

# 光学学报

## 混合腔光力系统的双光子散射

陈冬成, 周岳辉, 黄金凤\*, 廖洁桥\*\*

低维量子结构与调控教育部重点实验室, 物质微结构与功能湖南省重点实验室,  
物理系和量子效应及其应用协同创新中心, 湖南师范大学, 湖南 长沙 410081

**摘要** 混合腔光力系统同时包含一次和二次光力相互作用。本文研究了混合腔光力系统中的双光子散射问题。在 Wigner-Weisskopf 框架下, 通过求解散射过程, 获得了混合腔光力系统散射态的解析表达式, 揭示了双光子散射的 4 个物理过程: 1) 双光子均被直接反射, 不进入腔中; 2) 一个光子被直接反射, 另一个光子入射进腔中; 3) 两个光子按次序先后入射进腔中, 但腔中最多只有一个光子; 4) 两个光子均入射进腔中。通过分析双光子散射谱, 发现在该散射过程中可以产生双光子频率反关联, 并且发现了混合腔光力系统中的参数与双光子散射谱特性之间的联系。该研究不仅提供了一种产生关联光子对的散射方法, 而且提出了一种表征光力系统参数的光谱方法。

**关键词** 量子光学; 腔光力学; 混合腔光力系统; 光子散射; 关联光子对

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0327015

## Two-Photon Scattering in Mixed Cavity Optomechanical System

Chen Dongcheng, Zhou Yuehui, Huang Jinfeng\*, Liao Jieqiao\*\*

*Key Laboratory of Low-Dimensional Quantum Structures and Quantum Control of Ministry of Education, Key Laboratory for Matter Microstructure and Function of Hunan Province, Department of Physics and Synergetic Innovation Center for Quantum Effects and Applications, Hunan Normal University, Changsha, Hunan 410081, China*

**Abstract** A mixed cavity optomechanical system consists of both the first-order and quadratic optomechanical interactions. We study the two-photon scattering problem in the mixed cavity optomechanical system. By solving the scattering process within the Wigner-Weisskopf framework, we obtain the analytical expression of the scattering state and find four physical processes associated with the two-photon scattering process in this system: 1) two photons are directly reflected by the fixed end mirror, without entering the cavity; 2) one photon is reflected directly and the other photon enters the cavity; 3) two photons enter the cavity in sequence, but there is at most one photon in the cavity; 4) two photons enter the cavity. By analyzing the two-photon scattering spectrum, we find that the two-photon frequency anticorrelation can be induced via this scattering process. We also find the relationship between the parameters of the mixed cavity optomechanical system and the characteristics of the two-photon scattering spectrum. This study not only provides a scattering method to create correlated-photon pairs, but also presents a spectrometric way to characterize the optomechanical system.

**Key words** quantum optics; cavity optomechanics; mixed cavity optomechanical system; photon scattering; correlated photon pairs

收稿日期: 2021-09-08; 修回日期: 2021-12-23; 录用日期: 2022-01-04

基金项目: 国家自然科学基金(12075083, 12175061, 11774087, 11822501, 11935006)、湖南省教育厅重点项目(18A007)、湖南省自然科学基金项目(2020JJ5345)、湖南省科技计划项目(2017XK2018)、湖南省科技创新计划(2020RC4047, 2021RC4029)

通信作者: \*jhuang@hunnu.edu.cn; \*\*jqiao@hunnu.edu.cn

## 1 引言

光子散射过程不仅为表征散射靶的物理性质提供了一种有效手段,而且为操纵散射光子的量子态开辟了一条新途径<sup>[1]</sup>。近年来,少光子散射问题在各种量子光学系统中已经得到了比较系统的研究,如腔量子电动力学(QED)系统<sup>[2]</sup>和波导 QED 系统<sup>[3-16]</sup>。通常非线性量子系统扮演着光子散射靶的角色,包括单个<sup>[3-14]</sup>或多个原子<sup>[15-16]</sup>、克尔型非线性腔<sup>[17-19]</sup>,以及光力腔<sup>[20-25]</sup>等。基于散射靶的非线性特性,光子在散射过程中<sup>[3,6-7,9,17,21,26-31]</sup>会产生光子关联。当前,少光子散射已成为实验上产生关联光子对的有效手段之一。这些关联的光子在检验量子物理基础理论<sup>[32-33]</sup>和发展现代量子技术<sup>[34]</sup>等方面都有着很大的应用价值。

腔光力系统<sup>[35-37]</sup>是一种典型的非线性量子光学平台,主要包含一次光力系统<sup>[38]</sup>(单个光学模和单个力学模之间只存在正比于力学模坐标算符一次方的相互作用)和二次光力系统<sup>[23,39-42]</sup>(单个光学模和单个力学模之间只存在正比于力学模坐标算符平方的相互作用)。当前,腔光力系统已经被广泛地用来操控光子的量子特性。人们已经发现利用光力相互作用可以产生光子阻塞<sup>[43-45]</sup>和光学正交压缩<sup>[46-48]</sup>。此外,人们在光力系统中也证实了光力诱导透明<sup>[49-52]</sup>现象。Liao 等<sup>[21]</sup>已经证明了两个自由光子被一次腔光力系统散射之后可以产生光子关联。由于混合腔光力系统<sup>[53-60]</sup>(单个光学模和单个力学模之间同时存在正比于力学模坐标算符一次方和平方的相互作用)是一个更基本的光力平台,同时包含一次光力耦合<sup>[38]</sup>和二次光力耦合<sup>[23,39-42]</sup>两种相互作用,因此,一个自然而有趣的问题是混合腔光力系统中双光子散射过程会诱导出哪些新奇的量子效应?

基于以上问题,本文研究了处于洛伦兹波包<sup>[21]</sup>的两个自由光子经混合光力腔散射后的关联性质。在 Wigner-Weisskopf 框架下,通过求解包括腔外连续场和混合腔光力系统在内的整个系统的动力学,得到了在长时极限下散射光子态的解析解,并计算了双光子散射谱。通过分析双光子散射谱,发现了双光子散射的 4 个物理过程:1)两光子直接被固定镜反射;2)一个光子散射,而另一个光子反射;3)连续的双光子散射;4)真正的双光子散射过程,即腔内同时存在两个光子的过程。另外,还发现了双光子频率反关联现象。最后,通过分析混合光力系统的本征能谱,建立了混合腔光力系统参数与双光子散

射谱特征之间的联系。因此,混合腔光力系统中的双光子散射不仅是产生光子关联的一种新方法,而且其双光子散射谱也是一种表征混合光力系统参数的光谱方法。

本文介绍了混合腔光力模型并给出系统的哈密顿量,研究了系统的双光子动力学,推导了概率幅的运动方程。在 Wigner-Weisskopf 框架下,得到这些概率幅在长时极限下的解析解,并分析了散射过程。给出双光子散射谱,并分析了系统工作在不同参数条件下的光谱特征。最后对本文进行总结。

## 2 混合腔光力模型及其哈密顿量

考虑一个法布里-珀罗腔<sup>[61-62]</sup>,其中放置一个可以振动的薄膜,该振动薄膜由力学简谐振子描述。该腔中存在许多共振的光学模(腔模),假设力学振子的共振频率远小于共振腔的自由光谱宽,此时可以忽略不同腔模之间的光子散射,因而本文中只考虑单模腔场。假设薄膜做微小的振动,通过调节薄膜在腔场中的位置,可以使得单模腔场与力学模之间同时存在正比于力学模坐标算符一次方和平方的相互作用<sup>[56-57]</sup>,即一次光力相互作用和二次光力相互作用。该系统可用混合腔光力模型来描述,其哈密顿量(取约化普朗克常数  $\hbar = 1$ )<sup>[59]</sup>为

$$H_{\text{mop}} = \omega_c a^\dagger a + \omega_M b^\dagger b + g_1 a^\dagger a (b^\dagger + b) + g_2 a^\dagger a (b^\dagger + b)^2, \quad (1)$$

