

四组份不同频率连续变量纠缠态光场的产生

肖楚, 陈天豪, 潘凯彦, 梁素玲, 俞友宾*, 陈爱喜**

浙江理工大学物理系光场调控浙江省重点实验室, 浙江 杭州 310018

摘要 量子纠缠态是开展量子信息工作的核心资源。提出在一块光学超晶格中通过有注入信号的非简并光学参量振荡级联一个和频过程, 可以产生不同频率的四组份连续变量纠缠态光场的可行实验方案。首先泵浦光和注入信号光通过差频过程产生闲置光。然后泵浦光和闲置光在同一块光学超晶格中通过级联和频过程产生和频光。根据多组份连续变量纠缠的判定方法, 从理论上证明泵浦光、信号光、闲置光与和频光场之间的量子纠缠特性。四组份纠缠特性随泵浦功率的增大而减弱, 另外选取较大的注入信号功率、级联非线性过程的耦合参数和泵浦光衰减常数可以得到较好的四组份纠缠光场。该实验方案只用到一块光学超晶格就可以产生四色连续变量纠缠态光场, 实验装置简单。

关键词 量子光学; 量子纠缠; 连续变量; 光学超晶格; 准相位匹配

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0327016

Generation of Quadripartite Entangled Light Field with Continuous Variable at Different Frequencies

Xiao Chu, Chen Tianhao, Pan Kaiyan, Liang Suling, Yu Youbin*, Chen Aixi**

Key Laboratory of Optical Field Manipulation of Zhejiang Province, Department of Physics,
Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China

Abstract The quantum entangled state is the key resource of quantum information. A feasible experimental scheme is proposed that a sum-frequency process is cascaded by a non-degenerate optical parametric oscillation with an injection signal in an optical superlattice, which can generate quadripartite continuous variable entangled light fields with different frequencies. First, the pump light and the injected signal light generate idle light through the difference frequency process. Then, the pump light and idle light generate sum-frequency light through a cascaded sum-frequency process in the same optical superlattice. According to the determination method of multi-component continuous variable entanglement, the characteristics of quantum entanglement among pump light, signal light, idle light, and sum-frequency light field are theoretically proved. The quadripartite entanglement characteristic decreases with the increase of pump power, and a better quadripartite entangled light field can be obtained by selecting larger injection signal power, coupling parameters of cascade nonlinear process and pump light attenuation constant. In this experimental scheme, a four-color continuous variable entangled light field can be generated by using only one optical superlattice, and the experimental device is simple.

Key words quantum optics; quantum entanglement; continuous variable; optical superlattice; quasi-phase-matching

1 引言

量子纠缠态既可以作为量子通信中的信息载

体, 又可以作为量子比特进行量子计算, 是开展量子信息工作的核心资源。如何制备出较好的多组份量子纠缠态是量子信息学科研究的热点课题之一。近

收稿日期: 2021-09-13; 修回日期: 2021-11-17; 录用日期: 2021-11-25

基金项目: 国家自然科学基金(61975184)、浙江理工大学引进人才科研启动项目(19062151-Y)

通信作者: *ybyu@163.com; **aixichen@zstu.edu.cn

年来,连续变量纠缠引起了科研人员的广泛关注。通过光学参量放大过程可以产生两组份连续变量纠缠态光场^[1-4]。利用非简并光学参量振荡同样可以得到信号光与闲置光的两组份连续变量纠缠态光场^[5-10]。当光学谐振腔工作在阈值以上时,可以得到泵浦光、信号光和闲置光的三组份纠缠态光场^[11]。非简并光学参量振荡在信号光和闲置光不同注入比的情况下仍然可以得到两组份纠缠态光场,甚至在注入比达到 0.7 的情况下信号光和闲置光之间还具有较好的纠缠特性^[12]。通过级联简并和非简并光参量放大可以获得宽带宽的压缩光和纠缠光^[13]。利用线性光学元件并组合两个光学参量振荡可以产生四组份簇态和 GHZ (Greenberger-Horne-Zeilinger) 态纠缠光场^[14]。然而,线性光学元件并不能改变纠缠光束的频率。如果想要获得多组份多色纠缠光束,就必须利用非线性光学过程来产生。当非简并光学参量振荡工作在阈值以上时,泵浦光的量子特性将显现出来,在这种情况下可以得到明亮的三组份纠缠态光场^[15-16]。通过准相位匹配技术实现的级联非线性过程也可以产生多组份纠缠态光场。级联和频过程可以产生三组份纠缠态光场^[17-20]。自发参量下转换级联双和频过程可以产生不同频率的四色纠缠态光场^[21]。准相位匹配级联和频产生四次谐波的过程能得到倍频关系的三组份纠缠态光场^[22]。

