Acta Photonica Sinica, 2016, 45(9): 0927004.

聂敏, 任家明, 杨光, 等. 冰水混合云对量子卫星通信性能的影响 [J]. 光子学报, 2016, 45(9): 0927004.

- [7] Zhang X Z, Xu X, Liu B Y. Influence of fog on performance of free-space quantum communication [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(7): 0727001.
张秀再, 徐茜, 刘邦宇. 雾对自由空间量子通信性能的影响[J]. *光学学报*, 2020, 40(7): 0727001.
- [8] Liu T, Zhu C, Sun C Y, et al. Influences of different weather conditions on performance of free-space quantum communication system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(2): 0227001.
刘涛, 朱聪, 孙春阳, 等. 不同天气条件对自由空间量子通信系统性能的影响[J]. *光学学报*, 2020, 40(2): 0227001.
- [9] Huang H M, Xu L P, Wang Y, et al. Attenuation characteristic of the QPS signal in the airspace [J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(7): 891-895.
黄红梅, 许录平, 王勇, 等. QPS 信号在大气空间中的衰减特性分析[J]. *宇航学报*, 2012, 33(7): 891-895.
- [10] Cong S, Wu W S, Shang W W, et al. Three quantum ranging and positioning schemes to reduce atmospheric interferences [J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2020, 50(1): 64-71.
丛爽, 吴文燊, 尚伟伟, 等. 削弱大气干扰影响的三种量子测距定位方案[J]. *中国科学技术大学学报*, 2020, 50(1): 64-71.
- [11] Bennett C H, Brassard G. Quantum cryptography: public key distribution and coin tossing [J]. *Theoretical Computer Science*, 2014, 560: 7-11.
- [12] Hwang W Y. Quantum key distribution with high loss: toward global secure communication [J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(5): 057901.
- [13] Wang X B. Decoy-state protocol for quantum cryptography with four different intensities of coherent light [J]. *Physical Review A*, 2005, 72(1): 012322.
- [14] Lo H K, Ma X F, Chen K. Decoy state quantum key distribution [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(23): 230504.
- [15] Nie M, Wang Y, Yang G, et al. Optimal mean photon number of decoy state protocol based on chameleon self-adaptive strategy under the background of rainfall [J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(2): 020303.
聂敏, 王允, 杨光, 等. 降雨背景下诱骗态协议最优平均光子数的变色龙自适应策略[J]. *物理学报*, 2016, 65(2): 020303.
- [16] Xiao J J. Research of measuring technology based on quantum navigation and position [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2014: 1-7.
肖俊俊. 量子导航定位中的测量技术实验研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2014: 1-7.
- [17] Caves C M. Quantum-mechanical noise in an interferometer [J]. *Physical Review D*, 1981, 23(8): 1693-1708.
- [18] Pezzé L, Smerzi A. Entanglement, nonlinear dynamics, and the Heisenberg limit [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(10): 100401.
- [19] Ou Z Y. Complementarity and fundamental limit in precision phase measurement [J]. *Physical Review Letters*, 1996, 77(12): 2352-2355.
- [20] Ou Z Y. Fundamental quantum limit in precision phase measurement [J]. *Physical Review A*, 1997, 55(4): 2598-2609.
- [21] Qing S. Research and application of security of quantum key distribution decoy BB84 protocol [D]. Xi'an: Xidian University, 2020: 26-42.
卿爽. 量子密钥分发诱骗态 BB84 协议的安全性研究及应用[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2020: 26-42.
- [22] Wei H L, Liu Q H, Song Z F, et al. Extinction of infrared radiation by rain [J]. *Journal of Infrared Millimeter Waves*, 1997, 16(6): 418-424.
魏合理, 刘庆红, 宋正方, 等. 红外辐射在雨中的衰减[J]. *红外与毫米波学报*, 1997, 16(6): 418-424.
- [23] Marshall J S, Palmer W M K. The distribution of raindrops with size [J]. *Journal of Meteorology*, 1948, 5(4): 165-166.
- [24] Wang H, Zhang T. Analysis of performance for free-space optical communications with rain or fog weather condition [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(8): 080101.
王涵, 张涛. 降雨和雾气天气下自由空间光通信性能研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(8): 080101.
- [25] Song F H, Xu C L, Wang S M. Multi-parameters measurement for liquid column based on rainbow technology [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2012, 32(2): 110-116.
宋飞虎, 许传龙, 王式民. 基于彩虹技术的吸收性液滴多参数测量方法[J]. *中国电机工程学报*, 2012, 32(2): 110-116.
- [26] Li Y. Research on the practical security of the decoy state quantum key distribution [D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2015: 11-58.
李源. 诱骗态量子密钥分配的实际安全性研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2015: 11-58.
- [27] Zhang Z P, Liu G J, Lu X, et al. Security performance analysis of quantum key distribution protocol based on depolarization channel [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2019, 36(4): 464-470.
张梓平, 刘国军, 陆旭, 等. 基于退极化信道的量子密钥分配协议安全性能分析[J]. *量子电子学报*, 2019, 36(4): 464-470.