式中: $a(a^\dagger)$ 和 $b(b^\dagger)$ 分别为腔场和力学模的湮灭(产生)算符; $\omega_c$ 和 $\omega_M$ 分别为腔场和力学模的共振频率; $g_1$ 和 $g_2$ 分别为单个光子与力学振子之间的一次和二次光力相互作用强度。

引入 $|m\rangle_a (m=0, 1, 2, \dots)$ 表示腔场的光子数态, $|j\rangle_b (j=0, 1, 2, \dots)$ 表示力学振子的声子数态,则哈密顿量 $H_{\text{mop}}$ 的本征方程<sup>[59]</sup>可以表示为

$$H_{\text{mop}} |m\rangle_a |\tilde{j}(m)\rangle_b = E_{m,j} |m\rangle_a |\tilde{j}(m)\rangle_b, \quad (2)$$

式中: $E_{m,j}$ 为能量本征值,可表示为

$$E_{m,j} = m\omega_c - \frac{g_1^2}{\omega_M} m^2 \exp(-4r_m) + j\omega_M \exp(2r_m) + \frac{\omega_M}{2} [\exp(2r_m) - 1], \quad (3)$$

式中: $r_m = \ln[(4g_2 m/\omega_M + 1)/4]$ 为压缩参数; $|\tilde{j}(m)\rangle_b$ 为 $m$ 个光子依赖的力学振子的压缩平移数态,可表示为

$$|\tilde{j}(m)\rangle_b = S(r_m) D(\alpha_m) |j\rangle_b, \quad (4)$$

式中: $S(r_m) = \exp[r_m(b^2 - b^{\dagger 2})/2]$ 为压缩算符;

$D(\alpha_m) = \exp[\alpha_m(b^\dagger - b)]$  为平移算符,  $\alpha_m = -g_1 \exp(-3r_m)m/\omega_M$  为平移振幅。当腔中没有光子时, 有  $|\tilde{j}(0)\rangle_b = |j\rangle_b$ 。从(3)式中可以看出, 当腔场中包含不同数目的光子时, 该混合腔光力系统具有不同的能级结构。为了方便地分析本征能级之间的跃迁, 图 1 展示了限制在零光子、一光子和双光子空间中的混合腔光力系统的能级结构。

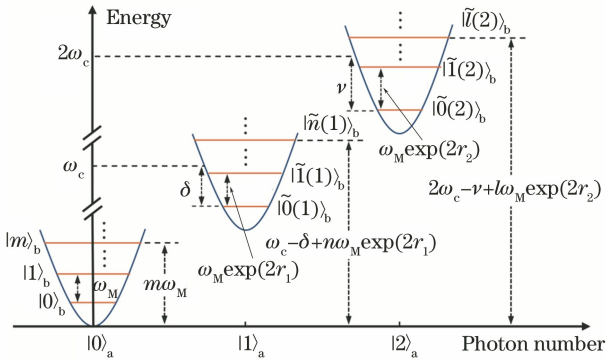


图 1 零光子、一光子和双光子子空间中的混合腔光力系统的能级结构示意图

Fig. 1 Diagram of eigen-energy levels of mixed cavity optomechanical system in zero-, one-, and two-photon subspaces

为了求解该系统中的双光子散射问题, 将腔外连续场作为总系统的一部分来考虑, 并用光子隧穿耦合来描述腔场与连续场之间的相互作用。那么, 包含混合腔光力系统和连续场在内的总系统的哈密顿量可表示为

$$H = H_{\text{mop}} + \int_0^\infty dk \omega_k c_k^\dagger c_k + \xi \int_0^\infty dk (a^\dagger c_k + c_k^\dagger a), \quad (5)$$

式中:  $c_k$  ( $c_k^\dagger$ ) 为连续场中第  $k$  个模式的光子湮灭(产生)算符;  $\omega_k = c|k|$  为其共振频率,  $c$  为真空中的光速;  $\xi$  为耦合系数, (5)式中含  $\xi$  的项表示腔外连续

场与光力腔之间的光子隧穿耦合。在典型的腔光力系统中, 力学振子的耗散率远小于腔场的耗散率。因此, 在双光子散射过程中, 由于光子散射可以在很短的时间内完成, 在此期间, 力学振子的耗散对光子的影响可以忽略。

### 3 概率幅运动方程

本节通过在 Wigner-Weisskopf 框架下求解概率幅的运动方程来研究光子散射过程。在这个系统中, 腔内和腔外连续场中的总光子数算符定义为  $\hat{N} = a^\dagger a + \int_0^\infty dk c_k^\dagger c_k$ , 由  $[\hat{N}, H] = 0$  可知, 总光子数算符  $\hat{N}$  是一个守恒量。因此, 可以通过解析推导双光子子空间中概率幅的运动方程来研究双光子散射。

为了计算方便, 定义  $H_0 = \omega_c a^\dagger a + \omega_c \int_0^\infty dk c_k^\dagger c_k$ , 则在由么正变换算符  $\exp(-iH_0 t)$  ( $t$  为时间) 定义的旋转框架下, (5)式变换为

$$H_1 = H_{\text{mop}}^{(1)} + \int_0^\infty dk \Delta_k c_k^\dagger c_k + \xi \int_0^\infty dk (a^\dagger c_k + c_k^\dagger a), \quad (6)$$

式中:  $\Delta_k = \omega_k - \omega_c$  为腔外场第  $k$  个模式的频率与腔内单模场的频率之间的失谐;  $H_{\text{mop}}^{(1)}$  为混合腔光力系统的哈密顿量  $H_{\text{mop}}$  在旋转框架下的表示形式。

由于  $\omega_c a^\dagger a$  与  $H_{\text{mop}}$  对易, 则  $H_{\text{mop}}^{(1)}$  可以表示为  $H_{\text{mop}}^{(1)} = \omega_M b^\dagger b + g_1 a^\dagger a (b^\dagger + b) + g_2 a^\dagger a (b^\dagger + b)^2$ 。

哈密顿量  $H_{\text{mop}}^{(1)}$  的本征方程为  $H_{\text{mop}}^{(1)} |m\rangle_a |\tilde{j}(m)\rangle_b = E'_{m,j} |m\rangle_a |\tilde{j}(m)\rangle_b$ , 其对应的本征值为  $E'_{m,j} = -g_1^2 \exp(-4r_m)m^2/\omega_M + j\omega_M \exp(2r_m) + \omega_M [\exp(2r_m) - 1]/2$ 。

在两光子子空间中, 整个系统的纯态可以表示为

$$|\Phi(t)\rangle = \sum_{j=0}^\infty A_j(t) |2\rangle_a |\phi\rangle |\tilde{j}(2)\rangle_b + \sum_{j=0}^\infty \int_0^\infty dk B_{j,k}(t) |1\rangle_a |1_k\rangle |\tilde{j}(1)\rangle_b + \sum_{j=0}^\infty \int_0^\infty dp \int_0^\infty dq C_{j,p,q}(t) |0\rangle_a |1_p, 1_q\rangle |\tilde{j}\rangle_b, \quad (8)$$

式中:  $|2\rangle_a |\phi\rangle$  表示两个光子在腔中, 腔外连续场处于真空态;  $|1\rangle_a |1_k\rangle$  表示腔内有一个光子, 腔外连续场的第  $k$  个模式中有一个光子;  $|0\rangle_a |1_p, 1_q\rangle$  表示腔中没有光子, 腔外连续场的第  $p$  个模式和第  $q$  个模

