

# 利用标量衍射理论的斜率和曲率混合型波前传感器装调技术

秦鹏, 刘克\*, 钟慧, 李艳秋, 张孝天, 何飞

北京理工大学光电学院光电成像技术与系统教育部重点实验室, 北京 100081

**摘要** 四孔振幅调制波前传感器(FHAM-WS)在夏克-哈特曼传感器(SHS)的各个子孔径内引入振幅调制,实现了子孔径内波前斜率和曲率的测量。FHAM-WS的精密装调对于实现高精度的波前传感至关重要。利用标量衍射理论分析了FHAM-WS中的微透镜阵列装调误差在各个子孔径内引入的波前斜率和曲率测量误差。以该误差为输入,利用斜率和曲率混合波前重构技术,获得了微透镜阵列装调误差在整个波面测量结果中引入的像差。仿真分析了FHAM-WS中微透镜阵列的焦面偏移误差、倾斜误差在波面测量结果中引入的各类像差的灵敏度,建立了FHAM-WS的装调技术方案。利用FHAM-WS的零检验实验验证了所提方法的有效性,实验结果表明经过所提方法装调校准后,FHAM-WS的绝对测量精度能达到 $0.005\lambda$ (均方根,波长为 $\lambda=635\text{ nm}$ )。

**关键词** 传感器; 标量衍射理论; 装调技术; 斜率和曲率; 波前重构

中图分类号 O436.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.2328001

## Alignment Technique of Slope and Curvature Hybrid Wavefront Sensor Based on Scalar Diffraction Theory

Qin Peng, Liu Ke\*, Zhong Hui, Li Yanqiu, Zhang Xiaotian, He Fei

Key Laboratory of Photoelectronic Imaging Technology and System, Ministry of Education, School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

**Abstract** The four-hole amplitude-modulated wavefront sensor (FHAM-WS) introduces amplitude modulation in each sub-aperture of Shack-Hartmann sensor (SHS) to measure the slope and curvature of the wavefront in the sub-aperture. The precise alignment of FHAM-WS is essential to achieve high precision wavefront sensing. In this paper, the scalar diffraction theory is used to analyze the slope and curvature measurement errors of the wavefront introduced by the alignment error of the microlens array in FHAM-WS in each sub-aperture. Taking the error as input, the aberration introduced by the microlens array alignment error in the whole wave surface measurement is obtained by using the slope and curvature mixed wavefront reconstruction technique. The sensitivities of various aberrations introduced by the focal plane offset error and tilt error of the microlens array in FHAM-WS are simulated and analyzed, and the alignment technique scheme of FHAM-WS is established. The validity of this method is verified by the zero-test experiment of FHAM-WS. The experimental results show that the absolute measurement accuracy of FHAM-WS can reach  $0.005\lambda$  (root mean square, wavelength of  $\lambda=635\text{ nm}$ ) after the calibration by this method.

**Key words** sensors; scalar diffraction theory; alignment technique; slope and curvature; wavefront reconstruction

## 1 引言

夏克-哈特曼传感器<sup>[1]</sup>(SHS)具有结构简单、测量动态范围大和光能利用率高等优点,被广泛应用于天文观测<sup>[2]</sup>、人眼像差检测<sup>[3]</sup>、激光整形和光学检测<sup>[4]</sup>等

领域。然而,传统的SHS大多只利用了子孔径内的波前斜率信息,且将各个子孔径内的波前分别近似为一个平面,从而忽略了子孔径内波前的曲率信息,影响了空间频率较高的高阶像差的检测。四孔振幅调制波前传感器(FHAM-WS)在SHS的各个子孔径内引入振

收稿日期: 2022-05-10; 修回日期: 2022-06-05; 录用日期: 2022-06-14

基金项目: 国家自然科学基金(61975013,62175014)、国家科技重大专项(2017ZX02101006-001)

通信作者: \*liuke@bit.edu.cn

幅调制,进而可以利用像面光斑点列图的强度分布信息实现各个子孔径内波前斜率和曲率信息的探测<sup>[5-6]</sup>。从本质上来说,FHAM-WS将各个子孔径内的波前近似为二次曲面,故有潜力实现高阶像差的精密测量。

为了提高FHAM-WS的测量精度,对FHAM-WS的装调误差进行分析和校准是必不可少的。FHAM-WS的装调误差与SHS类似,主要包括微透镜阵列(MA)和探测器之间的焦面偏移误差、倾斜误差和旋转误差<sup>[7-10]</sup>。Pfund等<sup>[7]</sup>最早研究了SHS中微透镜阵列和电荷耦合器件(CCD)的相对平移和倾斜误差对SHS斜率偏导数计算的影响。叶红卫等<sup>[8]</sup>发现,SHS中CCD探测器偏移焦面不会影响质心位置的探测,但会将波面复原结果成比例缩放。Vargas等<sup>[9]</sup>将SHS作为正交相机进行标定,采用平行光直接入射到微透镜阵列上,改变入射光角度,基于正交投影公式推导出了相应的投影矩阵和旋转矩阵,进而实现了装调误差的分析和校准。近年来,学者们通过建立装调误差与子孔径斜率间的函数关系<sup>[11-14]</sup>来分析SHS的装调误差。王艳萍等<sup>[11]</sup>分析了焦面偏移量与波前斜率变化的关系。吴伟等<sup>[14]</sup>进一步建立了焦面偏移量、微透镜倾斜量与波前斜率的函数关系。然而,目前SHS的装调校准技术研究大多以分析微透镜阵列的装调误差对像面光斑点列图质心位置的影响作为基础。这种近似分析的结果使得微透镜阵列的装调误差仅仅引起各个子孔径内波前斜率的变化。基于SHS改进的斜率和曲率混合型波前传感技术,如FHAM-WS、像散镜混合波前传感技术<sup>[15-16]</sup>和离焦SHS技术<sup>[17-18]</sup>等,利用像面光斑点列图的强度分布来测量各个子孔径波前的斜率和曲率信息,微透镜阵列的装调误差不仅会引起各个子孔径内波前斜率的变化,还会引起各个子孔径内波前曲率的变化。因此,SHS的装调校准技术不能精确指导斜率和曲率混合型波前传感技术的装调。

本文利用标量衍射理论分析FHAM-WS中微透镜阵列的焦面偏移误差、倾斜误差等装调误差在各个子孔径内引入的波前斜率和曲率测量误差的解析表达式。综合利用各个子孔径内的波前斜率和曲率误差进行波前重构,获得装调误差在整个波面测量结果中引入的各类像差灵敏度,并建立FHAM-WS的装调技术方案。虽然该方案是针对FHAM-WS的装调误差校准,但是本文利用标量衍射理论建立的装调误差分析方法适用于大多数斜率和曲率混合型波前传感器的精密装调。

## 2 原理与仿真分析

### 2.1 FHAM-WS的标量衍射理论基础

FHAM-WS保留了SHS的简单结构,FHAM-WS的原理图如图1所示<sup>[5]</sup>。与SHS不同的是,FHAM-WS在平凸微透镜阵列的每一个子孔径平面内都设置了4个通光孔,从而在每个子孔径内会产生4束相干光,并且这些相干光会在微透镜阵列的像面处发生干涉。当待测波面含有波前畸变时,根据探测器记录的

