

基于自发参量下转换的光子轨道角动量量子纠缠

汪喜林^{1*}, 刘志峰¹, 高小钦², 李浩¹, 任志成¹, 陈超¹, 董博文¹, 杨雨翔¹, 程子默¹, 王慧田^{1**}¹ 南京大学固体微结构物理国家重点实验室, 南京大学物理学院, 人工微结构科学与技术协同创新中心, 江苏 南京 210093;² 渥太华大学物理系, 加拿大 渥太华, K1N 6N5

摘要 作为光子重要自由度之一, 轨道角动量(OAM)在光子量子信息研究中占据着重要地位。将其与偏振等光子的其他自由度相结合, 可实现多自由度光子量子信息处理。此外, 由于其具有天然的离散高维属性, 故其是开展高维量子信息处理研究的最佳自由度之一。基于自发参量下转换非线性光学过程能够便捷地获得 OAM 纠缠源。近年来, 光子 OAM 量子纠缠的研究受到了广泛关注, 在多自由度、高维和多光子等多个方向都取得了重要进展。然而, 该领域尚有诸多悬而未决的关键科学问题亟须深入研究, 包括如何实现高效高质的 OAM 分离, 如何实现更高维度的频率转换, 如何提升多自由度纠缠源的品质, 如何获得更多维度、更多光子的高维纠缠态以及如何构建可行的高维量子门等。从光子 OAM 最基本的二维操纵着手, 综述了单光子 OAM 量子态调控、双光子及多光子 OAM 纠缠操纵。围绕多自由度、大角动量和高维等特性, 从生成、调控、测量及应用等角度系统讨论了光子 OAM 量子纠缠。同时, 探索了解决本方向关键科学问题的一些可能解决途径。

关键词 量子光学; 量子信息; 光子轨道角动量; 自发参量下转换; 量子纠缠; 多自由度纠缠; 高维量子纠缠

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0327012

Quantum Entanglement with Photonic Orbital Angular Momentum Based on Spontaneous Parametric Down-Conversion

Wang Xilin^{1*}, Liu Zhifeng¹, Gao Xiaoqin², Li Hao¹, Ren Zhicheng¹, Chen Chao¹, Dong Bowen¹, Yang Yuxiang¹, Cheng Zimo¹, Wang Huitian^{1**}¹ National Laboratory of Solid State Microstructures, School of Physics, Collaborative Innovation Center of Advanced Microstructures, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China;² Department of Physics, University of Ottawa, Ottawa K1N 6N5, Canada

Abstract As an important degree of freedom, orbital angular momentum (OAM) plays a key role in the research of photonic quantum information. Combined OAM with other degrees of freedom of photons such as polarization, multi-degree-of-freedom photonic quantum information processing is possible. In addition, due to the property of natural discrete high dimensions, OAM is one of the optimal degrees of freedom for the research of high dimensional quantum information processing. Based on the spontaneous parametric down-conversion nonlinear optical process, the entangled source with OAM can be easily obtained. In recent years, quantum entanglement based on OAM of photons has attracted wide attention and many significant progresses have been made in many directions, such as multiple degrees of freedom, high dimension and multiple photons. However, there are still many key scientific issues that need to be further studied in this realm, including how to achieve efficient and high-quality OAM sorter, how to achieve higher-dimensional frequency conversion, how to improve the quality of multi-degree-of-freedom entangled sorter, how to obtain high-dimensional entangled states with more dimensions and more photons, and

收稿日期: 2021-12-27; 修回日期: 2021-12-30; 录用日期: 2022-01-06

基金项目: 国家自然科学基金(11922406)、国家重点研发计划(2019YFA0308700、2020YFA0309500)、广东省重点领域研发计划(2020B0303010001)

通信作者: *xilinwang@nju.edu.cn; **htwang@nju.edu.cn

how to construct feasible high-dimensional quantum gates. Starting from the most basic two-dimensional manipulation of OAM of photons, the quantum state regulation of single photon with OAM and the entanglement manipulation of two photons and multiple photons with OAM are reviewed. Based on the characteristics of multiple degrees of freedom, large angular momentum and high dimension, quantum entanglement of OAM of photons is discussed systematically from the perspectives of generation, regulation, measurement and application. Meanwhile, the possible methods to overcome the challenges in this realm are explored.

Key words quantum optics; quantum information; photonic orbital angular momentum; spontaneous parametric down-conversion; quantum entanglement; multi-degree-of-freedom entanglement; high-dimensional quantum entanglement

1 引言

光子作为飞行的比特,是信息的重要载体之一,在经典通信和量子信息中都占据着举足轻重的地位。光子具有振幅、相位、偏振和频率等多个自由度,均可用于编码、传递、计算和处理信息。在量子信息的研究中,对于光子的众多自由度而言,偏振的应用最为广泛。由于光子的偏振构成了一个二维空间,故其可非常便捷地被编码为量子比特,例如通常将水平偏振 $|H\rangle$ 编码为量子比特的 $|0\rangle$,将正交偏振态 $|V\rangle$ 编码为量子比特的 $|1\rangle$ 。很多量子信息方案最早都是基于光子偏振编码实现的,例如量子密钥分发 BB84 方案^[1]、超密编码^[2]的物理实现、量子隐形传态^[3]和纠缠交换^[4]的实验演示、实验上观察到的多粒子纠缠^[5]以及基于量子科学卫星“墨子号”的一系列量子信息实验^[6-8]等。

随着量子信息与量子光学研究的进一步深入,学者们需要在更大的希尔伯特空间调控量子态和制备量子纠缠。通常有两条途径来扩大量子态空间:1)增加纠缠光子数,若单个光子偏振编码空间维度为 2,则 N 个纠缠光子的态空间可达 2^N ,沿着该技术途径,先后报道了 4^[9], 5^[10], 6^[11], 8^[12-13], 10^[14-15], 12^[16] 光子纠缠;2)增加单个光子调控维度,例如利用光子的路径^[17-19]、时间^[20]和频率^[21-23]等自由度可以在高维空间编码和操纵光子。

由于光子的路径、时间和频率等自由度中的变量是连续变化的,因此在构建高维希尔伯特空间时,需要将连续变量离散化。事实上,光子有一个独特的自由度,即轨道角动量(OAM),其中的变量本身就是离散化的,且理论上可以高达无穷维。研究表明^[24-26],当光场具有形如 $\exp(jm\phi)$ 的螺旋相位时,其中的每个光子携带 $m\hbar$ 的 OAM。这种螺旋相位的存在使得光场中形成了一个涡旋,因此携带 OAM 的光场也被称为光学涡旋。此处的 ϕ 是极坐标系 (r, ϕ) 中的方位角坐标, m 为拓扑荷,理论上可取任意

整数。由此可见,OAM是天然的能够用于高维编码的离散变量。OAM的这一特性使其备受研究者青睐,从经典光学到量子光学与量子信息,在几乎涉及光学的研究领域中都得到了越来越多的关注。

本文重点关注 OAM 在量子光学与量子信息^[27-28]领域的研究。迄今为止,最大角动量量子数的量子纠缠^[29-30]及最高维度的量子纠缠^[31]都是在光子的 OAM 中观察到的。

2 单光子轨道角动量调控

2.1 轨道角动量的生成及调控元件

开展 OAM 研究的首要任务是能够制备携带 OAM 的光学涡旋。与基模高斯光场相比,光学涡旋携带了螺旋相位,如图 1(a)所示,故可以通过调控相位的方法来制备光学涡旋。最直接的方法就是利用一个螺旋相位板(SPP)来强制为基模高斯光场添加一个螺旋相位以获得光学涡旋^[32],如图 1(b)所示。此外,也可以利用在空间光调制器(SLM)上加载叉形衍射光栅的方式来生成螺旋相位^[33],从而制备光学涡旋,如图 1(c)所示。以上两种获取螺旋相位的区别在于 SPP 仅仅调制入射光场的相位,对偏振无选择。然而,一种螺旋相位片只能制备一种具有特定绝对值的拓扑荷(正负可通过互换螺旋相位片的入射面调节)的光学涡旋,灵活性相对较差。SLM 只能针对特定偏振的光场实现相位调制功能,因此其对偏振是有选择的,其优势在于灵活性很强,可以通过改变投影在 SLM 上的全息图来灵活地获得所需的光学涡旋。

第三种常用的制备光学涡旋的元件是 Q-plate^[34],这是一种由液晶制备的空间变化的波片。当相位延迟量为 π 时,Q-plate 可以看作是一种快轴空间变化的半波片,光轴位于垂直于光传播方向的 x - y 平面,与 x 轴的夹角 α 可表示为 $\alpha(r, \phi) = q\phi + \alpha_0$,其中 q 和 α_0 是常数。Q-plate 的琼斯矩阵^[34]可以写成

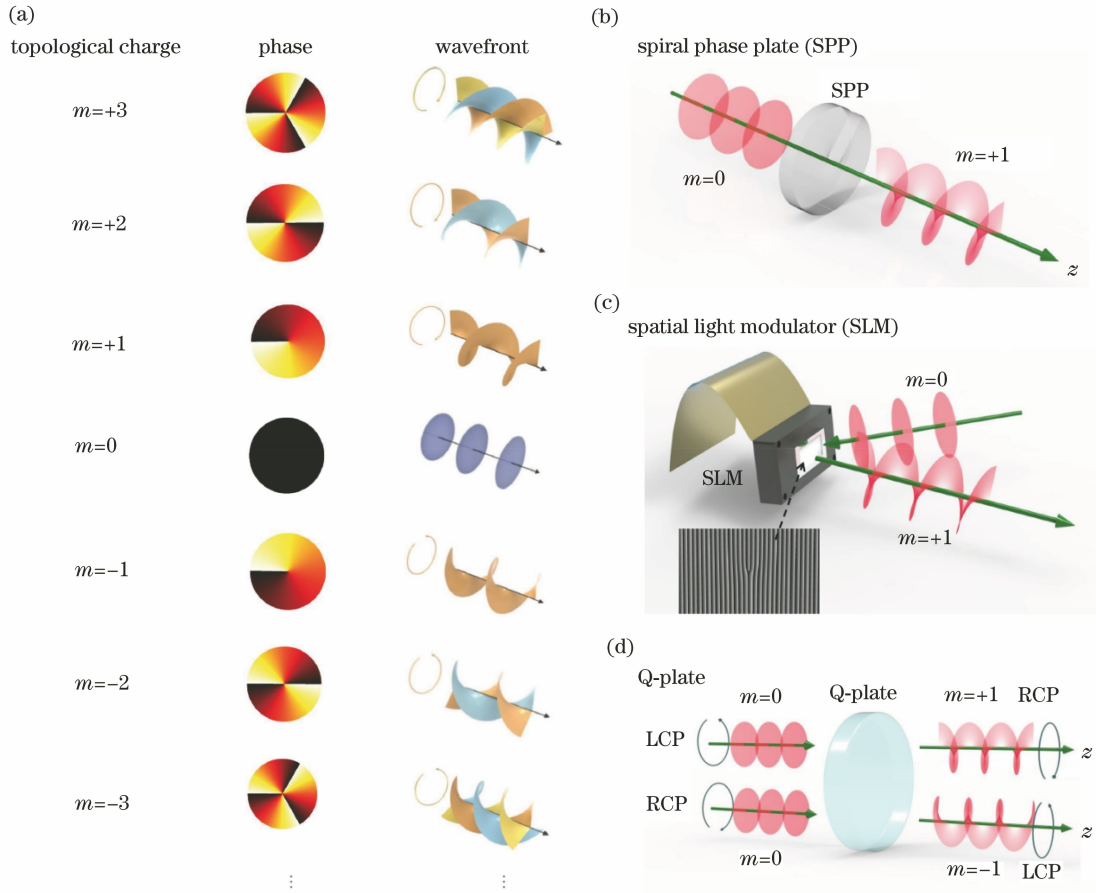


图 1 光学涡旋及其三种常用的生成元件。(a)拓扑荷为-3~+3 的光学涡旋的相位和波前分布;(b)利用 SPP 生成光学涡旋示意图;(c)在 SLM 上加负载叉形衍射光栅来生成光学涡旋示意图;(d)利用 $q=1/2$ 的 Q-plate 生成拓扑荷为±1 的光学涡旋示意图

