

# 光学学报

## 基于涡旋半波片制备多种混合阶庞加莱球光束

孙汝生<sup>1</sup>, 刘通<sup>1\*</sup>, 任元<sup>2</sup>, 刘政良<sup>1</sup>, 李瑞健<sup>1</sup>

<sup>1</sup>航天工程大学宇航科学与技术系, 北京 101416;

<sup>2</sup>航天工程大学基础部, 北京 101416

**摘要** 柱矢量涡旋光束偏振态呈现柱对称分布并且具有螺旋形相位波前, 可以用混合阶庞加莱球表示。基于对琼斯矩阵的推导, 提出并验证了一种利用涡旋半波片产生多种混合阶庞加莱球光束的方法。通过合理设计涡旋半波片和半波片、1/4波片的组合, 能够产生混合阶庞加莱球上任意位置对应的柱矢量涡旋光束。通过级联多个涡旋半波片, 能够进一步扩大混合阶庞加莱球光束的阶数范围。实验上, 对制备出的多种混合阶庞加莱球光束的偏振态分布进行了测量, 并验证了其偏振阶数和拓扑荷数。该方法光路简单、调节方便, 可以实现对拓扑荷数和偏振阶数的独立调控, 在光学微操控、光学探测与传感, 以及矢量涡旋光源设计等方面有潜在的应用价值。

**关键词** 物理光学; 混合阶庞加莱球; 柱矢量涡旋光束; 琼斯矩阵; 斯托克斯参数

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.2226001

## Generation of Various Hybrid-Order Poincaré Sphere Beams Based on Vortex Half-Wave Plates

Sun Rusheng<sup>1</sup>, Liu Tong<sup>1\*</sup>, Ren Yuan<sup>2</sup>, Liu Zhengliang<sup>1</sup>, Li Ruijian<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Aerospace Science and Technology, Space Engineering University, Beijing 101416, China;

<sup>2</sup>Basic Ministry, Space Engineering University, Beijing 101416, China

**Abstract** The cylindrical vector vortex beam presents a cylindrically symmetrical polarization state distribution and has a helical phase wavefront, which can be described by a hybrid-order Poincaré sphere. In this paper, based on the deduction of Jones matrix, we propose and demonstrate a method for generating arbitrary cylindrical vector vortex beams on a hybrid-order Poincaré sphere using vortex half-wave plates. By using the combination of vortex half-wave plate, half-wave plate, and quarter-wave plate, it is feasible to generate cylindrical vector vortex beams at different positions on the hybrid-order Poincaré sphere. The range of orders of hybrid-order Poincaré sphere beams can be further expanded by cascading multiple vortex half-wave plates. In experiments, we have measured the polarization state distribution of various beams at different positions on the hybrid-order Poincaré sphere, and verified their polarization order and topological charge. This simple and flexible method can realize the independent manipulation of topological charge and polarization order, and has potential value for applications including optical micro-manipulation, optical detection and sensing, and design of novel vector vortex laser sources.

**Key words** physical optics; hybrid-order Poincaré sphere; cylindrical vector vortex beam; Jones matrix; Stokes parameter

## 1 引言

柱矢量涡旋光束(CVV)的偏振态在空间上呈柱对称分布, 具有与拓扑荷数有关的螺旋形相位波前。CVV可以用混合阶庞加莱球(HyOPS)上一点表示<sup>[1-2]</sup>, 随着 CVV 拓扑荷数和偏振阶数的改变, 对应的 HyOPS 也发生改变。CVV 由于具有独特的光学性

质, 在大数值孔径聚焦和激光材料加工<sup>[3-4]</sup>、超分辨率成像<sup>[5-6]</sup>、光学计量<sup>[7]</sup>、粒子加速与捕获<sup>[8-9]</sup>等方面具有应用潜力。同时基于柱矢量涡旋光束的旋转多普勒效应<sup>[10-11]</sup>能够探测物体运动信息<sup>[12-13]</sup>, 这对生物学显微观察有一定的帮助。

现有多种成熟技术和方法产生混合阶庞加莱球上光束, 主要分为腔内转换(主动)法和腔外转换(被动)法

收稿日期: 2022-03-02; 修回日期: 2022-04-03; 录用日期: 2022-05-22

基金项目: 国家自然科学基金(61805283, 62173342)

通信作者: liutong719@163.com

两类<sup>[14-15]</sup>。腔内转换法是在激光器谐振腔内嵌入特殊的模式选择器件,在泵浦激励作用下配合选择透过性介质直接产生所需光束<sup>[16]</sup>。该方法的光束质量好且转化效率高,但是激光器谐振腔设计难度大,使用不够灵活。腔外转换法的 CVV 产生可以通过空间光调制器在改进干涉仪的基础上实现<sup>[17-18]</sup>,这种方式的光路设计复杂,对稳定性和控制精度要求高,并且转化效率较低。此外,各向异性晶体、特殊结构相位板、液晶 Q 板和超表面等器件可以将标量偏振激光转化成柱矢量光束(CV),可以用于 CVV 的制备。文双春课题组<sup>[19]</sup>首先利用两个超表面实现了混合庞加莱球赤道位置上任意 CVV 的制备,随后利用 Q 板和螺旋相位板实现在一种混合庞加莱球上任意一点光束的制备<sup>[1]</sup>。何阎良课题组<sup>[20]</sup>利用空间光调制器和多个超表面实现了多种混合庞加莱球赤道位置处 CVV 的制备。目前缺少利用一种元件实现偏振与相位的独立调控并能制备多种混合庞加莱球上全域光束的方法。

涡旋半波片(VHP)是一种特殊的半波片(HP),在整个工作区域内有一致的相位延迟 $\pi$ ,但其快轴的方向围绕中心按照一定规律不断变化。这种快轴的分布规律蕴含了光束总角动量信息,通过调整入射光束偏振态使自旋角动量和轨道角动量解耦。因此可以用 VHP 产生 CV 和涡旋光。通过设计简便光路,可在不需要相位调控元件的条件下,仅利用 VHP 产生 CVV。通过级联 VHP 可以实现拓扑荷数和偏振阶数的独立调节,产生多种混合庞加莱球。