每个子孔径内4光束干涉图样的光场强度分布,可以计算得到待测波面在各个子孔径内波前的斜率、拉普拉斯曲率和混合曲率信息。因此,不同于SHS将每一个子孔径内的波面近似为平面,FHAM-WS将每一个子孔径内的波面近似为一个二次曲面,进而提高了对高阶像差的探测能力。

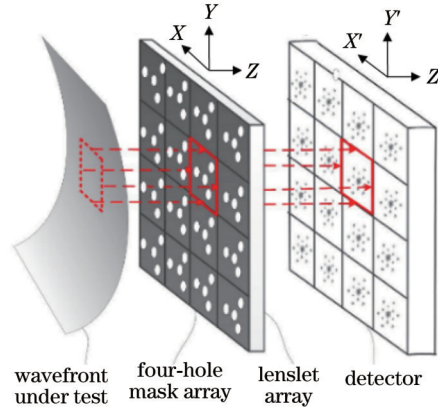


图1 FHAM-WS原理图

Fig. 1 Schematic diagram of FHAM-WS

FHAM-WS的装调误差主要是微透镜阵列和探测器之间的相对位置误差。采用标量衍射理论<sup>[19]</sup>建立FHAM-WS装调技术的理论基础,以微透镜阵列和探测器中心为原点建立坐标系,其中XY平面为微透镜阵列面, $X'Y'$ 平面为探测器面。 $W(x, y)$ 表示入射到微透镜阵列中的整个待测波面的相位分布。在分析每个子孔径内波面的光学传播特性时,分别以该子孔径中心作为坐标中心。对于编号为 $(m, n)$ 的子孔径,用 $x_m = x - P/2 - mP$ ,  $y_n = y - P/2 - nP$ 表示子孔径中心的坐标。其中, $P$ 为单个子孔径的尺寸,  $x_m \in [-P/2, P/2]$ ,  $y_n \in [-P/2, P/2]$ ,  $m \in [1 - N/2, N/2]$ ,  $n \in [1 - N/2, N/2]$ ,  $N$ 为微透镜阵列每一行/列的子孔径数。因此,编号为 $(m, n)$ 的子孔径内待测波前相位分布 $W(x_m, y_n)$ 可以用前5项Zernike多项式的线性组合来表示,即

$$W(x_m, y_n) = \left\{ a_1^{(mn)} x_m + a_2^{(mn)} y_n + a_3^{(mn)} \left[ -1 + 2(x_m^2 + y_n^2) \right] + a_4^{(mn)} (x_m^2 - y_n^2) + 2a_5^{(mn)} x_m y_n \right\} \times \text{rect} \left( \frac{x_m}{P}, \frac{y_n}{P} \right), \quad (1)$$

式中: $a_i^{(mn)} (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 为Zernike多项式中X倾斜、Y倾斜、离焦、 $0^\circ$ 像散和 $45^\circ$ 像散项的系数,其上标表示子孔径编号; $\text{rect}(\cdot)$ 为窗函数。

入射到编号为 $(m, n)$ 子孔径中的波前复振幅 $E(x_m, y_n)$ 可表示为

$$E(x_m, y_n) = \exp \left[ jW(x_m, y_n) \right]. \quad (2)$$

由标量衍射理论可以得到,与微透镜阵列距离为 $z$ 的探测器平面上得到的场分布 $U_z(x'_m, y'_n)$ 为

$$U_z(x'_m, y'_n) = \frac{1}{j\lambda z} \exp\left\{jk\left[z + \frac{(x'_m)^2 + (y'_n)^2}{2z}\right]\right\} \times \mathcal{F}\left\{E(x_m, y_n) \times t(x_m, y_n) \times \exp\left[-\frac{jk}{2f}(x_m^2 + y_n^2)\right] \times \exp\left[\frac{jk}{2f}(x_m^2 + y_n^2)\right]\right\}, \quad (3)$$

式中:  $t(x_m, y_n)$  是微透镜阵列中编号为  $(m, n)$  的子孔径内四孔掩模的透过率函数;  $\exp\left[-\frac{jk}{2f}(x_m^2 + y_n^2)\right]$  是编号为  $(m, n)$  的子孔径中微透镜的相位因子;  $k = 2\pi/\lambda$  为波数, 其中  $\lambda$  为入射光波长,  $f$  为微透镜的焦距;  $\mathcal{F}(\cdot)$  为傅里叶变换运算。

由式(3)可得到, 编号为  $(m, n)$  的子孔径在距离为  $z$  的探测器平面上的光场强度分布为

$$I(x'_m, y'_n) = |U_z(x'_m, y'_n)|^2 = A \times B(x'_m, y'_n), \quad (4)$$

其中

$$A = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2, \quad (5)$$

$$B(x'_m, y'_n) = \left| \mathcal{F}\left\{ \exp\left\{jk\left[W(x_m, y_n) - \frac{k(z-f)}{2fz}(x_m^2 + y_n^2)\right]\right\} \times \text{rect}\left(\frac{x_m}{P}, \frac{y_n}{P}\right)\right\} \times t(x_m, y_n) \right|^2. \quad (6)$$

由于探测器采集像面光斑点列图时, 将其强度进行归一化处理, 故式(4)中  $A$  的数值变化不会影响像面光斑点列图的强度和分布, 即可以将  $A$  忽略。因此, 只需要分析存在装调误差时式(6)中相位因子的变化。当探测器位于微透镜阵列焦平面时, 即  $z = f$  时, 式(6)中微透镜的相位因子与变换函数中的相位因子刚好抵消。当探测器偏离微透镜阵列焦平面时, 即  $z \neq f$  时, 式(6)中微透镜的相位因子无法消去变换函数中的相位因子, 相当于在编号为  $(m, n)$  子孔径内的待测波前相位中引入了额外的相位因子  $-\frac{k(z-f)}{2fz}(x_m^2 + y_n^2) \times \text{rect}\left(\frac{x_m}{P}, \frac{y_n}{P}\right)$ , 这会造成  $W(x_m, y_n)$  的测量误差。

### 2.2 FHAM-WS 装调误差分析

首先, 利用标量衍射理论分析 FHAM-WS 中微透镜阵列和探测器之间的焦面偏移误差、倾斜误差在单个子孔径内的待测波前中引入的测量误差。然后, 以该误差为输入, 利用斜率和曲率混合波前重构技术推导微透镜阵列装调误差在整个波面测量结果中引入的像差。最后, 仿真分析装调误差在整个波面测量结果中引入的各类像差的灵敏度, 进而确定 FHAM-WS 的装调技术方案。FHAM-WS 的装调误差分析流程图如图 2 所示。具体步骤如下:

1) 通过分波面元件分割整个待测波前  $W(x, y)$ ,

得到编号为  $(m, n)$  的子孔径内的待测波前  $W(x_m, y_n)$ ;

2) 利用标量衍射理论推导装调误差在  $W(x_m, y_n)$  中引入的相位差  $\Delta W(x_m, y_n)$ ;

3) 将  $\Delta W(x_m, y_n)$  表示成前 5 项 Zernike 多项式的线性组合形式, 得出装调误差在  $W(x_m, y_n)$  中引入的斜率和曲率测量误差的解析表达式, 即  $\Delta a_i^{(mn)} (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ ;

4) 以  $\Delta a_i^{(mn)} (i = 1, 2, 3, 4, 5)$  为输入, 利用多方向斜率和曲率混合波前重构技术<sup>[20]</sup> 获得装调误差在整个波面测量结果中引入的像差  $\Delta W(x, y)$ ;

