研究论文



随机数字光信号注人半导体激光器产生混沌

彭小慧^{1,2},杜以成^{1,2},高华^{1,2},王龙生^{1,2},王安帮^{1,2*} ¹太原理工大学新型传感器与智能控制教育部重点实验室,山西太原 030024; ²太原理工大学物理与光电工程学院,山西太原 030024

摘要 提出并数值研究了随机数字相位调制光注入半导体激光器中产生混沌的方案。模拟结果表明:随着调制速率或 调制深度的增大,激光器可以从初始的注入锁定状态经历准周期路径进入混沌,其原因是相位变化激励了非阻尼弛豫振 荡;随机数字相位调制光注入可产生有效带宽大于10 GHz的混沌激光。鉴于数字信号长距离传输的抗干扰能力,该方 案为长距离混沌同步及密钥分发应用提供了新思路。

关键词 激光器; 混沌; 光注入; 非线性动力学 中图分类号 TN248.4 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS202242.2214001

Chaos Generation in Semiconductor Laser with Random Digital Optical Injection

Peng Xiaohui^{1,2}, Du Yicheng^{1,2}, Gao Hua^{1,2}, Wang Longsheng^{1,2}, Wang Anbang^{1,2*}

¹Key Laboratory of Advanced Transducers and Intelligent Control System, Ministry of Education, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, Shanxi, China;

²College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, Shanxi, China

Abstract This paper proposes and numerically studies a scheme of chaos generation in semiconductor lasers with randomdigital-phase-modulated optical injection. The simulation results demonstrate that as the modulation rate or modulation depth increases, the laser state changes from injection-locking to chaotic through a quasi-periodic route due to the excitation of undamped relaxation oscillation by the phase change. Chaotic laser with an effective bandwidth over 10 GHz can be generated by random-digital-phase-modulated optical injection. Given the anti-interference capability of digital signals in long-distance transmission, the proposed scheme provides a new approach for long-distance chaos synchronization and key distribution.

Key words lasers; chaos; optical injection; nonlinear dynamics

1 引 言

光注入半导体激光器一直受到广泛的研究关注。 一方面它是研究激光器非线性动力学的典型结构^[1], 另一方面它在光子微波产生^[2]、激光雷达^[34]、物理随机 数生成^[5]和混沌保密通信^[68]等领域中具有重要的应 用。早期,研究者聚焦于连续光注入半导体激光器的 非线性动力学特性,并已揭示了注入锁定、周期振荡、 准周期振荡和混沌振荡等现象背后的物理机制^[9-10]。 相较而言,在连续光注入下,激光器产生混沌的参数区 间远小于注入锁定区间和周期振荡区间^[11],并且混沌 信号带宽较小。2009年,Lin等^[12]数值研究了光脉冲 序列注入半导体激光器后的动力学特性,发现激光器 经过倍周期路径演化后会进入混沌态,并有望获得 14 GHz带宽的混沌激光。同年,Chan和Tang^[13]理论 研究发现通过正弦强度调制光注入的方式可诱导周期 振荡进入混沌振荡,并有望增大混沌带宽。2020年, Tseng和 Hwang^[14]在实验上利用强度调制光注入的 方式诱导半导体激光器从单周期态产生带宽为 33 GHz的混沌。2021年,Zeng等^[15]详细数值研究了 正弦强度调制光注入半导体激光器后的动力学特性。 Desmet等^[16]数值研究了方波信号注入半导体激光器

收稿日期: 2022-05-16; 修回日期: 2022-05-26; 录用日期: 2022-06-04

基金项目:国家自然科学基金(61822509, 61805170, 62035009)、山西省重点研发计划国际科技合作项目(201903D421012)、 山西省"1331"工程重点创新团队项目、山西省高等学校中青年拔尖创新人才计划基金

通信作者: *wanganbang@tyut.edu.cn

研究论文

后的动力学特性。可见,目前研究已经从连续光注入 发展至非连续光注入。然而,所报道的非连续注入光 信号主要为规则调制的光信号,鲜有非规则或随机调 制光注入半导体激光器的相关研究。