在琼斯矩阵理论推导的基础上,本文仅利用 VHP 实现了多种混合庞加莱球上任意位置光束的制备。设计简洁光路,利用 $m_1=1$ 与 $m_2=2$ 两种 VHP,产生北极为左旋圆偏振拓扑荷数 $l=-1$ 涡旋光、南极为右旋圆偏振拓扑荷数 $l=3$ 的涡旋光的混合庞加莱球。先利用 VHP 与 1/4 波片(QP)配合产生具有线偏振态的涡旋光束,光束经过快轴相同的 HP 和 QP,可产生线偏振 CVV,该光束可以在混合庞加莱球赤道处找到一点与之对应。转动半波片和 1/4 波片,通过控制其快轴转动角度可以使 CVV 在混合庞加莱球上演化,获得偏振态分布不同的 CVV。通过干涉方法验证南北两极光束的拓扑荷数;通过优化偏振相机的使用方法获得完整的斯托克斯参数。通过绘制偏振态分布图,验证 CVV 制备方法的正确。在此基础上通过级联 VHP 可以分别扩大 CVV 的拓扑荷数和偏振阶数,从而形成多种混合庞加莱球。通过级联 VHP 扩大线偏振涡旋光束拓扑荷数,使混合庞加莱球南北两极涡旋光拓扑荷数差值不变,球面上所包含的 CVV 容量不变。通过级联 VHP 扩大偏振阶数,可使混合庞加莱球两极涡旋光拓扑荷数差值成倍扩大,球面上所包含的 CVV 容量增加。分别检测不同混合庞加莱球上 CVV 的斯托克斯参数。由于 VHP 设计的原因,该方法产生的混合庞加莱球两极拓扑荷数差值只能为偶数。该方法对集成光源 CVV 激光器的设计有一定的参考价值。

## 2 基本原理

涡旋半波片快轴分布可以表示为 $\phi = m/2\varphi + \phi_0$ <sup>[21]</sup>,其中 $\varphi$ 是 VHP 方位角, $\phi$ 为一定方位角下的 VHP 快轴方向,带参数 $m$ 和 $\sigma$ 的 VHP 的琼斯矩阵可表示为 $J_{m,\sigma}$ ,其中,阶数 $m$ 为固定数值,通常为整数, $\phi_0$ 是 $\varphi=0$ 时快轴的初始角度,通常取 $\phi_0=0$ 。琼斯矩阵的表达式为

$$J_{m,0} = \begin{bmatrix} \cos m\varphi & \sin m\varphi \\ \sin m\varphi & -\cos m\varphi \end{bmatrix}. \quad (1)$$

在庞加莱球上可以表示任意一种标量偏振光,在不失一般性,椭圆偏振光可用庞加莱球方向角 $\alpha$ 和椭圆角 $\vartheta$ 来表示<sup>[22]</sup>:

$$|\psi(\vartheta, \alpha)\rangle = \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right)|L\rangle \exp(i\sigma\alpha/2) + \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right)|R\rangle \exp(-i\sigma\alpha/2), \quad (2)$$

式中: $|L\rangle = (\hat{x} + i\hat{y})/\sqrt{2}$ 和 $|R\rangle = (\hat{x} - i\hat{y})/\sqrt{2}$ 分别代表左旋和右旋圆偏振光; $\sigma = \pm 1$ ,与光子自旋角动量有关。椭圆偏振光经过 VHP 后,偏振椭圆度不发生改变,但偏振方向会沿光束轴向不断变化,形成矢量偏振光束。该光束可以用方向角为 $\alpha'$ 、椭圆角为 $\vartheta'$ 的高阶庞加莱球表示:

$$|\psi(\vartheta', \alpha')\rangle = \cos\left(\frac{\vartheta'}{2}\right)|L\rangle \exp[-i\sigma(\alpha'/2 + m\varphi)] + \sin\left(\frac{\vartheta'}{2}\right)|R\rangle \exp[i\sigma(\alpha'/2 + m\varphi)]. \quad (3)$$

与式(3)相比,式(2)多了两个拓扑荷数互为相反数的涡旋相,令 $\sigma=1$ ,则二者分别是 $\exp[i(-m\varphi)]$ 和 $\exp[i(m\varphi)]$ 。高阶庞加莱球的南北两极是拓扑荷数相反、圆极化方向正交的涡旋光。赤道处是柱矢量光束,赤道与两极之间是矢量椭圆偏振光束。对式(3)引入一个线偏振涡旋相 $\exp[i(m'\varphi)]$ ,由式(2)可知,线偏振光可以认为是相同权重、极化方向正交的圆形偏振光束的叠加,因此可得

$$|\psi(\vartheta', \alpha')\rangle = \cos\left(\frac{\vartheta'}{2}\right)|L\rangle \exp[i(m'-m)\varphi] \times \exp(-i\alpha'/2) + \sin\left(\frac{\vartheta'}{2}\right)|R\rangle \times \exp[i(m'+m)\varphi] \exp(i\alpha'/2). \quad (4)$$

由于参与叠加的两部分光束拓扑荷数的绝对值不同,因此将新的庞加莱球命名为混合庞加莱球,其方向角为 $\theta$ ,椭圆角为 $\Phi$ 。为了方便表示,用拓扑荷数为 $l_1 = m' - m$ 、 $l_2 = m' + m$ 的拉盖尔高斯光表示不同的涡旋相,混合庞加莱球上一点光束可表示为

$$|\psi(\theta, \Phi)\rangle = \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right)|L\rangle L^{l_1} \exp(-i\theta/2) + \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)|R\rangle L^{l_2} \exp(i\theta/2), \quad (5)$$

式中:  $L^+$  和  $L^-$  代表拉盖尔多项式。

下面利用琼斯矩阵推导产生混合庞加莱球光束, 该过程需要利用 VHP、HP 和多个 QP。快轴方向与水平方向的夹角为  $\alpha$  的 QP 的琼斯矩阵为  $J_{\alpha}^{\lambda/4}$ , 光束传播方向以逆时针方向为正 (其他波片同理)。则  $J_{\alpha}^{\lambda/4}$  可表示为

$$J_{\alpha}^{\lambda/4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 - i \cos 2\alpha & -i \sin 2\alpha \\ -i \sin 2\alpha & 1 + i \cos 2\alpha \end{bmatrix} \quad (6)$$