5) 用前 36 项 Zernike 多项式拟合  $\Delta W(x, y)$ , 得到装调误差在整个待测波面引入的像差模式, 并以此为依据, 建立 FHAM-WS 的装调技术方案。

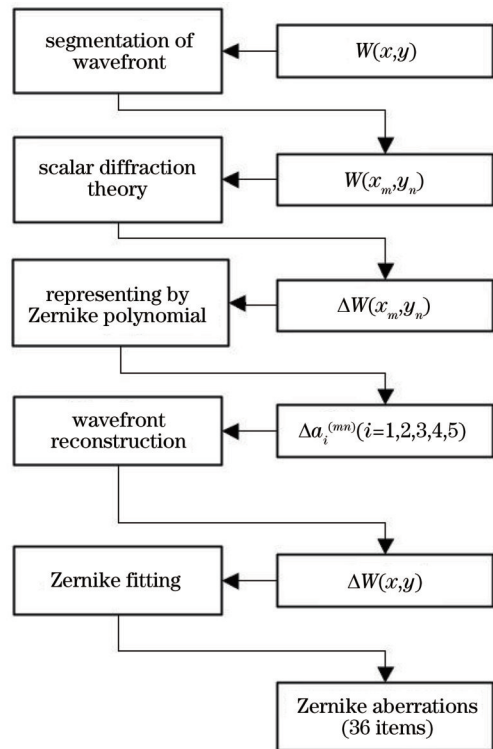


图 2 FHAM-WS 装调误差分析流程图

Fig. 2 Flow chart of alignment error analysis of FHAM-WS

#### 2.2.1 焦面偏移误差

在 FHAM-WS 装调过程中, 微透镜阵列实际位置 (实线位置) 相对于其名义位置 (虚线位置) 在  $Z$  轴方向偏移, 导致探测器偏移微透镜阵列的焦面位置产生装调误差, 这被称为焦面偏移误差, 如图 3 所示。焦面偏移误差会降低波前传感器的分辨率和对焦的准确性, 引入离焦像差<sup>[7]</sup>。

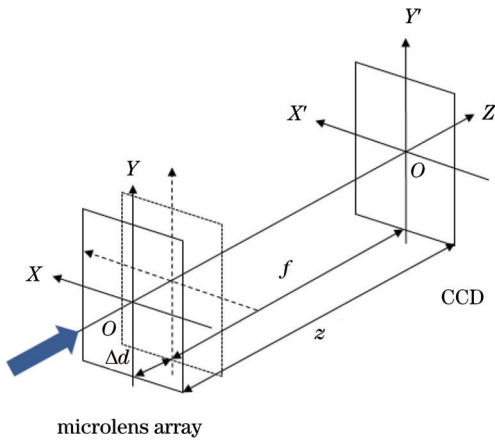


图 3 焦面偏移误差示意图  
Fig. 3 Schematic diagram of focal plane offset error

当存在焦面偏移误差时,假定微透镜阵列的实际位置相对其名义位置存在  $\Delta d$  的偏移量,此时微透镜阵列到探测器的距离为  $z = f + \Delta d$ 。将  $z = f + \Delta d$  代入式(6)中,得到焦面偏移误差在  $W(x_m, y_n)$  中引入的额外相位差  $\Delta W(x_m, y_n)$  为

$$\Delta W(x_m, y_n) = \left[ -\frac{k}{2f}(x_m^2 + y_n^2) + \frac{k}{2z}(x_m^2 + y_n^2) \right] \times \text{rect}\left(\frac{x_m}{P}, \frac{y_n}{P}\right) = \frac{\pi \Delta d}{\lambda f(f + \Delta d)} (x_m^2 + y_n^2) \times \text{rect}\left(\frac{x_m}{P}, \frac{y_n}{P}\right) \quad (7)$$

将  $\Delta W(x_m, y_n)$  表示成前 5 项 Zernike 多项式线性组合的形式,则

$$\Delta W(x_m, y_n) = \Delta a_3^{(mn)} (x_m^2 + y_n^2) \times \text{rect}\left(\frac{x_m}{P}, \frac{y_n}{P}\right) \quad (8)$$

式中

$$\Delta a_3^{(mn)} = \frac{\pi \Delta d}{2\lambda f(f + \Delta d)} \quad (9)$$

由式(8)和式(9)可知, FHAM-WS 存在焦面偏移误差时会在  $W(x_m, y_n)$  中引入离焦像差,导致

$W(x_m, y_n)$  中的离焦项系数  $a_3^{(mn)}$  项产生  $\Delta a_3^{(mn)}$  的测量误差。 $\Delta a_3^{(mn)}$  在各个子孔径中数值相同,与子孔径编号  $(m, n)$  无关,仅与焦面偏移距离  $\Delta d$  有关。

为了定量表征焦面偏移误差在整个待测波面  $W(x, y)$  中引入的测量误差,需要以焦面偏移误差在每个子孔径中引入的  $\Delta a_3^{(mn)}$  测量误差作为输入,利用波前重构技术获得整个待测波面中引入的额外相位差  $\Delta W(x, y)$ 。本文将子孔径内的待测波前相位  $W(x_m, y_n)$  中引入的额外相位差  $\Delta W(x_m, y_n)$  表征为前 5 项 Zernike 多项式的线性组合,其不仅包含了波前斜率信息,也包含了波前曲率信息,进而采用课题组前期开发的多方向斜率和曲率混合型波前重构算法<sup>[20]</sup>来恢复  $\Delta W(x, y)$ 。然后,将  $\Delta W(x, y)$  表征为前 36 项 Zernike 多项式的线性组合形式,分析  $\Delta W(x, y)$  中的主要像差模式,为传感器的精密装调提供依据。

仿真分析了焦面偏移误差在  $-1 \sim 1$  mm 范围内,以 0.1 mm 为步长变化时,以  $\Delta a_3^{(mn)}$  作为输入,波面重构得到的  $\Delta W(x, y)$  及其主要的像差模式。仿真过程中 FHAM-WS 的主要参数如表 1 所示。

表 1 仿真过程中 FHAM-WS 的主要参数  
Table 1 Parameters of FHAM-WS in simulation

Parameter	Value	Parameter	Value
$\lambda / \text{nm}$	635	$N$	$18 \times 18$
$f / \text{mm}$	37	Pixel size of detector / $\mu\text{m}$	4.5
$P / \mu\text{m}$	500	Number of pixels in spot diagram	$2034 \times 2034$

焦面偏移误差在整个待测波前中引入的  $\Delta W(x, y)$  中的主要像差模式的仿真结果如图 4(a) 所示,其中离焦( $Z_3$ )、三阶球差( $Z_8$ )和五阶球差( $Z_{15}$ )较大,也存在七阶三叶彗差( $Z_{16}$ )。当  $\Delta d$  为 1 mm 时,  $\Delta W(x, y)$  中  $Z_3$  项的系数为 0.083 rad,不可忽略。用  $\Delta W(x, y)$  的均方根(RMS)误差来描述装调误差在整个待测波面中引入的测量误差大小。焦面偏移误差引入的 RMS 误差的仿真结果如图 4(b) 所示。当焦面偏移误差在 0.4 mm 以内时,  $\Delta W(x, y)$  的 RMS 误差小于 0.005 rad。