本文在谐振腔中通过非简并光学参量放大级联一个和频的过程可以产生四组份不同频率的纠缠态光场。在谐振腔中,泵浦光和注入信号光通过差频过程^[23]来产生闲置光束。然后,在同一块光学超晶格中,通过闲置光和泵浦光之间的级联和频过程来产生和频光。该方案中有一个差频级联一个和频的过程,两个非线性过程的相位失配可以由光学超晶格所提供的倒格矢来补偿。相对于此前下转换级联两个和频过程的方案^[21],此方案中的注入信号光(光参量放大)可以提高非线性转换效率,少一个和频过程可以使实验方案更加简单可行。此外,通过非简并参量放大可以产生不同频率的四色纠缠态光场,其可以应用于量子密钥分发^[24]、量子网络和量子测量^[25]等。

2 级联的非线性过程

将一束频率为 ω_0 的泵浦光和一束频率为 ω_1 的注入信号光入射到一个单向输入输出的光学谐振腔中,如图 1 所示,其中 M1 为部分反射、部分透射

的耦合腔镜,M2 为全反射腔镜。在谐振腔中放置一块准周期光学超晶格(QPOS),将其作为非线性增益介质。首先,注入信号光和泵浦光在光学超晶格中通过差频过程来产生频率为 ω_2 的闲置光束。然后,在同一块光学超晶格中,通过泵浦光与闲置光之间的和频过程来产生频率为 ω_3 的和频光。差频过程与级联和频过程中的相位失配由光学超晶格所提供的两个倒格矢 \mathbf{G}_1 和 \mathbf{G}_2 来补偿,实验中可以通过调整光学超晶格的结构参数来改变这两个倒格矢的大小,这两个非线性过程中的准相位匹配^[26]情况分别为 $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{G}_1$ 和 $\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{G}_2$,如图 1 所示。级联非线性过程的相互作用哈密顿量可以写为

$$H_1 = i\hbar\kappa_1(\hat{a}_0\hat{a}_1^+\hat{a}_2^+ - \hat{a}_0^+\hat{a}_1\hat{a}_2) + i\hbar\kappa_2(\hat{a}_3^+\hat{a}_0\hat{a}_2 - \hat{a}_3\hat{a}_0^+\hat{a}_2^+), \quad (1)$$

式中: κ_j ($j=1,2$) 为非线性耦合常数,与非线性极化率、光学超晶格结构参数和泵浦功率密度有关; \hat{a}_i 和 \hat{a}_i^+ ($i=0,1,2,3$) 分别为 4 个腔模的湮灭算符和产生算符; \hbar 为约化普朗克常数。

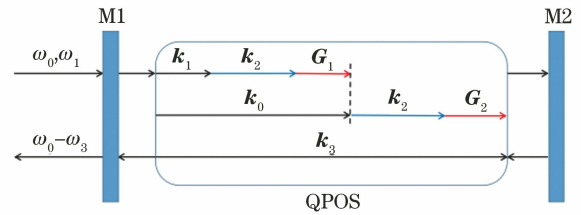


图 1 光学谐振腔构造和准相位匹配过程

Fig. 1 Construction of optical resonator and process of quasi-phase-matching

3 输出光场

泵浦信号和注入信号的外部驱动场为

$$H_{\text{ext}} = i\hbar(\epsilon_0\hat{a}_0^+ + \epsilon_1\hat{a}_1^+) + \text{h. c.}, \quad (2)$$

式中: ϵ_0 和 ϵ_1 分别为经典泵浦和信号幅值;h. c. 为复共轭。4 个腔模的损耗可记为

$$L_i\hat{\rho} = \gamma_i(2\hat{a}_i\hat{\rho}\hat{a}_i^+ - \hat{a}_i^+\hat{a}_i\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}_i^+\hat{a}_i), \quad (3)$$

式中: γ_i 为 4 个腔模的损耗系数,与相应腔模的腔镜反射和透射系数有关; $\hat{\rho}$ 为密度算符; L_i 为操作算符。密度算符 $\hat{\rho}$ 的主方程为

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H_1 + H_{\text{ext}}, \hat{\rho}] + \sum_{i=0}^3 L_i\hat{\rho}, \quad (4)$$

