

湍流信道下光量子通信系统误码分析及优化

刘旭超^{1,2*},李华贵^{1,2},孙时伦¹,武文周¹,李少波^{1,2} ¹中国电子科技集团公司第五十四研究所,河北石家庄 050081; ²河北省光子信息技术与应用重点实验室,河北石家庄 050081

摘要 基于光量子探测的无线激光通信技术在天地一体化保密通信网络中具有重要应用。基于光源光子数的泊松分布模型、大气湍流 Gamma-Gamma 模型、单光子探测器响应模型和相关计数信号处理方法建立了湍流信道中光量子通信系统的误码率(BER)计算模型,仿真分析了光源光子数分布、湍流信道参数、单光子探测器性能参数、相关计数方法等对系统 BER)计算模型,仿真分析了光源光子数分布、湍流信道参数、单光子探测器性能参数、相关计数方法等对系统 BER 的影响。结果表明,系统 BER 与激光脉冲平均光子数、脉冲频率和探测器探测效率呈负相关关系;而系统 BER 与影响。结果表明,系统 BER 与激光脉冲平均光子数、脉冲频率和探测器探测效率呈负相关关系;而系统 BER 与大气湍流强度、探测器暗计数呈正相关;采用相关计数方法可有效降低系统 BER,当开门次数确定时,系统存在一个最佳判别门限。所提模型可为光量子通信系统的设计与优化提供参考。
 关键词 量子光学;光量子通信;大气湍流;相关计数;误码率
 中图分类号 TN929.1 文献标志码 A doi: 10.3788/AOS202242.0327018

Bit Error Analysis and Optimization of Optical Quantum Communication System Under Turbulent Channel

Liu Xuchao^{1,2*}, Li Huagui^{1,2}, Sun Shilun¹, Wu Wenzhou¹, Li Shaobo^{1,2}

¹54th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang, Hebei 050081, China; ² Hebei Key Laboratory of Photonic Information Technology and Application, Shijiazhuang, Hebei 050081, China

Abstract The wireless laser communication technology using optical quantum detection has broad application prospects in heaven and earth integrated secure communication networks. Based on the Poisson distribution model of photon number of a laser source, the atmospheric turbulence Gamma-Gamma model, the response model of the single photon detector, and the correlation counting signal processing method, we establish a calculation model of bit error rate of the optical quantum communication system in the turbulent channel. The effects of the distribution of photon number of the laser source, turbulent channel parameter, performance parameters of single photon detectors, and correlation counting method on the system BER are simulated. The results show that the system BER is negatively correlated with the average photon number of laser pulses, pulse frequency, and detector detection efficiency, while it is positively correlated with atmospheric turbulence intensity and detector dark counting. The system adopting the correlation counting method can effectively reduce the system BER. When the number of door openings is determined, the system has an optimal threshold for discrimination. The proposed model can provide references for the design and optimization of the optical quantum communication systems.

Key words quantum optics; optical quantum communication; atmospheric turbulence; correlated counting; bit error rate

1 引 言

基于光量子探测的空间激光通信技术在深空测

控、载人登月、火星探测等航天活动及水下无线通信 中具有广阔的应用前景,随着大气信道研究的深入 和单光子探测器商业化产品的出现,光量子激光通

收稿日期: 2021-09-02; 修回日期: 2021-09-15; 录用日期: 2021-09-26 通信作者: *liuxuchao15@mails.ucas.ac.cn

信技术逐渐引起了国内外研究人员的重视^[1-8]。 2003年,美国宇航局开展了火星激光通信验证项 目,理论分析结果表明光量子通信可实现全天候 10~30 Mbit/s的高速率通信^[2-3]。2013年,美国航 空航天局首次实现月地距离下基于光量子探测的激 光通信试验,其通信速率是同等距离条件下微波通 信系统的数倍^[4-5]。2017年,闫夏超等^[6]建立基于 超导纳米线单光子探测器的深空激光通信模型,分 析了光强和脉冲频率与系统误码率(BER)之间的关 系。2021年,刘东旭等^[7]设计了新型帧结构以优化

