

## 振动对光学合成孔径的成像影响

赵佳晨<sup>1</sup>,张越<sup>1,2\*</sup>,金科<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>西安电子科技大学空间科学与技术学院,陕西西安 710126; <sup>2</sup>超限探测陕西省重点实验室,陕西西安 710071

摘要 光学合成孔径是实现高角分辨率成像的一种可行的方法。由于存在多个孔径,振动所产生的孔径面共相误差会影响成像质量。基于现有光学合成孔径成像原理,通过对平移误差和倾斜误差进行耦合建模,设计了一套光学合成孔径结构下的振动对点扩展函数(PSF)的影响模型。提出时间累积斯特列尔比(TISR),相较于传统评价指标,TISR用于分析在时间累积效应下耦合共相误差对PSF的影响。分析结果表明:在振动的持续作用下,PSF成像性能会大幅衰退,时间累积效应下的TISR曲线呈现出明显的周期性波动,最终随着时间的推移而逐渐收敛。

关键词 成像系统;光学合成孔径;点扩展函数;振动;斯特列尔比 中图分类号 O436 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.2211001

## **Imaging Effect of Vibration on Optical Synthetic Aperture**

Zhao Jiachen<sup>1</sup>, Zhang Yue<sup>1,2\*</sup>, Jin Ke<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>School of Aerospace Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710126, Shaanxi, China; <sup>2</sup>Shaanxi Key Laboratory of Space Extreme Detection, Xi'an 710071, Shaanxi, China

**Abstract** Optical synthetic aperture is a feasible method for high angular resolution imaging. Due to the existence of multiple apertures, the co-phasing error of the aperture surface caused by vibration reduces imaging quality. Based on the existing imaging principle of optical synthetic apertures, a model for the effect of vibration on the point spread function (PSF) is designed by using an optical synthetic aperture structure, which couples the piston error and tilt error. The time-integrated Strehl ratio (TISR) is proposed, and compared with the traditional evaluation index, TISR can be used to analyze the influence of the coupling co-phasing error on PSF under the time-integrated effect. The results reveal that the PSF imaging performance declines significantly under the continuous effect of vibration, and the TISR curve shows obvious cyclical fluctuations under the time-integrated effect, which eventually converges over time.

Key words imaging systems; optical synthetic aperture; point spread function; vibration; Strehl ratio

## 1引言

随着光学望远镜在宇宙探索、对地遥感、空天探测 等领域的广泛应用,口径尺寸所决定的高分辨率问题 已成为该领域的主要技术瓶颈<sup>[1]</sup>。为了解决高分辨率 和口径增大带来的成本和载重上升等技术矛盾,各国 科学家都开始另辟蹊径,采用分布式光学合成孔径成 像技术来等效替代单个大口径光学系统。分布式光学 合成孔径系统可以有效解决大口径(10 m 口径及以 上)望远镜主镜难以加工以及大口径空间望远镜难以 发射等问题<sup>[2]</sup>。当将光学系统的成像质量转化为数学 模型进行衡量时一般采用点扩展函数(PSF)和斯特列 尔比(SR)这两个概念, PSF和SR分别用于描述光学 系统对无穷远处点光源的响应和光学系统的像差对所 成像的中心点光强度的影响。

目前,分布式光学合成孔径望远镜的成像系统越来越复杂,其光学衍射对振动也越来越敏感。Chanan 等<sup>[3]</sup>最早利用SR作为评价指标,但也只对PSF进行了 简单的分析。Perrin等<sup>[4]</sup>将PSF扩展到了任意阶,从而 利用对称性来减小误差对成像的影响。Juarez等<sup>[5]</sup>提 出了一种新的SR模型用于低阶倾斜和高阶自适应光 学校正。Flores等<sup>[6]</sup>研究了分割式望远镜的相位误差 影响,发现相位和对准误差会减小光学传递函数的振 幅,并使其相位角发生畸变。Mikš等<sup>[7]</sup>分析了光学系