式中: t 为时间。为了研究级联非线性过程中输出

光场之间的量子纠缠特性,可以在正的 P 表象中将 的 FPE 为主方程映射到福克-普朗克方程(FPE)上^[27]。系统

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} = & \left[-(\epsilon_0 - \gamma_0 \alpha_0 - \kappa_1 \alpha_1 \alpha_2 - \kappa_2 \alpha_2^+ \alpha_3) \frac{\partial}{\partial \alpha_0} - (\epsilon_0^* - \gamma_0 \alpha_0^+ - \kappa_1 \alpha_1^+ \alpha_2^+ - \kappa_2 \alpha_2^+ \alpha_3^+) \frac{\partial}{\partial \alpha_0^+} - \right. \\ & (\epsilon_1 - \gamma_1 \alpha_1 + \kappa_1 \alpha_0 \alpha_2^+) \frac{\partial}{\partial \alpha_1} - (\epsilon_1^* - \gamma_1 \alpha_1^+ + \kappa_1 \alpha_0^+ \alpha_2) \frac{\partial}{\partial \alpha_1^+} - (-\gamma_2 \alpha_2 + \kappa_1 \alpha_0 \alpha_1^+ - \kappa_2 \alpha_0^+ \alpha_3) \frac{\partial}{\partial \alpha_2} - \\ & (-\gamma_2 \alpha_2^+ + \kappa_1 \alpha_0^+ \alpha_1 - \kappa_2 \alpha_0 \alpha_3^+) \frac{\partial}{\partial \alpha_2^+} - (-\gamma_3 \alpha_3 + \kappa_2 \alpha_0 \alpha_2) \frac{\partial}{\partial \alpha_3} - (-\gamma_3 \alpha_3^+ + \kappa_2 \alpha_0^+ \alpha_2^+) \frac{\partial}{\partial \alpha_3^+} - \\ & \left. \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} (2\kappa_1 \alpha_0) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1^+ \partial \alpha_2^+} (2\kappa_1 \alpha_0^+) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \alpha_0 \partial \alpha_2} (-2\kappa_2 \alpha_3) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \alpha_0^+ \partial \alpha_2^+} (-2\kappa_2 \alpha_3^+) \right] P(\alpha), \end{aligned} \quad (5)$$

式中: α_i 和 α_i^+ 为独立变量, α_i 和 α_i^+ 的期望值收敛于相应算符的期望值; ϵ_0^* 和 ϵ_1^* 分别为经典泵浦和信号幅值的复共轭; $P(\alpha)$ 为分配函数。由(5)式可以得到腔模的随机微分方程,即 $\frac{d\alpha_i}{dt}$ 的表达式。当 $\frac{d\alpha_i}{dt}=0$ 时,系统处于稳态,此时通过求解此方程组可以得到系统各输出腔模的值即为其相应的稳态解 A_i 。此方程组可以通过计算机辅助计算求解,在计算过程中发现 α_2 的稳态解 A_2 独立于其他稳态解,与其相关的方程为

$$\begin{aligned} & (\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^2 \gamma^2 A_2^5 + 2[(E_1 \kappa_1 \kappa_2)^2 + (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) \gamma_0 \gamma^3] A_2^3 - E_0 E_1 \kappa_1 \gamma (\kappa_1^2 - 3\kappa_2^2) A_2^2 + \\ & \gamma [E_1^2 \kappa_1^2 \gamma_0 + (\kappa_2^2 - \kappa_1^2) E_0^2 \gamma + \gamma_0^2 \gamma^3] A_2 + E_0 E_1 \kappa_1 \gamma_0 \gamma^2 = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $E_0 = \epsilon_0 = \epsilon_0^*$; $E_1 = \epsilon_1 = \epsilon_1^*$; $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$ 。通过求解(6)式就可以得到稳态解 A_2 。但由于(6)式是一个 5 阶方程,没有解析解,只能利用计算机得到 A_2 的数值解。另外,还发现其他腔模 α_n ($n=0,1,3$)的稳态解 A_n 都与 A_2 有关,其关系如下

$$\begin{cases} A_0 = \{E_0 \gamma [(\kappa_1^4 - \kappa_2^4) E_0^2 \gamma - 2E_1^2 \kappa_1^2 \kappa_2^2 \gamma_0] - A_2 [2E_1^2 \kappa_1^2 \kappa_2^2 E_1 \kappa_1 \gamma_0 - (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) E_0^2 E_1 \kappa_1 \gamma (\kappa_1^2 - 3\kappa_2^2)] + (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) E_1 \kappa_1 \gamma_0^2 \gamma^3 + 2E_1^2 \kappa_1^2 \kappa_2^2 (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) E_0 A_2 + (\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^2 E_0 \gamma_0 \gamma^3 A_2 + (\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^2 E_1 \kappa_1 \gamma_0 \gamma^2 A_2^2 + (\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^3 E_0 \gamma^2 A_2^3\} / M \\ A_1 = \{E_1 \gamma_0 [(\kappa_1^2 + \kappa_2^2) E_0^2 \kappa_2^2 \gamma - (\kappa_1^2 - \kappa_2^2) E_1^2 \kappa_1^2 \gamma_0] + (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) E_0 \kappa_1 \gamma_0 [(\kappa_1^2 - \kappa_2^2) E_1^2 \kappa_1^2 + \gamma_0 \gamma^3] + \kappa_1 \gamma_0 A_2^2 [(\kappa_1^2 + \kappa_2^2) \gamma A_2 (E_0 \gamma - E_1 \kappa_1 A_2)] - (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) E_1 \kappa_1 \gamma_0 \gamma^2 - (\kappa_1^2 - \kappa_2^2) E_1 \kappa_1 / \gamma\} / M \\ A_3 = \kappa_2 A_0 A_2 / \gamma \end{cases}, \quad (7)$$