式中分别有一个光子;  $A_j(t)$ 、 $B_{j,k}(t)$  和  $C_{j,p,q}(t)$  分别为相应的概率幅。

根据薛定谔方程, 可以得到这些概率幅的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{A}_j(t) = -iE'_{2,j}A_j(t) - i\sqrt{2}\xi \sum_{s=0}^{\infty} \int_0^{\infty} {}_b\langle \tilde{j}(2) | \tilde{s}(1) \rangle {}_bB_{s,k}(t) dk \\ \dot{B}_{j,k}(t) = -i(E'_{1,j} + \Delta_k)B_{j,k}(t) - i\sqrt{2}\xi \sum_{s=0}^{\infty} A_s(t) {}_b\langle \tilde{j}(1) | \tilde{s}(2) \rangle {}_b - i\xi \sum_{s=0}^{\infty} {}_b\langle \tilde{j}(1) | s \rangle {}_b \int_0^{\infty} C_{s,p,k}(t) dp, \\ \dot{C}_{j,p,q}(t) = -i(j\omega_M + \Delta_q + \Delta_p)C_{j,p,q}(t) - i\xi \sum_{s=0}^{\infty} {}_b\langle j | \tilde{s}(1) \rangle {}_b [B_{s,p}(t) + B_{s,q}(t)] \end{cases} \quad (9)$$

式中： $\dot{A}_j(t)$ 、 $\dot{B}_{j,k}(t)$ 、 $\dot{C}_{j,p,q}(t)$  分别为概率幅  $A_j(t)$ 、 $B_{j,k}(t)$ 、 $C_{j,p,q}(t)$  对时间的导数； ${}_b\langle \tilde{j}(2) | \tilde{s}(1) \rangle {}_b$ 、 ${}_b\langle \tilde{j}(1) | \tilde{s}(2) \rangle {}_b$ 、 ${}_b\langle \tilde{j}(1) | s \rangle {}_b$  和  ${}_b\langle j | \tilde{s}(1) \rangle {}_b$  为广义的 Franck-Condon 因子，它们决定了与光子的散射过程有关的跃迁率。这些压缩平移数态之间的内积可以转化为数态与压缩平移数态之间的内积，其变换关系为  ${}_b\langle \tilde{j}(m) | \tilde{s}(n) \rangle {}_b = {}_b\langle j | S(r_n - r_m) D\{\alpha_n - \alpha_m [\cosh(r_n - r_m) + \sinh(r_n - r_m)]\} | s \rangle {}_b$ 。力学振子的数态  $|s\rangle {}_b$  与压缩平移数态  $|\tilde{j}\rangle {}_b$  之间的内积<sup>[63]</sup> 可以表示为

$$\begin{aligned} & {}_b\langle s | S(r)D(\alpha) | j \rangle {}_b = \\ & \frac{1}{\sqrt{s! j! \mu!}} \left(\frac{\nu}{2\mu}\right)^{\frac{s}{2}} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2} + \frac{\nu^*}{2\mu}\alpha^2\right) \times \\ & \sum_{k=0}^{\min(j,s)} \frac{C_j^k 2^k s!}{(s-k)! (2\mu\nu)^{\frac{k}{2}}} H_{s-k}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2\mu\nu}}\right) \times \\ & \left(-\frac{\nu^*}{2\mu}\right)^{\frac{i-k}{2}} H_{j-k}\left(\frac{\alpha\nu^* - \alpha^*\mu}{\sqrt{-2\mu\nu^*}}\right), \quad (10) \end{aligned}$$

式中： $\mu = \cosh R$ ， $R$  为压缩强度； $\nu = \exp(-i\theta) \times \sinh R$ ， $\theta$  为压缩方向 [ $R$  和  $\theta$  由  $r = R \exp(i\theta)$  确定， $r$  为压缩参数]； $\alpha$  为平移振幅； $H_{s-k}(x)$  和  $H_{j-k}(x)$  为厄米多项式。

#### 4 混合腔光力系统中的双光子散射解

本节基于第 3 节的概率幅方程求解双光子散射的解析解。考虑腔场初始态为真空态，两个光子都处于腔外连续场中，力学模是任意的量子态。为了得到双光子散射的解析解，假设双光子初态处于洛伦兹波包。下面采用拉普拉斯变换的方法来求解力学振子初态为数态  $|n_0\rangle {}_b$  的概率幅运动方程，得到这种情况下概率幅的解析解。当力学振子初态处于其他任意数态的叠加态时，整个系统的解可以通过态叠加原理获得。当力学振子初态处于数态  $|n_0\rangle {}_b$  时，概率幅的初始条件为  $A_j(0) = 0$ ， $B_{j,k}(0) = 0$  以及

$$C_{j,p,q}(0) = \frac{G\delta_{j,n_0}}{(\Delta_p - \Delta_1 + i\epsilon)(\Delta_q - \Delta_2 + i\epsilon)} + (\Delta_1 \leftrightarrow \Delta_2), \quad (11)$$

式中： $(\Delta_1 \leftrightarrow \Delta_2)$  表示将“+”前面表达式中  $\Delta_1$  和  $\Delta_2$  互换后的值； $\delta_{j,n_0}$  为克罗内克  $\delta$  函数， $j = n_0$  则  $\delta_{j,n_0} = 1$ ， $j \neq n_0$  则  $\delta_{j,n_0} = 0$ ； $\epsilon$  为谱宽； $G$  为归一化常数，其表达式为

$$G = \frac{\epsilon}{\pi} \left[ 1 + \frac{4\epsilon^2}{(\Delta_1 - \Delta_2)^2 + (2\epsilon)^2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (12)$$

为了研究的方便，在概率幅中引入下标  $n_0$ ，即  $A_{n_0,j}(t)$ 、 $B_{n_0,j,k}(t)$  和  $C_{n_0,j,p,q}(t)$  表示力学振子初态为  $|n_0\rangle {}_b$  情况下的瞬时概率幅。在研究双光子散射问题中，主要关注系统在长时极限下的解。经过复杂的计算，得到长时极限下概率幅的解为  $A_{n_0,j}(\infty) = 0$ ， $B_{n_0,j,k}(\infty) = 0$  及

$$C_{n_0,j,p,q}(\infty) = G[(C_1 + C_2 + C_3 + C_4) + (\Delta_p \leftrightarrow \Delta_q)] \exp[-i(\Delta_p + \Delta_q + j\omega_M)t], \quad (13)$$

式中： $(\Delta_p \leftrightarrow \Delta_q)$  表示将“+”前面表达式中  $\Delta_p$  和  $\Delta_q$  互换后的值； $\infty$  表示长时极限。基于概率幅的长时解可以看出，在长时极限下两个光子完全从腔中离开。尽管光子不在腔中，但此时辐射出的光子已经携带了混合腔光力系统的信息。在(13)式中，4 个振幅因子  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  和  $C_4$  分别为

$$\begin{cases} C_1 = \frac{F_1}{\Delta_p - \Delta_1 + i\epsilon} \cdot \frac{1}{\Delta_q - \Delta_2 + i\epsilon} \\ C_2 = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{-i\gamma_c F_2}{M_1 M_2 (\Delta_p - \Delta_2 + i\epsilon)} + (\Delta_1 \leftrightarrow \Delta_2) \\ C_3 = \sum_{s,s',l=0}^{\infty} \frac{-\gamma_c^2 F_3}{M_1 M_3 M_4 M_5} + (\Delta_1 \leftrightarrow \Delta_2) \\ C_4 = \sum_{s,s',l=0}^{\infty} \frac{-2\gamma_c^2 F_4}{M_1 M_3 M_4 M_6} + (\Delta_1 \leftrightarrow \Delta_2) \end{cases}, \quad (14)$$