Fig. 1 Optical vortices and its three common generating elements. (a) Phase and wavefront distributions for optical vortices with topological charges from -3 to +3; (b) schematic diagram of optical vortex generated by SPP; (c) schematic diagram of optical vortex generated by projecting diffraction fork grating on SLM; (d) schematic diagram of optical vortex with topological charges of ±1 generated by Q-plate with $q=1/2$

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}(-\alpha) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{R}(\alpha)$ 是一个由 α 决定的 2×2 的旋转矩阵,

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}.$$

于是, Q-plate 可以将一个输入场 $\mathbf{E}_{in} = E_H \hat{e}_H + E_V \hat{e}_V$

转换为输出场 $\mathbf{E}_{out} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{E}_{in}$, 其中

E_H 和 E_V 为 H 偏振和 V 偏振方向的场强, \hat{e}_H 和 \hat{e}_V 为 H 偏振和 V 偏振方向的单位向量。特别地, 当

输入左旋圆偏振(LCP)光时, 输入场 $\mathbf{E}_{in} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$ 可

转换为输出场 $\mathbf{E}_{out} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \exp(j2\alpha) \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$, 即变成一个

携带 $2\alpha = 2q\phi + 2\alpha_0$ 相位的右旋圆偏振(RCP)光, 此时输出场为 $m = 2q$ 的光学涡旋。其中, E_0 为输入场的场强。同理, 对于 RCP 光输入的情况, 输出场变为 $m = -2q$ 的光学涡旋。更进一步, 可以通过调节输入光的偏振状态来获得 $m = 2q$ 和 $m = -2q$ 的相干叠加态。

除了以上三种元件外, 另一个在 OAM 研究中经常会用到的元件是 Dove 棱镜^[35]。Dove 棱镜可以在不改变入射光传播方向的前提下增加一次反射, 使得直角坐标系中的 y 轴发生翻转, 如图 2(a) 所示。对于光学涡旋而言, 反射会翻转拓扑荷的正负号^[36-37]。因此, 借助 Dove 棱镜可以在不改变光路的前提下使得光学涡旋的拓扑荷反号, 该功能在单光子多自由度操纵中可便捷地构建偏振控制门^[36-37]。Dove 棱镜的另一个重要功能是可旋转为光学涡旋引入一个与拓扑荷相关的相对相位。当

Dove 棱镜相对水平面旋转 α 时,通过其光学涡旋可将入射的 $\exp(jm\phi)$ 改变为 $\exp(-jm\phi) \times \exp(2jma)$, 这样除了拓扑荷翻转之外,还额外附带了一个 $2m\alpha$ 的相位,如图 2(b) 所示。因此,通过旋转 Dove 棱镜

可以调节不同拓扑荷光学涡旋之间的相对相位,这一功能同样在操纵 OAM 过程中尤为重要,例如可以搭建干涉仪来区分不同拓扑荷的光学涡旋^[35,38-39] 和演示 OAM 引入的旋转 Doppler 效应^[40] 等。

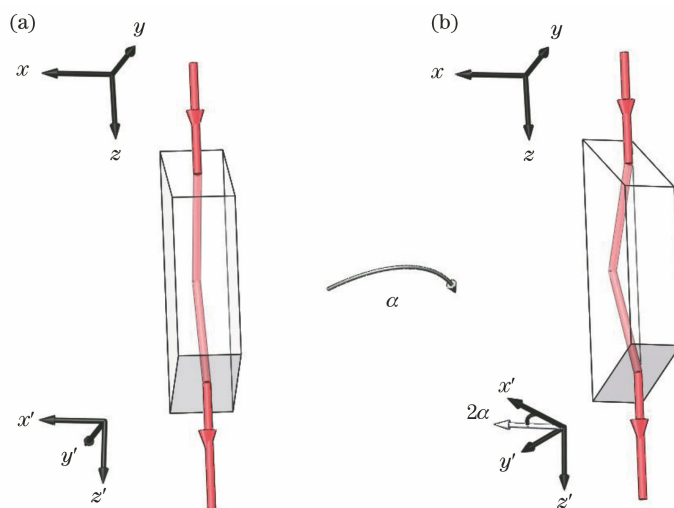


图 2 Dove 棱镜调控 OAM。(a) Dove 棱镜底面与水平面夹角为 0° ; (b) Dove 棱镜底面与水平面夹角为 α
 Fig. 2 OAM manipulation by Dove prism. (a) Angle between bottom surface of Dove prism and horizontal plane is 0° ; (b) angle between bottom surface of Dove prism and horizontal plane is α

2.2 单光子轨道角动量量子比特编码

利用光子的 OAM 开展量子信息研究,实现单光子 OAM 量子比特的编码和测量是一个基本功能需求。2.1 节中所提元件的转换或调控效率均可超过 90%,故其可以方便地被应用于单光子 OAM 量子态的制备与测量。

在单光子光路中,插入 SPP 便可编码 OAM 量子比特。在基于光子偏振和 OAM 的多自由度量子隐形传态实验中^[37],将 SPP 插入自稳定的环形 Sagnac 干涉仪中,若入射光子处于水平偏振状态 $|H\rangle$,则其逆时针通过 Sagnac 干涉环,经过 SPP

后,可被编码为 OAM 量子比特 $|+1\rangle$ 。类似地,偏振状态为 $|V\rangle$ 的光子顺时针通过干涉环,反向通过 SPP 后,光子可被编码为 OAM 量子比特 $|-1\rangle$,如图 3(a) 所示。其中, $|\pm 1\rangle$ 用来表示携带 OAM 为 $\pm h$ 的光子状态。同样,在后面的表述中, $|\pm m\rangle$ 用来表示携带 OAM 为 $\pm mh$ 的光子状态。如果入射光子处于 $\alpha|H\rangle + \beta|V\rangle$ 的状态,通过干涉环后,可被转换为 $\alpha|H\rangle|+1\rangle + \beta|V\rangle|-1\rangle$ 的状态,这样便可以制备出待传输的单光子偏振和 OAM 二维不可分量量子态 $(|H\rangle|+1\rangle + |V\rangle|-1\rangle)/\sqrt{2}$ 。在经典光场调控中,将 SPP 插入 Sagnac 干涉环中可以方便地

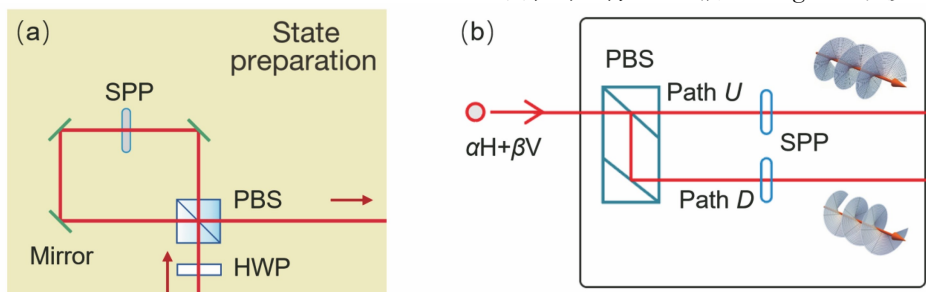


图 3 基于 SPP 实现单光子 OAM 量子比特编码原理图^[37, 42]。(a) 将 SPP 插入自稳定 Sagnac 干涉环中可生成多种偏振-OAM 复合态;(b) 在单个光子的两个空间模式中插入两个 SPP,扩展偏振、路径和 OAM 三个自由度的编码
 Fig. 3 Schematic diagram of realization of single-photon OAM qubit encoding with SPP^[37,42]. (a) Inserting SPP in Sagnac interference loop to produce various polarization-OAM composite states; (b) inserting two SPPs in two spatial modes of single photon to expand encoding in three degrees of freedom of polarization, path and OAM

生成多种偏振态空间非均匀分布的矢量光场^[41]。同样,SPP 可以用于单光子更多自由度量态的编码,如图 3(b)所示。利用一个偏振分束器(PBS)根据偏振态将入射光子在空间上分成上下两个模式,相应的状态分别标记为 $|u\rangle$ 和 $|d\rangle$,进一步在上下两个模式中插入拓扑荷相反(± 1)的两个 SPP(只需将同一种 SPP 正反颠倒放置即可),将会进一步编码 OAM 量子比特 $|\pm 1\rangle$,故水平偏振光子状态被编码为 $|H\rangle|u\rangle|+1\rangle$,竖直偏振光子状态被编码为 $|V\rangle|d\rangle|-1\rangle$ 。处于 $\alpha|H\rangle+\beta|V\rangle$ 状态的光子被编码为 $\alpha|H\rangle|u\rangle|+1\rangle+\beta|V\rangle|d\rangle|-1\rangle$,实现了单光子 3 bit 的量子编码。在此基础上,通过操纵 6 个纠缠光子,首次验证了 18 bit 的量子纠缠^[42]。

Q-plate 是另一种非常重要的单光子 OAM 编码元件,能够高效地实现量子信息在偏振空间和 OAM 空间的相互转换^[43]。根据(1)式, $q=m/2$ 的 Q-plate 可将入射的左右旋圆偏振光子进行状态转换

$$\begin{cases} |L\rangle|0\rangle \\ |R\rangle|0\rangle \end{cases} \xrightarrow{\text{Q-plate}(q=m/2)} \begin{cases} |R\rangle|m\rangle \\ |L\rangle|-m\rangle \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $|L\rangle$ 、 $|R\rangle$ 分别为光子的左旋、右旋圆偏振本征态(基矢)。结合 1/4 波片(QWP)和 PBS 后,线偏振光子的变换关系为

$$\begin{aligned} & (\alpha|H\rangle+\beta|V\rangle)|0\rangle \xrightarrow{\text{QWP}} \\ & (\alpha|L\rangle+\beta|R\rangle)|0\rangle \xrightarrow{\text{Q-plate}(q=m/2)} \\ & \alpha|R\rangle|m\rangle+\beta|L\rangle|-m\rangle \xrightarrow{\text{PBS}} \\ & |H\rangle(\alpha|m\rangle+\beta|-m\rangle), \quad (3) \end{aligned}$$

此时,便实现了量子信息由偏振向 OAM 空间的转换^[43]。由于在最后的 PBS 处有一半能量的损失,故此时的转换效率只有 50%。如果进一步利用插入 Dove 棱镜的环形 Sagnac 干涉仪实现一个 OAM 对偏振的受控非门操作,则可以实现理论上能达到 100%的确定性转换^[44]。对于线偏振光子,经过 $q=m/2$ 的 Q-plate 后的转换关系为

$$\begin{cases} |H\rangle|0\rangle \\ |V\rangle|0\rangle \end{cases} \xrightarrow{\text{Q-plate}(q=m/2)} \begin{cases} |R\rangle|m\rangle \\ |L\rangle|-m\rangle \end{cases} / \sqrt{2}, \quad (4)$$

当 m 值很大(如 $m=100$)时,利用(4)式可以构造一个“偏振齿轮”,有望被用于角度的高灵敏探测中^[45]。

利用 SLM 同样可以进行 OAM 编码,最具有代表性的应用是将偏振纠缠转换为高量子数的 OAM 纠缠^[29]。在一个类似 Sagnac 干涉环的装置中,水平偏振光子和竖直偏振光子分别沿着顺时针和逆时

针两条不同的路径通过干涉环,这两条路径在干涉环中有一定的错位,反向平行传播,从干涉环中出射后会再次合成一束。由于两条路径分别通过 SLM 的左右两个不同区域反射,故两条路径上可以独立加载不同的相位,即携带不同的 OAM。在文献[29]中, $|H\rangle$ 和 $|V\rangle$ 光子分别携带了 $+l$ 和 $-l$ 的 OAM。由于 SLM 只能对特定偏振的偏振光作用,故在两条路径中插入了独立调控的半波片来调节偏振状态,使之与 SLM 相匹配,且在出射端保持偏振光的偏振状态与入射的光子偏振态相同。进一步,利用偏振片将出射光子的偏振状态投影在 $|D\rangle=(|H\rangle+|V\rangle)/\sqrt{2}$ 状态,进而偏振纠缠光子经过基于 SLM 的 Sagnac 干涉环之后能够被转换为 OAM 纠缠光子

$$\begin{aligned} & (\alpha|H\rangle|V\rangle+\beta|V\rangle|H\rangle) \otimes |0\rangle|0\rangle \rightarrow \\ & |D\rangle|D\rangle \otimes (\alpha|+l\rangle|-l\rangle+\beta|-l\rangle|+l\rangle). \quad (5) \end{aligned}$$