式中: $M = \gamma_0 \gamma (\kappa_1^2 - \kappa_2^2) [E_0^2 \gamma (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) + E_1^2 \kappa_1^2 \gamma_0]$ 。这样就可以先利用(6)式求出 A_2 的数值解,再利用(7)式就可以得到其他腔模的稳态解。

考虑系统腔模的期望值在其稳态值附近存在小的波动,即 $\alpha_i = A_i + \delta\alpha_i$,其中 $\delta\alpha_i \ll A_i$ 。在这种情况下,可以将腔模的随机微分方程线性化为

$$d\delta\tilde{\alpha} = -A\delta\tilde{\alpha}dt + B dW, \quad (8)$$

式中: $\delta\tilde{\alpha} = [\delta\alpha_0 \ \delta\alpha_0^+ \ \delta\alpha_1 \ \delta\alpha_1^+ \ \delta\alpha_2 \ \delta\alpha_2^+ \ \delta\alpha_3 \ \delta\alpha_3^+]^T$; B 为包含稳态解的噪声项, $B =$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{-2\kappa_2 A_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{-2\kappa_2 A_3^*} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{-2\kappa_1 A_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{-2\kappa_1 A_0^*} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{-2\kappa_2 A_3} & 0 & \sqrt{-2\kappa_1 A_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{-2\kappa_2 A_3^*} & 0 & \sqrt{-2\kappa_1 A_0^*} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; dW = [\eta_1(t) \ \eta_1^+(t) \ \eta_2(t) \ \eta_2^+(t) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$0]^T dt$ 为维纳增量,其中 $\eta_j(t)$ 为高斯噪声项,满足 $\langle \eta_j(t) \rangle = \langle \eta_j^\dagger(t) \rangle = 0, \langle \eta_j(t) \eta_{j'}^\dagger(t') \rangle = \langle \eta_j^\dagger(t) \eta_{j'}(t') \rangle = 0$ 和 $\langle \eta_j(t) \eta_{j'}^\dagger(t') \rangle = \delta_{jj'} \delta(t - t'), j' = 1, 2, j' \neq j; \mathbf{A}$ 为漂移矩阵, $\mathbf{A} =$

$$\begin{bmatrix} \gamma_0 & 0 & \kappa_1 A_2 & 0 & \kappa_1 A_1 & \kappa_2 A_3 & \kappa_2 A_2^* & 0 \\ 0 & \gamma_0 & 0 & \kappa_1 A_2^* & \kappa_2 A_3^* & \kappa_1 A_1^* & 0 & \kappa_2 A_2 \\ -\kappa_1 A & 0 & \gamma & 0 & 0 & -\kappa_1 A_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\kappa_1 A_2 & 0 & \gamma & -\kappa_1 A_0^* & 0 & 0 & 0 \\ -\kappa_1 A_1^* & \kappa_2 A_3 & 0 & -\kappa_1 A_0 & \gamma & 0 & -\kappa_2 A_0^* & 0 \\ \kappa_2 A_3^* & -\kappa_1 A_1 & -\kappa_1 A_0^* & 0 & 0 & \gamma & 0 & \kappa_2 A_0 \\ -\kappa_2 A_2 & 0 & 0 & 0 & -\kappa_2 A_0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & -\kappa_2 A_2^* & 0 & 0 & 0 & -\kappa_2 A_0^* & 0 & \gamma \end{bmatrix}, A_i^* \text{ 为腔模稳态解的复共轭。}$$

通过傅里叶变换求解(8)式,可以获得腔内谱方程,表达式为

$$\mathbf{S}(\omega) = (\mathbf{A} + i\omega \mathbf{I})^{-1} \mathbf{B} \mathbf{B}^T (\mathbf{A}^T - i\omega \mathbf{I})^{-1}, \quad (9)$$