式中： $\gamma_c = 2\pi\xi^2$  为腔场耗散率。在(14)式中，引入跃迁链系数：

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1 = {}_b\langle j | n_0 \rangle_b = \delta_{j,n_0} \\ F_2 = {}_b\langle j | \tilde{s}(1) \rangle_{bb} \langle \tilde{s}(1) | n_0 \rangle_b \\ F_3 = {}_b\langle j | \tilde{s}(1) \rangle_{bb} \langle \tilde{s}(1) | s' \rangle_b \times \\ \quad {}_b\langle s' | \tilde{l}(1) \rangle_{bb} \langle \tilde{l}(1) | n_0 \rangle_b \\ F_4 = {}_b\langle j | \tilde{s}(1) \rangle_{bb} \langle \tilde{s}(1) | \tilde{s}'(2) \rangle_b \times \\ \quad {}_b\langle \tilde{s}'(2) | \tilde{l}(1) \rangle_{bb} \langle \tilde{l}(1) | n_0 \rangle_b \end{array} \right. \quad (15)$$

从(15)式中的跃迁链系数可以看出,混合腔光力系统的双光子散射过程中存在 4 个不同的量子跃迁过程。在这 4 个物理过程中,光子吸收和辐射的共振条件由(14)式中振幅因子的分母的奇点决定,即这些共振条件可通过  $\text{Re}[M_l]=0$  ( $l=1,2,\dots,6$ ) 得到,变量  $M_l$  的表达式分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = \Delta_q - E'_{1,s} + j\omega_M + i\frac{\gamma_c}{2} \\ M_2 = \Delta_q - \Delta_1 + (j - n_0)\omega_M + i\epsilon \\ M_3 = \Delta_p + \Delta_q - \Delta_1 - \Delta_2 + (j - n_0)\omega_M + 2i\epsilon \\ M_4 = \Delta_p + \Delta_q - \Delta_1 - E'_{1,l} + j\omega_M + i\left(\epsilon + \frac{\gamma_c}{2}\right) \\ M_5 = \Delta_q - \Delta_1 + (j - s')\omega_M + i\epsilon \\ M_6 = \Delta_p + \Delta_q + j\omega_M - E'_{2,s'} + i\gamma_c \end{array} \right. \quad (16)$$

为了理解双光子散射过程,下面详细分析 4 个振幅因子  $C_1 \sim C_4$  对应的物理过程。

$C_1$  描述了双光子直接被反射的过程,即两个光子被固定的端镜直接反射,该情况下两个光子都没有进入腔内。因此,该情况下力学振子的状态不会发生变化。

$C_2$  描述了  $|0\rangle_a |n_0\rangle_b \rightarrow |1\rangle_a |\tilde{s}(1)\rangle_b \rightarrow |0\rangle_a |j\rangle_b$  的跃迁过程,相应的共振条件为  $n_0\omega_M + \omega_1 = E_{1,s}$ ,  $\omega_q = E_{1,s} - j\omega_M [\text{Re}(M_1 - M_2) = 0$  和  $\text{Re}(M_1) = 0]$ 。这表明只有一个光子进入腔内,而另一个光子被固定的端镜直接反射,这种情况代表了单光子散射和单光子反射过程。辐射光子的频率由共振条件决定,即

$$\Delta_q = s\omega_M \exp(2r_1) - j\omega_M - \delta, \quad (17)$$

式中: $s$  为力学振子在裸态表象下的声子数; $\delta$  为由单光子压缩和平移引起的力学振子基态的能级移动(图 1),其表达式为

$$\delta = \frac{g_1^2}{\omega_M} \exp(-4r_1) - \frac{\omega_M}{2} [\exp(2r_1) - 1]. \quad (18)$$

$C_3$  表明混合腔光力系统经历了以下跃迁过程: $|0\rangle_a |n_0\rangle_b \rightarrow |1\rangle_a |\tilde{l}(1)\rangle_b \rightarrow |0\rangle_a |s'\rangle_b \rightarrow |1\rangle_a |\tilde{s}(1)\rangle_b \rightarrow |0\rangle_a |j\rangle_b$ 。光子的共振条件为:

$\omega_1 + s'\omega_M = E_{1,s} [\text{Re}(M_1 - M_5) = 0]$ ,  $n_0\omega_M + \omega_2 = E_{1,l} [\text{Re}(M_4 - M_3) = 0]$ ,  $\Delta_p = l\omega_M \exp(2r_1) - s'\omega_M - \delta [\text{Re}(M_4 - M_5) = 0]$  和  $\Delta_q = s\omega_M \exp(2r_1) - j\omega_M - \delta [\text{Re}(M_1) = 0]$ , 其中, $s'$  和  $l$  表示裸态表象下力学振子的声子数。其刻画的物理过程为:在第一个光子进入腔中并被辐射出腔后,第二个光子才进入腔中。从  $C_3$  的表达式中可以看出,腔中存在的最大光子数为 1。因此, $C_3$  描述了一个依次的单光子散射过程。

$C_4$  描述的跃迁过程为: $|0\rangle_a |n_0\rangle_b \rightarrow |1\rangle_a |\tilde{l}(1)\rangle_b \rightarrow |2\rangle_a |\tilde{s}'(2)\rangle_b \rightarrow |1\rangle_a |\tilde{s}(1)\rangle_b \rightarrow |0\rangle_a |j\rangle_b$ 。其相应的共振条件为: $n_0\omega_M + \omega_2 = E_{1,l} [\text{Re}(M_4 - M_3) = 0]$ ,  $\omega_1 + E_{1,l} = E_{2,s'} [\text{Re}(M_6 - M_4) = 0]$ ,  $\omega_p = E_{2,s'} - E_{1,s} [\text{Re}(M_6 - M_1) = 0]$  和  $\omega_q = E_{1,s} - j\omega_M [\text{Re}(M_1) = 0]$ 。这个跃迁链表明腔中同时存在两个光子,描述了一个真正双光子散射过程。辐射光子的频率由以下共振条件决定:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_p = s'\omega_M \exp(2r_2) - s\omega_M \exp(2r_1) + \delta - \nu \\ \Delta_p + \Delta_q = s'\omega_M \exp(2r_2) - j\omega_M - \nu \end{array} \right. \quad (19)$$

式中: $\nu$  为双光子压缩和平移引起的力学振子的基态能级移动(图 1),其表达式为

$$\nu = \frac{4g_1^2}{\omega_M} \exp(-4r_2) - \frac{\omega_M}{2} [\exp(2r_2) - 1]. \quad (20)$$

## 5 混合腔光力系统中的双光子散射谱

为了表征双光子散射过程产生的光子关联,研究了双光子散射谱。通过分析频率空间中散射谱的图像,可以观察到两个散射光子之间的量子关联性。数学上,可以根据(13)式中的概率幅  $C_{n_0,j,p,q}(\infty)$  不是  $\Delta_p$  和  $\Delta_q$  的可分解函数来确定两个散射光子之间的量子关联。力学模初态为  $|n_0\rangle_b$  时,在长时极限下整个系统的量子态为

$$|\Phi_{n_0}(\infty)\rangle = \sum_{j=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dp \int_0^p dq C_{n_0,j,p,q}(\infty) |0\rangle_a |1_p, 1_q\rangle |j\rangle_b. \quad (21)$$