随机光信号注入半导体激光器实际上已经在光 子储备池^[17]、物理层密钥分发^[18-20]等诸多新兴应用中 被采用。用作光子储备池时^[21],半导体激光器需要接 收注入的随机信号光。用于密钥分发时,一对半导体 激光器需要在共同的随机信号注入下达到同步^[22]。 特别是,在密钥分发应用中,多种随机注入光已被采 用,主要包括混沌信号^[23]、噪声信号^[24-25]和幅度恒定 相位随机光信号^[26]等宽带模拟信号。然而,研究者多 关注于激光器的同步特性,忽视了激光器在这些随机 光注入下的非线性动力学特性。此外,随机注入光均 为模拟调制信号,其传输过程中的链路损伤难以采用 光学器件来进行补偿^[27],从而限制了密钥分发的 距离。

由于数字信号具有较强的抗干扰能力,故可实现长距离传输,如Sui等^[28]于2014年在实验上实现了 16QAM(QAM为正交幅度调制)信号的2600 km光纤 传输。因此,本文提出了利用随机数字相位调制 (RDPM)光信号注入半导体激光器中产生混沌的方案, 为长距离共驱混沌同步及密钥分发提供了一种新思路。 数值研究了 RDPM 光注入下,分布式反馈(DFB)半导 体激光器进入混沌的演化路径及混沌产生机制。此外, 进一步分析了调制速率和调制深度对激光器混沌带宽 的影响。

2 装置与模型

RDPM 光注入激光器的装置示意图如图1所示。 主激光器(ML)输出的连续光经过相位调制器后被注 人到从激光器(SL)中。利用可调谐光学衰减器 (VOA)和偏振控制器(PC)分别调节注入光强度和偏 振态,调制信号为非归零(NRZ)随机码,其速率为fm, 调制幅度为 V_m ,相应的相位调制深度为 φ_m = $\pi V_m/V_\pi$,其中 V_π 为相位调制器的半波电压。NRZ 随 机码由伪随机二进制序列(PRBS)模块利用 Wichman-Hill算法产生,码长为时间窗口与速率的乘 积,时间窗口值为50 ns。主、从激光器均为单纵模分 布式反馈半导体激光器,静态中心频率分别为vm、vs, 输出光功率分别为 P_m 、 P_s 。定义注入光频失谐为 $\Delta \nu =$ $\nu_{m0} - \nu_{s0}$,注入强度为 $\kappa_i = P_i / P_s$,其中 P_i 为注入从激光 器的光功率, vs0 为从激光器的中心频率, vm0 为主激光 器的中心频率。当不对注入光施加相位调制时,系统 即为传统的连续光注入激光器,通过调节Δν和κ可以 使从激光器处于注入锁定、周期振荡和混沌等不同状 态。施加相位调制后,调节NRZ信号的速率fm和幅度 V_m,可以观察到激光器状态的演变。





采用 VPIphotonics 光子学设计软件^[29]模拟 RDPM 光注入 DFB 激光器的动力学特性。主、从激光器具有 相同的参数设置,其模型选用 LaserTLM 模块,参数为 系统默认值,如表 1 所示。激光器的阈值电流为 $I_{th} =$ 19.6 mA,当工作电流为 2.5 I_{th} 时,弛豫振荡频率为 $f_{R0} = 3.88$ GHz。在模拟过程中,固定从激光器的中心 频率为 $\nu_{s0} = 193.15558$ THz(波长为 1552.078 nm), 通过调节主激光器的中心频率 ν_{m0} 来改变注入光频 失谐。

3 数值模拟结果

如第2章所述,正弦调制光注入可以诱导激光器 从周期振荡演变为混沌^[13],进而很容易预期RDPM光 注入亦可如此。因此,本文聚焦处于连续光注入锁定 状态的半导体激光器,探索引入 RDPM 能否产生 混沌。