利用 VHP 产生任意的混合庞加莱球光束, 再产生线偏振涡旋相。入射光为水平线偏振光的电场  $E_{//} = [1, 0]^T$ , 经过快轴与水平方向的夹角为  $-\pi/4$  的 QP, 接着经过阶数为  $m_1$  的 VHP (其琼斯矩阵为  $J_{m_1, 0}$ ), 再经过快轴相同的 QP 得到水平线偏振涡旋光的电场  $E_{VB}$ :

$$E_{VB} = J_{-\pi/4}^{\lambda/4} \cdot J_{m_1, 0} \cdot J_{-\pi/4}^{\lambda/4} \cdot E_{//} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos m_1 \varphi & \sin m_1 \varphi \\ \sin m_1 \varphi & -\cos m_1 \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \exp[i(m_1 \varphi)] \quad (7)$$

利用快轴方向与水平方向的夹角为  $\eta$  的半波片 (其琼斯矩阵为  $J_{\eta}^{\lambda/2}$ ) 改变涡旋相偏振方向, 得到偏振方向与水平方向的夹角为  $2\eta$  的线偏振涡旋光  $E_{LVB}$ :

$$E_{LVB} = J_{\eta}^{\lambda/2} E_{VB} = \begin{bmatrix} \cos 2\eta & \sin 2\eta \\ \sin 2\eta & -\cos 2\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \exp[i(m_1 \varphi)] = \begin{bmatrix} \cos 2\eta \\ \sin 2\eta \end{bmatrix} \exp[i(m_1 \varphi)] \quad (8)$$

上述线偏振涡旋光经过琼斯矩阵为  $J_{m_2, 0}$  的涡旋半波片后, 线偏振矢量涡旋光束  $E_{LVV}$  为

$$E_{LVV} = J_{m_2, 0} E_{LVB} = \begin{bmatrix} \cos m_2 \varphi & \sin m_2 \varphi \\ \sin m_2 \varphi & -\cos m_2 \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 2\eta \\ \sin 2\eta \end{bmatrix} \exp[i(m_1 \varphi)] = \begin{bmatrix} \cos(m_2 \varphi - 2\eta) \\ \sin(m_2 \varphi - 2\eta) \end{bmatrix} \exp[i(m_1 \varphi)] \quad (9)$$

式(9)可以改写成混合庞加莱球基矢叠加的形式, 不难看出上述光束是混合庞加莱球赤道位置光束, 则有

$$E_{LVV} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) |L\rangle \exp[i(m_2 - m_1)\varphi] \exp(i2\eta) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) |R\rangle \exp[i(m_2 + m_1)\varphi] \exp(-i2\eta) \quad (10)$$

根据式(5)、(10), 可以得到混合庞加莱球方向角  $\theta$  与半波片快轴夹角  $\eta$  之间的关系为  $\theta/2 = -2\eta$ 。依此可以通过改变半波片快轴方向, 实现混合庞加莱球不同经度光束的调制。为实现混合庞加莱球不同纬度处光束的制备, 需要在 HP 后添加 QP, 将偏振态调制为

椭圆偏振。设 QP 快轴与线偏振光束偏振方向的夹角为  $\delta$  (逆时针方向为正) 时, 可以产生椭圆率为  $\chi$  ( $\chi = \delta$ ) 的椭圆偏振光。混合庞加莱球椭圆角  $\Phi$  与夹角  $\delta$  之间的关系为  $2\delta + \Phi = \pi/2$ 。因此可以制备混合庞加莱球不同纬度的矢量涡旋光束。需要注意的是, 夹角  $\delta$  会影响方位角, 其计算关系为  $\theta/2 = -(2\eta + \delta)$ 。依此可以根据庞加莱球上一点的坐标来调整波片夹角, 制备光束。图 1 是混合庞加莱球及不同位置处 CVV 偏振态分布示意图。北极是拓扑荷数  $l_1 = -1$  的左旋圆偏振涡旋光, 南极是拓扑荷数  $l_2 = 3$  的右旋圆偏振涡旋光。选取混合庞加莱球上多个具有代表性的位置 b、c、d、e、f 和 g, 用极坐标表示这些位置的坐标, 依次为  $(0, 0)$ 、 $(0, \pi/2)$ 、 $(\pi, \pi/2)$ 、 $(0, \pi/4)$ 、 $(-\pi/2, 3\pi/4)$  和  $(0, \pi)$ 。

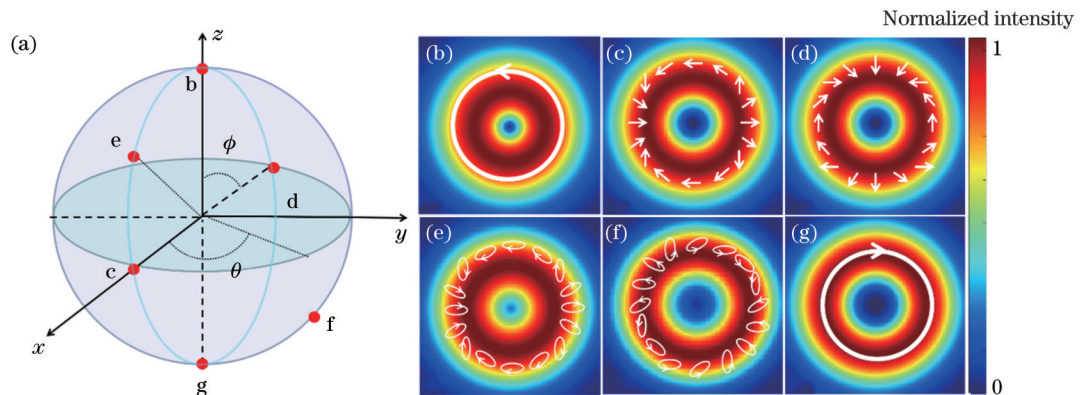


图 1 混合庞加莱球和不同 CVV 光束的示意图。(a) 混合庞加莱球模型; (b)~(g) 混合庞加莱球上  $(0, 0)$ 、 $(0, \pi/2)$ 、 $(\pi, \pi/2)$ 、 $(0, \pi/4)$ 、 $(-\pi/2, 3\pi/4)$ 、 $(0, \pi)$  点处的光束