当力学振子初始态为纯态  $|\varphi\rangle_b = \sum_{n_0=0}^{\infty} c_{n_0} |n_0\rangle_b$

或混合态  $\rho_b = \sum_{n_0=0}^{\infty} P_{n_0} |n_0\rangle_{bb} \langle n_0|$  ( $c_{n_0}$  为振子处于数态  $|n_0\rangle_b$  的概率幅,  $P_{n_0}$  为振子处于数态  $|n_0\rangle_b$  的概率)时,双光子散射谱<sup>[21]</sup>可以分别表示为

$$S(\Delta_p, \Delta_q) = \sum_{j=0}^{\infty} \left| \sum_{n_0=0}^{\infty} c_{n_0} C_{n_0, j, p, q}(\infty) \right|^2, \quad (22)$$

$$S(\Delta_p, \Delta_q) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n_0=0}^{\infty} P_{n_0} |C_{n_0, j, p, q}(\infty)|^2. \quad (23)$$

接下来,本文分析各种情况下的双光子散射谱。为了简单而又不失一般性,考虑力学模初态处于真空态  $|0\rangle_b$  时的情况。为了展示该系统中的声子边带效应,首先研究弱耦合情况,即  $r_m \ll 1$  和  $\alpha_m \ll 1$ 。在弱耦合条件下,概率幅  $C_{n_0, j, p, q}(\infty)$  可以按  $r_m$  和  $\alpha_m$  展开并保留到低阶。同时,假设系统工作在单光子强耦合区域  $g_1 > \gamma_c$  和边带可分辨区域  $\omega_M > \gamma_c$ ,则声子边带峰可以在散射谱中被分辨出来。图 2 展示了双光子散射谱  $S(\Delta_p, \Delta_q)$ ,其

中,图 2(a)中  $g_1/\omega_M = 0.20, g_2/\omega_M = 0.08$ , 概率幅  $C_{n_0, j, p, q}(\infty)$  展开到  $r_m$  和  $\alpha_m$  的零阶;图 2(b)中  $g_1/\omega_M = 0.20, g_2/\omega_M = 0.01$ , 概率幅  $C_{n_0, j, p, q}(\infty)$  展开到  $r_m$  和  $\alpha_m$  的一阶;图 2(c)中  $g_1/\omega_M = 0.40, g_2/\omega_M = 0.01$ , 概率幅  $C_{n_0, j, p, q}(\infty)$  展开到  $r_m$  和  $\alpha_m$  的高阶。从图 2(a)中可以发现散射谱中只有一个主散射峰,没有声子边带。从图 2(b)中可以看到声子边带峰。从图 2(c)中发现双光子散射谱中出现更多的声子边带峰。特别地,将图 2(c)中主要集中在  $\Delta_p + \Delta_q = -\delta$  处的主峰展示在图 2(d)中,发现这两个光子的频率是反关联的,即概率主要集中在沿平行于  $\Delta_p + \Delta_q = 0$  的线上。其他参数为:  $\gamma_c/\omega_M = 0.10, \epsilon/\omega_M = 0.01$  和  $\Delta_1 = \Delta_2 = -\delta$ 。

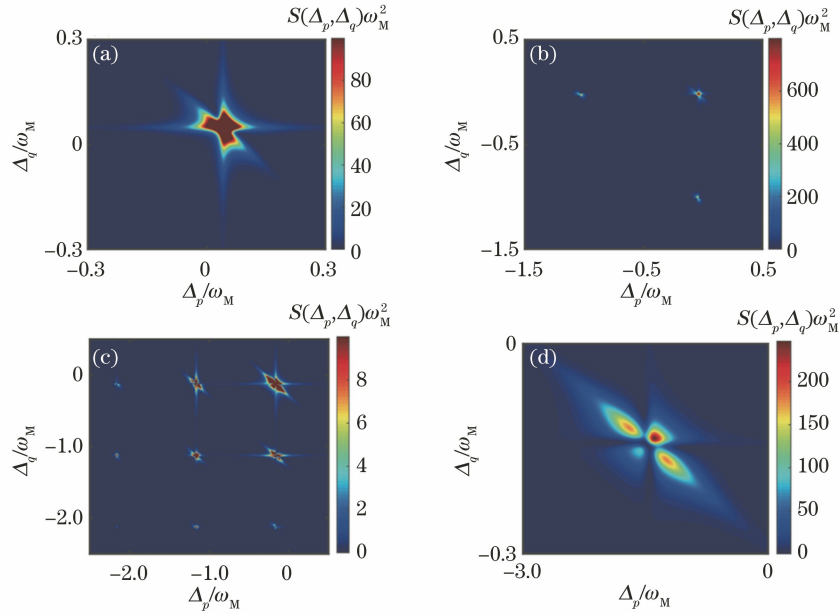


图 2 力学振子初态为  $|0\rangle_b$ 、耦合强度取不同值时,双光子散射谱  $S(\Delta_p, \Delta_q)\omega_M^2$  依赖于光子频率失谐  $\Delta_p/\omega_M$  和  $\Delta_q/\omega_M$  的图像。(a)  $g_1/\omega_M = 0.20, g_2/\omega_M = 0.08$ ; (b)  $g_1/\omega_M = 0.20, g_2/\omega_M = 0.01$ ; (c)  $g_1/\omega_M = 0.40, g_2/\omega_M = 0.01$ ; (d) 图 2(c)的中心位置在  $\Delta_p + \Delta_q = -\delta$  处的峰的大图

Fig. 2 Two-photon scattering spectrum  $S(\Delta_p, \Delta_q)\omega_M^2$  as a function of photon frequency detunings  $\Delta_p/\omega_M$  and  $\Delta_q/\omega_M$  for different coupling strengths when initial mechanical ground state is  $|0\rangle_b$ . (a)  $g_1/\omega_M = 0.20, g_2/\omega_M = 0.08$ ; (b)  $g_1/\omega_M = 0.20, g_2/\omega_M = 0.01$ ; (c)  $g_1/\omega_M = 0.40, g_2/\omega_M = 0.01$ ; (d) zoomed view of peak with center position  $\Delta_p + \Delta_q = -\delta$  in Fig. 2(c)

由于双光子洛伦兹波包具有一定宽度且其为一个可控的变量,接下来研究双光子宽波包入射情况下的散射特征,即  $\epsilon/\omega_M > 1$ 。在混合腔光力系统中,两种光力耦合强度  $g_1$  和  $g_2$  对光谱特性起重要作用。在单光子散射情况下,单光子强耦合条件  $g_1 > \gamma_c$  是声子边带峰出现的必要参数条件(相邻的声子边带峰之间的距离<sup>[59]</sup>为  $\omega_M$ )。此外,当  $g_2/\omega_M \ll 1$

时,参数条件  $2g_2 > \gamma_c$  是观测每个声子边带中的子峰的必要条件。值得注意的是,由于存在量子干涉效应,因此子峰出现的地方可能是峰,也可能是谷。图 3 展示了当  $\epsilon/\omega_M = 2.00, g_1/\omega_M = 0.80, \gamma_c/\omega_M = 0.02$  和参数  $g_2$  取不同值时,双光子散射谱  $S(\Delta_p, \Delta_q)$  随  $\Delta_p/\omega_M$  和  $\Delta_q/\omega_M$  变化的图像。图 3 呈现了宽波包入射且系统存在声子边带时,子峰从不可分