在文献[29]中,通过将 l 的最大值取至 300,实现了角动量相差 $600\hbar$ 的两个光子的纠缠。在随后的研究中,基于相类似的转换原理,利用加工的大拓扑荷螺旋相位反射镜,进一步将 OAM 纠缠光子的量子数提升至 10010^[30]。此外,值得一提的是,若在光路中反向输入偏振态为 $|D\rangle$ 的基模高斯光场,则可以输出矢量光场,故基于 SLM 的干涉装置在经典光学中被广泛应用于矢量光场的生成中^[46-50]。经典光场调控技术与光量子信息技术有诸多可以相互借鉴之处,若能合理开发利用该特性,会大大推动两个领域的共同发展。

2.3 单光子轨道角动量高维量子态编码与应用

在基于 OAM 的高维量子信息处理研究中,需要进行单光子 OAM 高维量子态编码,与光通信中实现 OAM 复用^[51]的过程十分相似,均是为了获得 OAM 高维叠加态

$$f(\phi) = \sum_{m=s}^t A_m \exp(jm\phi), \quad (6)$$

式中: A_m 为各阶 OAM 的调制系数; s 和 t 是根据实际需要而确定的 OAM 高维叠加态的上下界。该方向的研究在光通信领域已经取得了一些进展。利用搜索算法仅仅基于纯相位调制,便有望实现 OAM 谱的调制^[52-53]。然而,需要的相位图在旋向变化情况较为复杂,不少角度存在相位突变情况,这就需要很高的相位调制精度。在实际应用中,这种方法在 OAM 维度较低时能取得比较理想的实验效果^[53],但受限于 SLM 的相位调制精度,故很难实现

很高维(大于 50 维)的 OAM 态调控。如何在实验上能更便捷地实现 50 维以上的 OAM 调控仍旧是当前面临的一个挑战。

调控单光子 OAM 高维量子态在多个研究领域有着重要应用,例如基于高维 OAM 的离散时间随机行走量子模拟,OAM 的高维特性使其可被用于编码其中一个晶格维度。离散时间量子随机行走一般指在一个周期性的晶格上一个自旋为 1/2 的粒子的自旋态和位置的演化过程。该演化可以由一个幺正算符决定,一般由两种类型的操作按一定的顺序组合而成^[54],包括自旋旋转操作和依赖于自旋态的平移操作,二者的数学形式如下

$$S = \exp(i\theta\sigma_y), \quad (7)$$

$$T = \sum_x (|x+1\rangle\langle x| \otimes |\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |x-1\rangle\langle x| \otimes |\downarrow\rangle\langle\downarrow|), \quad (8)$$

式中: σ_y 表示 y 轴向上的 Pauli 矩阵; S 表示自旋态绕布洛赫球上的 y 轴旋转一个角度 θ 的过程; T 表示如果自旋向上,粒子的位置向 x 正方向平移一个晶

格单位,如果自旋向下,就向反方向平移。其中,依赖于自旋态的平移操作和凝聚态物理中的自旋轨道耦合的作用非常相似。正如自旋轨道耦合的引入产生了反常量子霍尔效应,自旋依赖的平移使得量子随机行走能够模拟很多拓扑不平凡的模式,例如类 Su-Schrieffer-Heeger (SSH) 模型、陈绝缘体等^[55]。因此,实现自旋依赖的平移操作是光学量子随机行走实验的核心,而 Q-plate 恰好能实现对偏振依赖的 OAM 拓扑荷的增减调控,故可利用 Q-plate 开展基于 OAM 的离散时间量子随机行走研究。在干涉环中插入 Q-plate,光子每通过一次干涉环相当于进行了一步随机行走^[56]。在具体实验上,报道了利用多组 Q-plate 实现基于 OAM 量子随机行走的研究^[57],如图 4(a)所示。进一步结合其他自由度,可以开展多自由度量子模拟的研究。例如,结合路径模式,可开展双自由度周期性晶格量子随机行走研究^[58],如图 4(b)所示。结合频率自由度,有望用于模拟有邻近耦合的单粒子哈密顿量模型^[59]。

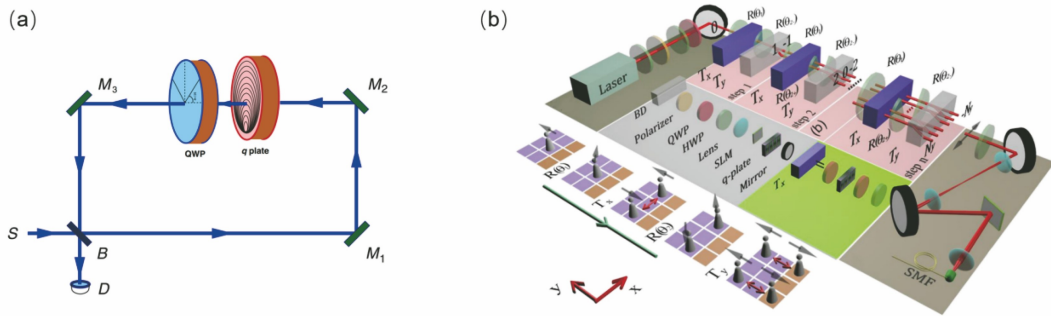


图 4 基于 OAM 离散时间量子随机行走实验。(a)利用多组 Q-plate 实现基于 OAM 的量子随机行走^[56]; (b)结合路径模式,实现双自由度周期性晶格量子随机行走^[58]

Fig. 4 Discrete-time quantum random walk experiments based on OAM. (a) Realization of quantum random walk based on OAM by several groups of Q-plate^[56]; (b) realization of periodic lattice quantum random walk with two degrees of freedom by combining OAM with path mode^[58]

以上光量子模拟的研究是基于高维 OAM 的线性调控,高维非线性调控的研究同样重要,有望在构建高维量子网络^[60]的研究中发挥关键作用。在量子网络中,网络节点与量子线路通常是波长不同的光学系统,例如在近期报道的纠缠连接相距几十千米的两个原子的存储研究中^[61],在节点处用于操纵原子的波段在近红外(波长为 795 nm),量子线路中传输光子的波段在通信波段(波长为 1342 nm),进而需要非线性频率转移来衔接两个光学系统。实现 OAM 量子态在不同频率之间的转移是基于光子 OAM 量子网络的必备功能之一,已有研究报道了 2 维 OAM 量子态^[62-63]、5 维 OAM 量子态^[64]以及偏

振-OAM 复合量子态^[65-66]的非线性频率转移。当前面临的挑战是不同拓扑荷 OAM 量子态的转换频率不同,这会极大限制频率转换维度,如何突破该局限将是本方向的重点研究课题。对于量子线路,关于支持高维 OAM 传输的光纤的研究近年来取得重大突破^[67-68]。综上所述,借助高维线性与非线性调控技术,OAM 将会在构建高维量子网络中发挥重要作用。

3 双光子轨道角动量纠缠调控

首个双光子 OAM 纠缠于 2001 年在实验上被观察到^[69],在 I 型小角度自发参量下转换的非线性过程

中,双光子的 OAM 守恒,进而可获得 OAM 双光子纠缠源,这也拉开了 OAM 量子纠缠研究的序幕。

3.1 轨道角动量参与的多自由度超纠缠

如果利用单个光子来编码一个量子比特,最便捷的自由度是偏振。当用光子来编码多个量子比特时,需要额外的自由度来参与,此时 OAM 是一个很好的选择。当一对光子同时在两个或两个以上的自由度中建立纠缠时,便可获得双光子超纠缠源^[70-74]。双光子超纠缠源在众多量子信息研究中发挥着独特作用,例如在早期的研究中,利用偏振和路径自由度

的超纠缠进行量子力学基础检验^[71-73]和实现基于 4 bit 的两光子单量子计算算法实验演示^[74]等。超纠缠源的产生是在偏振纠缠源的基础上,利用另一自由度的关联性来同时额外获得相应的纠缠源,例如利用自发参量下转换过程中的动量守恒可以获得路径模式纠缠的路径纠缠源如图 5(a)、(b)所示。在 I 型小角度(3°)自发参量下转换过程中 OAM 是守恒的,故可以在如图 5(c)所示的产生偏振纠缠源装置中收集拓扑荷为 $\pm m$ 的高阶 OAM 模式光子,进而直接获得 OAM 纠缠源。

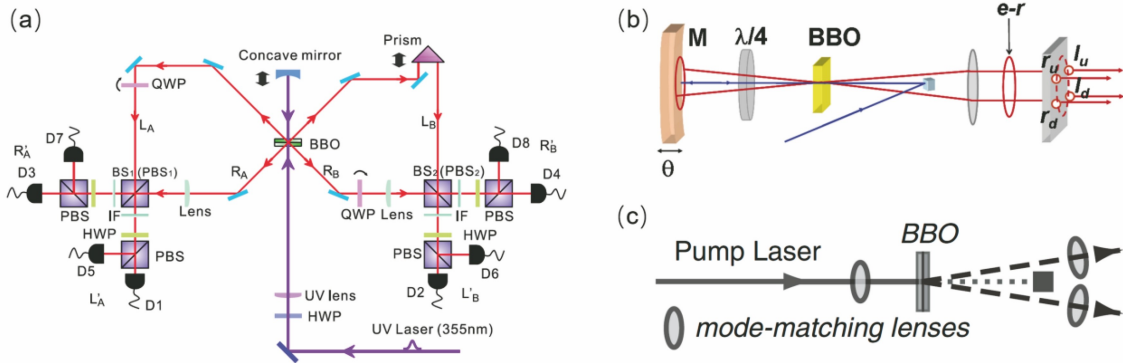


图 5 超纠缠源的制备。(a)(b)两种不同方式制备偏振和路径超纠缠源^[73-74]; (c)偏振和 OAM 超纠缠源^[70]

Fig. 5 Preparation of hyper-entangled sources. (a)(b) Two different methods for preparation of polarization and path hyper-entangled sources^[73-74]; (c) polarization and OAM hyper-entangled sources^[70]

超纠缠的重要应用之一是能够辅助实现单个自由度完整的 Bell 态区分^[75-77]。众所周知,对于 4 个偏振 Bell 态利用线性光学元件只能将其分为 3 组,即有 1 组中的 2 个 Bell 态是无法区分的,这大大限制了诸如超密编码^[78]和量子隐形传态^[79]等基于 Bell 态分析的量子信息方案的实际应用,故实现完整的 Bell 态分析成为一个挑战。基于超纠缠实现完整 Bell 态区分的基本原理如下^[76]。双光子某个自由度(如偏振)编码的待区分的 4 个 Bell 态的形式为

$$\Phi_{\text{spin}}^{\pm} \equiv (|HH\rangle \pm |VV\rangle) / \sqrt{2}, \quad (9)$$

$$\Psi_{\text{spin}}^{\pm} \equiv (|HV\rangle \pm |VH\rangle) / \sqrt{2}. \quad (10)$$

2 个光子在另一个自由度(如 OAM)是处于纠缠状态,相应表达式为

$$\Psi_{\text{orbit}}^{+} \equiv (|-m\rangle | +m\rangle + | +m\rangle |-m\rangle) / \sqrt{2}. \quad (11)$$