模拟中设置注入强度为 κ_{j} =0.12、光频失谐为 $\Delta \nu$ = -2.8 GHz,此时从激光器处于注入锁定状态。 图 2(a1)~(a4)显示了从激光器的光谱、频谱、输出功 率波形和相图,其中 ν 为光频率,P为激光器输出信号 的光功率,P(t-t')为延时t'后激光器的输出功率。 如图 2(a1)所示,从激光器中心频率红移 2.8 GHz 后被 锁定在注入光频率 ν_{m0} 处。此外,光谱在 $\nu_{m0}\pm f_{Rj}$ 处出 现弛豫振荡诱发的边模,其中 f_{Rj} 为激光器在光注入下 的 弛豫振荡频率。相应地,激光器频谱在 f_{Rj} = 10.58 GHz处出现峰值,如图 2(a3)。由于注入增强效 应,故 $f_{Ri} > f_{R0}$ 。

在上述连续光注入锁定情况下,引入NRZ相位调

Parameter	Symbol	Description
Transparent carrier concentration index $/\mu m^{^{-3}}$	$N_{\scriptscriptstyle 0}$	1.5×10^{6}
Linewidth factor	α	3.0
Nonlinear gain coefficient $/\mu m^3$	G_{n}	1×10^{-5}
Carrier concentration index $/\mu m^{-3}$	N_{I}	0.5×10^{6}
Grating period /nm	$T_{ m g}$	200
Linear material gain coefficient $/\mu m^2$	$G_{ m g}$	3×10^{-8}
Active section length /µm	L	350
Active section width /µm	W	2.5
Bandwidth of spontaneous emission noise /THz	B_{n}	10
Noise coefficient of spontaneous emission	β	1×10^{-12}
Group index	n	3.7
Bias current	Ι	2. $5I_{th}$

表1 DFB半导体激光器参数 Table 1 Parameters of DFB semiconductor laser

制,NRZ信号上升时间 (t_r) 和下降时间设置为 $0.4/f_m$ 。 图 2 第 2~5 行 分 别 显 示 了 调 制 速 率 f_m为1、2、4、 16 Gb/s(调制深度为 $\varphi_m = 0.5\pi$)时,从激光器的光谱、 频谱、时序和相图。当 $f_m = 1$ Gb/s时,激光器中心谱 线略有展宽,其谱线形状与注入光谱相似,如图2(b1) 所示。如图2(b2)所示,频谱在0~3GHz低频段内也 显现出了NRZ调制信号的频谱特征,其功率低于弛豫 振荡频率约20dB。这些结果表明激光器对相位调制 呈现微弱的非线性响应,但由于响应较弱,故从激光器 仍然保持连续光输出。当 $f_m = 2 \text{ Gb/s th},$ 激光器光谱 进一步展宽并覆盖了 $\nu_{m0} \pm f_{Ri}$ 处的边模,如图2(c1)、 (c2)所示。频谱上 $f < f_{Ri}$ 频段的能量增强且更明显地 呈现NRZ调制信号的频谱特征,但f_{Ri}处峰值依然存 在。如图2(c3)所示,激光器输出波形显现出频率为 f_{Ri}的快速波动。每当注入光相位发生变化时,激光器 波形在对应时刻会出现较强起伏。此时的相图呈现环 状,可见激光器处于准周期振荡状态。

如图 2(d1)、(d2)所示, 当 $f_m = 4$ Gb/s 时激光器光 谱进一步展宽,频谱特征显示激光器对注入NRZ信号 的主带(0~4 GHz)和边带(4~8 GHz和8~12 GHz)呈 现不同的响应,故总体呈现非线性响应。此时,注入信 号的上升时间 t_r=0.1 ns恰好约等于激光器响应时间 1/f_{Ri}。因此,激光器对RDPM注入光相位变化呈现明 显的冲击响应,这会导致激光器功率波动幅度显著增 大,如图2(d3)所示。由于码元宽度较小,故冲击响应 导致的强弛豫振荡会持续到下一次相位突变并响应随 后的激光器输出,最终有可能形成无规则振荡的强度 波形。图2(d4)所示的相图呈现出奇怪吸引子特征, 预示激光器处于混沌振荡状态。当增大调制速率至 $f_{\rm m} = 16 \, {\rm Gb/s}$ 时,光谱和频谱显著展宽且弛豫振荡峰 消失,如图2(e1)、(e2)所示。此时,注入信号的上升 时间更短、码元宽度更短,从激光器的冲击响应更加显 著,产生大幅度、不规则的强度波形,其相图呈现出混 沌信号的特征,如图2(e3)、(e4)所示。