Fig. 1 Schematic diagrams of HyOPS and different CVV beams. (a) Model of HyOPS; (b)~(g) beams at points  $(0, 0)$ 、 $(0, \pi/2)$ 、 $(\pi, \pi/2)$ 、 $(0, \pi/4)$ 、 $(-\pi/2, 3\pi/4)$  and  $(0, \pi)$  on HyOPS



### 3 实验装置

实验装置如图 2 所示。He-Ne 激光器发射出的光束经过两个透镜构成的望远镜系统进行扩束准直,再经过格兰-泰勒棱镜(GLP)起偏,得到高纯度水平线偏振光束。部分 I 用于产生线偏振涡旋光束,QP<sub>1</sub>和QP<sub>2</sub>快轴方向相同且均为 $-\pi/4$ 时,产生水平线偏振拓扑荷数 $l=m_1$ 的涡旋光。当快轴方向均为 $\pi/4$ 时产生水平线偏振拓扑荷数 $l=-m_1$ 的涡旋光。部分 II 用于产生矢量偏振态,通过改变HP和QP<sub>3</sub>快轴方向产生混合庞加莱球上不同位置的 CVV。偏振相机(PC)能直接测量出 CVV 的斯托克斯参数 $S_1$ 、 $S_2$ 和偏振方向角 $\psi$ 。为

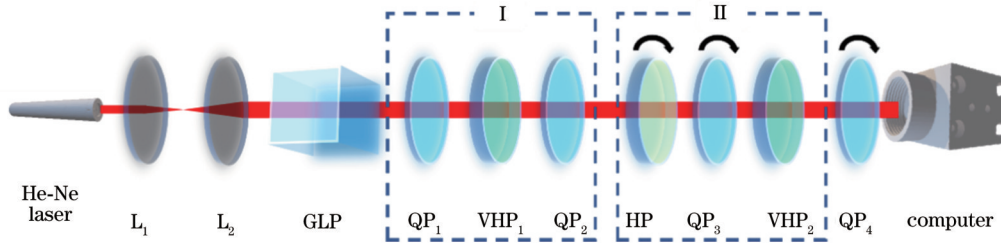


图 2 实验装置示意图

Fig. 2 Schematic diagram of experimental setup

### 4 实验结果与检测

#### 4.1 混合庞加莱球上光束的制备与检测

实验利用阶数 $m_1=1$ 的VHP<sub>1</sub>和阶数 $m_2=2$ 的VHP<sub>2</sub>,保持HP、QP<sub>3</sub>快轴为水平方向,产生混合庞加莱球上点 $(0, \pi/2)$ 处的矢量涡旋光。为了获得更多不同偏振态分布的矢量涡旋光,需要转动HP和QP<sub>3</sub>。使

获取参数 $S_3$ ,需要在相机前用额外的QP<sub>4</sub>记录相机中水平偏振方向上的光强信息,按照式(11)、(12)计算获得 $S_3$ 和偏振椭圆率 $\chi$ :

$$S_3 = I_R - I_L = \frac{I_H^{135^\circ} - I_H^{45^\circ}}{I_H^{135^\circ} + I_H^{45^\circ}}, \quad (11)$$

$$\chi = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} \right), \quad (12)$$

式中: $I_R$ 和 $I_L$ 分别为右旋圆偏振分量和左旋圆偏振分量; $I_H^\eta$ 表示在QP<sub>4</sub>的快轴方向为 $\eta$ 时偏振相机中的水平偏振方向强度。

HP快轴方向与水平方向的夹角 $\eta$ 分别为 $-\pi/8$ 、 $-\pi/4$ 、 $\pi/8$ (逆时针旋转为正方向),QP<sub>3</sub>的快轴与线偏振光束偏振方向的夹角 $\delta=0$ ,可以获得混合庞加莱球上 $(\pi/2, \pi/2)$ 、 $(\pi, \pi/2)$ 、 $(-\pi/2, \pi/2)$ 点处的矢量涡旋光束。利用偏振相机获得上述4处 CVV 的斯托克斯参数。图 3 是混合庞加莱球上 4 种 CVV 光束斯托克斯参数的测量结果,图中 $\psi$ 是斯托克斯参量偏振方向角。