从 2 个自由度来看,待区分的 4 个 Bell 态变成 4 个超纠缠态 $\Phi_{\text{spin}}^{\pm} \otimes \Psi_{\text{orbit}}^{+}$ 和 $\Psi_{\text{spin}}^{\pm} \otimes \Psi_{\text{orbit}}^{+}$,将这 4 个超纠缠态用 4 个单光子偏振-OAM 双自由度正交完备不可分态(纠缠态)展开。4 个单光子偏振-OAM 双自由度正交完备不可分态(纠缠态)的表达式为

$$\phi^{\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle |-m\rangle \pm |V\rangle | +m\rangle), \quad (12)$$

$$\psi^{\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle | +m\rangle \pm |V\rangle |-m\rangle). \quad (13)$$

4 个超纠缠态展开后的表达式为

$$\Phi_{\text{spin}}^{\pm} \otimes \Psi_{\text{orbit}}^{+} = \frac{1}{2} (\phi_1^{+} \otimes \psi_2^{+} + \phi_1^{-} \otimes \psi_2^{-} + \phi_2^{+} \otimes \psi_1^{+} + \phi_2^{-} \otimes \psi_1^{-}), \quad (14)$$

$$\Psi_{\text{spin}}^{\pm} \otimes \Psi_{\text{orbit}}^{+} = \frac{1}{2} (\pm \phi_1^{+} \otimes \psi_2^{\pm} \mp \phi_1^{-} \otimes \psi_2^{\mp} + \phi_2^{\mp} \otimes \psi_1^{+} \mp \phi_2^{\pm} \otimes \psi_1^{-}), \quad (15)$$

可以看出,通过在(12)、(13)式基矢下测量 2 个光子的符合,便可以将 4 个超纠缠 Bell 态确定性地完全区分,即可将对应的 4 个偏振 Bell 态完全区分。

根据以上分析,借助超纠缠实现 Bell 态完全区分的关键是实现在(12)、(13)式所示的单光子偏振-OAM 不可分态基矢下实现对单光子的测量,其核心思想是利用叉形二元光栅和单模光纤将 OAM 为 $| +m\rangle (|-m\rangle)$ 的态转为基模高斯态并在上路(下路)传播,故(12)式的态在 PBS 前变成下路 $|H\rangle$ 态和上路 $|V\rangle$ 态的叠加。经过 PBS 合束后,在下路以 $(|H\rangle \pm |V\rangle) / \sqrt{2}$ 的量子态传播,从而可以用区分

45° 的 $(|H\rangle + |V\rangle)/\sqrt{2}$ 和 -45° 的 $(|H\rangle - |V\rangle)/\sqrt{2}$ 两个正交偏振态的 PBS 来区分。同理,可以在上路将(13)式中的两个态区分开来。最终可在 4 个出射端将单光子偏振-OAM 不可分态全部区分开来。进一步,在 2 个光子处都采用上述的测量装置便可根据两体符合原理完全区分偏振的 4 个 Bell 态。

基于超纠缠的完整 Bell 态分析在超密编码中得到了重要应用,先后实现了单光子传递 1.630(6) bit^[76] 和 1.665(18) bit^[77] 的信息编码,超过了只能区分 3 个 Bell 态的超密编码(约为 1.585 bit)。事实上,对于光子双自由度超纠缠态,一共有 16 个,若能将这 16 个超纠缠 Bell 态都完全区分,则单个光子可以编码 4 bit。现有理论研究表明,仅利用线性光学元件,至多可将 16 个超纠缠 Bell 态区分为 7 组^[80]。在实验上,利用 16 个中的 5 个超纠缠 Bell 态,首次将单个光子的超密编码提升至 2 bit 以上达到 2.09(1) bit^[81]。最近,在实验上选择了 ± 1 和 ± 3 这 2 组 OAM 量子比特子空间,实现了 8 个类 Bell 态的操纵^[82],有望进一步提升单个光子的超密编码比特数。

3.2 轨道角动量高维量子纠缠制备

与偏振自由度相比,在制备二维量子态——量子比特的纠缠方面,OAM 并无显著优势,OAM 可作为额外自由度以操纵多自由度超纠缠。然而,在研究高维量子态纠缠时,OAM 天然的高维属性使其具有偏振无法比拟的优势。在诸如 I 型小角度或者共线等特定自发参量下转换过程中 OAM 守恒,即当泵浦光不含 OAM 时,在下转换过程中,信号光子和闲频光子携带符号相反的 OAM。基于此,不仅可以获得 OAM 二维纠缠源,还可以获得双光子高维纠缠源,该纠缠源的表达式为

$$|\varphi\rangle = \sum_m a_m | +m \rangle_s \otimes | -m \rangle_i, \quad (16)$$

式中: $| +m \rangle_s$ 和 $| -m \rangle_i$ 分别是信号光子和闲频光子的 OAM 态; a_m 是与拓扑荷相关的权重因子,通常 0 阶最大,随着拓扑荷的增大而减小,如图 6 所示^[83]。由此可见,直接从 0 阶泵浦的自发参量过程中获得的高维 OAM 纠缠源并非处于高维最大纠缠态(具有相同的 a_m)。OAM 是与方位角相关的物理量,也被称为角量子数。若进一步结合径向量子数,则在自发参量下转换中可观察到双光子 100 维以上的纠缠^[31]。

在实际应用中,通常需要调节 a_m 来获得最大纠缠态,常用的方法是切趾^[84]。不同拓扑荷的光子分量经过不同透过率函数,权重大的分量透过率设

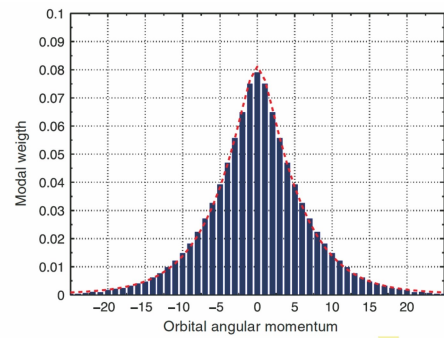


图 6 自发参量下转换产生 OAM 谱分布^[83]

Fig. 6 OAM spectrum distribution generated by spontaneous parametric down-conversion^[83]

置得低一些,权重小的分量透过率设置得高一些,这样可以通过在实验上人为设置透过率来强行获得 a_m 相等的高维最大纠缠态,最终分别获得了 11 维^[84] 和 4 维^[82] 的较平的 OAM 谱分布。由于这种强行滤波的方法会带来较大的能量损耗,因此很难获得更高维(50 维以上)的 OAM 最大纠缠态。对于 0 阶 OAM 泵浦的情况,可以通过改变泵浦光的束腰来调制权重因子 a_m ^[85],进而能够在拓扑荷相差不大时近似获得最大纠缠态,如 OAM 4 维 Bell 态^[86]。由于自发参量下转换光子 OAM 谱的分布与泵浦光紧密关联,如图 7(a)、(b)所示,故可通过调制泵浦光来改变 OAM 谱的权重因子。基于此,在实验上分别实现了 3 维^[87]、4 维^[86, 88] 以及更高维^[89-90] 的 OAM 最大纠缠态。另一种主动调控可扩展的方法是基于多块非线性晶体下转换光子的路径全同性,通过加入螺旋相位片的方式来增加拓扑荷数。来自第 1 块非线性晶体的双光子经过 $d-1$ 片螺旋相位片,来自最后 1 块晶体的双光子没有经过螺旋相位片,利用路径全同性将这些双光子相干叠加,便可制备 d 维最大纠缠态^[91]。这种方法的挑战在于 d 块非线性晶体产生的双光子在时间和空间上都要完全重合,相当于一个要求非常高的复杂的单光子干涉仪,故在自由空间利用块状光学器件实现仍旧具有很大的挑战。目前实验上已实现了 3 维最大纠缠^[92],后续有望在芯片或者集成光学中的大规模单光子干涉装置中实现更高维的纠缠。

综上所述,在现有实验条件下,无论是被动切趾,还是主动调控,获得的高维 OAM 最大纠缠源的维度都在 10 维及 10 维以下。实现 50 维的 OAM 最大纠缠仍旧是一个挑战,也是 OAM 量子调控接下来的研究重点之一。

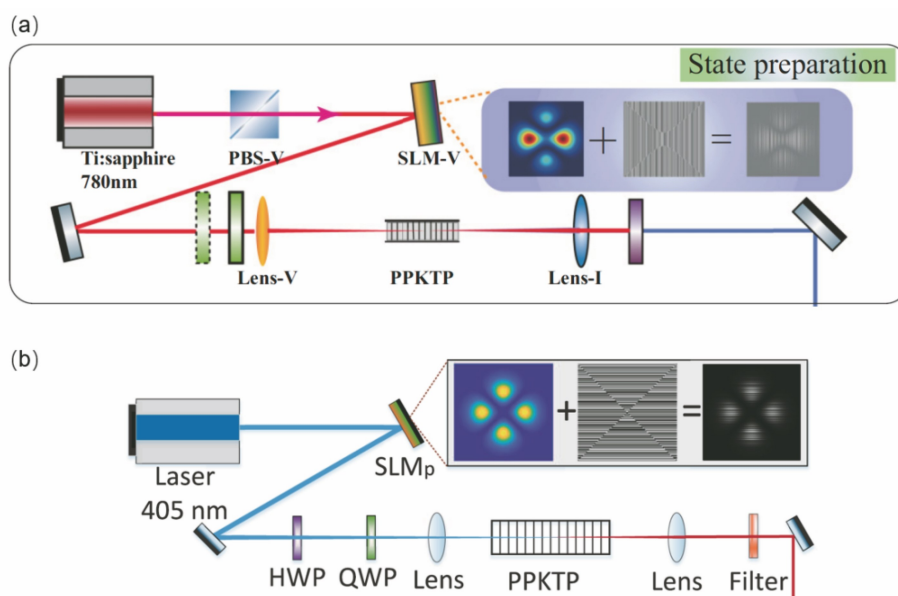


图 7 主动调控方法制备高维 OAM 最大纠缠态。(a) 3 维 OAM 最大纠缠态^[86];(b) 4 维 OAM 最大纠缠态^[88]

Fig. 7 High-dimensional maximum entangled states with OAM prepared by adaptive modulation. (a) three-dimensional maximum entangled state with OAM^[86]; (b) four-dimensional maximum entangled state with OAM^[88]

3.3 轨道角动量高维量子态测量

OAM 测量最常用的方法为投影测量方法,通过 SLM、Q-Plate 或 SPP 等调控元件,将待测 OAM 量子态(可以是本征基矢量子态,也可以是本征基矢的叠加态)转换为基模高斯,将其正交的量子态转换为高阶模式,这样便可以用单模光纤(SMF)将待测分量转换成的基模高斯耦合至单光子探测器中,其他正交分量则被过滤。这种投影方法原则上不限制 OAM 的维度,故在二维和高维 OAM 调控中均可使用。对于二维系统,这种投影完成一组完整测量

需要 2 次,对于 d 维系统,则需要 d 次,给实验带来了极大的不便,故实现 OAM 高维量子态的完备测量成为了一个重要研究课题。若能将不同正交模式 OAM 在空间实现分离,则有望实现完备测量,现有常用的分离方法有:1)干涉仪;2)坐标变换。

图 8(a)给出了基于干涉仪实现 OAM 空间分离的原理图,在利用两个分束器(BS)进行分束与合束的干涉仪中^[35],两个支路各放置一个 Dove 棱镜,当两棱镜间的角度差为 $\alpha/2$ 时,在拓扑荷为 m 的 OAM 光束进入干涉仪后,沿两条不同路径的光束