采用关联维度(D₂)来判断激光器输出是否为混 沌。利用二次嵌入法^[30]计算图 2(c3)、(d3)、(e3)所示 波形的关联维度,结果如图3(a)~(c)所示,其中r为两 个状态矢量的间距。计算过程为:对序列长度即数据 点数为N = 2000的时间序列,以嵌入时延 $\tau = 1$ 和嵌 入维度M=53进行第一次相空间重构;对该相空间奇 异值分解以获得m个主分量,以嵌入时延元和嵌入维 度 M' 对主分量再次重构相空间,并利用 GP 算法计算 出关联积分^[31]。嵌入时延τ'采用C-C方法^[32]确定。本 次计算中m的取值为2, t'的取值为7, M'的取值范围 为 20~26。如图 3(a) 所示, 当 $f_m = 2$ Gb/s 时, 关联积 分的斜率未收敛,表明此时激光器产生的不是混沌信 号。如图 3(b)所示, 当 $f_m = 4$ Gb/s 时, 关联积分的斜 率在 ln r的1.51~2.12 区间内收敛,表明激光器输出 为混沌信号,且其关联维度为1.12。当fm增大至16 Gb/s时,关联积分斜率在lnr的0.33~1.57区间内收 敛,收敛区间相对增宽、关联维度也增大至1.75,表明 此时激光器也处于混沌振荡,如图3(c)所示。

由上述分析可知,随着注入光相位调制速率的增加,激光器可以从初始的注入锁定状态经历准周期过 程演化进入混沌。其原因可归结于,注入光快速的相 位变化激励激光器形成非阻尼弛豫振荡,进而与注入 光相互作用诱发混沌振荡。理论上,除了相位变化速 率外,相位变化幅度也可以影响激光器的激励效果。

图 4 第 1~3行分别显示了 $f_m = 16$ Gb/s,且调制深 度 φ_m 为0.05π、0.17π和0.80π时,从激光器的光谱、频 谱、时序和相图。当 $\varphi_m = 0.05π$ 时,从激光器中心频 率仍被锁定在注入光频率 ν_{m0} 处,边模 $\nu_{m0} \pm f_{Rj}$ 功率相 对于图 2(a1)所示的连续光注入情况明显升高,如图 4 (a1)所示。频谱上 f_{Rj} 处弛豫振荡峰增高且加宽,表明 弛豫振荡已经非阻尼,且激光器处于准周期振荡状态, 如图 4(a2)~(a4)。图 4(b1)~(b4)显示了 $\varphi_m = 0.17π$ 时激光器的输出结果:频谱明显展宽并更加平坦,即 $f < f_{Rj}$ 频段中功率上升且与 f_{Rj} 功率差减小,时域波形



图 2 当 $\varphi_m = 0.5\pi n t' = 0.21 n s \oplus$,不同调制速率的 RDPM 光信号注入后 DFB 激光器的典型输出特性。(a1)~(a4)连续光; (b1)~(b4) $f_m = 1 \text{ Gb/s};(c1)~(c4) f_m = 2 \text{ Gb/s};(d1)~(d4) f_m = 4 \text{ Gb/s};(e1)~(e4) f_m = 16 \text{ Gb/s}$