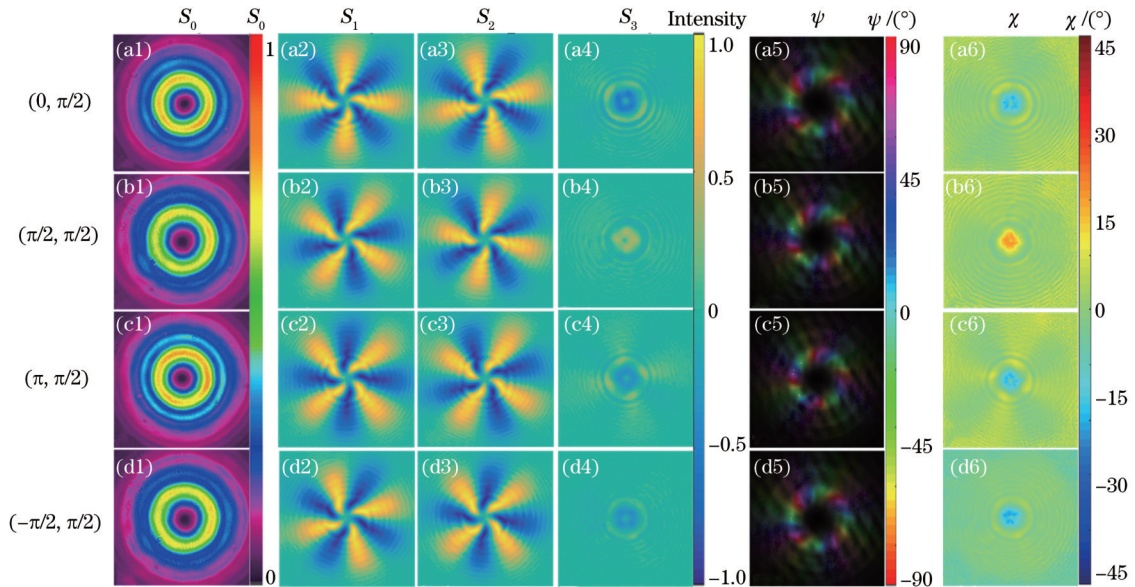


图 3 CVV 斯托克斯参数测量结果。(a1)~(d1)  $S_0$ ; (a2)~(d2)  $S_1$ ; (a3)~(d3)  $S_2$ ; (a4)~(d4)  $S_3$ ; (a5)~(d5)  $\psi$ ; (a6)~(d6)  $\chi$

Fig. 3 Stokes parameter measurement results of CVV. (a1)~(d1)  $S_0$ ; (a2)~(d2)  $S_1$ ; (a3)~(d3)  $S_2$ ; (a4)~(d4)  $S_3$ ; (a5)~(d5)  $\psi$ ; (a6)~(d6)  $\chi$

图 3 中斯托克斯参数 $S_1$ 、 $S_2$ 存在如风车扇叶一样的顺时针方向的扭曲。这是由于 CVV 经过偏振片后

产生偏振态相同、拓扑荷数不同的拉盖尔高斯模式光束,进而产生干涉花瓣。Gouy 相位<sup>[23-24]</sup>与拓扑荷数大

小有关,导致同一位置的干涉光束存在不同的相位,使干涉花瓣产生扭曲,从而使斯托克斯参数产生扭曲。通过斯托克斯参数扭曲的方向可以判断 CVV 拓扑荷数的正负。图 3 中光束均存在拓扑荷数  $l=+1$  的涡旋相位。光束的中心是相位奇点和偏振奇点,在误差允许范围内存在一定的非线性偏振成分,因此斯托克斯参数  $S_3$  中心不为 0,偏振椭圆率  $\chi$  中心不为  $0^\circ$ 。根据测得的斯托克斯参数绘制上述 4 处 CVV 偏振态分布图(图 4)。

为了获得混合庞加莱球上南北半球的 CCV 和南北两极的涡旋光,需要调整 HP 和  $QP_3$  的快轴方向。以北半球点  $(0, \pi/4)$  和南半球点  $(\pi/2, 3\pi/4)$  为例。当

HP 快轴方向  $\eta = -\pi/16$ ,  $QP_3$  与入射线偏振光的夹角  $\delta = \pi/8$  时产生混合庞加莱球上点  $(0, \pi/4)$  处 CVV;当 HP 快轴方向  $\eta = -\pi/16$ ,  $QP_3$  与入射线偏振光的夹角  $\delta = -\pi/8$  时产生混合庞加莱球上点  $(\pi/2, 3\pi/4)$  处 CVV。测得斯托克斯参数并绘制偏振态分布图。当  $\delta = \pi/4$  时产生北极点左旋圆偏振涡旋光,拓扑荷数  $l_1 = -1$ ;当  $\delta = -\pi/4$  时产生南极点右旋圆偏振涡旋光,拓扑荷数  $l_2 = 3$ 。这两点产生的标量偏振态涡旋光可以与相同偏振态平面波干涉形成叉形条纹。规定叉形条纹开口向上,表示拓扑荷数为负值,开口向下拓扑荷数为正值。图 5 是上述 4 点处 CVV 偏振态分布图和标量涡旋光干涉条纹。

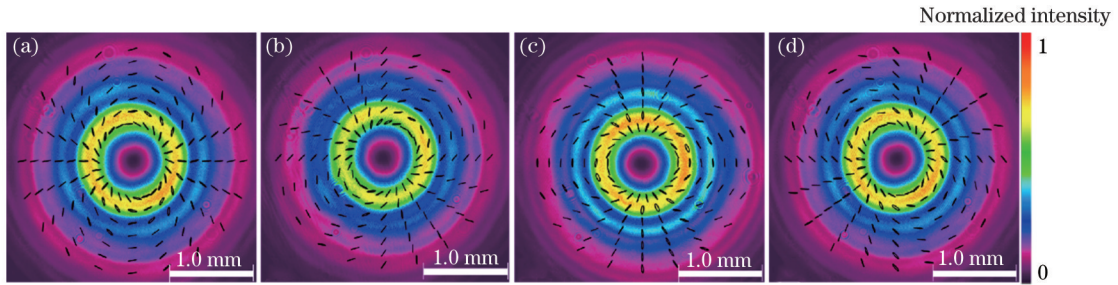


图 4 CVV 光束偏振态分布图。(a)  $(0, \pi/2)$ ; (b)  $(\pi/2, \pi/2)$ ; (c)  $(\pi, \pi/2)$ ; (d)  $(-\pi/2, \pi/2)$

Fig. 4 Polarization state distributions of CVV beams. (a)  $(0, \pi/2)$ ; (b)  $(\pi/2, \pi/2)$ ; (c)  $(\pi, \pi/2)$ ; (d)  $(-\pi/2, \pi/2)$

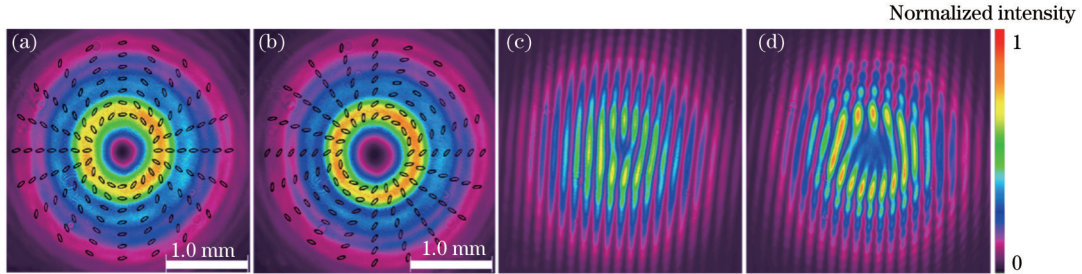


图 5 CVV 光束偏振态分布图和涡旋光干涉条纹。(a)  $(0, \pi/4)$ ; (b)  $(\pi/2, 3\pi/4)$ ; (c)  $(0, 0)$ ; (d)  $(0, \pi)$