光量子通信系统具有光子级别的探测灵敏度, 其对光强闪烁、背景光和有源器件噪声极其敏感。 大气湍流会影响大气局部平均折射率,使激光束穿 越大气的飞行时间及其强度分布产生剧烈抖动,这 严重降低激光通信质量,因此研究大气信道结构参 数对光量子通信系统的影响具有重要意义^[9]。早期 光量子通信系统采用单次编码-单次探测信号处理 体制,系统 BER 一般较高,研究证明基于时间或空 间的相关计数手段可有效降低系统 BER^[10-11]。光 量子通信系统的应用场景通常为强噪声背景下的极 弱信号检测,如星地量子通信,光量子信号源发射的 脉冲光子数服从泊松分布,大气湍流下接收端光强 服从Gamma-Gamma分布,单光子探测响应和相关

调制信息的同步和解调,提高了系统的抗干扰能力。

第 42 卷 第 3 期/2022 年 2 月/光学学报

计数服从二项分布,系统复杂度非常高,因此建立相 应的误码分析模型对星地量子通信系统的设计和优 化具有重要指导意义。然而,现有的研究模型大多 聚焦于局部系统,对于综合发射端、信道、接收端等 更接近实际场景的仿真分析较少,实际工程中迫切 需要湍流信道下光量子通信系统的误码率的分析 模型。

本文通过对基于光量子探测的激光通信系统的 工作原理及湍流信道特性的分析,综合光源光子数 的泊松分布模型、大气湍流 Gamma-Gamma 模型、 单光子探测器响应模型和相关计数信号处理方法, 建立了湍流信道下光量子通信系统的误码率计算模 型,仿真分析了光源光子数分布、湍流信道参数、单 光子探测器性能参数及相关计数方法等因素对系统 BER 的影响,该研究为湍流信道下光量子通信系统 的实用化设计提供参考。

2 基本原理

2.1 湍流信道下光量子通信系统的误码率模型

大气信道光量子通信系统模型如图 1 所示,系 统主要包括信号光源、编码调制模块、大气信道、单 光子探测器和信号解调模块。其中,信号光源发射 的光子数服从泊松分布,如图 1(a)所示,其横坐标 为光源输出的光子数目,纵坐标为对应光子数出现



图 1 大气信道光量子通信系统模型。(a)光子数泊松分布;(b)大气信道 Gamma-Gamma 分布; (c)单光子探测器二项分布;(d)信号传输链路示意图

Fig. 1 Optical quantum communication system model for atmospheric channel. (a) Poisson distribution of photon number;
(b) Gamma-Gamma distribution of atmospheric channel; (c) binomial distribution of single photon detector;
(d) schematic diagram of signal transmission link

的概率;激光信号穿过大气信道后,接收端光强服从 Gamma-Gamma 分布,如图 1(b) 所示,其横坐标为 光信号穿过大气信道后接收端接收的光子数目,纵 坐标为对应光子数出现的概率密度:单光子探测器 响应服从二项分布,如图1(c)所示,其横坐标为探 测器接收的光子数目,纵坐标为探测器在不同光子 数下的响应概率。图 1(d)为信号传输链路示意图, 编码模块对激光源进行编码调制,将经过编码调制 的信号脉冲激光发射到空间信道传输,接收端由单 光子探测器完成信号探测,最后由译码模块获得通 信信息。在信号发射端,有光脉冲时用信号"1"表 示,无光脉冲时用信号"0"表示。发射光信号"1"时, 探测器的输出有两种结果,响应正确时输出"1"码, 而信道的衰减或探测器的缺陷造成无响应时输出 "0"码,此时将导致漏报。发射光信号"0"时,探测器 的输出同样存在两种情况,响应正确时输出"0"码, 而背景噪声或探测器缺陷造成系统响应时输出"1" 码,此时将导致误警。接收端的漏报和误警是造成 系统误码的两种情况。

信号光源输出的激光脉冲的光子数服从参数为 μ(每个脉冲的平均光子数)的泊松分布,则激光器 输出的每个激光脉冲含有的光子数 *n* 的概率分布 为^[12]

$$P_1(n,\mu) = \frac{\mu^n}{n!} \exp(-\mu)_{\circ}$$
(1)