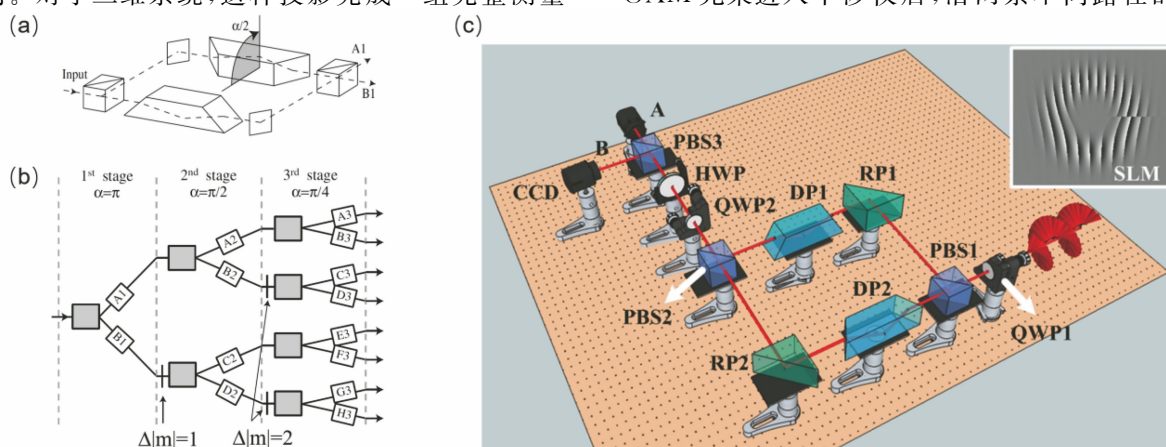


图 8 利用干涉仪实现 OAM 分束。(a)利用两个 BS 进行分束与合束^[35];(b)旋转两个 Dove 棱镜间的角度差 α 以实现不同 OAM 模式的分离^[35];(c)利用两个 PBS 进行分束与合束^[93]

Fig. 8 OAM beam splitting by using interferometer. (a) Utilizing two BSs for beam splitting and combining^[35]; (b) rotating angle α between two different Dove prisms to sort various OAM modes^[35]; (c) utilizing two PBSs for beam splitting and combining^[93]

分量会出现 $m\alpha$ 的相位差。在合束处,当 $m\alpha$ 取 $2n\pi$ 时,合成光束全部从 A1 口出射,当 $m\alpha$ 取 $(2n+1)\pi$ 时,合成光束全部从 B1 口出射,此处 n 取整数。因此,当设置 $\alpha = \pi$ 时,在入射场中,偶数拓扑荷的 OAM 将从 A1 口出射,奇数拓扑荷的 OAM 将从 B1 口出射,这样便可将拓扑荷奇偶不同的 OAM 从空间分离,这是第一级分离,如图 8(b) 所示。在第二级分离中设置 $\alpha = \pi/2$,将奇数阶(偶数阶)OAM 中拓扑荷相差 2 的进一步分离,依次类推,通过多级干涉便可以实现 OAM 的空间分离。将干涉仪中的分束与合束装置由 BS 换成 PBS 后的 OAM 分离装置^[93]如图 8(c) 所示,这种装置与 Faraday 旋光效应具有相类似的旋光功能,能实现拓扑荷依赖的偏振旋光。这种干涉仪分离角动量的方法适用于角动量维度较低(如 2~4 维)的情况,当维度很高时,若要实现 OAM 完全分离则需级联搭建多套干涉仪,这会大大提升实验难度。

另一种近期发展非常迅速的 OAM 分离方法便是坐标变换法^[94-96],如图 9(a) 所示。利用一对相位片进行对数极坐标变换,实现由直角坐标系到对数-极坐标系的坐标映射,从而将涡旋光束中的 OAM 模式转换为不同角度的倾斜平面波模式。不同倾角

的平面波经过透镜聚焦后,在空间上形成不同的条纹^[94]。在图 9(a) 中,相位片 1 为坐标变换元件,使光束进行对数极坐标变换;相位片 2 为相位校正元件,纠正光束在传播过程中因光程不同而产生的相位差。随后,在此基础上,为减小聚焦后相邻模式间的串扰、提高 OAM 分离的效率,在相位片的相位函数中加入扇出因子。将坐标变换后的条形光束复制多份以延长其相位梯度,从而大大减少相邻模式聚焦光斑之间的重叠,提升了分离效率程度^[95]。在另一种有趣的坐标变换实现 OAM 空间分离方案中,利用螺旋变换取代对数极坐标变换进行几何变换分离 OAM 模式。利用螺旋线由内向外逐圈旋转的特点多次提取 OAM 相位信息,拓展变换后得到的条形光束的相位梯度,大大减小了相邻模式聚焦光斑之间的重叠程度,进而实现了分离效率的提升,如图 9(b) 所示^[96]。利用微纳加工手段结合上述两种思路制备出了紧凑的小型化器件^[97-99],大大方便了方法的使用推广。这种 OAM 分离的方法相当于一种实现路径模式和 OAM 模式互换的接口,除了可以被便捷地用于 OAM 分离和测量之外,还可以将自发参量下转换中的高维路径纠缠模式转换成高维 OAM 纠缠^[100]。

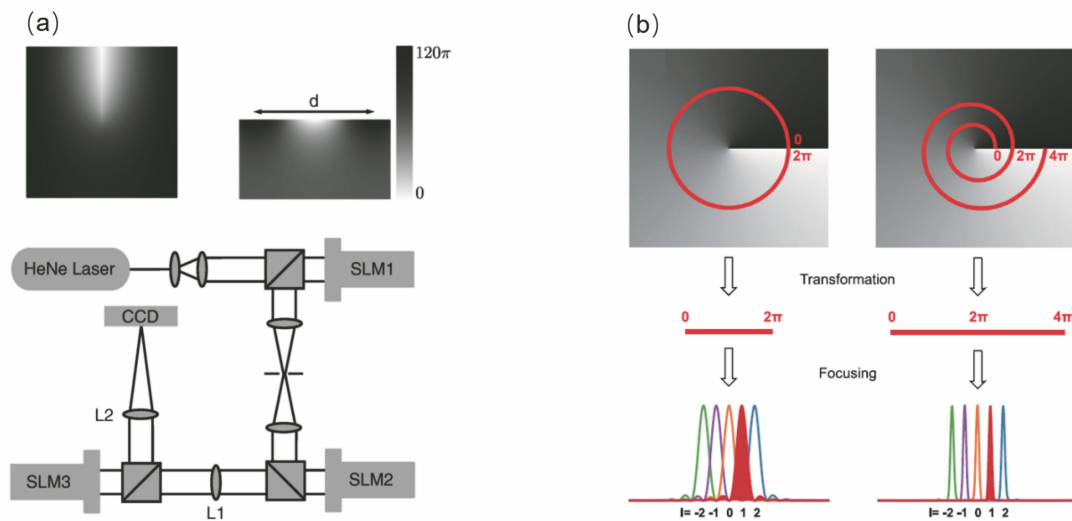


图 9 利用坐标变换实现各种 OAM 模式的分离。(a) 实现笛卡儿坐标系到对数-极坐标系的变换的实验方案^[94];

(b) 利用螺旋变换取代对数-极坐标变换提升分离效率^[96]

Fig. 9 Utilizing coordinate transformation to sort various OAM modes. (a) Experimental scheme for realizing transformation from Cartesian coordinate system to logarithmic-polar coordinate system^[94]; (b) using spiral transformation instead of logarithmic-polar coordinate transformation to improve sorting efficiency^[96]

此外,对于 OAM 拓扑荷以 0 为中心对称分布的高维量子态,利用其对称特性也可以进行谱分布测量。研究表明,与位置和动量相似^[101],OAM 与角度是一对共轭量^[102]。类似地,径向位置和径向

动量也是一组共轭量^[103]。因此,可借助于这种整体关联性实现对称分布 OAM 的快速测量^[104],例如在 0 阶泵浦、OAM 守恒的自发参量下转换中,双光子 OAM 是对称分布的,此时便可通过这种方法测

量高维 OAM 谱分布^[83]。最近的研究表明,可以采用一些逐步逼近的方法,实现对高维 OAM 纠缠态的快速表征^[105]。

4 复杂轨道角动量纠缠调控

当操纵的光子数进一步增多时,调控 OAM 变得更为复杂和困难。直到 2015 年,首个多光子 OAM 操纵实验才被报道,该实验利用 6 个光子实现了偏振和 OAM 的双自由度量子隐形传态^[37]。随后,相继出现了多光子 OAM 纠缠操纵的研究报道^[106-108],相关研究沿着两个不同方向发展:1) 基于 OAM 的多光子多自由度纠缠操纵^[42]; 2) 多光子 OAM 高维纠缠调控^[107-108]。另一种复杂的 OAM 量子调控是 OAM 高维量子门。本节将逐一介绍以上 3 方面的研究内容。

4.1 基于轨道角动量的多光子多自由度纠缠操纵

当用 OAM 编码量子比特时,只有在操纵更多自由度的情况下,其优势才能得以发挥,该观点在前面的两光子纠缠中已经讨论过。对于多光子纠缠调控,情况亦是如此。因此,一个光子的多个自由度均可以编码量子比特,如图 10 所示。首先,制备 6 光子偏振最大纠缠态——Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态

$$|\varphi^{(6)}\rangle = (|H\rangle^{\otimes 6} - |V\rangle^{\otimes 6}) / \sqrt{2}, \quad (17)$$

式中: $|H\rangle^{\otimes 6}$ 表示 6 个光子偏振态都是 $|H\rangle$; $|V\rangle^{\otimes 6}$ 表示 6 个光子偏振态都是 $|V\rangle$ 。

其次,将其中每个光子的偏振信息向路径和 OAM 自由度进行拓展,便可获得 18 bit GHZ 态

$$|\varphi^{(18)}\rangle = (|0\rangle^{\otimes 18} - |1\rangle^{\otimes 18}) / \sqrt{2}. \quad (18)$$

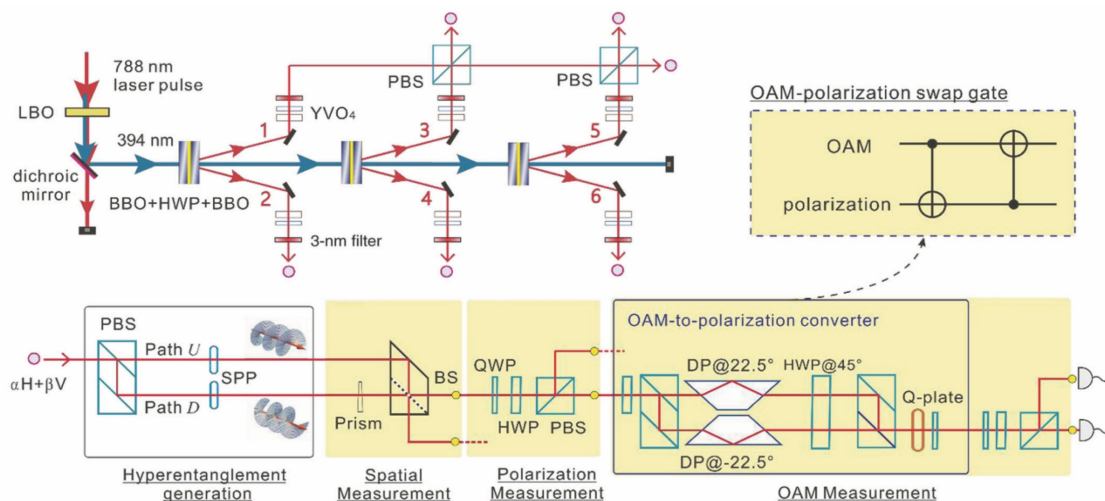


图 10 具有 6 光子偏振、路径和 OAM 自由度的 18 比特 GHZ 态^[42]

Fig. 10 18-bit GHZ states with six photons' degrees of freedom of polarization, path and OAM^[42]

颇具挑战的是对于 18 bit GHZ 态的表征测量,每个光子编码了 3 个量子比特,在测量时需要读出待测自由度量子比特信息,同时又不能破坏未测自由度的量子比特。为此,首先测量最为脆弱的路径比特,然后测量偏振比特。将偏振比特的测量放在 OAM 比特之前的原因是在测量 OAM 比特时需要将偏振自由度作为辅助。最后,进行 OAM 比特的测量。由于比特数众多,该实验中需要用到完备测量,即实现对 OAM 比特的双输出测量,这是通过将 OAM 量子比特确定性地转换为偏振比特实现的。利用两个受控非门(CNOT),如图 10 右上角所示,便可以实现 OAM 量子比特向偏振的转换。在第一个 CNOT 中,OAM 是控制比特,偏振是目标比特,在第二个 CNOT 中则恰好相反。最终,便可通过完备测量偏振比特的方式实现对 OAM 量子比特的测量。一个光子共有 8 个输出,进而利用 8 个单光子探测器来记录读数。借助于 48 个单光子探测器可以同时读出 18 bit 的 262144 个输出结果,实验测得 18 bit GHZ 态的保真度为 0.708 ± 0.016 。