Fig. 5 Polarization state distributions of CVV beams and interference fringes of vortex beam. (a)  $(0, \pi/4)$ ; (b)  $(\pi/2, 3\pi/4)$ ; (c)  $(0, 0)$ ; (d)  $(0, \pi)$

#### 4.2 通过级联 VHP 制备多种混合庞加莱球

上述工作实现了混合庞加莱球上任意位置处光束的制备,并进行了偏振态分布和拓扑荷数的检测。可以看出一种混合庞加莱球上对应多种 CVV,如果扩大混合庞加莱球的制备种类,那么 CVV 光束的制备范围将进一步扩大。根据式(5),混合庞加莱球由南北两极正交偏振拓扑荷数不同的涡旋光叠加而成。因此,想要获得更多的混合庞加莱球,就要改变南北两极涡旋光拓扑荷数,从而获得更多的组合。级联涡旋半波片可以突破定制元件阶数限制,扩大光束制备范围<sup>[25]</sup>。在图 2 光路中,部分 I 和部分 II 均可以通过级联 VHP 增加 CVV 的拓扑荷数和偏振阶数。对于部分 I,用左旋圆偏振光束依次射入阶数为  $m_1, m_2$  且  $\phi_0 = 0$  的两个 VHP 来推导等效拓扑荷数规律:

$$J_{m_2,0} \cdot J_{m_1,0} \cdot E_L = J_{m_2,0} \cdot E_R \exp(im_1\varphi) = E_L \exp[i(m_1\varphi)] \exp[i(-m_2\varphi)], \quad (13)$$

式中:  $E_L$  为左旋圆偏振光的电场;  $E_R$  为右旋圆偏振光的电场。

从式(13)中可以看出,涡旋光的拓扑荷数由 VHP 阶数和入射光圆偏振方向共同决定,当左旋圆偏振光入射时拓扑荷数为 VHP 阶数,而右旋圆偏振光入射时拓扑荷数为 VHP 阶数的相反数。并且每经过一次 VHP 光束的偏振态就发生一次正交变化。当左旋圆偏振光入射至阶数不同的  $n$  个 VHP 后,产生涡旋光的拓扑荷数为  $l_s = m_1 - m_2 + m_3 - m_4 + \dots - m_{2k-2} + m_{2k-1} - m_{2k}$  ( $k$  为正整数);当右旋圆偏振光入射至阶数不同的  $n$  个 VHP 后,产生涡旋光的拓扑荷数为  $l_s = -m_1 + m_2 - m_3 + m_4 - \dots + m_{2k-2} - m_{2k-1} + m_{2k}$ 。为保证拓扑荷数一直相加,则需要每次



入射 VHP 的光束均为左旋圆偏振光,可在左旋圆偏振光入射第一个 VHP 之后每个级联的 VHP 前加上快轴沿水平方向的半波片。

对于部分 II,入射光束均为线偏振,矢量光束偏振阶数与级联顺序有关。当阶数为  $m_1, m_2, m_3$  且  $\sigma=0$  的三个 VHP 级联,其等效琼斯矩阵为

$$J_{m_3,0} \cdot J_{m_2,0} \cdot J_{m_1,0} = J_{m_3,0} \cdot \begin{bmatrix} \cos(m_2 - m_1)\varphi & -\sin(m_2 - m_1)\varphi \\ \sin(m_2 - m_1)\varphi & \cos(m_2 - m_1)\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos[m_3 - (m_2 - m_1)]\varphi & \sin[m_3 - (m_2 - m_1)]\varphi \\ \sin[m_3 - (m_2 - m_1)]\varphi & -\cos[m_3 - (m_2 - m_1)]\varphi \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(14)中,若  $m_2=0$ ,则等效阶数  $m=m_3+m_1$ 。由此可推导出  $n$  个 VHP 级联等效阶数公式为  $m_s = m_n \pm \dots \{\pm m_4 \pm [m_3 \pm (m_2 \pm m_1)]\}$ ,其中加号是通过在两个级联的 VHP 之间添加快轴沿水平方向的半波片实现的,否则为减号。因此可以通过级联 VHP 实现任意阶数矢量光束的制备。级联 VHP 可以增加 HyOPS 种类。在涡旋相制备部分(部分 I)和偏振态调制部分(部分 II)中,参与级联 VHP 的等效阶数增加,制备的 HyOPS 两极涡旋光的拓扑荷数的变化趋势不同。图 6 是制备的 HyOPS 两极涡旋光的拓扑荷数变化趋势图。

从图 6(a)中可以看出, $x=0$  时产生高阶庞加莱球,通过改变 I 部分涡旋光的拓扑荷数,产生的 HyOPS 两极涡旋光的拓扑荷数线性增加,且差值始终相同。因此制备的不同 HyOPS 上光束容量相同。在图 6(b)中, $x=0$  处为轨道庞加莱球<sup>[26]</sup>,通过改变 II 部分级联 VHP 等效阶数产生的 HyOPS 两极涡旋光拓扑荷数绝对值线性增加,且差值逐渐增加。因此制备的不同 HyOPS 上光束容量随等效阶数的增加而增大。通过上述级联 VHP 方法制备多种 HyOPS,并以每个 HyOPS 上  $(0, \pi/2)$  点处 CVV 光束为例,进行斯托克斯参数的测量。