激光束在大气湍流中传输时,折射率的起伏使 接收信号强度发生抖动,目前与试验数据比较吻合 的模型为 Gamma-Gamma 模型,其计算结果和实际 测试数据具有很好的符合度。在 Gamma-Gamma 模型下,接收端光强的归一化概率密度为^[13]

$$P_{2}(I) = \frac{2(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)I} \left[\frac{I}{\langle I(r,L)\rangle}\right]^{\frac{\alpha+\beta}{2}} \times K_{\alpha-\beta} \left[2\sqrt{\frac{\alpha\beta I}{\langle I(r,L)\rangle}}\right], I > 0, \qquad (2)$$

式中:I为接收端光强; $\Gamma(\alpha)$, $\Gamma(\beta)$ 为 Gamma 分布 函数; $K_{\alpha-\beta}(\cdot)$ 为第二类修正贝塞尔函数; $\langle I(r, L)\rangle$ 为接收光的平均照度,r为光束横截面距中心点 的距离,L为通信距离; α 和 β 为 Gamma 分布参数, 分别可表示为

$$\begin{cases} \alpha = \left\{ \exp\left[\frac{0.49\sigma_1^2}{(1+0.18d^2+0.56d^2\sigma_1^{12/5})^{7/6}}\right] - 1 \right\}^{-1} \\ \beta = \left\{ \exp\left[\frac{0.51\sigma_1^2(1+0.69\sigma_1^{12/5})^{-5/6}}{1+0.9d^2+0.62d^2\sigma_1^{12/5}}\right] - 1 \right\}^{-1} \end{cases},$$
(3)

第 42 卷 第 3 期/2022 年 2 月/光学学报

式中: $\sigma_1^2 = 0.5C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$ 为光强闪烁系数, C_n^2 为大 气湍流强度, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为激光波长; $d = \sqrt{kD^2/(4L)}$ 为归一化镜头的直径,D为接收透镜的 直径。

由单光子探测器的响应特性可知,完成光信号 的正确接收至少需要一个光子到达探测器靶面。假 设激光束沿光链路的传输或损耗服从二项分布,则 探测器至少探测到一个光子的概率可表示为

$$P_{m \ge 1} = \sum_{k=1}^{m} C_{m}^{k} \eta^{k} (1-\eta)^{m-k} = 1 - (1-\eta)^{m}, (4)$$

式中:η为探测器的探测效率;C^k_m为统计组合数。

大气信道光量子通信系统中,光子的发出、传递和接收分别满足上述的泊松分布、Gamma-Gamma分布以及二项分布,则通信系统得到正确"1"码的概率为

$$P_{\text{corl}} = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{I>0} P_1(n,\mu) P_2(I) P_{n\geq 1} =$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_{I>0}^{\infty} \frac{\mu^n}{n!} \exp(-\mu) \frac{2(\alpha\beta)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} I^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} \times$$

$$K_{\alpha-\beta} \left(2\sqrt{\alpha\beta I}\right) \left[1 - (1-\eta)^{nI}\right] dI_{\circ} \qquad (5)$$

在大气信道光量子通信系统中,正确"0"码的表现形式为探测器不响应,而由于探测器暗计数的存在,探测器响应输出将导致误码产生。单光子探测器的暗计数来源主要包括探测器本征暗噪声和自由空间光学环境引入的背景光子。暗计数引起的系统 "0"码传输错误的概率为

$$P_{\rm falo} = \frac{\alpha'}{f}, \qquad (6)$$

式中:a'为探测器的暗计数,单位为 s⁻¹;f 为信号调制频率。则探测器输出正确"0"码的概率为

$$P_{\rm cor0} = 1 - \frac{\alpha'}{f} \,. \tag{7}$$

在实际通信过程中,假设经过调制的信号码元 中,"1"码出现的概率和"0"码出现的概率均约为 50%。则正确传输码元的概率为

 $P_{\rm cor} = 50\% \times P_{\rm corl} + 50\% \times P_{\rm corl}, \qquad (8)$ BER 可表示为

$$P_{\rm error} = 1 - P_{\rm cor} \, \circ \tag{9}$$

经过远距离传输到达探测器的脉冲光子数很 少,同时受探测器的探测效率和暗计数的影响,通信 系统采用单次编码-单次探测原理时 BER 较高,而 基于时间或空间的相关光子计数方法可以有效降低 系统误码率。在具体应用中,采用一个信号周期内 重复编码-多次探测的方法,对一个信号周期内的响