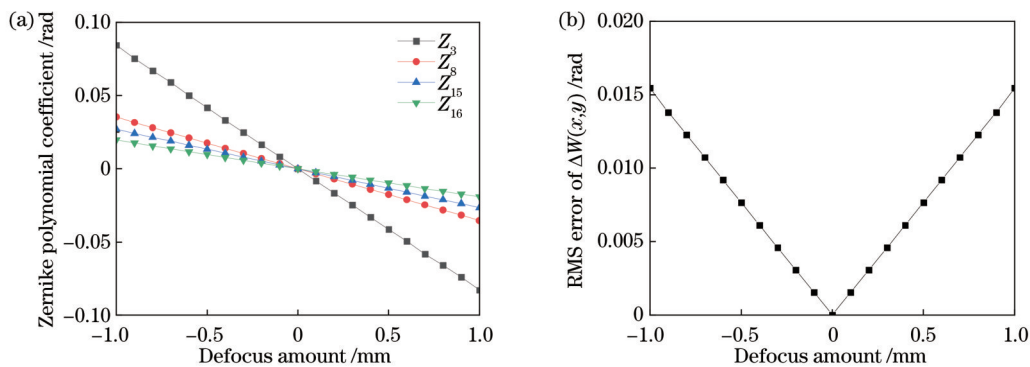


图 4 焦面偏移误差引入的  $\Delta W(x, y)$  的各类像差和 RMS 误差。(a) 各类像差; (b) RMS 误差  
Fig. 4 Various aberrations and RMS error of  $\Delta W(x, y)$  introduced by focal plane offset. (a) Various aberrations; (b) RMS error

## 2.2.2 倾斜误差

FHAM-WS 中微透镜阵列绕  $X$  轴或  $Y$  轴旋转时会相对其名义位置产生误差,该误差称为倾斜误差。以微透镜阵列绕  $X$  轴旋转的情况为例,分析倾斜误差的影响。如图 5(a)所示,微透镜阵列绕  $X$  轴旋转后的位置(图中虚线所示)相对其名义位置(图中实线所示)产生了倾斜误差,这里使用两者的夹角  $\alpha$  来表示倾斜误差的大小。

微透镜阵列倾斜会使光斑点列图的质心整体偏移,产生倾斜像差。同时,微透镜阵列的倾斜会改变微

透镜阵列与探测器之间的距离,产生焦面偏移误差。由图 5(b)可知,焦面偏移量  $\Delta d$  与子孔径在微透镜阵列中的位置有关。另一方面,微透镜阵列中的通光孔会因倾斜误差而产生椭圆变形,当微透镜阵列倾斜  $1^\circ$  时,直径为  $125\ \mu\text{m}$  的圆通光孔椭圆尺寸偏差为  $19\ \text{nm}$ 。根据文献[21-22]中对小孔椭圆形状影响的分析结果,倾斜产生的小孔椭圆变形对衍射的影响很小,可以忽略。因此,在微透镜阵列倾斜角度较小时,只考虑平面波入射到倾斜的微透镜阵列上产生的倾斜像差和微透镜阵列倾斜产生的焦面偏移量两个因素。

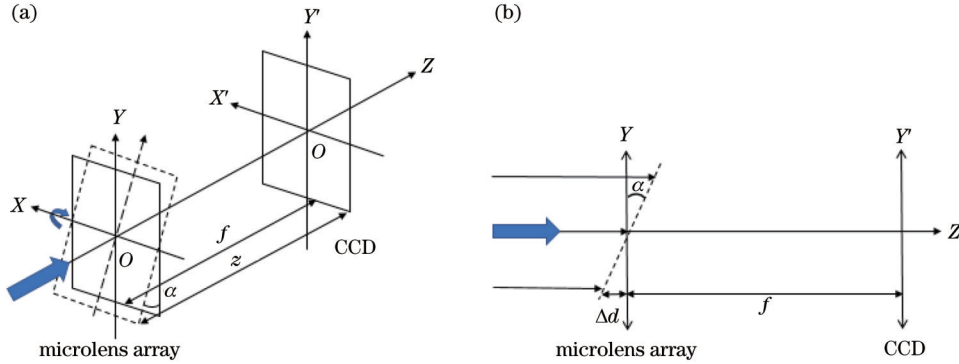


图 5 微透镜绕  $X$  轴旋转时的倾斜误差和  $YZ$  平面示意图。(a) 倾斜误差; (b)  $YZ$  平面

Fig. 5 Schematic diagram of tilt error and  $YZ$  plane when microlens rotating around  $X$ -axis. (a) Tilt error; (b)  $YZ$  plane

若微透镜阵列绕  $X$  轴的旋转角为  $\alpha$ , 则编号为  $(m, n)$  的子孔径中的焦面偏移量为  $\Delta d = (y_n + nP) \times \tan \alpha$ 。假设待测波面为理想平面波, 则其入射到倾斜的微透镜阵列上时可以等效为一个倾斜波面入射到位于  $XY$  平面的微透镜阵列上, 即可认为待测波面引入

了倾斜像差, 其大小可以用倾斜相位因子  $y_n \times \tan \alpha$  表示。将  $y_n \times \tan \alpha$  与  $\Delta d = (y_n + nP) \times \tan \alpha$  一同代入式(6)中, 得到微透镜阵列绕  $X$  轴旋转在子孔径待测波前中引入的额外相位差  $\Delta W(x_m, y_n)$  为

$$\Delta W(x_m, y_n) = \left\{ y_n \times \tan \alpha + \frac{\pi(y_n + nP) \times \tan \alpha}{\lambda f [f + (y_n + nP) \times \tan \alpha]} (x_m^2 + y_n^2) \right\} \times \text{rect} \left( \frac{x_m}{P}, \frac{y_n}{P} \right). \quad (10)$$

将  $\Delta W(x_m, y_n)$  整理成前 5 项 Zernike 多项式线性组合的形式, 即

$$\Delta W(x_m, y_n) = \left\{ \Delta a_2^{(mn)} \times y_n + \Delta a_3^{(mn)} (x_m^2 + y_n^2) - \Delta a_4^{(mn)} (x_m^2 - y_n^2) + \frac{\pi \tan \alpha (x_m^2 y_n + y_n^3)}{\lambda f [f + (y_n + nP) \times \tan \alpha]} \right\} \times \text{rect} \left( \frac{x_m}{P}, \frac{y_n}{P} \right), \quad (11)$$

其中

$$\Delta a_2^{(mn)} \approx \tan \alpha, \quad (12)$$

$$\Delta a_3^{(mn)} \approx \frac{2\pi \times nP \times \tan \alpha + \lambda f \times \tan^2 \alpha}{4\lambda f (f + nP \times \tan \alpha)}, \quad (13)$$

$$\Delta a_4^{(mn)} \approx -\frac{\lambda f \times \tan^2 \alpha}{2\lambda f (f + nP \times \tan \alpha)}. \quad (14)$$

由于 FHAM-WS 将  $W(x_m, y_n)$  近似为二次曲面, 因此只能测出  $W(x_m, y_n)$  的二阶信息。另外, 式(11)末尾的三阶项系数相对较小。因此, 对式(11)进行近似处理, 忽略式(11)的三阶信息。由式(12)~(14)可知, FHAM-WS 存在倾斜误差时会在  $W(x_m, y_n)$  中引