收稿日期: 2022-04-12; 修回日期: 2022-05-20; 录用日期: 2022-05-23

**基金项目**:国家自然科学基金(11872286,12072246)

通信作者: \*zhangyue@xidian. edu. cn

统成像时光瞳形状和透过率对轴向能量分布的影响, 给出了轴向 PSF 的解析公式,提出了焦点深度的光学 特性。Zhou等<sup>[8-9]</sup>利用角谱传播算法,得到了光学多孔 径成像系统的PSF,进而研究共相误差对成像性能的 影响。Dong等<sup>[10-11]</sup>归纳和总结了现有的共相误差探 测技术并讨论其局限性,提出了利用反解卷积消除其 参考光瞳影响的改进方法。Wei等[12-13]设计度量多孔 径随机平移误差及倾斜误差大小的量化指标,得到保 证近似无损复原的相位误差容限。Liang 等<sup>[14-15]</sup>分析 了合成孔径的像差模型,着重对两子孔径含有不同性 质和不同量值的像差情况进行了分析,对三个子孔径 的光学系统进行了平移误差传感模拟。Zhou等<sup>[16-17]</sup>针 对空间变化 PSF 的采样不足问题,提出主元分析和点 插值法,最终获取全视场PSF,用于研究成像影响。 Zhi等<sup>[18]</sup>研究了旋转合成孔径成像系统的PSF的空间 分布和时间影响,发现孔径旋转速度和积分时间不匹 配会导致成像质量大幅衰退。

已有研究大多偏重于分析 PSF 的瞬时误差影响, 普遍以 SR、半峰全宽(FWHM)和峰值积分旁瓣比

#### 第 42 卷 第 22 期/2022 年 11 月/光学学报

(PISLR)等作为特征指标,很少讨论共相误差耦合作 用和时间累积效应。本文从这一现状出发,立足光学 合成孔径成像原理,将时域波形振动和空间域光能强 度分布联系起来。建立了包含平移、倾斜两种共相误 差同时作用下的光学合成孔径系统 PSF 共相误差耦 合函数模型。提出一种能够反映时间累积效应下 PSF光能强度损耗的评价指标——时间累积斯特列 尔比(TISR),分析在振动影响情况下的TISR走势, 探究在空间环境下振动对分布式光学合成孔径成像 系统的影响,以为后续针对分布式望远镜的设计提供 参考。

## 2 基本原理

## 2.1 传统理论模型

根据信息光学的理论,光学合成孔径系统可以看 作空间的线性不变系统<sup>[19]</sup>,其物理模型大致可以简化 为物像面、光瞳面和成像面三部分,如图1所示。其 中,物像面决定物函数f(x,y),成像面决定像函数 g(x,y),光瞳面决定光瞳函数 $P(\xi, \eta)$ 。



#### 图1 光学合成孔径成像原理示意图

Fig. 1 Schematic diagrams of optical synthetic aperture imaging principle

对于分布式合成孔径光学系统,在衍射受限非相 干单色光照明下对遥远目标的成像过程中,当像差很 小或者系统的孔径和视场都不大时,可以将其视为一 个衍射受限的非相干成像系统<sup>[20]</sup>,对于具有圆形清澈 孔径的非相干成像衍射受限光学系统,其光瞳函数可 表示为

$$P(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) = \sum_{n=1}^{N} \operatorname{circ}\left(\frac{\sqrt{\boldsymbol{\xi}^2 + \boldsymbol{\eta}^2}}{r}\right) * \delta(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}_n, \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_n), (1)$$

式中:( $\xi$ ,  $\eta$ )为光瞳面坐标;( $\xi_n$ ,  $\eta_n$ )为光瞳面上第n个 子孔径的圆心坐标;N为子孔径的总数目;circ(•)为圆 函数;r为子孔径半径; $\delta$ (•)为冲激函数;\*代表卷积。

当衍射受限成像系统对无穷远处的光线进行成像时,在系统的焦平面上得到的是夫琅和费衍射像,对光 瞳函数进行傅里叶变换,将其频谱共轭相乘便得到成 像系统的PSF。对于清澈圆形孔径,可以通过对模的 平方得到点扩展函数,用F<sub>PS</sub>(*x*,*y*)表示:

$$F_{\rm PS}(x,y) = \left[\frac{r}{\sqrt{x^2 + y^2}} J_1\left(\frac{2\pi r \sqrt{x^2 + y^2}}{\lambda f}\right)\right]^2 \left\{N + 2\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \cos\left[-\frac{2\pi}{\lambda f}\left(\Delta \xi_{ij} x + \Delta \eta_{ij} y\right)\right]\right\}, (2)$$

式中:(x, y)为焦平面坐标;f为从望远镜光瞳面到焦平 面的焦距; $\lambda$ 为光线的波长; $J_1(\cdot)$ 为一阶贝塞尔函数;  $(\Delta \xi_{ij}, \Delta \eta_{ij})$ 为子孔径与中心孔径坐标的相对位置。

事实上,无像差的光学系统在现实中并不存在,一般都会存在某种形式的内部误差或波前误差。其中影响最大的是子孔径间的相位未匹配所带来的相位误差,平移误差和倾斜误差最具代表性,其大小与分布对光学合成孔径系统的成像性能有着决定性影响。平移误差是由光束通过各子孔径到达出瞳面的光程差(OPD)引起的,倾斜误差是由子孔径光瞳在系统光瞳面内或垂直光瞳面方向的旋转产生的<sup>[21]</sup>。