应光子数进行累计计数,最终选取合适的判决门限进行信号判决,进而降低系统 BER。

采用时间相关计数原理,假设一个信号周期内 系统重复编码及探测的次数为*m*,则一个周期信号 的探测可看成是*m*次独立重复试验^[14],此时传输 正确"1"码和错误"0"码的概率同样服从二项分布:

$$P_{m \text{corl}} = \sum_{k=k_{\text{h}}}^{m} C_{m}^{k} P_{\text{corl}}^{k} (1 - P_{\text{corl}})^{m-k}, \quad (10)$$

$$P_{m \text{falo}} = \sum_{k=k_{\text{b}}}^{m} C_{m}^{k} P_{\text{falo}}^{k} (P_{\text{coro}})^{m-k}, \qquad (11)$$

式中:k_h为选取的判决门限,需要根据系统参数选取。根据(10)、(11)式,可得采用时间相关累计计数时的系统 BER 为

$$P_{m \text{fal}} = 50\% \times (1 - P_{m \text{corl}}) + 50\% \times P_{m \text{falo}} \,.$$
(12)

2.2 仿真参数设置

在推导湍流信道下光量子通信系统的误码率的 计算模型基础上,可定量分析系统 BER 与系统参数 之间的关系。通过对湍流信道下光量子通信系统的 信号传输过程进行分析,可知影响系统 BER 的主要 因素包括:信号光源发射脉冲的平均光子数 μ 、信号 调制频率 f、大气湍流强度 C_n^2 、单光子探测器的探 测效率 η 及暗计数 α' 等。湍流信道下光量子通信误 码模型的仿真参数如表 1 所示。

Parameter	Numerical value
λ/nm	1550
f /Hz	10^{7}
μ	50
L/m	10^{8}
$C_n^2 / m^{-2/3}$	10^{-17}
$D \ / \mathrm{m}$	0.1
α' / s^{-1}	500
η	0.5
m	4
$k_{ m h}$	2

表 1 MATLAB 仿真的参数 Table 1 Simulation parameters of MATLAB

3 仿真结果与分析

图 2 为光量子通信系统 BER 与发射端激光脉 冲的平均光子数之间的关系。图中实线为采用时间 相关计数处理方法得到的结果,探测次数 m = 4, $k_h = 2$;虚线为未采用时间相关计数方法(单次编码-单次探测)时的结果。由图 2 可知,采用时间相关计 数方法可将系统的 BER 降低 4 个数量级,其原因由

第 42 卷 第 3 期/2022 年 2 月/光学学报

(11)、(12)式可得,通信系统在4次开门过程中发生 1次误码时仍然可以获得正确结果,而在4次开门 过程中发生2次及以上误码的概率极小。系统 BER 随激光脉冲平均光子数的增加呈现单调下降 的趋势,其原因是:激光脉冲平均光子数的增多会提 高单光子探测器的响应概率,使得多"0"情况的概率 降低,故提高发射脉冲平均光子数有利于降低系统 BER。当激光脉冲的平均光子数增至约50时,BER 曲线逐渐趋于平坦,此时通信性能主要受限于探测 器的暗计数,误码主要由多"1"情况产生,因此增加 发射脉冲光子数不能使 BER 无限趋近于0。





Fig. 2 Relationship between system BER and average number of photons in each pulse

图 3 为系统 BER 随信号调制频率的变化关系, 图中虚线为不采用时间相关计数(单次编码-单次探 测)数据的结果;点线、实线和点划线分别为 k_h 为 1,2,3 时的系统 BER,设 m=4。结果表明,随着激 光信号调制频率的增加,系统 BER 先迅速降低后趋 于某一值,其原因是:随着信号调制频率的提高,单 个调制信号周期内系统的多"1"期望值降低,而提高 信号调制频率只能降低由探测器暗计数导致的系统 误码率;当信号调制频率大于某个值时,系统误码主 要来源于多"0"情况。系统 BER 变化规律与相关时



图 3 系统 BER 和信号调制频率之间的关系 Fig. 3 Relationship between system BER and signal modulation frequency