入倾斜、离焦和像散像差, 从而导致  $W(x_m, y_n)$  中的倾斜项系数  $a_2^{(mn)}$ 、离焦项系数  $a_3^{(mn)}$  和像散项系数  $a_4^{(mn)}$  产生测量误差, 其误差大小分别为  $\Delta a_2^{(mn)}$ 、 $\Delta a_3^{(mn)}$  和  $\Delta a_4^{(mn)}$ 。  $\Delta a_2^{(mn)}$ 、 $\Delta a_3^{(mn)}$  和  $\Delta a_4^{(mn)}$  在各个子孔径中的数值不同, 与子孔径编号  $(m, n)$  和倾斜角  $\alpha$  有关, 且  $\Delta a_4^{(mn)}$  与  $\Delta a_2^{(mn)}$ 、 $\Delta a_3^{(mn)}$  随  $\alpha$  的变化趋势相反。

采用上述方法分析得到微透镜阵列绕  $Y$  轴旋转  $\beta$  角会在  $\Delta W(x_m, y_n)$  中引入的  $\Delta a_1^{(mn)}$ 、 $\Delta a_3^{(mn)}$  和  $\Delta a_4^{(mn)}$  分别为

$$\Delta a_1^{(mn)} \approx \tan \beta, \quad (15)$$

$$\Delta a_3^{(mn)} \approx \frac{2\pi \times nP \times \tan \beta + \lambda f \times \tan^2 \beta}{4\lambda f (f + nP \times \tan \beta)}, \quad (16)$$

$$\Delta a_4^{(mn)} \approx \frac{\lambda f \times \tan^2 \beta}{2\lambda f (f + nP \times \tan \beta)} \quad (17)$$

仿真分析微透镜阵列绕X、Y轴旋转的倾斜误差,在整个波面测量结果中引入的像差。微透镜阵列倾斜角 $\alpha$ 和 $\beta$ 在 $-2^\circ \sim 2^\circ$ 范围内,以 $0.1^\circ$ 为步长变化,以各个子孔径的 $\Delta a_1^{(mn)}$ 、 $\Delta a_2^{(mn)}$ 、 $\Delta a_3^{(mn)}$ 、 $\Delta a_4^{(mn)}$ 为输入,使用多方向斜率和曲率混合波前重构算法,得到 $\Delta W(x, y)$ 及其主要的像差模式。微透镜阵列绕X轴旋转的仿真结果如图6(a)所示, $\Delta W(x, y)$ 中主要的像差模式是离焦( $Z_3$ )、 $0^\circ$ 像散( $Z_4$ )和三阶球差( $Z_8$ ),也会存在较小的五阶球差( $Z_{15}$ )和七阶三叶彗差( $Z_{16}$ )。当 $\alpha$ 为 $2^\circ$ 时,

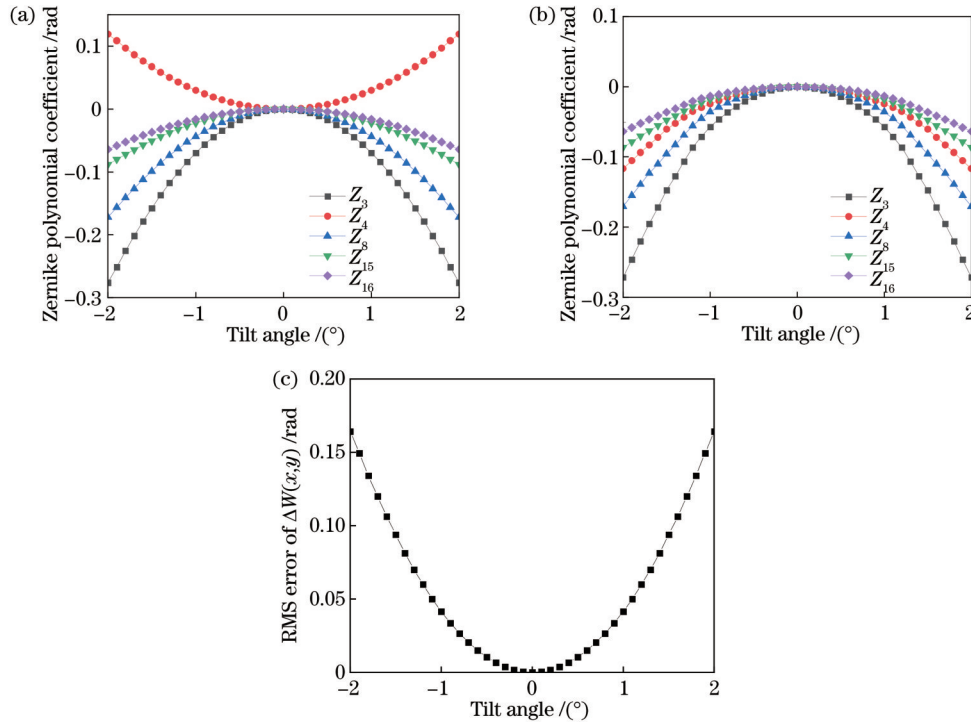


图6 微透镜阵列倾斜引入的 $\Delta W(x, y)$ 中的各类像差和RMS误差。(a)微透镜阵列绕X轴旋转导致的 $\Delta W(x, y)$ 中的各类像差;(b)微透镜阵列绕Y轴旋转导致的 $\Delta W(x, y)$ 中的各类像差;(c) $\Delta W(x, y)$ 的RMS误差随倾斜角度的变化

Fig. 6 Various aberrations and RMS error of  $\Delta W(x, y)$  introduced by tilted microlens array. (a) Various aberrations of  $\Delta W(x, y)$  introduced by rotation of microlens array around X-axis; (b) various aberrations of  $\Delta W(x, y)$  introduced by rotation of microlens array around Y-axis; (c) RMS error of  $\Delta W(x, y)$  varying with tilt angle

### 2.3 FHAM-WS装调误差的校准技术

由2.2节分析可知,微透镜阵列的焦面偏移误差和倾斜误差都会在 $\Delta W(x, y)$ 中引入较大的离焦( $Z_3$ ),而倾斜误差还会在 $\Delta W(x, y)$ 中额外引入 $0^\circ$ 像散( $Z_4$ )。因此,以 $Z_4$ 的系数作为微透镜阵列倾斜误差的装调标准,可以精确地区分两种装调误差。如图6(a)和图6(b)所示,微透镜阵列绕X轴和Y轴旋转均会引入 $0^\circ$ 像散,可先调节绕Y轴的旋转角,直至 $Z_4$ 系数达到极大值,再调节绕X轴的旋转角,直至 $Z_4$ 系数达到零,此时即完成了微透镜阵列倾斜误差的校准。

由2.2.1节可知,当FHAM-WS存在焦面偏移误差时,会在 $W(x_m, y_n)$ 中引入离焦像差,使得离焦项系

$\Delta W(x, y)$ 中 $Z_3$ 的系数为 $0.276 \text{ rad}$ ,不可忽略。

微透镜阵列绕Y轴旋转时 $\Delta W(x, y)$ 中主要的像差模式如图6(b)所示。对比图6(a)和图6(b)可知,当微透镜阵列存在绕X轴或Y轴旋转的倾斜误差时, $\Delta W(x, y)$ 中主要的像差模式都为 $Z_3$ 、 $Z_4$ 、 $Z_8$ 、 $Z_{15}$ 和 $Z_{16}$ ,其中 $Z_3$ 、 $Z_8$ 、 $Z_{15}$ 和 $Z_{16}$ 的变化趋势完全相同,但 $Z_4$ 的变化趋势与其他像差模式完全相反,主要原因是微透镜阵列绕X、Y旋转在子孔径内引入的 $\Delta a_4^{(mn)}$ 符号相反。