基于多光子多自由度调控还可以开展一些新颖的量子信息方案研究,例如多自由度量子隐形传态^[37]、基于量子隐形传态的逻辑比特编码^[109]和将两个光子的量子态结合至一个光子的两个自由度^[110]。值得一提的是,文献^[110]中的方案是将双光子偏振量子态结合至单个光子的偏振和路径自由度,由于路径自由度在空间分离,故其限制了该方案在量子传输中的应用,而 OAM 自由度正好可以克服此缺点。因此,未来期待将两个光子的量子态结合至单个光子的偏振和 OAM 自由度^[111]。

4.2 多光子轨道角动量高维纠缠调控

不借助于其他自由度,直接实现 OAM 多光子纠缠的途径:1)利用自发参量下转换的多对过程直接获得 OAM 4 光子纠缠;2)利用调控元件连接几对不同的双光子 OAM 纠缠源,获得多光子 OAM 纠缠源。

众所周知,在自发参量下转换过程中,除了最常用的单个泵浦光子产生一对下转换光子外,还有多对过程。通常将多对过程中产生的光子视为噪声,需要对其进行抑制,例如通过降低单个泵浦脉冲产生一对光子的概率来抑制多对过程的产生。然而,在一些特殊情况下,多对过程中产生的光子也同样可以作为信号,例如在实现量子优越性的光量子计算原型机“九章号”^[112]和“九章二号”^[113]中,平均每个脉冲经过一块非线性晶体产生 4.4 对光子。类似地,利用自发参量下转换的多对过程可以制备纠缠光子对。在光量子信息研究的早期,利用自发参量下转换的二阶过程,即同时产生两对光子的过程^[114],制备了偏振纠缠光子对。对于 OAM,同样可以利用该方法制备 4 光子纠缠^[106]。

另一种制备多光子纠缠的方法是利用调控元件将多对双光子纠缠源连接成多光子纠缠源。对于偏振,常用的连接元件是 PBS,由于 PBS 对于偏振的调控精度高,此时透过率、消光比等都可以达到非常高的水平,故将 PBS 引入至多光子纠缠操纵中所带来的噪声是非常小的。反观 OAM,与偏振相比,OAM 调控元件搭建难度较大且调控精度普遍比偏振低。因此,利用连接多对纠缠源的方式制备 OAM 多光子纠缠源的难度相对较大,现有的实验报道相对较少^[107-108]。利用 OAM 分束器制备 3 光子 $3 \times 3 \times 2$ 维纠缠态的基本原理是利用自发参量下转换获得两对双光子高维纠缠态,可以看作一个 4 光子直积态

$$|\varphi\rangle_{ABCD} = \frac{1}{\sqrt{3}}(|1\rangle_A |-1\rangle_B + |0\rangle_A |0\rangle_B + |-1\rangle_A |1\rangle_B) \otimes \frac{1}{\sqrt{3}}(|1\rangle_C |-1\rangle_D + |0\rangle_C |0\rangle_D + |-1\rangle_C |1\rangle_D), \quad (19)$$

式中: $|-1\rangle$ 、 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 表示拓扑荷为 -1 、 0 和 1 的单光子 OAM 态。作为两对光子衔接元件的 OAM 分束器的干涉仪如图 8(a)所示,透射奇数阶 OAM 模式,反射偶数阶 OAM 模式。在 B 路光子和 C 路光子从两个人射口分别入射到角动量分束器情况

下,当 A、B、C、D 四路分别探测到且仅探测到 1 个光子时,将后选择 $|1\rangle_A |-1\rangle_B |1\rangle_C |-1\rangle_D$ 、 $|1\rangle_A |-1\rangle_B |-1\rangle_C |1\rangle_D$ 、 $|0\rangle_A |0\rangle_B |0\rangle_C |0\rangle_D$ 、 $|-1\rangle_A |1\rangle_B |1\rangle_C |-1\rangle_D$ 和 $|-1\rangle_A |1\rangle_B |-1\rangle_C |1\rangle_D$ 。若将探测 D 的量子态投影测量至 $(|0\rangle_D + |-1\rangle_D)/\sqrt{2}$,则 5 项中只有 $|1\rangle_A |-1\rangle_B |1\rangle_C |-1\rangle_D$ 、 $|0\rangle_A |0\rangle_B |0\rangle_C |0\rangle_D$ 和 $|-1\rangle_A |1\rangle_B |1\rangle_C |-1\rangle_D$ 这 3 项有贡献,获得的 3 光子高维纠缠态^[106]的表达式为

$$|\varphi\rangle_{ABC} = \frac{1}{\sqrt{3}}(|1\rangle_A |-1\rangle_B |1\rangle_C + |0\rangle_A |0\rangle_B |0\rangle_C + |-1\rangle_A |1\rangle_B |1\rangle_C), \quad (20)$$

其中,A 和 B 光子都处于 $|-1\rangle$ 、 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 构成的三维 OAM 空间,C 光子处于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 构成的二维 OAM 空间。对于相同的如(19)式所示的直积态,当衔接元件变成更复杂的 3 进 3 出的调控器件时,出射的 A 光子已经被投影至 $(|0\rangle_A + |-1\rangle_A)/\sqrt{2}$,此时获得的 3 光子三维 GHZ 态^[108]的表达式为

$$|\varphi\rangle_{BCD} = \frac{1}{\sqrt{3}}(|2\rangle_B |0\rangle_C |0\rangle_D + |-1\rangle_B |-1\rangle_C |-1\rangle_D - |3\rangle_B |1\rangle_C |1\rangle_D), \quad (21)$$

在该最大纠缠态中,3 个光子均处于三维 OAM 空间。从以上两项研究中可以看出,衔接多对 OAM 高维纠缠光子对的关键是多进多出的 OAM 调控元件。希望未来能研究出与区分偏振态的分束器 PBS 相类似的集成化的高精度 OAM 分束器,用以区分光子不同的 OAM 态,进而使得多光子高维 OAM 纠缠态的制备和测量变得更加容易。

4.3 轨道角动量高维量子门

在 OAM 的应用中,实现不同的单光子或者多光子 OAM 高维量子态的转换在很多时候是一个基本需求,对于这样不同量子态之间的转换,需要单光子的高维幺正变换与两光子的高维幺正变换的组合来完成。其中,单光子高维幺正变换主要包括高维 Pauli-X 门、高维 Pauli-Z 门和高维 Hadamard 门。两光子高维幺正变换主要包括高维控制循环门和高维控制相位门。OAM 的高维量子门是一种相对复杂的操作,下面将介绍如何在 d 维空间的光子的 OAM 上实现高维量子门,假设 OAM 拓扑荷 m 的范围为 $0 \sim d-1$ 。

首先介绍的是高维 Pauli-X 门,又称为高维循环门。经过 d 维的 Pauli-X 门,当拓扑荷为 $m \neq d-1$ 时,当前拓扑荷将变成相邻的下一个拓扑荷,而当 $m = d-1$ 时,当前的拓扑荷将返回到初始拓扑荷

$m=0$ 。高维 Pauli-X 门的核心元件:1)如图 8(a)所示的 OAM 分束器干涉仪将不同的 OAM 在空间中分成不同的模式,该干涉仪同样可以用作 OAM 合束器,即将空间不同模式的 OAM 量子态合并至同一个空间模式;2)诸如 SPP 等的 OAM 拓扑荷转换器,可实现不同拓扑荷的 OAM 量子态间的相互转换。如果用 2_{BS}^{n-1} 表示如图 8(a)中所示的第 n 阶 OAM BS,每个 OAM BS 都是支持双输入双输出的,第 n 阶 OAM BS 可以将同一路输入的拓扑荷相差 2^{n-1} 的 OAM 在空间上分离,例如 2_{BS}^0 可区分奇偶轨道量, 2_{BS}^3 可区分 OAM 相差 8 的拓扑荷,用数字 2^l (-2^l) 标识的拓扑荷转换器表示将 OAM 阶数进行相应的 2^l (-2^l) 转换。这样便可以通过二者组合装置实现 10 维 Pauli-X 门,这种高维门同样适用于叠加态^[115]。上述方案已在实验演示 4 维 Pauli-X 门中得到了证明^[116]。值得一提的是,该方法具有可拓展性,利用类似的方法可以构建任意高维 Pauli-X 门,且所用到的元件个数和维度 d 成对数关系。理论研究证明,通过高维 Pauli-X 门和高维

Pauli-Z 门的组合可以实现任意单光子的高维量子门^[117]。其中,高维 Pauli-X 门和高维 Pauli-Z 门均是 OAM 拓扑荷相关的相位门,与高维 Pauli-X 门相比,高维 Pauli-Z 门的实现更容易,利用一个 Dove 棱镜即可实现。

实现高维完备量子计算除了需要单光子高维量子门,还需要两光子的高维控制门,包括高维控制循环门和高维控制相位门^[118]。这两种量子门都可以通过 OAM 干涉仪 PS(阶数与 2_{BS}^{n-1} 中的 n 相同)以及额外引入的纠缠态来实现,且通过控制光子,两种量子门均实现了高维无破坏测量^[118]。利用高维控制循环门的目标光子可实现高维循环操作,如图 11 所示。利用高维控制相位门的目标光子可实现高维无破坏测量。当控制和非控制部分维度相同时,实验装置具有对称性。这种方法具有很强的可拓展性,适用于制备任意高维非控制门^[119],还适用于任意多光子高维量子门,比如高维 Toffoli 门。实现确定性的高维多光子门将是未来值得研究的一个课题。

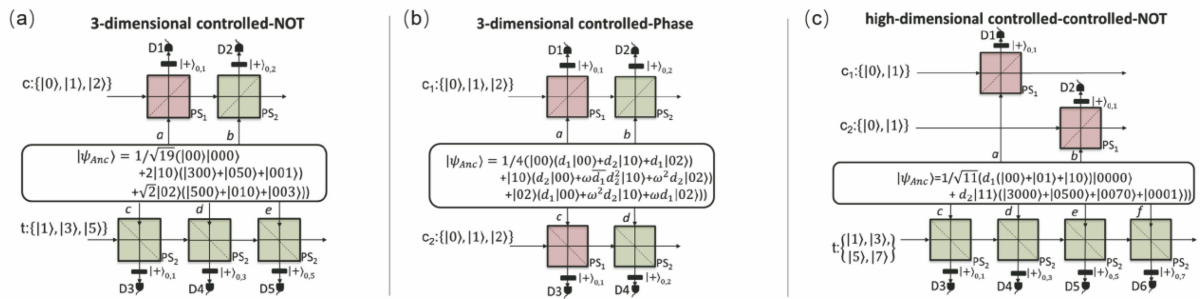


图 11 高维多光子量子门实验方案^[119]。(a)三维 CNOT 的实验方案。控制部分使用了 PS_1 和 PS_2 ,被控制部分只需要 PS_2 。引入的辅助纠缠态为 5 光子二维纠缠态;(b)三维控制相位门的实验方案,控制部分和被控制部分具有对称性;(c)高维 Toffoli 门的实验方案,其中两个控制光子是二维量子态,被控制光子具有 4 维空间

Fig. 11 Experimental schemes for high-dimensional multi-photon quantum gates^[119]. (a) Experimental scheme of three-dimensional CNOT. PS_1 and PS_2 are used in control part, and PS_2 is only needed in controlled part. Introduced auxiliary entangled state is two-dimensional 5-photon entangled state; (b) experimental scheme of three-dimensional controlled phase gate, control part and controlled part are symmetrical; (c) experimental scheme of high-dimensional Toffoli gate, in which two control photons are two-dimensional quantum states and controlled photon has 4-dimensional space