#### 2.2 多孔径 PSF 共相误差耦合函数模型

假设多孔径光学合成系统中的每一个子孔径都是

#### 第 42 卷 第 22 期/2022 年 11 月/光学学报

无遮拦圆形光瞳,则任意结构的多孔径 PSF 共相误差 耦合函数模型可以表示为

$$F_{\text{PS, error}}(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N} F_{\text{PS, }i} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \sqrt{F_{\text{PS, }i} F_{\text{PS, }j}} \cdot \cos\left\{\frac{2\pi}{\lambda f} \left(\Delta X_{ij} x + \Delta Y_{ij} y\right) - \frac{2\pi}{\lambda} \left[\Delta p_i(t) - \Delta p_j(t)\right]\right\},$$
(3)

式中: $\Delta p_i(t)$ 、 $\Delta p_i(t)$ 分别为第i、j个子孔径波前边缘处的 Z轴平移误差函数;  $\Delta X_{ij}$ 、 $\Delta Y_{ij}$ 分别为第i、j个子孔径中 心的距离; $F_{PS,i}$ 为第i个子孔径系统的PSF,可表示为

$$F_{\text{PS, }i}(x, y) = \left[\frac{r}{\sqrt{x^2 + y^2}} J_1\left(\frac{2\pi r \sqrt{x^2 + y^2}}{\lambda f}\right)\right]_{\circ}^2 (4)$$

当第i个子孔径系统包含倾斜误差时,式(4)变为



式中:α<sub>i</sub>(t)、β<sub>i</sub>(t)分别为第i个子孔径波前边缘处的X 轴、Y轴倾斜误差函数。其中,平移误差的单位为波 长,倾斜误差的单位原本为",但以子孔径直径为基准 也可换算到用波长表示,如此可实现多种共相误差单 位量统一,进而有利于耦合计算。

平移误差和倾斜误差一般是由成像平台的各种振动传递到了子孔径面所导致的,而光学合成孔径成像 平台所受振动大都是随机振动,对其进行傅里叶展开, 将其分解为不同振幅、频率和相位的正弦振动,并将其 表示为正弦函数的组合<sup>[22]</sup>:

$$\alpha_{i}(t) = \sum_{n}^{N} A_{n} \sin\left(2\pi f_{A_{n}}t + \varphi_{A_{n}}\right)$$
  

$$\beta_{i}(t) = \sum_{n}^{N} B_{n} \sin\left(2\pi f_{B_{n}}t + \varphi_{B_{n}}\right), \qquad (6)$$
  

$$\Delta p_{i}(t) = \sum_{n}^{N} P_{n} \sin\left(2\pi f_{P_{n}}t + \varphi_{P_{n}}\right)$$

式中: $A_n$ 、 $B_n$ 、 $P_n$ 为振动幅度; $f_{A_a}$ 、 $f_{B_a}$ 、 $f_{P_a}$ 为振动频率;  $\varphi_{A_a}$ 、 $\varphi_{B_a}$ 、 $\varphi_{P_a}$ 为振动的初始相位。将式(5)、(6)代人式 (3),便可以得到关于(x, y, t)的多孔径PSF共相误差 耦合函数模型。

## 2.3 TISR

在成像曝光期间,共相误差的影响具有时变性,所 以在每一个特定时刻t,以某个角度入射的覆盖整个入 瞳的平行光经过该时刻的光学系统后在像面形成一个 点扩展函数 $F_{PS, error}(x, y, t)$ , $F_{PS, error}(x, y, t)$ 的中心为 其光强峰值的位置。对整个成像过程的  $F_{PS, error}(x, y, t)$ 进行时间序列上的积分,便可获得该光 学系统在时间累积效应下的PSF:

$$F_{\text{PS, error\_sum}} = \int_{0}^{T} F_{\text{PS, error}}(x, y, t) dt_{\circ}$$
(7)

在共相误差的耦合作用下,光学系统会呈现出非 对称像差,将此时有非对称像差的PSF强度峰值位置 定义为中心点(0,0),然后将误差函数积分结果的强度 峰值除以理想 PSF 在相同时间内积分结果的强度峰 值,从而得到时间累积作用下的评价指标:

$$R_{\text{TISR}} = \frac{\int_{0}^{T} F_{\text{PS, error}}(0, 0, t) dt}{\int_{0}^{T} F_{\text{PS, ideal}}(0, 0, t) dt},$$
(8)