式中: ω 为傅里叶分析频率; \mathbf{I} 为单位矩阵。腔外的输出光场可以通过耦合镜的输入输出关系来求得^[28]。

4 四组份四色纠缠光场的产生

正交振幅和相位分别定义为 $X_i = (\alpha_i + \alpha_i^\dagger)/2$ 和 $Y_i = (\alpha_i - \alpha_i^\dagger)/2i$ 。根据 van Loock 等^[29]提出的多组份连续变量纠缠的判定方法,对于四组份连续变量纠缠可以设定如下不等式

$$\begin{cases} V_{01} = \langle \Delta^2(X_0 - X_1) \rangle + \langle \Delta^2(Y_0 + Y_1 + g_2 Y_2 + g_3 Y_3) \rangle < 1 \\ V_{12} = \langle \Delta^2(X_1 - X_2) \rangle + \langle \Delta^2(g_0 Y_0 + Y_1 + Y_2 + g_3 Y_3) \rangle < 1 \\ V_{23} = \langle \Delta^2(X_2 - X_3) \rangle + \langle \Delta^2(g_0 Y_0 + g_1 Y_1 + Y_2 + Y_3) \rangle < 1 \\ V_{30} = \langle \Delta^2(X_3 - X_0) \rangle + \langle \Delta^2(Y_0 + g_1 Y_1 + g_2 Y_2 + Y_3) \rangle < 1 \end{cases}, \quad (10)$$

式中: $\Delta(\cdot)$ 为差值的求均值函数; g_i 为可调参数。

只要满足(10)式中的三个不等式,就可以证明此时产生了四组份连续变量纠缠^[29]。根据这一判定准则来研究泵浦光、信号光、闲置光与和频光场之间的量子关联特性。

如图 2 所示,计算了 $V_{i'}$ ($i' = 0, 1, 2, 3, i' \neq i$) 的值与归一化分析频率 $\Omega = \omega/\gamma_0$ 的变化关系,其中 $\gamma_0 = 0.02, \gamma = 0.01, \kappa_1 = 0.10, \kappa_2 = 0.15, E_0 = 5\epsilon_{th}, E_1 = 0.004, \epsilon_{th} = \gamma\gamma_0/\kappa_1$ 为光学参量振荡的经典阈值。因为级联非线性过程中输出光场的稳态解没有

解析解,所以不能得到系统的阈值表达式,为了方便计算,在附后的计算分析中都取经典光学参量振荡的阈值。从图 2 可以看出,在整个参数范围内,4 个不等式的值都小于 1,根据多组份连续变量纠缠的判据,可以证明此级联非线性过程产生的 4 个光场之间存在四组份量量子纠缠特性。参量下转换产生的参量光之间具有量子纠缠特性,其通过级联的非线性过程传递给了和频光与泵浦光。当光学谐振腔在阈值以上振荡时,泵浦光损耗较大,强度变弱,其量子特性显现出来,从而可以得到明亮的四组份纠缠态光场。当参量放大为非简并光学参量放大时,通过简单的实验装置可以得到四组份不同频率的四色连续变量纠缠光场。

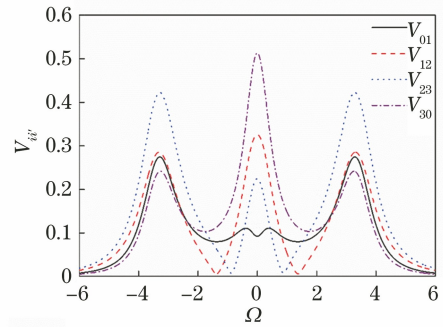


图 2 $V_{i'}$ 与 Ω 的关系

Fig. 2 Relationship between $V_{i'}$ and Ω

从理论上证明了 4 个光场之间的纠缠特性,但泵浦信号和注入信号的功率、非线性耦合系数以及衰减常数都可能影响光场之间的纠缠特性。在图 3(a)中,给出了 $V_{i'}$ 随泵浦功率参数 E_0 的变化情况,其中 $\gamma_0 = 0.02, \gamma = 0.01, \kappa_1 = 0.10, \kappa_2 = 0.15, \Omega = 5, E_1 = 0.004$ 。 E_0 取光学参量振荡的经典阈值,即 $\epsilon_{th} = \gamma\gamma_0/\kappa_1$ 。从图 3(a)可以看出,随着 E_0 值的增加,4 个不等式的值都增大,但在 $0 \sim 10$ 区间内