仿真分析了微透镜阵列倾斜角在 $-2^\circ \sim 2^\circ$ 范围内, $\Delta W(x, y)$ 的RMS误差随倾斜角度的变化,如图6(c)所示。当微透镜阵列倾斜角度在 $-0.3^\circ \sim 0.3^\circ$ 以内时, $\Delta W(x, y)$ 的RMS误差小于 $0.005 \text{ rad}$ 。

数 $a_3^{(mn)}$ 项产生 $\Delta a_3^{(mn)}$ 的测量误差,以此为依据建立一个焦面偏移误差的装调标准 $S$ 。 $S$ 定义为各个子孔径的 $\Delta a_3^{(mn)}$ 绝对值的均值。在理想情况下, $S$ 数值为零时,即可认为完成了微透镜阵列和探测器焦面偏移误差的校准。 $S$ 的表达式为

$$S = \frac{\sum_{m=1-N/2}^{N/2} \sum_{n=1-N/2}^{N/2} |\Delta a_3^{(mn)}|}{N \times N} \quad (18)$$

FHAM-WS的整体装调校准方案主要分4步:

- 1) 调整微透镜阵列使光斑点列图位于探测器采集区域中心,确保微透镜阵列无明显绕Z轴的旋转误差;
- 2) 调整微透镜阵列绕Y轴的旋转角度,直至

$\Delta W(x, y)$  中的  $Z_4$  系数达到极大值;

3) 调整微透镜阵列绕 X 轴的旋转角度, 直至  $\Delta W(x, y)$  的  $Z_4$  系数为 0 或接近 0, 完成微透镜阵列倾斜误差的校准;

4) 调节微透镜阵列在 Z 轴方向的位置, 直至 S 达到最小值, 完成微透镜阵列焦面偏移误差的校准。

### 3 实验及讨论

利用 FHAM-WS 的零检验实验验证第 2 章中 FHAM-WS 装调误差分析的正确性和装调方案的有效性。实验中采用波长为 635 nm 的单模光纤光源生

成一个近似理想的球面波, 并将微透镜阵列和 CCD 组成的 FHAM-WS 放置在距光源 1 m 之外处, 此时可认为是理想平面波入射。在此情况下, FHAM-WS 的测量结果真值应为零, 其实际测量结果越接近零, 表示测量误差越小。实验中微透镜阵列、探测器的参数与 2.2 节中表 1 所示的仿真参数相同。实验光路如图 7 所示: 平面反射镜 (PM) 与微透镜阵列装配在同一个平面上, 因此使用光电自准直仪 (PA) 精确测量平面反射镜的倾斜角度, 即可得到微透镜阵列的倾斜角度; 千分表 (DG) 用来精确测量微透镜阵列沿光轴方向的偏移量。

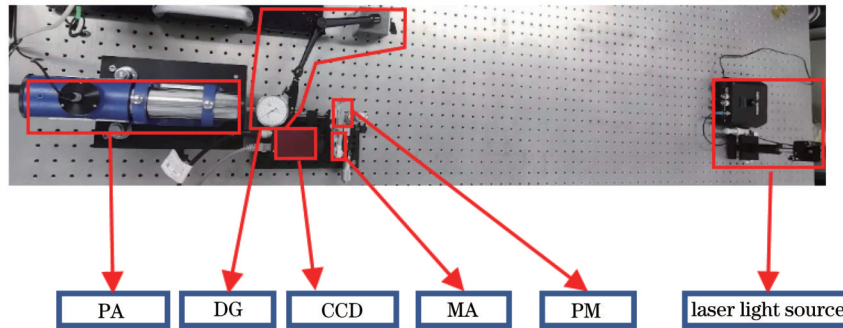


图 7 FHAM-WS 实验光路图

Fig. 7 Experimental setup of FHAM-WS

在按照 2.3 节中的装调误差校准方案调整微透镜阵列使得光斑点列图位于探测器采集区域中心后, 进行微透镜阵列倾斜误差的校准。在实验中, 首先调整微透镜阵列绕 Y 轴的旋转角, 旋转角度每次变化  $0.1^\circ$ , 直至  $Z_4$  系数达到极大值,  $Z_4$  系数的测量值和仿真结果如图 8(a) 所示。可以看出,  $Z_4$  测量值要大于仿真值且在极大值处不为零, 主要原因是此时微透镜阵列存在

绕 X 轴旋转导致的倾斜误差。然后, 调整微透镜阵列绕 X 轴的旋转角, 直至  $Z_4$  系数为 0,  $Z_4$  系数的测量值和仿真结果如图 8(b) 所示。 $Z_4$  项系数的实验和理论仿真结果变化趋势基本一致, 数值存在差异的主要原因可能是在微透镜阵列绕 X 轴倾斜校准时, 微透镜阵列并未绕中心轴旋转, 引入了一定的实验误差。当  $Z_4$  系数为 0 时可认为完成微透镜阵列倾斜误差的校准。

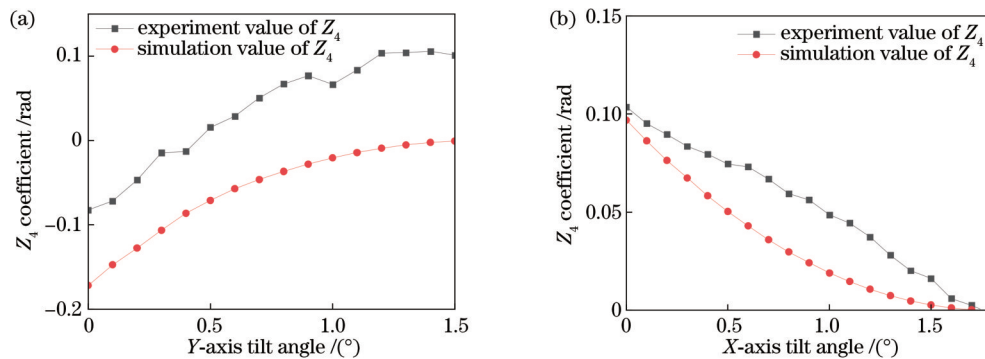


图 8 Y 轴倾斜误差和 X 轴倾斜误差在  $\Delta W(x, y)$  中引入的  $Z_4$  系数随倾斜角度的变化。(a) Y 轴倾斜误差; (b) X 轴倾斜误差

Fig. 8  $Z_4$  coefficient in  $\Delta W(x, y)$  introduced by Y-axis tilt error and X-axis tilt error varying with tilt angle. (a) Y-axis tilt error;

(b) X-axis tilt error

在焦面偏移误差的校准实验中, 用千分表精确测量微透镜阵列沿 Z 轴的移动量, 每次移动 0.1 mm, 共采集 21 幅光斑点列图, FHAM-WS 存在焦面偏移误差时 S 的实测结果和仿真结果如图 9(a) 所示。S 的实测结果和仿真结果的变化趋势和最小值位置是一致的, 但在相同的焦面偏移量下实验测得的 S 值均略大于仿

真得到的 S 值。主要原因是加工误差使得每个微透镜的焦距不完全相同, 不能同时满足所有微透镜都处于最佳焦平面位置的条件。根据图 9(a) 中焦面偏移误差的实验结果, 选取 S 值最小的位置作为基准位置, 对 FHAM-WS 焦面偏移误差进行校准。将基准位置处光斑点列图计算得到的各个子孔径内波前的斜率