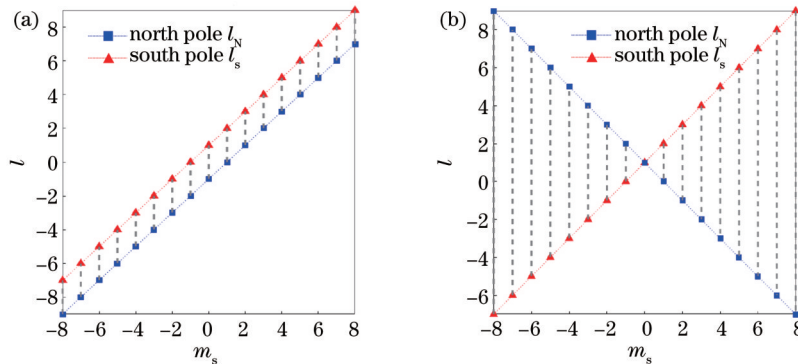


图 6 级联 VHP 制备的 HyOPS 两极涡旋光的拓扑荷数变化趋势图。(a)在 II 部分为 1 阶 VHP 条件下,改变 I 部分级联 VHP 的等效阶数产生的多种 HyOPS;(b)在 I 部分为 1 阶 VHP 条件下,改变 II 部分级联 VHP 等效阶数产生的多种 HyOPS

Fig. 6 Change trend diagrams of HyOPS two-pole vortex light prepared by cascaded VHPs. (a) Under condition that part II is 1st-order VHP, various HyOPSs are generated by changing equivalent order of cascaded VHPs in part I; (b) under condition that part I is 1st-order VHP, various HyOPSs are generated by changing equivalent order of cascaded VHPs in part II

图 7 是通过级联 VHP 制备的多种 HyOPS 上  $(0, \pi/2)$  点处的 CVV 光束, $l, m$  分别表示 CVV 的拓扑荷数和偏振阶数。图 7(a1)~(a4)对应北极是左旋圆偏振且拓扑荷数  $l_N = -3$  的涡旋光、南极是右旋圆偏振且拓扑荷数  $l_s = 5$  的 HyOPS。图 7(b1)~(b4)对应  $l_N = -7, l_s = 9$  的 HyOPS。图 7(c1)~(c4)对应  $l_N = -15, l_s = 17$  的 HyOPS。图 7(d1)~(d4)对应  $l_N = -6, l_s = 2$  的 HyOPS。图 7(e1)~(e4)对应  $l_N = 7, l_s = 1$  的 HyOPS。图 7(f1)~(f4)对应  $l_N = 5, l_s = 11$  的 HyOPS。此外,图 7(d2)、(d3)中斯托克斯参数出现逆时针方向扭曲(与图 3 中扭曲方向相反),这是因为涡旋相的拓扑荷数  $l = -2$ 。上述通过转动 HP 和 QP<sub>3</sub> 使光束在 HyOPS 上不断演化的方法同样适用。因此在图 2 的光路基础上,对于部分 I 和 II 光路,级联 VHP 使

阶数增加,能够获得多种混合庞加莱球,并且实现其上任意一点 CVV 光束的制备。

## 5 结 论

通过多个涡旋半波片实现了在混合庞加莱球上任意位置处柱矢量涡旋光束的制备。首先利用涡旋半波片和 1/4 波片产生线偏振涡旋光,再利用涡旋半波片产生混合庞加莱球赤道位置上的柱矢量涡旋光。通过调整半波片和 1/4 波片的快轴方向实现混合庞加莱球上任意位置处光束的制备。通过改进偏振相机的使用方法,获得矢量涡旋光束的完整斯托克斯参数并绘制偏振态分布图,并通过干涉条纹判断极点处涡旋光拓扑荷数,所得结果与理论一致。通过级联 VHP 可以分别增加涡旋相位的拓扑荷数和矢量光束的偏振阶数,

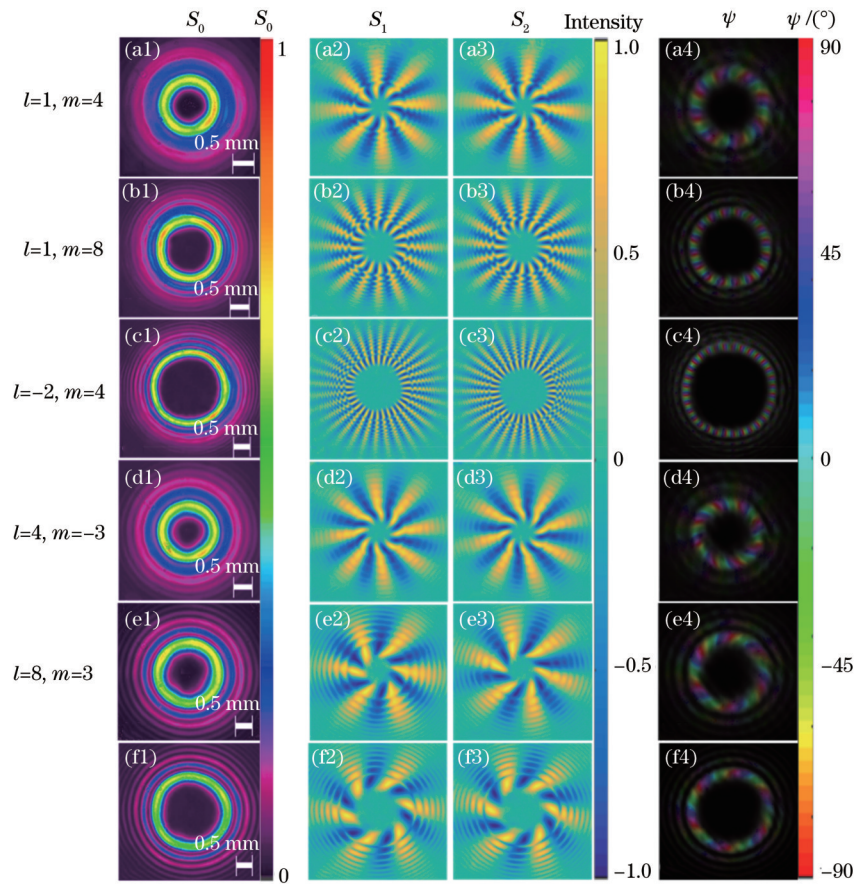


图 7 不同混合庞加莱球上 CVV 光束的偏振检测结果。(a1)~(f1) CVV 强度信息; (a2)~(f2)  $S_1$ ; (a3)~(f3)  $S_2$ ; (a4)~(f4)  $\psi$   
 Fig. 7 Polarization detection results of CVV beams on different HyOPS. (a1)~(f1) Intensity information of CVV; (a2)~(f2)  $S_1$ ;  
 (a3)~(f3)  $S_2$ ; (a4)~(f4)  $\psi$