式中: $R_{TISR}$ 为TISR,是对SR改进后的新评价指标;  $F_{PS. ideal}(0,0,t)$ 为理想点扩展函数的(0,0)点在t时刻的值。现有的SR定义为实际光束轴上的远场峰值光强与具有同样功率、相位均匀的理想光束轴上的峰值光强之比,是衡量一个光学系统光能强度分布优劣的指标<sup>[23-24]</sup>。无像差时,光学系统中成像面的聚光比例(艾里斑内的聚光强度)为100%,而一旦存在像差,如图2所示,光学系统中便会存在聚光比例,通常把这一比例的80%叫做衍射极限,80%以下的SR则不能满足衍射极限合成孔径的成像性能要求<sup>[25]</sup>。



图 2 SR示意图 Fig. 2 Schematic diagram of SR

## 3 模型验证

合成孔径系统的仿真模拟是分析合成孔径性能的

基本方法,在此设计了一款基于 MATLAB 平台的分析合成孔径性能的模拟程序,该程序可以模拟成像,解算多孔径 PSF 共相误差耦合函数,计算 SR、TISR 等相关参数,评价耦合共相误差对光学合成孔径成像性能的影响。

3.1 双孔径 PSF 共相误差耦合函数模型的对比验证 假设双孔径光学系统的光瞳直径为11.65 mm,焦

距为387.7 mm,孔径间隔为18.5 mm,如图3所示。

第一步验证采用了梁士通<sup>[26]</sup>研究员的实验结果作 为对比,主要目的在于验证单项误差存在时的SR变 化趋势。

假设子孔径1没有误差,子孔径2中含有一种误差,系统SR受子孔径2的误差影响如图4(a)所示,系统性能受平移误差的影响最大,当平移误差为0.5%时,系统斯特列尔比值为0。假设子孔径1含有0.5%的平移误差,子孔径2中含有一种误差,系统SR受子孔径2的误差影响如图4(b)所示,随着子孔径2误差



图 3 双孔径结构 Fig. 3 Structure of double aperture

的增大,系统SR会逐渐上升,系统性能有所提高,表明子孔径2的像差对子孔径1的平移误差具有一定的补偿作用。假设子孔径1含有0.5λ的倾斜误差,子孔径2中含有一种误差,系统SR受子孔径2的误差影响如图4(c)所示,此时随着子孔径2误差的增大,系统SR会继续下降。



图 4 双孔径系统 SR 随子孔径 2 单项误差的变化。(a)子孔径 1 无误差;(b)子孔径 1 含有 0.5λ 的平移误差;(c)子孔径 1 含有 0.5λ 的 倾斜误差

Fig. 4 SR of double-aperture system varying with single aberration of sub-aperture 2. (a) No aberration in sub-aperture 1; (b) subaperture 1 contains a piston aberration of 0.  $5\lambda$ ; (c) sub-aperture 1 contains a tilt aberration of 0.  $5\lambda$ 

第二步验证采用了张龙等<sup>[27]</sup>的解析公式作为理论 期望值,主要目的在于验证当多个子孔径都存在平移 误差或倾斜误差时,SR是否能够达到理论期望值。

张龙等的研究假设子孔径的平移误差的均方根值 (RMS)为σ,各子孔径的平移误差都服从(0,σ<sup>2</sup>)高斯 分布,则光学合成孔径系统的SR与子孔径平移误差 RMS的关系为

$$R_{\rm SR} = \frac{1}{N} \Big[ 1 + (N - 1) \exp(-\sigma^2) \Big], \qquad (9)$$

式中: $R_{sR}$ 为SR值;N为总的孔径个数。显然,当N= 2时,随着平移误差RMS的不断增大,理论上,SR应 该呈下降趋势,并且最终收敛于0.5。将本模型中的  $\Delta p_1(t)$ 和 $\Delta p_2(t)$ 设置为服从(0, $\sigma^2$ )的高斯随机数,其 余变量为0,结果如图5(a)所示。



图 5 双孔径系统 SR 与共相误差均方根误差的关系图。(a) 平移误差;(b) 倾斜误差

Fig. 5 Relationship between SR of double-aperture system and RMS of co-phase aberration. (a) Piston aberration; (b) tilt aberration

假设子孔径的倾斜误差的 RMS 为 $\sigma$ ,各子孔径的倾斜误差都服从(0, $\sigma^2$ )高斯分布,当 $\sigma$ 很小时,光学合成孔径系统的 SR 与子孔径倾斜误差 RMS 的关系为

$$R_{\rm SR} \approx 1 - \sigma^2 + \frac{\sigma^4}{4} \left( 1 + \gamma' + \frac{2}{N} \right),$$
 (10)

式中: $\gamma'$ 为形状因子,由孔径的几何形状决定,对于圆形 孔径, $\gamma'=1.33$ 。显然,当N=2时,随着倾斜误差RMS 的逐渐增大,SR会呈现下降趋势,当 $\sigma=0.1\lambda$ ,其理论值 大概为0.99,与本模型结果的对比如图5(b)所示。