间计数的判别门限有关:在信号频率较低时,门限值 越高,系统 BER 的斜率越大;在信号频率较高时, $k_h=2$ 对应的系统 BER 最小。由(10)~(12)式分 析可得,随着门限值的增大,系统关于正确"0"码多 "1"的 BER 是降低的,但是对于"1"码,系统 BER 反 而是增加的。判别门限排除掉部分因探测器暗计数 出现的多"1"误码时,也会排除正确"1"码在探测器 重复探测时未全响应"1"的情况,所以当开门次数确 定时,系统存在一个最佳判别门限,如 m=4 时,最 佳判别门限 $k_h=2$ 。

图 4 为系统 BER 与大气湍流强度之间的关系。 图 4 结果表明,随着大气湍流强度的增加,系统 BER 呈现由平坦到快速增大最后又趋于平坦的变 化趋势,其原因是:当大气湍流很弱($C_n^2 < 10^{-17}$ m^{-2/3})时,大气信道对系统通信质量的影响很 小,BER 主要受其他系统参数的影响;当湍流增大 时,经过湍流信道后的信号光的能量分布出现剧烈 波动,导致小口径接收下系统 BER 快速提高;而在 强湍流下,系统 BER 接近 0.3,通信系统完全不可 用。大气湍流对通信系统的影响非常大,由(2)、(3) 式可知,大气湍流对通信系统的影响与接收端镜头 口径有关,可通过适当增大接收镜头孔径来提高系 统的抗湍流能力。





图 5 为系统 BER 与单光子探测器的探测效率 之间的关系。图 5 中结果表明,随着探测效率的提高,系统 BER 呈现先迅速降低而后趋于平坦的变化 趋势,其原因是:提高探测器的探测效率与增加发射 脉冲的平均光子数类似,会提高系统的响应概率,减 少系统的多"0"情况;当探测效率 $\eta > 0.5$ 时,探测效 率的提高并不能使 BER 进一步降低,说明此时系统 的误码主要来源于多"1"情况。实际应用中,单光子 探测效率越高,成本越高,因此采用时间或空间相关



图 5 系统 BER 和探测效率之间的关系 Fig. 5 Relationship between system BER and detection efficiency

计数的方法是一个比较好的选择。

图 6 为系统 BER 与单光子探测器暗计数之间 的关系。结果表明,系统的 BER 随暗计数的增加单 调增大,当暗计数 a'>500 s⁻¹ 时,基于时间相关计 数处理的系统 BER 近似呈直线上升趋势,这说明探 测器的暗计数为系统 BER 的影响因素之一,所以探 测器的暗计数是光量子通信系统搭建时必须重点关 注的指标。当暗计数增大到一定程度时,系统的 BER 将大于 0.05,接收信号趋近于全"1"。暗计数 主要来源于背景光噪声和探测器自身暗噪声,通过 设置滤波片、门信号、优化光学天线结构等手段,可 减小背景光噪声的影响,探索新型单光子探测器(如 超导纳米线单光子探测器)是减小探测器自身暗电 流噪声的重要研究方向。



图 6 系统 BER 和暗计数之间的关系



4 结 论

针对实际应用对大气信道下光量子通信系统误 码率分析模型的迫切需求,综合光源光子数的泊松 分布模型、大气湍流 Gamma-Gamma 模型、单光子 探测器响应模型和相关计数信号处理方法,建立了 湍流信道下光量子通信系统的误码率仿真模型,数 值分析了光源光子数分布、湍流信道参数、单光子探

测器性能参数及相关计数方法等对系统 BER 的影 响。结果表明,随着激光脉冲平均光子数的增加和 信号调制频率和探测器探测效率的提高,系统 BER 均呈现先迅速降低而后趋于平坦的变化趋势。文献 [6]中得出系统 BER 与信号调制频率为线性关系的 结论,分析其原因可能是:建立的物理模型相对简 单,未考虑传输信道的影响。采用时间相关计数处 理方法可有效降低系统 BER, 且当开门次数一定 时,系统存在一个最佳判别门限。文献[10]更关注 固定门限下相关时间计数对通信 BER 的影响,但最 佳门限与通信系统的其他参数有关,需要进行具体 分析。大气湍流强度与系统 BER 呈反相关关系,在 强湍流条件下,系统 BER 接近 0.3,必须采取相应 技术手段予以补偿。探测器暗计数与系统 BER 呈 近似线性关系,为系统 BER 的影响因素之一。综上 所述,光源光子数、大气湍流强度和探测器性能参数 是影响无线光量子通信系统的关键因素,采用时间 相关计数处理方法可有效降低系统 BER。该研究 可为高性能、实用化星地或空地光量子通信系统的 设计提供参考。