Fig. 2 Typical output characteristics of DFB laser after injection of RDPM optical signals with different modulation rates at $\varphi_m = 0.5\pi$ and t' = 0.21 ns. (a1)-(a4) Continuous light; (b1)-(b4) $f_m = 1$ Gb/s; (c1)-(c4) $f_m = 2$ Gb/s; (d1)-(d4) $f_m = 4$ Gb/s; (e1)-(e4) $f_m = 16$ Gb/s

无规则振荡,相图呈现奇怪吸引子。当 $\varphi_m = 0.80\pi$ 时,激光器的光谱和频谱都显著展宽,并且不再呈现弛豫振荡峰,如图4(c1)~(c4)所示。这些特征与图2(e1)~(e4)非常相似,表明激光器进入混沌振荡。综上所述,随着调制深度的增大,激光器同样遵循准周期路径进入混沌。

图5给出了调制速率与调制深度对从激光器输出 状态的影响,其中S代表稳态,QP代表准周期态,C代 表混沌态。可以发现,低速率(小于4Gb/s)和低调制 深度(小于0.25π)的相位调制难以激励非阻尼弛豫振 荡,此时激光器仍处于注入锁定状态。当调制深度较 低时,较高调制速率的激光器才能输出混沌信号。随 着调制深度的增加,激光器产生混沌所需的调制速率 在降低。当调制深度超过0.5π时,由准周期状态进入 混沌态的临界调制速率近似满足条件——数字调制信 号的上升时间约等于激光器锁定状态的弛豫周 期1/f_{Rj}。

最后,采用混沌有效带宽^[33]定量分析 RDPM 光注



图 3 不同调制速率的激光器输出信号的关联维度计算结果 $_{\circ}(a) f_{m} = 2 \text{ Gb/s}; (b) f_{m} = 4 \text{ Gb/s}; (c) f_{m} = 16 \text{ Gb/s}$ Fig. 3 Calculation results of correlation dimension of laser output signals with different modulation rates. (a) $f_{m} = 2 \text{ Gb/s}; (b) f_{m} = 4 \text{ Gb/s}; (c) f_{m} = 16 \text{ Gb/s}; (c) f_$





Fig. 4 Typical output characteristics of DFB laser after injection of RDPM optical signal with different modulation depths at $f_{\rm m} = 16$ Gb/s and t' = 0.21 ns. (a1)-(a4) $\varphi_{\rm m} = 0.05\pi$; (b1)-(b4) $\varphi_{\rm m} = 0.17\pi$; (c1)-(c4) $\varphi_{\rm m} = 0.80\pi$

入半导体激光器后的混沌带宽。图 6 对比了连续光注 入激光器与 RDPM 光注入激光器后产生的混沌信号 的频谱,前者的产生条件是 $\kappa_i = 0.005$ 和 Δ $\nu = -2.8$ GHz,后者的产生条件为 $\kappa_i = 0.12$ 、Δ $\nu =$ -2.8 GHz、 f_m = 16 Gb/s 和 φ_m = 0.6π。可以发现, RDPM 光注入产生的混沌信号频谱更宽,其有效带宽为 10.5 GHz,相比之下,连续光注入激光器的混沌带 宽仅为 3.5 GHz。



图 5 注入锁定态时引入不同调制深度与调制速率的 RDPM 光信号后 DFB 激光器状态图的数值模拟

Fig. 5 Numerical simulation of state diagram of DFB laser after introducing RDPM optical signals with different modulation depths and modulation rates when injecting locked state

图 7(a)、(b)分别显示了调制速率与调制深度对激光器混沌带宽的影响。可以发现:当调制速率从 3 Gb/s 增大至 20 Gb/s 时,带宽从 5.92 GHz 增大至







Fig. 6 Spectra of chaotic signals generated by continuous optical injection and RDPM optical injection

12.2 GHz;当调制速率小于5 Gb/s时,带宽快速增加, 而调制速率大于5 Gb/s后带宽增大速度减慢并趋于 平缓。随着调制深度的增大,注入光相位变化幅度增 大,激光器输出信号的频谱低频部分逐渐抬起,信号带 宽由9.06 GHz增大至11.32 GHz,如图7(b)所示。