曲率系数矩阵作为基准,对上述 21 幅光斑点列图进行相对测量。校准之后,焦面偏移误差导致的  $\Delta W(x, y)$  的 RMS 误差的实验结果与仿真结果如

图 9(b) 所示,实验结果与仿真结果的变化趋势和数值都是较为接近的,证明了焦面偏移误差的装调校准方法是有效的。

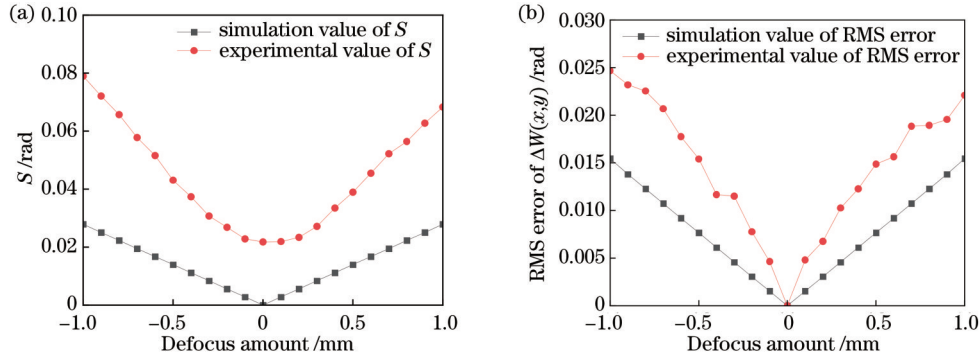


图 9 S 和焦面偏移误差校准后  $\Delta W(x, y)$  的 RMS 误差随焦面偏移距离的变化。(a) S 随焦面偏移距离的变化; (b) 焦面偏移误差校准后  $\Delta W(x, y)$  的 RMS 误差随焦面偏移距离的变化

Fig. 9 S and RMS error of  $\Delta W(x, y)$  after calibration of offset error of focal plane varying with defocus amount of focal plane. (a) S varying with defocus amount of focal plane; (b) RMS error of  $\Delta W(x, y)$  varying with defocus amount of focal plane after calibration of offset error of focal plane

分析焦面偏移误差导致的  $\Delta W(x, y)$  中各类像差的灵敏度,仿真结果与实验结果的对比如图 10 所示,各类像差的数值和变化趋势基本一致。将实验结果和仿真结果之差的绝对值与仿真结果的比值定义为相对误

差,其中  $Z_3$  的最大相对误差为 18%,  $Z_8$  的最大相对误差为 14%,  $Z_{15}$  的最大相对误差为 23%,  $Z_{16}$  的最大相对误差为 38%。对 FHAM-WS 进行装调误差校准后可以有效去除装调误差在测量结果中引入的各类像差。

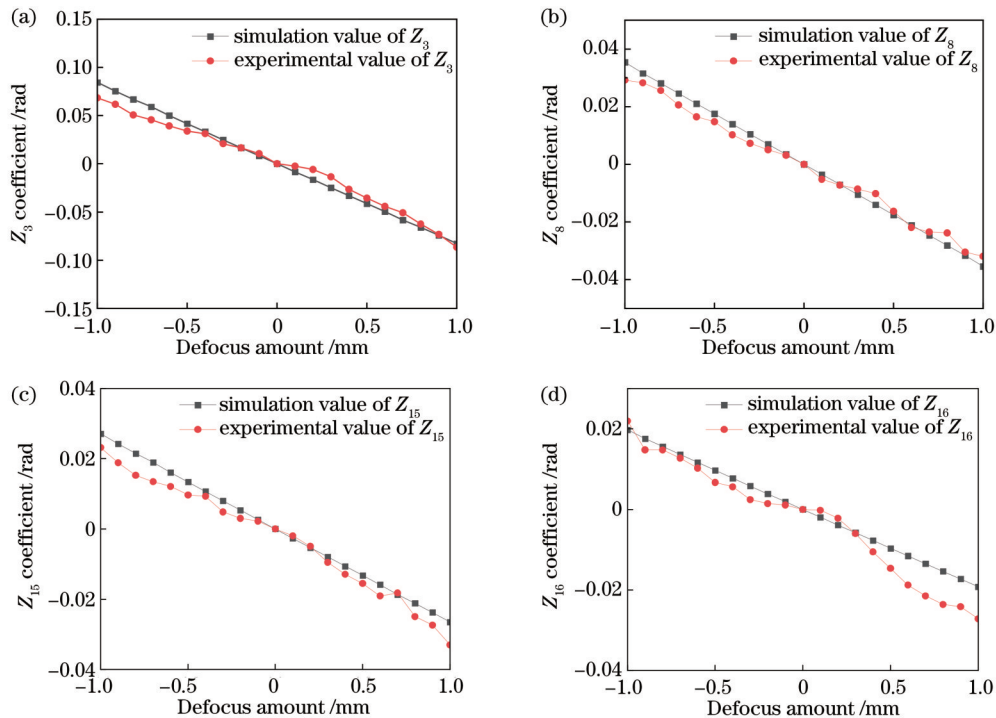


图 10 焦面偏移误差在  $\Delta W(x, y)$  中引入的各类像差灵敏度。(a) 离焦项  $Z_3$ ; (b) 三阶球差  $Z_8$ ; (c) 五阶球差  $Z_{15}$ ; (d) 七阶三叶差  $Z_{16}$

Fig. 10 Various aberration sensitivities introduced by focal plane offset error in  $\Delta W(x, y)$ . (a) Defocusing term  $Z_3$ ; (b) third-order spherical aberration  $Z_8$ ; (c) fifth-order spherical aberration  $Z_{15}$ ; (d) seventh-order trilobal aberration  $Z_{16}$

进行 FHAM-WS 的零检验实验来评估 FHAM-WS 的绝对测量精度。在 FHAM-WS 装调误差校准之前,零检验实验结果  $\Delta W(x, y)$  (前 36 项 Zernike 多项

式拟合,去除倾斜项和离焦项,单位为波数)如图 11 (a) 所示。在完成装调误差的校准后,零检验实验结果  $\Delta W(x, y)$  如图 11 (b) 所示。对比两幅图可知,在



FHAM-WS 的装调误差校准后,零检验实验结果  $\Delta W(x,y)$  的峰谷值降低了约 1 个数量级,消除了  $\Delta W(x,y)$  中的绝大部分像差模式,提高了 FHAM-WS 的绝对测量精度。每间隔 1 min 采集一幅光斑点

列图,重复采集 20 次。对 20 次重复测量的  $\Delta W(x,y)$  的 RMS 误差取平均值,得到 FHAM-WS 的零检验实验的绝对测量精度为  $0.005\lambda(\text{RMS})$ ,证明了所提装调校准方案的有效性。