5 总结与展望

从 2001 年首次在非共线(角度为 3°)I 型 BBO 自发参量下转换的双光子中观察到光子 OAM 量子纠缠^[69]开始,该研究方向已经发展了整整 20 年,从最初的 2 维纠缠发展到 11 维最大纠缠^[84],纠缠的角动量数也从最初的 1 提升至 10010 ^[30]。与此同时,在光场调控领域,多种 OAM 操纵技术相继诞

生,包括用于角动量分离的干涉仪^[35, 93]、Q-Plate^[34]、具有偏振非均匀分布的矢量光场^[46-50]、基于坐标变换实现 OAM 多个不同模式空间分离^[94-96]和 OAM 光纤^[67-68]等。虽然一部分技术已经被应用于量子纠缠的研究之中,但是大部分技术仍有待开发。若能很好地发挥这些光场调控技术的作用,其将对 OAM 量子纠缠的发展产生重要的推动作用。

虽然已有 20 年的发展,但是基于自发参量下转换的光子 OAM 纠缠仍有诸多亟须解决的关键科学问题,主要包括:1) 高效高品质调控元件,即使将 OAM 仅用于二维编码,与偏振相比,其操纵仍旧相对吃力。对于偏振而言,用于调控两个正交比特之间相对相位的波片以及用于实现正交完备测量的 PBS 等元件已经非常成熟,操纵精度极高,可达 0.99 以上。此外,这些元件使用起来非常方便。反观 OAM,虽然不同模式之间的相对相位可以通过 Dove 棱镜来实现,但是这种操作仅局限于本征模式,对于相干叠加模式是无效的。另外,二维本征的 OAM 模式正交完备测量需要用到单光子干涉仪,相比 PBS,单光子干涉仪在实验中的使用难度大大提升,故制备高效高品质调控元件是该研究方向亟须解决的关键科学问题之一;2) 如何提升最大纠缠态的维度,基于 0 阶泵浦的自发参量下转换直接获得的高维 OAM 纠缠源的谱亮度随着拓扑荷的增大而减小,这会导致这种高维纠缠源不再是最大纠缠源。虽然利用切趾技术被动衰减谱亮度高的模式可以获得高维最大纠缠源,但是该被动方法的可扩展性有限。如何化被动为主动并通过主动调控泵浦光,使得自发参量下转换直接产生高维最大纠缠源成为一个重要课题,近些年已经取得了一些进展。如何发展新的泵浦光调制方法使得高维最大纠缠源的维度突破 10、20 乃至 50 将会是本方向亟须解决的一个关键科学问题。此外,也期待通过主动调制泵浦光获得高品质的超纠缠源;3) 如何提升高维纠缠的光子数,虽然已经经过 20 年的发展,但是 OAM 纠缠光子数数量的提升非常缓慢,直至最近,才实现了 3 光子三维纠缠^[108]。参照偏振的多光子纠缠之路,通过 PBS 后选择方法衔接 N 对纠缠源制备 $2N$ 组光子纠缠。基于相类似的方法,实现 OAM 多光子纠缠的核心问题还是制备高效高品质调控元件。此外,也期待发展新的适用于 OAM 的多光子纠缠制备方法,这也是该方向亟须解决的一个关键科学问题。

如果以上的关键科学问题能够被很好地解决,将会获得多种高品质 OAM 纠缠源,包括多自由度超纠缠源、高维纠缠源和多光子纠缠源等。这些纠缠源有望在基础量子物理研究和高维量子信息应用中发挥独特作用。在基础量子物理研究中,量子干涉始终是一个重要课题。若利用上述 OAM 量子纠缠源进行量子干涉实验研究,是否会催生一些新的效应,这很值得期待。此外,当维度、自由度和光

子数增多时,很多量子物理现象都会变得复杂,进而有望发现一些新效应。在高维量子信息应用中,OAM 是构建高维量子网络的最佳候选之一,量子网络的要素是量子节点、量子线路及量子接口。相应地,基于 OAM 的高维量子节点需要基于高维量子存储实现,相关研究已经取得部分重要进展。对于高维量子线路,有望借鉴光场调控中的 OAM 光纤实现。对于用于衔接线路工作波段和节点存储工作波段的高维量子接口,则期待相关技术的发展。若三方面的功能全部实现并完美融合,则有望构建基于 OAM 的高维量子网络,这必将是激动人心的重大突破。OAM 高维量子信息的另一重要应用是高维量子计算与模拟,该方向理论进展超前,但受限于高维门操纵的方案,故实验进展缓慢,未来期待有趣的高维量子计算实验演示。

总体而言,基于自发参量下转换的 OAM 量子纠缠的研究尚处于起步阶段,从原理、技术到应用,该领域的各个方向都存在诸多空白地带。期待未来有更多更重要的突破为量子光学和量子信息的发展贡献更多力量。

参 考 文 献

- [1] Bennett C H, Brassard G. Quantum cryptography: public key distribution and coin tossing [J]. *Theoretical Computer Science*, 2014, 560: 7-11.
- [2] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, et al. Dense coding in experimental quantum communication [J]. *Physical Review Letters*, 1996, 76(25): 4656-4659.
- [3] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, et al. Experimental quantum teleportation [J]. *Nature*, 1997, 390(6660): 575-579.
- [4] Pan J W, Bouwmeester D, Weinfurter H, et al. Experimental entanglement swapping: entangling photons that never interacted [J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(18): 3891-3894.
- [5] Bouwmeester D, Pan J W, Daniell M, et al. Observation of three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement [J]. *Physical Review Letters*, 1999, 82(7): 1345-1349.
- [6] Yin J, Cao Y, Li Y H, et al. Satellite-based entanglement distribution over 1200 kilometers [J]. *Science*, 2017, 356(6343): 1140-1144.
- [7] Liao S K, Cai W Q, Liu W Y, et al. Satellite-to-ground quantum key distribution [J]. *Nature*, 2017, 549(7670): 43-47.
- [8] Ren J G, Xu P, Yong H L, et al. Ground-to-satellite quantum teleportation [J]. *Nature*, 2017,

- 549(7670): 70-73.
- [9] Pan J W, Daniell M, Gasparoni S, et al. Experimental demonstration of four-photon entanglement and high-fidelity teleportation [J]. *Physical Review Letters*, 2001, 86(20): 4435-4438.
- [10] Zhao Z, Chen Y A, Zhang A N, et al. Experimental demonstration of five-photon entanglement and open-destination teleportation[J]. *Nature*, 2004, 430(6995): 54-58.
- [11] Lu C Y, Zhou X Q, Gühne O, et al. Experimental entanglement of six photons in graph states [J]. *Nature Physics*, 2007, 3(2): 91-95.
- [12] Yao X C, Wang T X, Xu P, et al. Observation of eight-photon entanglement [J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(4): 225-228.
- [13] Huang Y F, Liu B H, Peng L, et al. Experimental generation of an eight-photon Greenberger-Horne-Zeilinger state[J]. *Nature Communications*, 2011, 2: 546.
- [14] Wang X L, Chen L K, Li W, et al. Experimental ten-photon entanglement [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(21): 210502.
- [15] Chen L K, Li Z D, Yao X C, et al. Observation of ten-photon entanglement using thin BiB_3O_6 crystals [J]. *Optica*, 2017, 4(1): 77-83.
- [16] Zhong H S, Li Y, Li W, et al. 12-photon entanglement and scalable scattershot boson sampling with optimal entangled-photon pairs from parametric down-conversion [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(25): 250505.
- [17] Wang J W, Paesani S, Ding Y H, et al. Multidimensional quantum entanglement with large-scale integrated optics [J]. *Science*, 2018, 360(6386): 285-291.
- [18] Hu X M, Xing W B, Liu B H, et al. Efficient generation of high-dimensional entanglement through multipath down-conversion [J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(9): 090503.
- [19] Li L, Liu Z X, Ren X F, et al. Metalens-array-based high-dimensional and multiphoton quantum source[J]. *Science*, 2020, 368(6498): 1487-1490.
- [20] Martin A, Guerreiro T, Tiranov A, et al. Quantifying photonic high-dimensional entanglement [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(11): 110501.
- [21] Xie Z D, Zhong T, Shrestha S, et al. Harnessing high-dimensional hyperentanglement through a biphoton frequency comb [J]. *Nature Photonics*, 2015, 9(8): 536-542.
- [22] Reimer C, Kues M, Roztocki P, et al. Generation of multiphoton entangled quantum states by means of integrated frequency combs [J]. *Science*, 2016, 351(6278): 1176-1180.
- [23] Kues M, Reimer C, Roztocki P, et al. On-chip generation of high-dimensional entangled quantum states and their coherent control [J]. *Nature*, 2017, 546(7660): 622-626.
- [24] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [25] Padgett M J. Orbital angular momentum 25 years on [J]. *Optics Express*, 2017, 25(10): 11265-11274.
- [26] Shen Y J, Wang X J, Xie Z W, et al. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities [J]. *Light: Science & Applications*, 2019, 8: 90.
- [27] Erhard M, Fickler R, Krenn M, et al. Twisted photons: new quantum perspectives in high dimensions [J]. *Light: Science & Applications*, 2018, 7(3): 17146.
- [28] Erhard M, Krenn M, Zeilinger A. Advances in high-dimensional quantum entanglement [J]. *Nature Reviews Physics*, 2020, 2(7): 365-381.
- [29] Fickler R, Lapkiewicz R, Plick W N, et al. Quantum entanglement of high angular momenta [J]. *Science*, 2012, 338(6107): 640-643.
- [30] Fickler R, Campbell G, Buchler B, et al. Quantum entanglement of angular momentum states with quantum numbers up to 10, 010 [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2016, 113(48): 13642-13647.
- [31] Krenn M, Huber M, Fickler R, et al. Generation and confirmation of a (100×100) -dimensional entangled quantum system [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2014, 111(17): 6243-6247.
- [32] Kotlyar V V, Almazov A A, Khonina S N, et al. Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, 22(5): 849-861.
- [33] Curtis J E, Grier D G. Structure of optical vortices [J]. *Physical Review Letters*, 2003, 90(13): 133901.
- [34] Marrucci L, Manzo C, Paparo D. Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in inhomogeneous anisotropic media [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(16): 163905.
- [35] Leach J, Padgett M J, Barnett S M, et al. Measuring the orbital angular momentum of a single