4 结 论

数值研究了 RDPM 光信号注入 DFB 半导体激光 器后的非线性动态特性,发现当激光器初始处于注入 锁定状态时,增加相位调制速率或调制深度都可以激 励激光器非阻尼弛豫振荡,从而使激光器经历准周期 路径进入混沌状态。研究发现,在较大调制深度条件 下,激光器产生混沌振荡的条件为随机数字信号上升 时间小于激光器锁定状态的弛豫周期 1/f_{Rj}。此外,定 量分析了 RDPM 光注入激光器的混沌信号带宽,结果 表明该方法有望产生有效带宽超过 10 GHz 的混沌激 光。鉴于现行光纤数字通信具有超长距离传输能力, 预期将 RDPM 光作为驱动信号可以实现半导体激光 器超长距离共驱混沌同步,这对混沌密钥分发具有重 要意义。

参考文南

[1] Ohtsubo J. Semiconductor lasers: stability, instability and chaos[M]. Cham: Springer, 2012.

- [2] Chan S C, Liu J M. Tunable narrow-linewidth photonic microwave generation using semiconductor laser dynamics[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2004, 10(5): 1025-1032.
- [3] Feng L Y, Gao H Z, Zhang J X, et al. FPGA-based digital chaotic anti-interference lidar system[J]. Optics Express, 2021, 29(2): 719-728.
- [4] Wang B J, Wang Y C, Kong L Q, et al. Multi-target real-time ranging with chaotic laser radar[J]. Chinese Optics Letters, 2008, 6(11): 868-870.
- [5] Uchida A, Amano K, Inoue M, et al. Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers[J]. Nature Photonics, 2008, 2(12): 728-732.
- [6] Wu J G, Wu Z M, Liu Y R, et al. Simulation of bidirectional long-distance chaos communication performance in a novel fiber-optic chaos synchronization system[J]. Journal of Lightwave Technology, 2013, 31 (3): 461-467.
- [7] 颜森林.激光混沌交叉发射与交替并行接收在保密通信 中应用的基本理论与技术[J].中国激光,2020,47(9): 0906001.

第 42 卷 第 22 期/2022 年 11 月/光学学报

研究论文

Yan S L. Theory and technique of cross transmittance and alternate parallel reception of laser chaos in secure communication[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47 (9): 0906001.

- [8] Wang L S, Mao X X, Wang A B, et al. Scheme of coherent optical chaos communication[J]. Optics Letters, 2020, 45(17): 4762-4765.
- [9] Simpson T B. Mapping the nonlinear dynamics of a distributed feedback semiconductor laser subject to external optical injection[J]. Optics Communications, 2003, 215(1/2/3): 135-151.
- [10] 周会娟,陈默,姚琼,等.分布反馈半导体激光注入锁定及其光纤传感应用[J].中国激光,2011,38(7):0705002.
 Zhou H J, Chen M, Yao Q, et al. Characteristics of distributed feedback semiconductor laser injection locking and applications to optical fiber sensing[J]. Chinese
- [11] Hwang S K, Liu J M. Dynamical characteristics of an optically injected semiconductor laser[J]. Optics Communications, 2000, 183: 195-205.

Journal of Lasers, 2011, 38(7): 0705002.