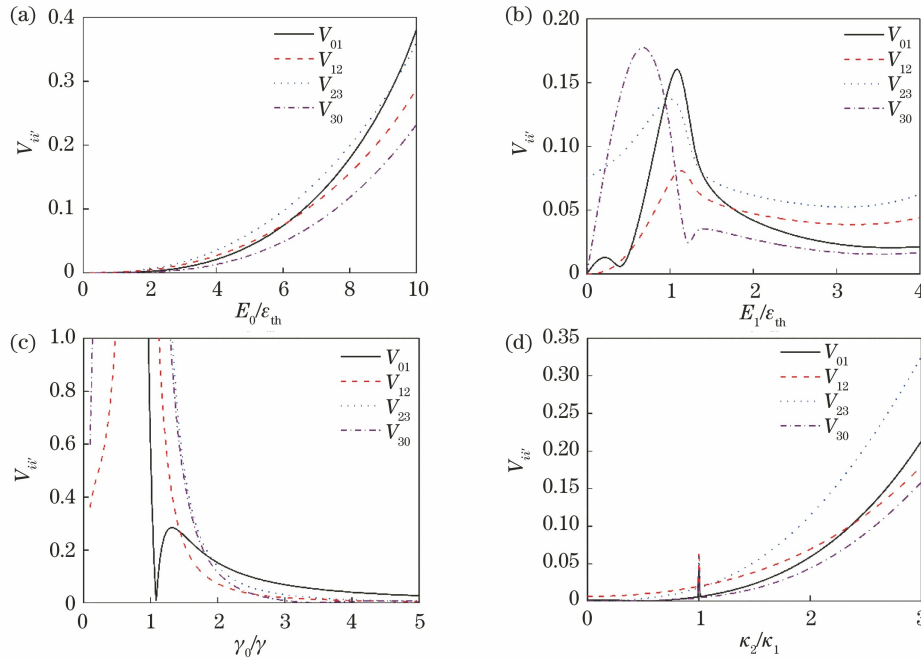


图 3 $V_{ii'}$ 与 E_0 、 E_1 、 γ_0/γ 和 κ_2/κ_1 的变化关系。(a) $V_{ii'}$ 与 E_0 的变化关系；(b) $V_{ii'}$ 与 E_1 的变化关系；(c) $V_{ii'}$ 与 γ_0/γ 的变化关系；(d) $V_{ii'}$ 与 κ_2/κ_1 的变化关系

Fig. 3 Relationship among $V_{ii'}$, E_0 , E_1 , γ_0/γ , and κ_2/κ_1 . (a) Relationship between $V_{ii'}$ and E_0 ; (b) relationship between $V_{ii'}$ and E_1 ; (c) relationship between $V_{ii'}$ and γ_0/γ ; (d) relationship between $V_{ii'}$ and κ_2/κ_1

都小于 1, 这表明 4 个光场在该范围内都是相互纠缠的。另外, 若要得到较好的四组份纠缠态光场, 泵浦功率不能太强, 因为只有当泵浦功率较弱的情况下, 其量子特性才能显现出来。图 3(b) 给出了 $V_{ii'}$ 随注入信号功率参数 E_1 的变化情况, 其中 $E_0 = 5\epsilon_{th}$, 其他参数与图 3(a) 取值相同, $E_1 = \epsilon_{th}$ 。从图 3(b) 可以看出, 随着注入信号功率 E_1 的增加, 不等式的值先增大后减小, 而且都出现一个峰值, V_{30} 峰值最大, V_{12} 峰值最小, 这是因为两个参量光之间的量子相关特性最好, 泵浦光的能量与和频光相差大, 量子相关性较差, 这也说明只有当光场之间的强度相当时才能表现出好的量子相关性。另外, 刚开始注入的信号光会减弱其与参量光之间的量子相关特性, 但随着注入信号光的增强, 非线性转换效率会增大, 使得更多的泵浦光通过参量下转换过程转换为参量光, 同时也增大了级联和频过程中的转换效率, 因泵浦光参与了两个非线性过程, 故存在较大的转换损耗, 从而显现出较好的量子特性。所以, 若要得到较好的四组份纠缠态光场, 需要较强的注入信号功率。图 3(c) 给出了不等式的值 $V_{ii'}$ 随衰减常数比值 γ_0/γ 的变化情况, $E_0 = 5\epsilon_{th}$, 其他参数与图 3(a) 取值相同。从图 3(a) 可以看到, 开始只有两个不等式的值小于 1, 说明此时不存在四组份量量子态纠缠。