以上两步验证基本说明了本文所述改进模型的正确性,不会存在颠覆性错误。

#### 3.2 四孔径 PSF 共相误差耦合函数模型的对比验证

假设四孔径光学系统的光瞳直径为11.65 mm,焦 距为387.7 mm,孔径间隔为18.5 mm,如图6所示。

当孔径数量达到两个以上时,由于孔径数量增多, 只采用第二步验证,主要目的在于验证当多个子孔径 都存在平移误差或倾斜误差时,SR是否能够达到理论 期望值。



图 6 四孔径结构 Fig. 6 Structure of four-aperture

根据式(9)、(10),当孔径总数量为4时,SR会随着平移误差的增大而收敛于0.25,同时会随着倾斜误差的增大而达到0.99附近。将平移误差 $\Delta p_i(t)$ 和倾斜误差 $\alpha_i(t)$ 分别设置为服从(0, $\sigma^2$ )的高斯随机数,其余变量为0,对比结果如图7所示。

响分析。在此仿真中,假设一个简化的四孔径光学系

统,其光瞳直径为11.65 mm,焦距为387.7 mm,各个

子孔径圆心到中心孔径的距离均为18.5 mm,且呈等

边分布,其光瞳结构和PSF如图8所示。



图 7 四孔径系统 SR 与共相误差 RMS 关系图。(a) 平移误差;(b) 倾斜误差

Fig. 7 Relationship between SR of four-aperture system and RMS of co-phase aberration. (a) Piston aberration; (b) tilt aberration

## 4 振动对成像的影响分析

多孔径共相误差耦合函数模型可以模拟任意数量 和结构的合成孔径光学系统,进行振动模拟输入和影



图 8 四孔径光学系统的结构和 PSF。(a) 结构;(b) PSF Fig. 8 Structure and PSF of four-aperture optic system. (a) Structure; (b) PSF

对于在轨工作的光学合成孔径系统而言,振动来 源主要有:转动部件高速转动、大型可控构件驱动、柔 性构件冷热交变。现有研究表明,影响最大的振动源 是动量轮<sup>[28]</sup>,其产生的振动主要集中在小于200 Hz的 频段,平移误差和倾斜误差的变化范围为0~λ。

## 4.1 四孔径同时产生的平移误差对四孔径 PSF 的 影响

平移误差是指子孔径沿光轴(Z轴)方向发生平移 所引起的波前误差,假设四个子孔径受到的振动都存 在一定的差异,则平移误差利用四个不同的正弦函数 来模拟。将四个子孔径各自对应的倾斜误差设置为 0,平移误差函数 Δ*p<sub>i</sub>*(*t*)都设置为

$$\Delta p_i = A \sin\left(2\pi f t + \varphi\right),\tag{11}$$

式中:A为振动幅度;f为振动频率; $\varphi$ 为振动的初始 相位。

首先,分析子孔径的振动振幅不相同时的影响,将

四个子孔径平行光轴方向所对应的正弦函数的频率设置为1 Hz,相位为0,振幅设置为两种组合:(0.1λ, 0.2λ,0.3λ,0.4λ)、(0.2λ,0.4λ,0.6λ,0.8λ),仿真结果如图9(a)所示。

第 42 卷 第 22 期/2022 年 11 月/光学学报

其次,分析各个子孔径的振动频率不相同时的影 响,将四个子孔径对应振动幅度都设置为0.2λ,相位 为0,频率设置为两种组合:(5 Hz,15 Hz,25 Hz, 35 Hz)、(7 Hz,17 Hz,27 Hz,37 Hz),这两种振动频率 组合在数值选取方面,既考虑了低频到中频的取值区 间,也考虑到了各子孔径之间振动频率大小存在公约 数的问题。仿真结果如图9(b)所示。

最后,分析各子孔径平行光轴方向上的振动相位 不一致时的影响,将四个子孔径的振动振幅都设置为  $0.2\lambda$ ,频率为1Hz,相位设置为两种组合: $(0.1\pi,$  $0.2\pi, 0.3\pi, 0.4\pi$ )、 $(0.2\pi, 0.4\pi, 0.6\pi, 0.8\pi)$ ,让子孔 径在初始状态就保持振动不一致,观察TISR的变化 情况,仿真结果如图9(c)所示。