- photon[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 88(25): 257901.
- [36] Nagali E, Sansoni L, Sciarrino F, et al. Optimal quantum cloning of orbital angular momentum photon qubits through Hong-Ou-Mandel coalescence [J]. *Nature Photonics*, 2009, 3(12): 720-723.
- [37] Wang X L, Cai X D, Su Z E, et al. Quantum teleportation of multiple degrees of freedom of a single photon[J]. *Nature*, 2015, 518(7540): 516-519.
- [38] Slussarenko S, D'Ambrosio V, Piccirillo B, et al. The polarizing Sagnac interferometer: a tool for light orbital angular momentum sorting and spin-orbit photon processing[J]. *Optics Express*, 2010, 18(26): 27205-27216.
- [39] Zhang W H, Qi Q Q, Zhou J, et al. Mimicking faraday rotation to sort the orbital angular momentum of light [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(15): 153601.
- [40] Courtial J, Robertson D A, Dholakia K, et al. Rotational frequency shift of a light beam [J]. *Physical Review Letters*, 1998, 81(22): 4828-4830.
- [41] Li S M, Qian S X, Kong L J, et al. An efficient and robust scheme for controlling the states of polarization in a Sagnac interferometric configuration [J]. *EPL*, 2014, 105(6): 64006.
- [42] Wang X L, Luo Y H, Huang H L, et al. 18-qubit entanglement with six photons' three degrees of freedom [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(26): 260502.
- [43] Nagali E, Sciarrino F, de Martini F, et al. Quantum information transfer from spin to orbital angular momentum of photons[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(1): 013601.
- [44] D'Ambrosio V, Nagali E, Monken C H, et al. Deterministic qubit transfer between orbital and spin angular momentum of single photons [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(2): 172-174.
- [45] D'Ambrosio V, Spagnolo N, del Re L, et al. Photonic polarization gears for ultra-sensitive angular measurements[J]. *Nature Communications*, 2013, 4: 2432.
- [46] Wang X L, Ding J P, Ni W J, et al. Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(24): 3549-3551.
- [47] Maurer C, Jesacher A, Fürhapter S, et al. Tailoring of arbitrary optical vector beams[J]. *New Journal of Physics*, 2007, 9(3): 78.
- [48] Jones P H, Rashid M, Makita M, et al. Sagnac interferometer method for synthesis of fractional polarization vortices [J]. *Optics Letters*, 2009, 34(17): 2560-2562.
- [49] Liu S, Qi S X, Zhang Y, et al. Highly efficient generation of arbitrary vector beams with tunable polarization, phase, and amplitude [J]. *Photonics Research*, 2018, 6(4): 228-233.
- [50] Gao Y, Chen Z Z, Ding J P, et al. Single ultra-high-definition spatial light modulator enabling highly efficient generation of fully structured vector beams[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(24): 6591-6596.
- [51] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing [J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(7): 488-496.
- [52] Zhu L, Wang J. Simultaneous generation of multiple orbital angular momentum (OAM) modes using a single phase-only element [J]. *Optics Express*, 2015, 23(20): 26221-26233.
- [53] Wan C H, Chen J, Zhan Q W. Tailoring optical orbital angular momentum spectrum with spiral complex field modulation [J]. *Optics Express*, 2017, 25(13): 15108-15117.
- [54] Kitagawa T, Rudner M S, Berg E, et al. Exploring topological phases with quantum walks[J]. *Physical Review A*, 2010, 82(3): 033429.
- [55] Hasan M Z, Kane C L. Colloquium: topological insulators[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2010, 82(4): 3045-3067.
- [56] Goyal S K, Roux F S, Forbes A, et al. Implementing quantum walks using orbital angular momentum of classical light [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(26): 263602.
- [57] Cardano F, Massa F, Qassim H, et al. Quantum walks and wavepacket dynamics on a lattice with twisted photons[J]. *Science Advances*, 2015, 1(2): e1500087.
- [58] Wang B, Chen T, Zhang X D. Experimental observation of topologically protected bound states with vanishing Chern numbers in a two-dimensional quantum walk [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(10): 100501.
- [59] Yuan L Q, Lin Q, Zhang A W, et al. Photonic gauge potential in one cavity with synthetic frequency and orbital angular momentum dimensions [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(8): 083903.
- [60] Wehner S, Elkouss D, Hanson R. Quantum internet: a vision for the road ahead [J]. *Science*, 2018, 362(6412): eaam9288.
- [61] Yu Y, Ma F, Luo X Y, et al. Entanglement of two

- quantum memories via fibres over dozens of kilometres[J]. *Nature*, 2020, 578(7794): 240-245.
- [62] Zhou Z Y, Li Y, Ding D S, et al. Orbital angular momentum photonic quantum interface[J]. *Light: Science & Applications*, 2016, 5(1): e16019.
- [63] Zhou Z Y, Liu S L, Li Y, et al. Orbital angular momentum-entanglement frequency transducer[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(10): 103601.
- [64] Liu S L, Yang C, Xu Z H, et al. High-dimensional quantum frequency converter[J]. *Physical Review A*, 2020, 101: 012339.
- [65] Wu H J, Zhao B, Rosales-Guzmán C, et al. Spatial-polarization-independent parametric up-conversion of vectorially structured light [J]. *Physical Review Applied*, 2020, 13(6): 064041.
- [66] Ren Z C, Lou Y C, Cheng Z M, et al. Optical frequency conversion of light with maintaining polarization and orbital angular momentum [J]. *Optics Letters*, 2021, 46(10): 2300-2303.
- [67] Bozinovic N, Yue Y, Ren Y X, et al. Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers [J]. *Science*, 2013, 340(6140): 1545-1548.
- [68] Gregg P, Kristensen P, Ramachandran S. Conservation of orbital angular momentum in air-core optical fibers[J]. *Optica*, 2015, 2(3): 267-270.
- [69] Mair A, Vaziri A, Weihs G, et al. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons[J]. *Nature*, 2001, 412(6844): 313-316.
- [70] Barreiro J T, Langford N K, Peters N A, et al. Generation of hyperentangled photon pairs [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(26): 260501.
- [71] Yang T, Zhang Q, Zhang J, et al. All-versus-nothing violation of local realism by two-photon, four-dimensional entanglement[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(24): 240406.
- [72] Cinelli C, Barbieri M, Perris R, et al. All-versus-nothing nonlocality test of quantum mechanics by two-photon hyperentanglement[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(24): 240405.
- [73] Barbieri M, de Martini F, Mataloni P, et al. Enhancing the violation of the Einstein-Podolsky-Rosen local realism by quantum hyperentanglement [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(14): 140407.
- [74] Chen K, Li C M, Zhang Q, et al. Experimental realization of one-way quantum computing with two-photon four-qubit cluster states[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(12): 120503.
- [75] Schuck C, Huber G, Kurtsiefer C, et al. Complete deterministic linear optics Bell state analysis [J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(19): 190501.
- [76] Barreiro J T, Wei T C, Kwiat P G. Beating the channel capacity limit for linear photonic superdense coding[J]. *Nature Physics*, 2008, 4(4): 282-286.
- [77] Williams B P, Sadler R J, Humble T S. Superdense coding over optical fiber links with complete bell-state measurements [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(5): 050501.
- [78] Bennett C H, Wiesner S J. Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states[J]. *Physical Review Letters*, 1992, 69(20): 2881-2884.
- [79] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70(13): 1895-1899.
- [80] Wei T C, Barreiro J T, Kwiat P G. Hyperentangled Bell-state analysis[J]. *Physical Review A*, 2007, 75(6): 060305.
- [81] Hu X M, Guo Y, Liu B H, et al. Beating the channel capacity limit for superdense coding with entangled ququarts[J]. *Science Advances*, 2018, 4(7): eaat9304.
- [82] Kong L J, Liu R, Qi W R, et al. Manipulation of eight-dimensional Bell-like states [J]. *Science Advances*, 2019, 5(6): eaat9206.
- [83] di Lorenzo Pires H, Florijn H C B, van Exter M P. Measurement of the spiral spectrum of entangled two-photon states [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(2): 020505.
- [84] Dada A C, Leach J, Buller G S, et al. Experimental high-dimensional two-photon entanglement and violations of generalized Bell inequalities[J]. *Nature Physics*, 2011, 7(9): 677-680.
- [85] Torres J P, Alexandrescu A, Torner L. Quantum spiral bandwidth of entangled two-photon states[J]. *Physical Review A*, 2003, 68(5): 050301.
- [86] Liu S L, Zhou Z Y, Liu S K, et al. Coherent manipulation of a three-dimensional maximally entangled state [J]. *Physical Review A*, 2018, 98(6): 062316.
- [87] Wang F R, Erhard M, Babazadeh A, et al. Generation of the complete four-dimensional Bell basis[J]. *Optica*, 2017, 4(12): 1462-1467.
- [88] Chen Y Y, Zhang W H, Zhang D K, et al. Coherent generation of the complete high-dimensional bell basis by adaptive pump modulation [J]. *Physical Review Applied*, 2020, 14(5): 054069.
- [89] Liu S L, Zhang Y W, Yang C, et al. Increasing

- two-photon entangled dimensions by shaping input-beam profiles [J]. *Physical Review A*, 2020, 101(5): 052324.
- [90] Kovlakov E V, Straupe S S, Kulik S P. Quantum state engineering with twisted photons via adaptive shaping of the pump beam [J]. *Physical Review A*, 2018, 98(6): 060301.
- [91] Krenn M, Hochrainer A, Lahiri M, et al. Entanglement by path identity [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(8): 080401.
- [92] Kysela J, Erhard M, Hochrainer A, et al. Path identity as a source of high-dimensional entanglement [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2020, 117(42): 26118-26122.
- [93] Zhang W H, Qi Q Q, Zhou J, et al. Mimicking faraday rotation to sort the orbital angular momentum of light [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(15): 153601.
- [94] Berkhout G C G, Lavery M P J, Courtial J, et al. Efficient sorting of orbital angular momentum states of light [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(15): 153601.
- [95] Mirhosseini M, Malik M, Shi Z M, et al. Efficient separation of the orbital angular momentum eigenstates of light [J]. *Nature Communications*, 2013, 4: 2781.
- [96] Wen Y H, Chremmos I, Chen Y J, et al. Spiral transformation for high-resolution and efficient sorting of optical vortex modes [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(19): 193904.
- [97] Wan C H, Chen J, Zhan Q W. Compact and high-resolution optical orbital angular momentum sorter [J]. *APL Photonics*, 2017, 2(3): 031302.
- [98] Ruffato G, Massari M, Romanato F. Compact sorting of optical vortices by means of diffractive transformation optics [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(3): 551-554.
- [99] Wen Y H, Chremmos I, Chen Y J, et al. Compact and high-performance vortex mode sorter for multi-dimensional multiplexed fiber communication systems [J]. *Optica*, 2020, 7(3): 254-262.
- [100] Fickler R, Lapkiewicz R, Huber M, et al. Interface between path and orbital angular momentum entanglement for high-dimensional photonic quantum information [J]. *Nature Communications*, 2014, 5: 4502.
- [101] Howell J C, Bennink R S, Bentley S J, et al. Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using momentum- and position-entangled photons from spontaneous parametric down conversion [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(21): 210403.
- [102] Leach J, Jack B, Romero J, et al. Quantum correlations in optical angle-orbital angular momentum variables [J]. *Science*, 2010, 329(5992): 662-665.
- [103] Chen L X, Ma T L, Qiu X D, et al. Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using radial position and radial momentum variables [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(6): 060403.
- [104] Kulkarni G, Sahu R, Magaña-Loaiza O S, et al. Single-shot measurement of the orbital-angular-momentum spectrum of light [J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 1054.
- [105] Kong L J, Liu R, Qi W R, et al. Asymptotical locking tomography of high-dimensional entanglement [J]. *Chinese Physics Letters*, 2020, 37(3): 034204.
- [106] Hiesmayr B C, de Dood M J A, Löffler W. Observation of four-photon orbital angular momentum entanglement [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(7): 073601.
- [107] Malik M, Erhard M, Huber M, et al. Multi-photon entanglement in high dimensions [J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(4): 248-252.
- [108] Erhard M, Malik M, Krenn M, et al. Experimental Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement beyond qubits [J]. *Nature Photonics*, 2018, 12(12): 759-764.
- [109] Luo Y H, Chen M C, Erhard M, et al. Quantum teleportation of physical qubits into logical code spaces [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2021, 118(36): e2026250118.
- [110] Vitelli C, Spagnolo N, Aparo L, et al. Joining the quantum state of two photons into one [J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(7): 521-526.
- [111] Neergaard-Nielsen J S. Two become one [J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(7): 512-513.
- [112] Zhong H S, Wang H, Deng Y H, et al. Quantum computational advantage using photons [J]. *Science*, 2020, 370(6523): 1460-1463.
- [113] Zhong H S, Deng Y H, Qin J, et al. Phase-programmable gaussian boson sampling using stimulated squeezed light [J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(18): 180502.
- [114] Weinfurter H, Żukowski M. Four-photon entanglement from down-conversion [J]. *Physical Review A*, 2001, 64: 010102.
- [115] Gao X Q, Krenn M, Kysela J, et al. Arbitrary d -dimensional Pauli X gates of a flying qudit [J]. *Physical Review A*, 2019, 99(2): 023825.

- [116] Babazadeh A, Erhard M, Wang F R, et al. High-dimensional single-photon quantum gates: concepts and experiments [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(18): 180510.
- [117] Asadian A, Erker P, Huber M, et al. Heisenberg-Weyl observables: Bloch vectors in phase space[J]. *Physical Review A*, 2016, 94: 010301.
- [118] Wang Y C, Hu Z X, Sanders B C, et al. Qudits and high-dimensional quantum computing[J]. *Frontiers in Physics*, 2020, 8: 589504.
- [119] Gao X Q, Erhard M, Zeilinger A, et al. Computer-inspired concept for high-dimensional multipartite quantum gates[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(5): 050501.