随着 γ_0/γ 的增大, 不等式曲线先出现一个高峰, 而且不等式的值都大于 1, 说明此时 4 个光场之间同样不存在量子纠缠特性。因为此时泵浦光的损耗较小, 其强度远大于其他光场, 故泵浦光显现出经典的光场特性。但当 $\gamma_0/\gamma > 1$ 时, 泵浦光的衰减常数大于其他三个光场的衰减常数, 4 个不等式值都随之减小到 1 以下, 这说明当泵浦光的损耗大于其他光场的损耗时才能得到较好的四组份纠缠态光场。此时 4 个光场之间的能量差减小, 量子相关特性增强。因为衰减常数与腔镜的反射系数和透射系数有关, 因此实验中可以通过设计合适的耦合腔镜反射系数和透射系数来得到较好的四组份纠缠态光场。图 3(d) 给出了不等式的值 $V_{ii'}$ 随非线性耦合常数比值 κ_2/κ_1 的变化情况, $E_0 = 5\epsilon_{th}$, 其他参数取值与图 3(a) 相同。由图 3(d) 可以看出, 随着 κ_2/κ_1 的增大, 不等式的值开始缓慢增大, 当 $\kappa_2/\kappa_1 = 1$ 时, 不等式的曲线有个突然增大的小峰, 这是因为当 $\kappa_2/\kappa_1 = 1$ 时, (7) 式中的 $M = 0$, 这使得输出光场的稳态值变为无穷大, 而且出现不稳定的情况, 也就是说当两个非线性过程的耦合参数相等时, 光场没有稳定输出。因此, 为了得到较好的四组份纠缠态光场, 就要避开此奇点。当 $\kappa_2/\kappa_1 > 1$ 时, 不等式值仍然小于 1。由准相位匹配三次谐波实验可知^[26], 第

二个级联非线性过程的非线性耦合系数比第一个非线性过程稍大,故可以增强级联非线性过程的非线性转换效率,从而得到较强的和频光输出。因此,当 $\kappa_2/\kappa_1 > 1$ 时,可以得到较强的和频光,从而可以得到较好的四组份纠缠态光场。非线性耦合系数与非线性极化率和光学超晶格参数有关,实验中可以通过设计光学超晶格参数来改变非线性耦合系数,从而得到较好的四组份纠缠态光场。由图 3 可以看出,在较大的参数范围内,不等式的值都小于 1,4 个输出光场之间是相互纠缠的,选择合适的参数,通过此级联非线性过程可以制备出较好的四色连续变量纠缠态光场。

5 结 论

本文主要研究了有注入信号光的光学参量振荡级联一个和频的过程中输出的泵浦光、信号光、闲置光与和频光之间的量子纠缠特性。根据多组份连续变量纠缠的判定方法,从理论上证明了在较大的参数范围内 4 个输出光场之间是相互纠缠的。研究还发现,选取较小的泵浦功率 E_0 、较大的注入信号功率 E_1 、较大的泵浦光衰减常数 γ_0 和较大的非线性耦合系数 κ_2 可以得到较好的四组份纠缠态光场。本文的研究结果为实验中制备四组份连续变量纠缠态光场提供可参考的数据。实现级联非线性过程只需要一块光学超晶格,实验装置简单。当光学参量振荡为非简并时,还可以制备出四组份不同频率的纠缠态光场,并且在量子网络和量子通信中有潜在的应用前景。但实验中实现此方案也面临着一些挑战,比如让 4 个光场在谐振腔中同时共振输出,这对腔镜的制备和谐振腔的精细调控提出了很高的要求。另外,为了避免光学自聚焦现象损坏光学超晶格,准相位匹配的温度通常选取在 150 °C 左右,但热噪声会对压缩态的测量产生很大的影响。因此,若通过级联非线性过程制备出多组份连续变量纠缠态光场,需要发展低温准相位匹配技术或提高光学超晶格的损伤阈值。