上述三种变量的变化对应的仿真结果显示,平移 振动振幅的增大会大幅降低 TISR 值,并且随着时间 的累积,TISR 值呈现出一定的振荡特性,并逐渐收敛 于一个特定值,当各子孔径的振动幅度都小于 0.5λ 时,TISR 能够勉强维持在 0.8 附近,如果振幅超过 0.5λ,TISR 会继续大幅降低。平移振动频率的增大并 不会直接对 TISR 值产生较大影响,但是会加速收敛 于某一个特定值,振荡范围会减小。对于平移振动的 相位,由于各子孔径的振动振幅采取了较小值,这对于 相位的影响留出了一定的容错空间,各子孔径初始状 态相位差会直接影响初始状态的 TISR 值, TISR 之后 的衰减更平稳一些,不会产生较大振荡。

## 4.2 四孔径同时产生的倾斜误差对四孔径 PSF 的 影响

倾斜误差是指子孔径在垂直光轴面(X轴、Y轴) 产生旋转所引起的波前误差,假设四个子孔径都只在 tilt(X轴)方向受到了振动影响,但是由于子孔径之间 各自独立,振动源所导致的各项振动参数各不相同,则 利用四个不同的正弦函数来模拟倾斜误差。将四个子 孔径各自对应的 Y轴(tip)方向的倾斜误差函数 Δβ<sub>i</sub>(t) 都设置为0, X轴(tilt)方向的倾斜误差函数 $\Delta \alpha_i(t)$ 都 设置为

$$\Delta \alpha_i = A \sin\left(2\pi f t + \varphi\right)_{\circ} \tag{12}$$

首先,分析振动振幅不相同时的影响,将四个子孔 径受到的振动频率都设置为1Hz,振动相位为0,振动 振幅设置为两种组合:(0.1λ,0.2λ,0.3λ,0.4λ)、 (0.2λ,0.4λ,0.6λ,0.8λ),仿真结果如图10(a)所示。

其次,分析各子孔径之间振动频率不相同时的影响,将四个子孔径受到的振动振幅都设置为0.2λ,振动相位为0,将振动频率设置为两种组合:(5 Hz, 15 Hz, 25 Hz, 35 Hz)、(7 Hz, 17 Hz, 27 Hz, 37 Hz),这两种频率组合在数值选取方面,既考虑了低频到中频的取值区间,也考虑了各子孔径之间振动频率大小存在公约数的问题。仿真结果如图10(b)所示。

最后,分析各子孔径之间振动相位不一致时的影响,将四个子孔径受到的振动振幅都设置为 $0.2\lambda$ ,振动频率为1 Hz,振动相位设置为两种组合: $(0.1\pi, 0.2\pi, 0.3\pi, 0.4\pi)$ 、 $(0.2\pi, 0.4\pi, 0.6\pi, 0.8\pi)$ ,使得子孔径的振动状态不一致,观察TISR的变化情况,仿真结果如图10(c)所示。



图 10 四孔径同时产生的倾斜误差正弦振动对 TISR 的影响。(a)振幅变化;(b)频率变化;(c)相位变化 Fig. 10 Effect of sinusoidal vibration on TISR caused by simultaneous tilt aberration of four apertures. (a) Amplitude variation; (b) frequency variation; (c) phase change

三种变量的变化对应的仿真结果显示,子孔径倾斜振动振幅的增大会大幅降低 TISR 值,并且随着时间的累积,TISR 值呈现出一定的振荡特性,并逐渐收敛于一个特定值,当各子孔径的振动振幅都小于0.5  $\lambda$ 时,TISR 能够勉强维持在0.9 附近。倾斜振动频率的增大并不会直接对 TISR 值产生较大影响,但是会加速收敛于某一个特定值,其与平移振动频率增加带来影响的不同点在于:倾斜振动的频率会更大幅度地让振荡稳定,几乎成为一条直线,更加趋于稳定。对于倾斜振动的相位,相位的增加会降低初始状态的 TISR 值,但后续衰减幅度不大,整体较为平稳。

# 4.3 四孔径同时存在平移和倾斜耦合误差时对四孔径 PSF的影响

子孔径在空间环境受到的振动影响是复杂且多样的,其中影响最大的是平移误差和倾斜误差,假设将复杂的振动简化为平移误差和倾斜误差的耦合作用,在四个子孔径各自的Y轴(tip)方向的 $\Delta\beta_i(t)$ 都设置为0,Z轴(piton)方向的平移误差 $\Delta p_i(t)$ 和X轴(tilt)方向

的倾斜误差
$$\Delta \alpha_i(t)$$
都设置为正弦函数:

$$\begin{cases} \Delta p_i = A \sin\left(2\pi f t + \varphi\right) \\ \Delta \alpha_i = A \sin\left(2\pi f t + \varphi\right)^{\circ} \end{cases}$$
(13)