从而扩大混合庞加莱球光束的制备范围。该方法实现了相位与偏振的独立调制,对模式灵活可调的集成矢量涡旋光源设计有一定的参考价值。

#### 参 考 文 献

- [1] Liu Z X, Liu Y Y, Ke Y G, et al. Generation of arbitrary vector vortex beams on hybrid-order Poincaré sphere[J]. *Photonics Research*, 2016, 5(1): 15-21.
- [2] Zhan Q W. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2009, 1(1): 1-57.
- [3] 李渝, 李鹏, 吴东京, 等. 离轴矢量光束的紧聚焦特性[J]. *光子学报*, 2020, 49(4): 0426002.  
Li Y, Li P, Wu D J, et al. Tightly focusing property of off-axial vector beams[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, 49(4): 0426002.
- [4] 赖松陶, 兰燕平, 毛红行, 等. 环形阵列艾里涡旋光束的自聚焦特性[J]. *中国激光*, 2019, 46(4): 0405002  
Lai S T, Lan Y P, Mao H H, et al. Self-focusing characteristics of circular array Airy vortex beams[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(4): 0405002.
- [5] Hasegawa S, Hayasaki Y. Holographic vector-wave femtosecond laser processing for fabrication of orientation-controlled nanostructures[J]. *MATEC Web of Conferences*, 2015, 32: 02002.
- [6] Kozawa Y, Sato S. Numerical analysis of resolution enhancement in laser scanning microscopy using a radially polarized beam[J]. *Optics Express*, 2015, 23(3): 2076-2084.
- [7] Zdankowski P, Trusiak M, McGloin D, et al. Numerically enhanced stimulated emission depletion microscopy with adaptive optics for deep-tissue super-resolved imaging[J]. *ACS Nano*, 2020, 14(1): 394-405.
- [8] Fu S Y, Zhang S K, Gao C Q. Bessel beams with spatial oscillating polarization[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 30765.
- [9] Maragò O M, Jones P H, Gucciardi P G, et al. Optical trapping and manipulation of nanostructures[J]. *Nature Nanotechnology*, 2013, 8(11): 807-819.
- [10] Huang S, Wang X L, Zhu Z Q, et al. Focusing field of the radial vector beams with multi-vortex phases[J]. *Optics Communications*, 2016, 366: 142-147.
- [11] Liu Z X, Liu Y Y, Ke Y G, et al. Geometric phase Doppler effect: when structured light meets rotating structured materials[J]. *Optics Express*, 2017, 25(10): 11564-11573.
- [12] Yue F Y, Aadhi A, Piccoli R, et al. Rotational Doppler frequency shift from time-evolving high-order Pancharatnam-Berry phase: a metasurface approach[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2021, 15(6): 2000576.

- [13] Fang L, Wan Z Y, Forbes A, et al. Vectorial Doppler metrology[J]. *Nature Communications*, 2021, 12: 4186.
- [14] 晏庆玉, 苗玉, 宋秋阳, 等. 光学微腔产生涡旋光束的特性分析及其研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(1): 0100002.  
Yan Q Y, Miao Y, Song Q Y, et al. Characteristic analysis and research progress of vortex beam produced by optical microcavity[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(1): 0100002.
- [15] Qi J L, Wang W H, Shi B, et al. Concise and efficient direct-view generation of arbitrary cylindrical vector beams by a vortex half-wave plate[J]. *Photonics Research*, 2021, 9(5): 803-813.
- [16] Xu J, Zhang Q L, Miao Y, et al. Experimental observation of multiple vortices in high-order laser mode induced by intracavity modulated resonator[J]. *Optik*, 2020, 220: 165242.
- [17] Liu S, Qi S X, Zhang Y, et al. Highly efficient generation of arbitrary vector beams with tunable polarization, phase, and amplitude[J]. *Photonics Research*, 2018, 6(4): 228-233.
- [18] Ling X H, Yi X N, Dai Z P, et al. Characterization and manipulation of full Poincaré beams on the hybrid Poincaré sphere[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2016, 33(11): 2172-2176.
- [19] Yi X N, Ling X H, Zhang Z Y, et al. Generation of cylindrical vector vortex beams by two cascaded metasurfaces[J]. *Optics Express*, 2014, 22(14): 17207-17215.
- [20] He Y L, Ye H P, Liu J M, et al. Order-controllable cylindrical vector vortex beam generation by using spatial light modulator and cascaded metasurfaces[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(5): 6101710.
- [21] Qi J, Yi W, Fu M, et al. Practical generation of arbitrary high-order cylindrical vector beams by cascading vortex half-wave plates[J]. *Optics Express*, 2021, 29(16): 25365-25376.
- [22] Liu Y C, Ling X H, Yi X N, et al. Realization of polarization evolution on higher-order Poincaré sphere with metasurface[J]. *Applied Physics Letters*, 2014, 104(19): 191110.
- [23] Baumann S M, Kalb D M, MacMillan L H, et al. Propagation dynamics of optical vortices due to Gouy phase[J]. *Optics Express*, 2009, 17(12): 9818-9827.
- [24] Jia J L, Zhang K P, Hu G W, et al. Arbitrary cylindrical vector beam generation enabled by polarization-selective Gouy phase shifter[J]. *Photonics Research*, 2021, 9(6): 1048-1054.
- [25] Weng X Y, Du L P, Yang A P, et al. Generating arbitrary order cylindrical vector beams with inherent transform mechanism[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(1): 6100208.
- [26] Rosales-Guzmán C, Ndagano B, Forbes A. A review of complex vector light fields and their applications[J]. *Journal of Optics*, 2018, 20(12): 123001.