参 考 文 献

- [1] Reid M D, Drummond P D. Correlations in nondegenerate parametric oscillation: squeezing in the presence of phase diffusion[J]. *Physical Review A*, 1989, 40(8): 4493-4506.
- [2] Ou Z Y, Pereira S F, Kimble H J. Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables in nondegenerate parametric amplification[J]. *Applied Physics B*, 1992, 55(3): 265-278.
- [3] Villar A S, Cruz L S, Cassemiro K N, et al. Generation of bright two-color continuous variable entanglement[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(24): 243603.
- [4] Reid M D. Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using nondegenerate parametric amplification[J]. *Physical Review A*, 1989, 40(2): 913-923.
- [5] Coutinho dos Santos B, Dechoum K, Khoury A Z, et al. Quantum analysis of the nondegenerate optical parametric oscillator with injected signal[J]. *Physical Review A*, 2005, 72(3): 033820.
- [6] Zhang J, Ye C G, Gao F, et al. Phase-sensitive manipulations of a squeezed vacuum field in an optical parametric amplifier inside an optical cavity [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(23): 233602.
- [7] Chen H X, Zhang J. Phase-sensitive manipulations of the two-mode entangled state by a type-II nondegenerate optical parametric amplifier inside an optical cavity[J]. *Physical Review A*, 2009, 79(6): 063826.
- [8] Yu Y B, Wang H J. Two-color continuous-variable entanglement generated in nondegenerate optical parametric oscillator [J]. *Optics Communications*, 2012, 285(8): 2223-2226.
- [9] Liu Y C, Guo D J, Yang R, et al. Narrowband photonic quantum entanglement with counterpropagating domain engineering[J]. *Photonics Research*, 2021, 9(10): 1998-2005.
- [10] Parry M, Mazzanti A, Poddubny A N, et al. Enhanced generation of nondegenerate photon pairs in nonlinear metasurfaces [J]. *Advanced Photonics*, 2021, 3(5): 055001.
- [11] Yu Y B, Xiao M, Zhu S N. Three-colour entanglement generated by an injection-seeded nondegenerate optical parametric oscillator [J]. *Physics Letters A*, 2011, 375(24): 2278-2282.
- [12] Wang N, Li Y M. Quantum analysis and experimental investigation of the nondegenerate optical parametric oscillator with unequally injected signal and idler [J]. *Physical Review A*, 2016, 93(1): 013831.
- [13] Dong W, Yong Z, Min X. Quantum limits for cascaded optical parametric amplifiers [J]. *Physical Review A*, 2013, 87(2): 023834.
- [14] Su X L, Tan A H, Jia X J, et al. Experimental preparation of quadripartite cluster and Greenberger-Horne-Zeilinger entangled states for continuous variables [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(7): 070502.

- [15] Villar A S, Martinelli M, Fabre C, et al. Direct production of tripartite pump-signal-idler entanglement in the above-threshold optical parametric oscillator [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(14): 140504.
- [16] Coelho A S, Barbosa F A S, Cassemiro K N, et al. Three-color entanglement [J]. *Science*, 2009, 326(5954): 823-826.
- [17] Ferraro A, Paris M G A, Bondani M, et al. Three-mode entanglement by interlinked nonlinear interactions in optical χ^2 media [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2004, 21(6): 1241-1249.
- [18] Guo J, Zou H X, Zhai Z H, et al. Generation of continuous-variable tripartite entanglement using cascaded nonlinearities [J]. *Physical Review A*, 2005, 71(3): 034305.
- [19] Yu Y B, Xie Z D, Yu X Q, et al. Generation of three-mode continuous-variable entanglement by cascaded nonlinear interactions in a quasiperiodic superlattice [J]. *Physical Review A*, 2006, 74(4): 042332.
- [20] Pennarun C, Bradley A S, Olsen M K. Tripartite entanglement and threshold properties of coupled intracavity down-conversion and sum-frequency generation [J]. *Physical Review A*, 2007, 76(6): 063812.
- [21] Leng H Y, Wang J F, Yu Y B, et al. Scheme to generate continuous-variable quadripartite entanglement by intracavity down-conversion cascaded with double sum-frequency generations [J]. *Physical Review A*, 2009, 79(3): 032337.
- [22] Yu Y B, Wang H J, Zhao J W, et al. Three-colour entanglement produced by the single-pass quasi-phase-matching fourth harmonic generation [J]. *Laser Physics Letters*, 2016, 13(8): 085203.
- [23] Huang K, Wang Y Q, Fang J N, et al. Highly efficient difference-frequency generation for mid-infrared pulses by passively synchronous seeding [J]. *High Power Laser Science and Engineering*, 2021, 9: e4.
- [24] Kovalenko O, Ra Y S, Cai Y, et al. Frequency-multiplexed entanglement for continuous-variable quantum key distribution [J]. *Photonics Research*, 2021, 9(12): 2351-2359.
- [25] Xie B Y, Feng S. Heterodyne detection enhanced by quantum correlation [J]. *Chinese Optics Letters*, 2021, 19(7): 072701.
- [26] Zhu S N, Zhu Y Y, Ming N B. Quasi-phase-matched third-harmonic generation in a quasi-periodic optical superlattice [J]. *Science*, 1997, 278(5339): 843-846.
- [27] Olsen M K. Controlled asymmetry of Einstein-Podolsky-Rosen steering with an injected nondegenerate optical parametric oscillator [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(16): 160501.
- [28] Collett M J, Gardiner C W. Squeezing of intracavity and traveling-wave light fields produced in parametric amplification [J]. *Physical Review A*, 1984, 30(3): 1386-1391.
- [29] van Loock P, Furusawa A. Detecting genuine multipartite continuous-variable entanglement [J]. *Physical Review A*, 2003, 67(5): 052315.