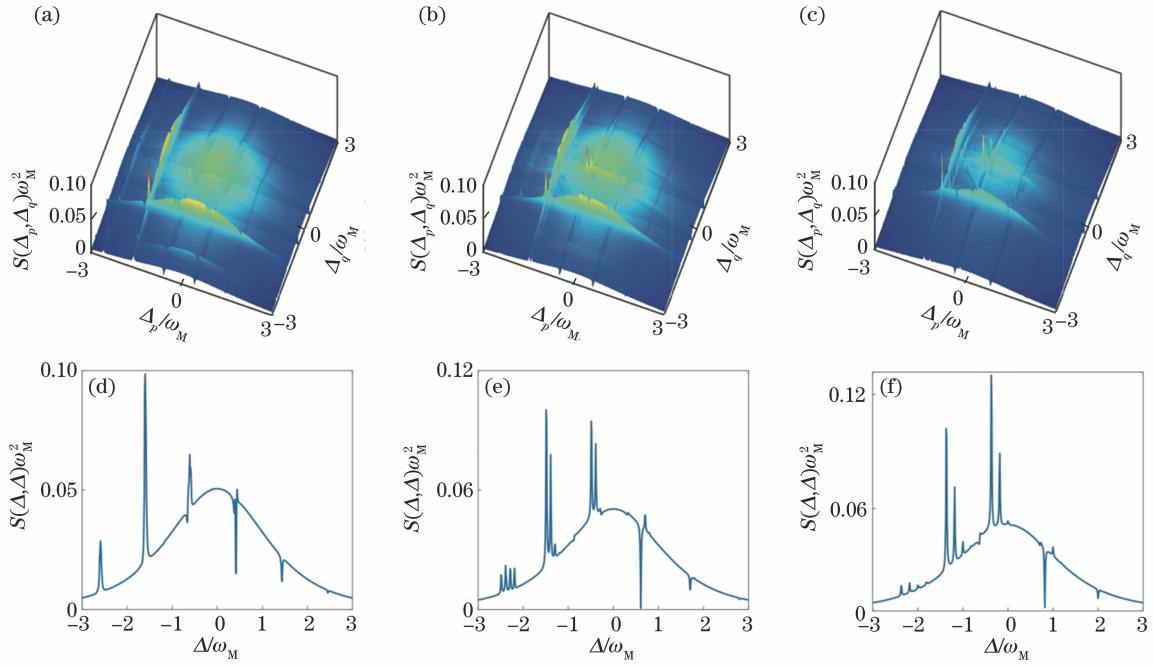


图 3 力学模处于基态  $|0\rangle_b$ 、耦合强度  $g_2$  取各种值时,双光子散射谱  $S(\Delta_p, \Delta_q)\omega_M^2$  作为  $\Delta_p/\omega_M$  和  $\Delta_q/\omega_M$  的函数。(a)~(c)分别相应于  $g_2/\omega_M$  为 0.01,0.05,0.10;(d)~(f)分别对应于图 3(a)~(c)中沿着对角线  $\Delta_p = \Delta_q = \Delta$  的联合谱  $S(\Delta, \Delta)\omega_M^2$

Fig. 3 Two-photon scattering spectra  $S(\Delta_p, \Delta_q)\omega_M^2$  as functions of  $\Delta_p/\omega_M$  and  $\Delta_q/\omega_M$  for various values of coupling strength  $g_2$  when the mechanical mode is in the ground state  $|0\rangle_b$ . (a)–(c) Corresponding to  $g_2/\omega_M = 0.01, 0.05, 0.10$ , respectively; (d)–(f) joint spectra  $S(\Delta, \Delta)\omega_M^2$  along diagonal line  $\Delta_p = \Delta_q = \Delta$  in corresponding to Figs. 3(a)–(c)

辨区域到可分辨区域的逐渐过渡过程。具体地,图 3(a)~(c)展示了  $g_2/\omega_M$  分别取 0.01,0.05,0.10 时,双光子散射谱  $S(\Delta_p, \Delta_q)$  随  $\Delta_p/\omega_M$  和  $\Delta_q/\omega_M$  变化的图像。散射谱中存在很多边带(二维图中的网格),但是图 3(a)中没有子峰,而图 3(b)、(c)中出现了子峰。其原因是图 3(b)、(c)满足参数条件,而图 3(a)不满足参数条件。为了清楚地看到散射谱中的声子边带峰和子峰,图 3(d)~(f)分别展示了图 3(a)~(c)中沿着对角线的双光子散射谱,即在双光子谱中取  $\Delta_p = \Delta_q = \Delta$  的情况。因为满足参数条件  $g_1 > \gamma_c$ ,故从图 3(d)~(f)中都能看到声子边带峰。此外,只有图 3(e)、(f)出现了子峰,这是由于参数条件  $2g_2 > \gamma_c$  只在图 3(e)、(f)中满足,而图 3(d)不满足。特别是散射谱中也出现了峰和低谷,这是因为双光子反射通道和散射通道之间存在量子干涉。

为了进一步分析声子边带可分辨的参数条件,图 4(a)~(c)展示了一次光力耦合强度  $g_1$  分别取  $0.01\omega_M, 0.10\omega_M$  和  $0.50\omega_M$  时,沿对角线  $\Delta_p = \Delta_q = \Delta$  的双光子散射谱随光子失谐  $\Delta/\omega_M$  变化的曲线。此外,图 4(a)~(c)都选取  $g_2/\omega_M = 0.05$  和  $\gamma_c/\omega_M = 0.02$  以满足参数条件  $2g_2 > \gamma_c$ ,从而在每

个边带中都可以观察到子峰,同时选取  $\epsilon/\omega_M = 2.00$ ,即考虑宽波包入射。分析发现在图 4 中,声子边带只能在图 4(b)和 4(c)中出现,而图 4(a)中没有出现。这是因为在图 4(b)、(c)中,参数条件  $g_1 > \gamma_c$  得到满足,而图 4(a)不满足该条件。此外,当  $g_1$  值增加时,谱中可以观察到更多的声子边带峰,而且子峰现象也会更加明显。

本文还研究了在不同腔场耗散率下散射谱的特征,如图 5 所示。 $g_1 > \gamma_c, 2g_2 > \gamma_c$  时,在图 5(a)中可以明显看到声子边带峰和子峰。 $g_1 > \gamma_c, 2g_2 < \gamma_c$  时,散射谱只有声子边带峰,没有子峰[图 5(b)]。对于图 5(c),由于系统工作在参数区  $g_1 < \gamma_c$  和  $2g_2 < \gamma_c$ ,所以声子边带峰和子峰都不能被观察到。其他参数为: $g_1/\omega_M = 0.50, g_2/\omega_M = 0.02$  和  $\epsilon/\omega_M = 2.00$ 。

最后分析如何基于混合腔光力系统的双光子散射谱特点来反推出该系统中的相关物理参数。在双光子散射谱中,峰的位置由辐射光子的共振条件[(17)式和(19)式]决定。首先,当满足参数条件  $2g_2 > \gamma_c$  时,双光子散射谱中出现子峰。考虑参数条件  $g_2/\omega_M \ll 1$ ,则根据辐射光子共振条件[(17)式

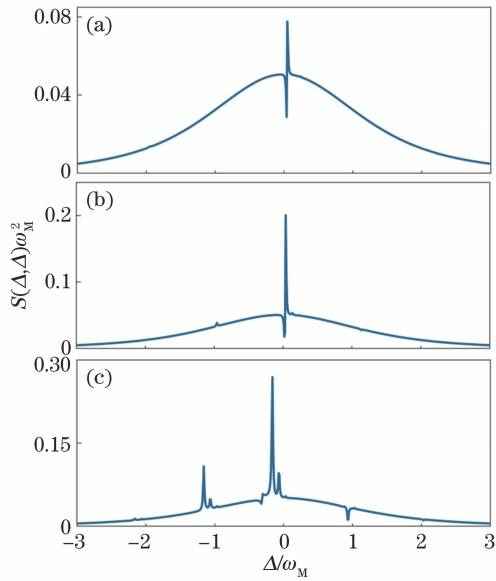


图 4 当耦合强度  $g_1$  取不同值时,沿对角线  $\Delta_p = \Delta_q = \Delta$  的双光子散射谱  $S(\Delta, \Delta)\omega_M^2$ 。(a)  $g_1/\omega_M = 0.01$ ;  
(b)  $g_1/\omega_M = 0.10$ ;(c)  $g_1/\omega_M = 0.50$