参考文献

- [1] Liu T, Zhu C, Sun C Y, et al. Influences of different weather conditions on performance of free-space quantum communication system [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(2): 0227001.
 刘涛,朱聪,孙春阳,等.不同天气条件对自由空间 量子通信系统性能的影响[J].光学学报, 2020, 40 (2): 0227001.
- [2] Cesarone R J, Abraham D S, Shambayati S, et al. Deep-space optical communications [C] // 2011 International Conference on Space Optical Systems and Applications (ICSOS), May 11-13, 2011, Santa Monica, CA, USA. New York: IEEE Press, 2011: 410-423.
- [3] Robinson B S, Boroson D M, Burianek D A, et al. The lunar laser communications demonstration [C] // 2011 International Conference on Space Optical Systems and Applications (ICSOS), May 11-13, 2011, Santa Monica, CA, USA. New York: IEEE Press, 2011: 54-57.
- [4] Boroson D M, Scozzafava J J, Murphy D V, et al. The lunar laser communications demonstration (LLCD) [C] // 2009 Third IEEE International Conference on Space Mission Challenges for Information Technology, July 19-23, 2009, Pasadena, CA, USA. New York: IEEE Press, 2009: 23-28.
- [5] Boroson D M, Robinson B S, Murphy D V, et al.

第 42 卷 第 3 期/2022 年 2 月/光学学报

Overview and results of the lunar laser communication demonstration [J]. Proceedings of SPIE, 2014, 8971: 89710S.

- [6] Yan X C, Zhu J, Zhang L B, et al. Model of bit error rate for laser communication based on superconducting nanowire single photon detector[J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(19): 198501.
 闫夏超,朱江,张蜡宝,等.基于超导纳米线单光子 探测器深空激光通信模型及误码率研究[J].物理学 报, 2017, 66(19): 198501.
- [7] Liu D X, Yu X N, Tong S F, et al. Key technologies of laser communication based on single photon detection and pulse position modulation [J]. Acta Photonica Sinica, 2021, 50(3): 0306002.
 刘东旭,于笑楠,佟首峰,等.基于单光子探测及脉冲位置调制的激光通信关键技术研究[J].光子学报, 2021, 50(3): 0306002.
- [8] Han B, Zhao W, Wang W, et al. Modified photon counting communication method for underwater application[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(8): 0806004.
 韩彪,赵卫,汪伟,等.面向水下应用的改进型光子 计数 通 信 方 法 [J]. 光 学学报, 2016, 36(8): 0806004.
- [9] Han L Q, You Y H. Performance of free space optical communication with combined effects from atmospheric turbulence and pointing errors [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1106005.
 韩立强,游雅晖.大气湍流及瞄准误差联合效应下自由空间光通信的性能[J].光学学报, 2014, 34(11): 1106005.
- [10] Wang C, Xu Z Y, Wang J Y, et al. Error performance analysis of photon-counting based receiving for optical wireless communication [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(3): 0305002.
 汪琛,徐智勇,汪井源,等.无线光通信中基于光子 计数的接收误码性能分析[J].中国激光, 2016, 43 (3): 0305002.
- [11] Xiang J S, Deng C H, Jiang H, et al. The performance analysis for PPM system based on photon-counting detector arrays[J]. Study on Optical Communications, 2017(2): 27-29, 53.
 向劲松,邓晨辉,蒋豪,等.基于光子探测阵列的 PPM 系统误码性能分析[J].光通信研究, 2017(2): 27-29, 53.
- [12] Treussart F, Alléaume R, le Floc'h V, et al. Direct measurement of the photon statistics of a triggered single photon source [J]. Physical Review Letters, 2002, 89(9): 093601.
- [13] Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media [M]. Bellingham: SPIE, 2005.
- Kolb K. Signal-to-noise ratio of Geiger-mode avalanche photodiode single-photon counting detectors
 [J]. Optical Engineering, 2014, 53(8): 081904.