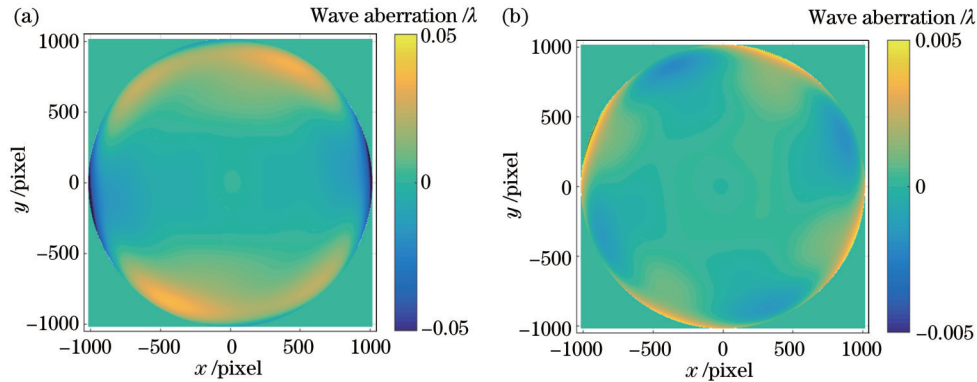


图 11 FHAM-WS 校准前后的  $\Delta W(x,y)$  结果。(a) 校准前;(b) 校准后

Fig. 11  $\Delta W(x,y)$  before and after FHAM-WS calibration. (a) Before calibration; (b) after calibration

## 4 结 论

利用标量衍射理论分析了装调误差在 FHAM-WS 每个子孔径内引入的斜率和曲率测量误差表达式。利用斜率和曲率混合波前重构技术,得到了装调误差在 FHAM-WS 对整个波面的测量结果中引入的像差模式。结果表明:焦面偏移误差会在 FHAM-WS 波面测量结果中引入离焦、球差等像差;倾斜误差会在 FHAM-WS 波面测量结果中引入离焦、球差和像散等像差。在装调误差的理论和仿真分析的基础上,建立了 FHAM-WS 的装调技术方案。完成了 FHAM-WS 的零检验实验,验证了装调技术方案的有效性。所提的利用标量衍射理论分析装调误差的方法,不仅仅适用于 FHAM-WS,也适用于大部分斜率和曲率混合型波前传感器。受到时间限制,本研究尚未完成传感器全动态范围内的检测精度实验。之后,将开展动态检测实验以进一步验证所提精密装调技术的优势。

### 参 考 文 献

- [1] Campbell H I, Greenaway A H. Wavefront sensing: from historical roots to the state-of-the-art[J]. EAS Publications Series, 2006, 22: 165-185.
- [2] Baranec C, Dekany R. Study of a MEMS-based Shack-Hartmann wavefront sensor with adjustable pupil sampling for astronomical adaptive optics[J]. Applied Optics, 2008, 47(28): 5155-5162.
- [3] Prieto P M, Vargas-Martín F, Goelz S, et al. Analysis of the performance of the Hartmann-Shack sensor in the human eye[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2000, 17(8): 1388-1398.
- [4] 王晶, 王孝坤, 胡海翔, 等. 夏克哈特曼扫描拼接检测平面镜(特邀)[J]. 红外与激光工程, 2021, 50(10): 20210527.  
Wang J, Wang X K, Hu H X, et al. Shack-Hartmann scanning and stitching detection plane mirror (Invited)[J]. Infrared and Laser Engineering, 2021, 50(10): 20210527.
- [5] Liu K, Wang X P, Li Y Q. Local slope and curvature tests via wave front modulations in the Shack-Hartmann sensor[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2017, 29(10): 842-845.
- [6] 王晓鹏, 刘克, 李艳秋. 基于子孔径波前振幅调制的斜率和曲率信号提取算法[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(12): 1217003.  
Wang X P, Liu K, Li Y Q. Slope and curvature signal extraction algorithm based on subaperture wavefront amplitude modulation[J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46(12): 1217003.
- [7] Pfund J, Lindlein N, Schwider J. Misalignment effects of the Shack-Hartmann sensor[J]. Applied Optics, 1998, 37(1): 22-27.
- [8] 叶红卫, 鲜浩, 张雨东. 对 Hartmann-Shack 波前传感器平移误差的研究[J]. 光电工程, 2003, 30(2): 1-4, 10.  
Ye H W, Xian H, Zhang Y D. Study on translation error of Hartmann-Shack wavefront sensor[J]. Opto-Electronic Engineering, 2003, 30(2): 1-4, 10.
- [9] Vargas J, González-Fernández L, Quiroga J A, et al. Calibration of a Shack-Hartmann wavefront sensor as an orthographic camera[J]. Optics Letters, 2010, 35(11): 1762-1764.
- [10] Wang H, Li Y Q, Liu K. Misalignment effects of cross-phase grating lateral shearing interferometer and its alignment technique[J]. Optical Engineering, 2014, 53(5): 054103.
- [11] 王艳萍, 王茜蓓, 马冲. 哈特曼波前分析仪校准方法研究[J]. 中国激光, 2015, 42(1): 0108003.  
Wang Y P, Wang Q Q, Ma C. Study on Hartmann wavefront analyzer calibration method[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(1): 0108003.
- [12] 孟庆宾, 齐月静, 卢增雄, 等. 环境温度变化对夏克-哈特曼波前传感器测量精度影响分析[J]. 中国激光,

- 2016, 43(8): 0810001.
- Meng Q B, Qi Y J, Lu Z X, et al. Analysis of effect of ambient temperature variation on measurement accuracy of Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(8): 0810001.
- [13] 苏春轩, 董理治, 樊新龙, 等. 基于波前传感器标定优化的自适应光学校正方法[J]. 中国激光, 2021, 48(23): 2305001.
- Su C X, Dong L Z, Fan X L, et al. Adaptive optics correction method based on calibration optimisation of wavefront sensor[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(23): 2305001.
- [14] 吴伟, 罗自荣, 于乃辉, 等. 基于夏克-哈特曼传感器的计算机辅助装调方法[J]. 光学学报, 2021, 41(20): 2022001.
- Wu W, Luo Z R, Yu N H, et al. Computer-aided alignment method based on Shack-Hartmann sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(20): 2022001.
- [15] Paterson C, Dainty J C. Hybrid curvature and gradient wave-front sensor[J]. Optics Letters, 2000, 25(23): 1687-1689.
- [16] Barwick S. Detecting higher-order wavefront errors with an astigmatic hybrid wavefront sensor[J]. Optics Letters, 2009, 34(11): 1690-1692.
- [17] Feng F, Li C W, Zhang S J. Moment-based wavefront reconstruction via a defocused Shack-Hartmann sensor [J]. Optical Engineering, 2018, 38(6): 074106.
- [18] 丰帆, 李常伟, 张思炯. 离焦型 Shack-Hartmann 传感器的光斑矩波前重建[J]. 光学学报, 2018, 38(6): 0628001.
- Feng F, Li C W, Zhang S J. Wavefront reconstruction by a defocused Shack-Hartmann sensor based on moment of spot[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(6): 0628001.
- [19] 吕乃光. 傅里叶光学[M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2016: 87-127.
- Lü N G. Fourier optics[M]. 3rd ed. Beijing: China Machine Press, 2016: 87-127.
- [20] Zhong H, Li Y Q, Qin P, et al. Hybrid wavefront reconstruction from multi-directional slope and full curvature measurements using integral equations with higher-order truncation errors for wavefront sensors[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2022, 154: 106991.
- [21] 高芬, 蒋庄德, 李兵. 不同对准误差下的小孔衍射波面误差分析[J]. 光学学报, 2014, 34(8): 0812004.
- Gao F, Jiang Z D, Li B. Analysis of diffraction wavefront error caused by alignment error of pinhole[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(8): 0812004.
- [22] Gao F, Jiang Z D, Li B. Diffraction wavefront analysis of point diffraction interferometer for measurement of aspherical surface[J]. Proceedings of SPIE, 2010, 7656: 76565Y.