首先,分析各子孔径的振动振幅不相同时的影响, 将四个子孔径的振动频率设置为1Hz,相位为0,振动 振幅设置为两种组合:(0.1λ,0.2λ,0.3λ,0.4λ)、 (0.2λ,0.4λ,0.6λ,0.8λ),仿真结果如图11(a)所示。

其次,分析各子孔径之间振动频率不相同时的影响,将四个子孔径的振动振幅都设置为0.2λ,相位为 0,振动频率设置为两种组合:(5 Hz,15 Hz,25 Hz, 35 Hz)、(7 Hz,17 Hz,27 Hz,37 Hz),仿真结果如图11 (b)所示。

最后,分析各子孔径之间振动相位不一致时的影响,将四个子孔径的振动振幅都设置为 $0.2\lambda$ ,振动频率设置为1 Hz,相位设置为两种组合: $(0.1\pi, 0.2\pi, 0.3\pi, 0.4\pi)$ 、 $(0.2\pi, 0.4\pi, 0.6\pi, 0.8\pi)$ ,让子孔径在初始状态就保持振动相位不一致,观察TISR的变化情况,仿真结果如图11(c)所示。





根据图 11,平移误差和倾斜误差耦合的情况下, TISR 的整体趋势与之前单个振动存在的两种情况有 相似之处,但是两种误差的共同影响在同等数值条件 下会使得 TISR 值更低。

## 5 结 论

通过对光学合成孔径原理的研究分析,建立了多 孔径PSF共相误差耦合函数模型,用于分析平移误差 和倾斜误差共同作用对合成孔径光学系统的成像质量

#### 造成的影响。

提出一种考虑时间累积效应的 SR 计算方法,通 过对 PSF 时域进行积分计算,得到 TISR 作为成像效 能的评价指标。相较于传统模型只能进行瞬时误差影 响分析,改进后模型计算出的 TISR 曲线能够评估一 段成像时长内的整体成像效能。在本文所设定的仿真 系统和仿真条件下,分析可得:子孔径之间的振动振幅 差距越大,TISR 就会下降得越多并产生更大幅度的 波动,最低会衰减至 30%;子孔径之间的振动频率若 存在整倍数关系,相比于振幅不存在倍数关系的情况, 会使得 TISR 的振荡更加剧烈,但是振动频率的增加 都会让 TISR 加速收敛;子孔径的振动相位影响相比 于振动振幅和振动频率来说会小很多,随着振动相位 差的增大,TISR并不会低于 90%,满足衍射极限合成 孔径的成像性能要求。

本文仅以一个简单的四孔径为例进行了仿真和分 析讨论,旨在说明本文所改进模型的仿真分析方法和 新的评价指标的呈现效果。该模型还可以模拟任意数 量和结构下的光学合成孔径系统,选择更多振动模式 的输入,通过不同振动振幅、频率和相位差的组合来仿 真计算各种振动环境下的 PSF 和 TISR 的变化趋势, 以为光学合成孔径望远镜的设计提供参考依据。

#### 参考文献

- 胡斌,李创,相萌,等.可展开空间光学望远镜技术发展及展望[J].红外与激光工程,2021,50(11):20210199.
   Hu B, Li C, Xiang M, et al. Development and prospects of deployable space optical telescope technology[J]. Infrared and Laser Engineering, 2021, 50(11): 20210199.
- [2] 杨峰,朱磊,李杨,等.分布式全息孔径成像系统分辨 率分析[J].激光与光电子学进展,2021,58(6):0609001.
  Yang F, Zhu L, Li Y, et al. Resolution analysis of distributed holographic aperture imaging system[J].
  Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(6): 0609001.
- [3] Chanan G, Troy M. Strehl ratio and modulation transfer function for segmented mirror telescopes as functions of segment phase error[J]. Applied Optics, 1999, 38(31): 6642-6647.
- [4] Perrin M D, Sivaramakrishnan A, Makidon R B, et al. The structure of high Strehl ratio point-spread functions[J]. The Astrophysical Journal Letters, 2003, 596(1): 702-712.
- [5] Juarez J C, Brown D M, Young D W. Strehl ratio simulation results under strong turbulence conditions for actively compensated free-space optical communication systems[J]. Proceedings of SPIE, 2013, 8732: 873207.
- [6] Flores J L, Paez G, Strojnik M, et al. Effect of misalignment errors on the optical transfer function of the synthetic aperture telescopes[J]. Proceedings of SPIE, 2003, 5152: 1-11.
- [7] Mikš A, Pokorný P. Influence of circular and annular pupil function on Axial Point Spread Function of optical system[J]. Optik, 2021, 230: 166317.