Fig. 4 Two-photon scattering spectra  $S(\Delta, \Delta)\omega_M^2$  along diagonal line  $\Delta_p = \Delta_q = \Delta$  for different coupling strength  $g_1$ . (a)  $g_1/\omega_M = 0.01$ ; (b)  $g_1/\omega_M = 0.10$ ; (c)  $g_1/\omega_M = 0.50$

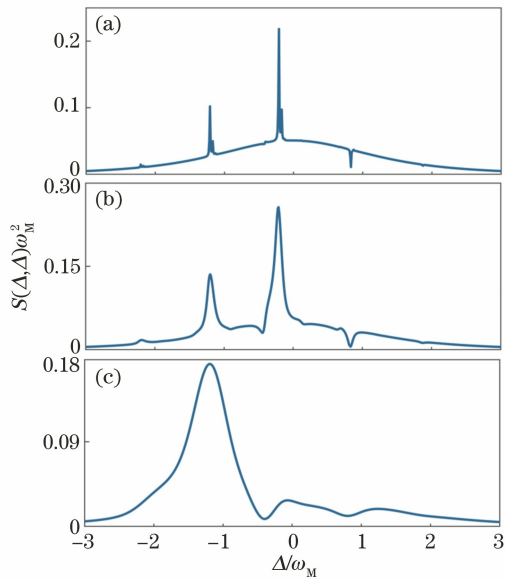


图 5 在  $\gamma_c$  取不同值时,沿对角线  $\Delta_p = \Delta_q = \Delta$  的双光子散射谱  $S(\Delta, \Delta)\omega_M^2$ 。(a)  $\gamma_c/\omega_M = 0.01$ ;  
(b)  $\gamma_c/\omega_M = 0.10$ ;(c)  $\gamma_c/\omega_M = 0.80$

Fig. 5 Two-photon scattering spectra  $S(\Delta, \Delta)\omega_M^2$  along diagonal line  $\Delta_p = \Delta_q = \Delta$  at various values of  $\gamma_c$ . (a)  $\gamma_c/\omega_M = 0.01$ ; (b)  $\gamma_c/\omega_M = 0.10$ ;  
(c)  $\gamma_c/\omega_M = 0.80$

和(19)式],双光子散射谱中相邻子峰的间距为  $2g_2$ ,相邻边带之间的距离为  $\omega_M$ 。当参数合适( $\delta < \omega_M$ )时, $-\delta$  对应于  $\Delta_q < 0$  区域中靠右的第一个主峰位置。基于  $\delta$  的表达式和  $g_2$  的大小,可以反推出  $g_1$ 。基于以上分析,发现:当系统满足参数条件  $2g_2 > \gamma_c$  和  $g_2/\omega_M \ll 1$  时,基于光谱的特点可以反推出力学振子的共振频率  $\omega_M$  及一次和二次光力耦合强度  $g_1$  与  $g_2$ 。

## 6 结 论

研究了混合腔光力系统中的双光子散射问题。利用拉普拉斯变换方法获得了双光子散射过程在长时极限下的概率幅的解析解和双光子散射谱。分析发现两个散射光子的频率是反关联的。特别地,通过分析沿对角线的双光子散射谱,发现了系统参数与光谱特征之间的关系。结果表明,在双光子散射谱中,声子边带峰和子峰出现的参数条件分别为  $g_1 > \gamma_c$  和  $2g_2 > \gamma_c (g_2/\omega_M \ll 1)$ 。该研究不仅提供了一种产生关联光子对的散射方法,而且提出了一种表征混合腔光力系统参数的光谱方法。

## 参 考 文 献

- [1] Sheremet A S, Petrov M I, Iorsh I V, et al. Waveguide quantum electrodynamics: collective radiance and photon-photon correlations [EB/OL]. (2021-03-11) [2021-05-07]. <https://arxiv.org/abs/2103.06824>.
- [2] Chen T W, Law C K, Leung P T. Single-photon scattering and quantum-state transformations in cavity QED[J]. Physical Review A, 2004, 69(6): 063810.
- [3] Shen J T, Fan S H. Strongly correlated two-photon transport in a one-dimensional waveguide coupled to a two-level system[J]. Physical Review Letters, 2007, 98(15): 153003.
- [4] Zhou L, Gong Z R, Liu Y X, et al. Controllable scattering of a single photon inside a one-dimensional resonator waveguide [J]. Physical Review Letters, 2008, 101(10): 100501.
- [5] Fan S H, Kocabaş Ş E, Shen J T. Input-output formalism for few-photon transport in one-dimensional nanophotonic waveguides coupled to a qubit[J]. Physical Review A, 2010, 82(6): 063821.
- [6] Shi T, Sun C P. Lehmann-Symanzik-Zimmermann reduction approach to multiphoton scattering in coupled-resonator arrays [J]. Physical Review B, 2009, 79(20): 205111.
- [7] Shi T, Fan S H, Sun C P. Two-photon transport in a