- [12] Lin F Y, Tu S Y, Huang C C, et al. Nonlinear dynamics of semiconductor lasers under repetitive optical pulse injection[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2009, 15(3): 604-611.
- [13] Chan S C, Tang W K S. Chaotic dynamics of laser diodes with strongly modulated optical injection[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2009, 19 (10): 3417-3424.
- Tseng C H, Hwang S K. Broadband chaotic microwave generation through destabilization of period-one nonlinear dynamics in semiconductor lasers for radar applications
 [J]. Optics Letters, 2020, 45(13): 3777-3780.
- [15] Zeng Y, Zhou P, Huang Y, et al. Optical chaos generated in semiconductor lasers with intensitymodulated optical injection: a numerical study[J]. Applied Optics, 2021, 60(26): 7963-7972.
- [16] Desmet R, Virte M. Laser diodes with modulated optical injection: towards a simple signal processing unit? [J]. Journal of Physics: Photonics, 2020, 2(2): 025002.
- [17] Vinckier Q, Duport F, Smerieri A, et al. Highperformance photonic reservoir computer based on a coherently driven passive cavity[J]. Optica, 2015, 2(5): 438-446.
- [18] Yoshimura K, Muramatsu J, Davis P, et al. Secure key distribution using correlated randomness in lasers driven by common random light[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(7): 070602.
- [19] 武超人,高华,王龙生,等.基于对称相移键控混沌同步的高速密钥安全分发[J].中国激光,2022,49(4):0406001.
 Wu C R, Gao H, Wang L S, et al. High-speed secure key distribution based on symmetric phase-shift-keying chaos synchronization[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022,49(4):0406001.
- [20] Xu M F, Pan W, Zhang L Y. Secure remote synchronization and secure key distribution in electro-

optic networks revealed by symmetries[J]. Optics Communications, 2018, 418: 41-45.

- [21] Nakayama J, Kanno K, Uchida A. Laser dynamical reservoir computing with consistency: an approach of a chaos mask signal[J]. Optics Express, 2016, 24(8): 8679-8692.
- [22] Yoshimura K, Valiusaityte I, Davis P. Synchronization induced by common colored noise in limit cycle and chaotic systems[J]. Physical Review E, 2007, 75(2): 026208.
- [23] Jiang N, Zhao A K, Liu S Q, et al. Chaos synchronization and communication in closed-loop semiconductor lasers subject to common chaotic phasemodulated feedback[J]. Optics Express, 2018, 26(25): 32404-32416.
- [24] Gao H, Wang A B, Wang L S, et al. 0.75 Gbit/s highspeed classical key distribution with mode-shift keying chaos synchronization of Fabry-Perot lasers[J]. Light: Science & Applications, 2021, 10: 172.
- [25] 郭亘立, 贾志伟, 王安帮, 等. 噪声光注入分布式布拉格反射型激光器的混沌动力学特性[J]. 中国激光, 2021, 48(23): 2301003.
 Guo G L, Jia Z W, Wang A B, et al. Chaotic dynamics in DBR laser with noise-light injection[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(23): 2301003.
- [26] Yoshimura K, Uchida A, Davis P, et al. Synchronization of semiconductor lasers by common optical injection with constant-amplitude and randomphase modulation[J]. The Review of Laser Engineering, 2011, 39(7): 520-524.
- [27] Zhang J Z, Wang Y C, Wang A B. Improving performance of optical fibre chaotic communication by dispersion compensation techniques[J]. Chinese Physics B, 2008, 17(9): 3264-3269.
- [28] Sui Q, Zhang H Y, Downie J D, et al. 256 Gb/s PM-16-QAM quasi-single-mode transmission over 2600 km using few-mode fiber with multi-path interference compensation[C]//Optical Fiber Communication Conference, March 9-13, 2014, San Francisco, California. Washington, D.C.: OSA, 2014: M3C.5.
- [29] VPIphotonics. VPIcomponentMaker photonic circuits user's manual[EB/OL]. [2021-04-08]. https://www. vpiphotonics.com/Tools/PhotonicCircuits.
- [30] Fraedrich K, Wang R S. Estimating the correlation dimension of an attractor from noisy and small datasets based on re-embedding[J]. Physica D, 1993, 65(4): 373-398.
- [31] Grassberger P, Procaccia I. Characterization of strange attractors[J]. Physical Review Letters, 1983, 50(5): 346-349.
- [32] Kim H S, Eykholt R, Salas J D. Nonlinear dynamics, delay times, and embedding windows[J]. Physica D, 1999, 127(1/2): 48-60.
- [33] Lin F Y, Chao Y K, Wu T C. Effective bandwidths of broadband chaotic signals[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 2012, 48(8): 1010-1014.