- [8] Zhou Z W, Wang D Y, Wang Y X. Effect of noise on the performance of image restoration in an optical sparse aperture system[J]. Journal of Optics, 2011, 13(7): 075502.
- [9] Zhou Z W, Wang D Y, Wang Y X, et al. Effect of noise in image restoration of multi-aperture telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2010, 7740: 77403S.
- [10] Dong L, Peng Q, Ma H T, et al. Multi-spectral modulation detection of co-phasing errors for sparseoptical-synthetic-aperture systems[J]. Proceedings of SPIE, 2016, 9682: 96820W.
- [11] Dong L, Ma H T. Defocused spatial diversity technology with aperture scanning for aberration detection and image restoration in aberrated imaging systems[J]. Optical Engineering, 2018, 57(8): 083108.
- [12] Wei X F, Geng Z X, Jiang C, et al. A piston error detection method of optical synthetic aperture system[J]. Proceedings of SPIE, 2014, 9233: 923326.
- Wei X F, Geng Z X, Jiang C, et al. Multi-frame sparse aperture image restoration based on movable array[C]// 2012 International Conference on Computer Vision in Remote Sensing, December 16-18, 2012, Xiamen. New York: IEEE Press, 2012: 100-104.
- [14] Liang S T, Yang J F, Xue B, et al. Design of a fourmirror optical system with wide field of view[J]. Proceedings of SPIE, 2010, 7849: 784930.
- [15] 梁士通,杨建峰,薛彬,等.四反射镜光学系统像差分 析与设计[J].光学学报,2010,30(11):3300-3305.
  Liang S T, Yang J F, Xue B, et al. Aberration analysis and design of four-mirror reflective optical system[J].
  Acta Optica Sinica, 2010, 30(11): 3300-3305.
- [16] Zhou C H, Wang Z L. Optical design of optical synthetic aperture telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2018, 10710: 107102R.
- [17] Zhou C H, Wang Z L. Mid-frequency MTF compensation of optical sparse aperture system[J]. Optics Express, 2018, 26(6): 6973-6992.
- [18] Zhi X Y, Jiang S K, Zhang L, et al. Imaging mechanism and degradation characteristic analysis of novel rotating synthetic aperture system[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2021, 139: 106500.
- [19] Dong L, Ma H T, Peng Q, et al. Experimental study of a multispectral piston sensing technology[J]. IEEE Photonics Journal, 2019, 11(3): 7800810.
- [20] Zhou C H, Wang Z L, Zhang S Q. Numerical simulation of optical synthetic aperture imaging system[J]. Proceedings of SPIE, 2017, 10463: 104630V.
- [21] 董理.合成孔径望远镜共相误差多谱探测技术研究[D]. 成都:中国科学院光电技术研究所, 2019: 12-20.
  Dong L. Multi-spectral co-phasing error detection in optical synthetic aperture telescopes[D]. Chengdu: Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, 2019: 12-20.
- [22] 薛博,陈小梅,毛冰晶,等.镜面微振动时点扩散函数的仿真分析[J]. 电子科技大学学报,2014,43(1): 155-160.

Xue B, Chen X M, Mao B J, et al. Point spread function

simulation and analysis when optical systems encounter micro-vibration[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2014, 43(1): 155-160.

- [23] Wang L, Chen T, Lin X D, et al. Performance measurement of adaptive optics system based on Strehl ratio[J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2016, 23(3): 94-100.
- [24] Canales V F, Valle P J, Cagigal A M P. Analysis of Strehl ratio limit with superresolution binary phase filters[J]. Chinese Optics Letters, 2016, 14(7): 71101-71104.
- [25] Faisal F M, Hasan S Y. Strehl ratio for annular eccentric circular aperture with presence of seidel aberrations[J]. International Journal of Engineering & Technology, 2018, 7(4.36): 674.
- [26] 梁士通.合成孔径光学成像系统研究[D].西安:中国科 学院西安光学精密机械研究所,2011:15-76.

Liang S T. Study on the imaging theory of the optical synthetic aperture imaging systems[D]. Xi' an: Xi' an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2011: 15-76.

- [27] 张龙,王孝坤,程强,等.拼接式望远镜主镜衍射效应 研究[J].应用光学,2020,41(3):447-454.
  Zhang L, Wang X K, Cheng Q, et al. Research on diffraction effect of primary mirror in segmented telescope [J]. Journal of Applied Optics, 2020, 41(3): 447-454.
- [28] 石进峰,成鹏飞,袁灏,等.微振动对空间光电载荷成 像影响分析与验证[J].光学学报,2019,39(5):0520001.
  Shi J F, Cheng P F, Yuan H, et al. Analysis and verification of effect of micro-vibration on space photoelectric payload imaging[J]. Acta Optica Sinica, 2019,39(5):0520001.