- waveguide coupled to a cavity in a two-level system [J]. *Physical Review A*, 2011, 84(6): 063803.
- [8] Hurst D L, Kok P. Analytic few-photon scattering in waveguide QED [J]. *Physical Review A*, 2018, 97(4): 043850.
- [9] Shen J T, Fan S H. Strongly correlated multiparticle transport in one dimension through a quantum impurity [J]. *Physical Review A*, 2007, 76(6): 062709.
- [10] Tsai T S, Law C K. Single-photon scattering on  $\Lambda$ -type three-level atoms in a one-dimensional waveguide [J]. *Physical Review A*, 2009, 80(3): 033823.
- [11] Witthaut D, Sørensen A S. Photon scattering by a three-level emitter in a one-dimensional waveguide [J]. *New Journal of Physics*, 2010, 12(4): 043052.
- [12] Nysteen A, Kristensen P T, McCutcheon D P S, et al. Scattering of two photons on a quantum emitter in a one-dimensional waveguide: exact dynamics and induced correlations [J]. *New Journal of Physics*, 2015, 17(2): 023030.
- [13] Das S, Elfving V E, Reiter F, et al. Photon scattering from a system of multilevel quantum emitters. I. Formalism [J]. *Physical Review A*, 2018, 97(4): 043837.
- [14] Das S, Elfving V E, Reiter F, et al. Photon scattering from a system of multilevel quantum emitters. II. Application to emitters coupled to a one-dimensional waveguide [J]. *Physical Review A*, 2018, 97(4): 043838.
- [15] Rephaeli E, Kocabaş Ş E, Fan S H. Few-photon transport in a waveguide coupled to a pair of colocated two-level atoms [J]. *Physical Review A*, 2011, 84(6): 063832.
- [16] Cheng M T, Xu J P, Agarwal G S. Waveguide transport mediated by strong coupling with atoms [J]. *Physical Review A*, 2017, 95(5): 053807.
- [17] Liao J Q, Law C K. Correlated two-photon transport in a one-dimensional waveguide side-coupled to a nonlinear cavity [J]. *Physical Review A*, 2010, 82(5): 053836.
- [18] Xu S S, Rephaeli E, Fan S H. Analytic properties of two-photon scattering matrix in integrated quantum systems determined by the cluster decomposition principle [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(22): 223602.
- [19] Xu X W, Li Y. Strongly correlated two-photon transport in a one-dimensional waveguide coupled to a weakly nonlinear cavity [J]. *Physical Review A*, 2014, 90(3): 033832.
- [20] Liao J Q, Cheung H K, Law C K. Spectrum of single-photon emission and scattering in cavity optomechanics [J]. *Physical Review A*, 2012, 85(2): 025803.
- [21] Liao J Q, Law C K. Correlated two-photon scattering in cavity optomechanics [J]. *Physical Review A*, 2013, 87(4): 043809.
- [22] Jia W Z, Wang Z D. Single-photon transport in a one-dimensional waveguide coupling to a hybrid atom-optomechanical system [J]. *Physical Review A*, 2013, 88(6): 063821.
- [23] Liao J Q, Nori F. Single-photon quadratic optomechanics [J]. *Scientific Reports*, 2015, 4: 6302.
- [24] Ng K H, Law C K. Single-photon scattering in an optomechanical Jaynes-Cummings model [J]. *Physical Review A*, 2016, 93(4): 043834.
- [25] Qiao L. Single-photon transport through a waveguide coupling to a quadratic optomechanical system [J]. *Physical Review A*, 2017, 96: 013860.
- [26] Kojima K, Hofmann H F, Takeuchi S, et al. Nonlinear interaction of two photons with a one-dimensional atom: spatiotemporal quantum coherence in the emitted field [J]. *Physical Review A*, 2003, 68(1): 013803.
- [27] Richter M, Carmele A, Sitek A, et al. Few-photon model of the optical emission of semiconductor quantum dots [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(8): 087407.
- [28] Roy D. Few-photon optical diode [J]. *Physical Review B*, 2010, 81(15): 155117.
- [29] Roy D. Two-photon scattering by a driven three-level emitter in a one-dimensional waveguide and electromagnetically induced transparency [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(5): 053601.
- [30] Zheng H X, Gauthier D J, Baranger H U. Strongly correlated photons generated by coupling a three- or four-level system to a waveguide [J]. *Physical Review A*, 2012, 85(4): 043832.
- [31] Ke Y G, Poshakinskiy A V, Lee C H, et al. Inelastic scattering of photon pairs in qubit arrays with subradiant states [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(25): 253601.
- [32] Glauber R J. Photon correlations [J]. *Physical Review Letters*, 1963, 10(3): 84-86.
- [33] Aspect A, Grangier P, Roger G. Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem [J]. *Physical Review Letters*, 1981, 47(7): 460-463.
- [34] Nielsen M A, Chuang I L. *Quantum computation and quantum information* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [35] Kippenberg T J, Vahala K J. Cavity optomechanics: back-action at the mesoscale [J]. *Science*, 2008, 321(5893): 1172-1176.
- [36] Aspelmeyer M, Kippenberg T J, Marquardt F. *Cavity optomechanics* [J]. *Reviews of Modern*

- Physics, 2014, 86(4): 1391-1452.
- [37] Bowen W P, Milburn G J. Quantum optomechanics [M]. Florida: CRC Press, 2016.
- [38] Law C K. Interaction between a moving mirror and radiation pressure: a Hamiltonian formulation [J]. Physical Review A, 1995, 51(3): 2537-2541.
- [39] Thompson J D, Zwickl B M, Jayich A M, et al. Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micromechanical membrane [J]. Nature, 2008, 452(7183): 72-75.
- [40] Sankey J C, Yang C, Zwickl B M, et al. Strong and tunable nonlinear optomechanical coupling in a low-loss system [J]. Nature Physics, 2010, 6(9): 707-712.
- [41] Bhattacharya M, Meystre P. Multiple membrane cavity optomechanics [J]. Physical Review A, 2008, 78(4): 041801.
- [42] Shi H, Bhattacharya M. Quantum mechanical study of a generic quadratically coupled optomechanical system [J]. Physical Review A, 2013, 87(4): 043829.
- [43] Rabl P. Photon blockade effect in optomechanical systems [J]. Physical Review Letters, 2011, 107(6): 063601.
- [44] Liao J Q, Nori F. Photon blockade in quadratically coupled optomechanical systems [J]. Physical Review A, 2013, 88(2): 023853.
- [45] Xu X W, Li Y J, Liu Y X. Photon-induced tunneling in optomechanical systems [J]. Physical Review A, 2013, 87(2): 025803.
- [46] Safavi-Naeini A H, Gröblacher S, Hill J T, et al. Squeezed light from a silicon micromechanical resonator [J]. Nature, 2013, 500(7461): 185-189.
- [47] Purdy T P, Yu P L, Peterson R W, et al. Strong optomechanical squeezing of light [J]. Physical Review X, 2013, 3(3): 031012.
- [48] Aggarwal N, Cullen T J, Cripe J, et al. Room-temperature optomechanical squeezing [J]. Nature Physics, 2020, 16(7): 784-788.
- [49] Agarwal G S, Huang S M. Electromagnetically induced transparency in mechanical effects of light [J]. Physical Review A, 2010, 81(4): 041803.
- [50] Weis S, Rivière R, Deléglise S, et al. Optomechanically induced transparency [J]. Science, 2010, 330(6010): 1520-1523.
- [51] Safavi-Naeini A H, Alegre T P M, Chan J, et al. Electromagnetically induced transparency and slow light with optomechanics [J]. Nature, 2011, 472(7341): 69-73.
- [52] Wang J, Tian X D. Ideal optomechanically induced transparency and amplification based on nonrotating wave approximation effect [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(5): 0512002.
- 王婧, 田雪冬. 基于非旋转波近似效应的完美光力诱导透明和放大 [J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(5): 0512002.
- [53] Rocheleau T, Ndukum T, Macklin C, et al. Preparation and detection of a mechanical resonator near the ground state of motion [J]. Nature, 2010, 463(7277): 72-75.
- [54] Xuereb A, Paternostro M. Selectable linear or quadratic coupling in an optomechanical system [J]. Physical Review A, 2013, 87(2): 023830.
- [55] Zhang L, Kong H Y. Self-sustained oscillation and harmonic generation in optomechanical systems with quadratic couplings [J]. Physical Review A, 2014, 89(2): 023847.
- [56] Hauer B D, Metelmann A, Davis J P. Phonon quantum nondemolition measurements in nonlinearly coupled optomechanical cavities [J]. Physical Review A, 2018, 98(4): 043804.
- [57] Zhang X Y, Zhou Y H, Guo Y Q, et al. Optomechanically induced transparency in optomechanics with both linear and quadratic coupling [J]. Physical Review A, 2018, 98(5): 053802.
- [58] Brunelli M, Houhou O, Moore D W, et al. Unconditional preparation of nonclassical states via linear-and-quadratic optomechanics [J]. Physical Review A, 2018, 98(6): 063801.
- [59] Zhou Y H, Zou F, Fang X M, et al. Spectral characterization of couplings in a mixed optomechanical model [J]. Communications in Theoretical Physics, 2019, 71(8): 939-946.
- [60] Sainadh U S, Kumar M A. Force sensing beyond standard quantum limit with optomechanical "soft" mode induced by nonlinear interaction [J]. Optics Letters, 2020, 45(3): 619-622.
- [61] Zhang T C, Wu W, Yang P F, et al. High-finesse micro-optical Fabry-Perot cavity and its applications in strongly coupled cavity quantum electrodynamics [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(1): 0127001.
- 张天才, 毋伟, 杨鹏飞, 等. 高精细度法布里-珀罗光学微腔及其在强耦合腔量子电动力学中的应用 [J]. 光学学报, 2021, 41(1): 0127001.
- [62] Gan X T, Zhao J L. Resonance lineshapes in optical cavity [J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(8): 0823007.
- 甘雪涛, 赵建林. 光学腔的共振线型 [J]. 光学学报, 2021, 41(8): 0823007.
- [63] Král P. Displaced and squeezed Fock states [J]. Journal of Modern Optics, 1990, 37(5): 889-917.