

两原子腔 QED 系统中的双光子吸收现象

敖云娜¹, 许静平¹, 朱成杰^{2*}¹同济大学物理科学与工程学院, 上海 200092;²苏州大学物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215006

摘要 详细研究了两原子腔量子电动力学系统中的双光子吸收现象。在自由空间中, 由于存在量子干涉效应, 两个不同频率的原子无法被同时激发。但是, 在强耦合的腔量子电动力学系统中, 原子与腔场间的耦合导致系统中出现新的跃迁通道, 从而使双原子激发成为可能。通过数值模拟主方程, 详细研究了两原子腔量子电动力学系统的光子激发谱, 并与双光子激发谱进行比较, 证明了双光子激发的可能性。通过进一步分析光子的二阶关联函数、双原子激发概率, 揭示了腔内光子的统计性质和实现双原子激发的物理机制。

关键词 物理光学; 强耦合; 两原子腔; 腔量子电动力学; 双光子过程

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.2126006

Two-Photon Absorption in Two-Atom Cavity Quantum Electrodynamics System

Ao Yunna¹, Xu Jingping¹, Zhu Chengjie^{2*}¹School of Physics Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;²School of Physical Science and Technology, Soochow University, Suzhou 215006, Jiangsu, China

Abstract The two-photon absorption in a two-atom cavity quantum electrodynamics (QED) system is studied in detail. In free space, two atoms of different frequencies cannot be excited at the same time because of the quantum interference effect. In the strongly coupled cavity QED system, however, the coupling between the atom and the cavity field leads to new transition channels, which makes diatomic excitation possible. The photon excitation spectrum of a two-atom cavity QED system is elaborately studied by the master equation of numerical simulation and is compared with the two-photon excitation spectrum, which proves the possibility of two-photon excitation. Further analysis of the second-order correlation function and the diatomic excitation probability of the photon reveals the statistical properties of the photon in the cavity and the physical mechanism of diatomic excitation.

Key words physical optics; strong coupling; two-atom cavity; cavity quantum electrodynamics; two-photon processes

1 引言

在自由空间中, 由于存在量子干涉相消机制, 两个距离较远且频率不同的原子无法被同时激发^[1]。该现象可以通过 Feynman 黄金法则来描述, 例如在真空中, 用频率为 ω 的相干光同时驱动跃迁频率分别为 ω_1 和 ω_2 的两个原子, 两原子同时被激发的概率与原子频率、激光频率有关, 可以表示为与 $\delta(2\omega - \omega_1 - \omega_2)$ 成正比的函数, 显然, 当入射激光频率满足 $2\omega = \omega_1 + \omega_2$ 时, 双原子激发态 $|ee\rangle$ 可以被共振激发。但是, 双原子

激发存在两条不同的路径, 且这两条路径会发生相消干涉, 导致双原子激发被抑制, 即出现著名的“钻石型”相消干涉现象^[2]。

随着研究的不断深入, 文献[3-5]指出, 当两个原子的距离远小于原子共振跃迁的波长时, 两原子之间的强偶极-偶极相互作用可以使这种相消干涉现象消失。这表明引入其他类型的相互作用, 有可能同时激发两个频率不同的原子。在腔量子电动力学系统中, 光学腔与原子强耦合系统是量子物理研究的基本系统^[6-7], 不但具有重要的物理意义, 而且为量子信息、量

收稿日期: 2022-04-15; 修回日期: 2022-06-11; 录用日期: 2022-06-20

基金项目: 国家自然科学基金(61975154)

通信作者: *cjzhu@suda.edu.cn

子计算和量子精密测量中关键技术的产生和关键器件^[8-9]的研发提供了理想系统。张蕾^[10]展示了基于量子电动力学,通过双光子过程制备出三粒子 singlet 态的简单方案。Kim 等^[11]展示了两个不同的原子在一个无损耗的单模腔中实现双光子吸收的可能性,并指出即使原子间相隔很远,没有偶极-偶极相互作用,双光子吸收依然存在于这样的两原子腔 QED(量子电动力学)系统中。

本文将两原子腔 QED 系统为例,详细研究该系统的双光子吸收和两原子激发现象。通过数值求解主方程,获得稳态情况下的腔内光子激发谱和对应的两原子激发概率。为了更好地揭示腔内光子特征,分别计算了腔内双光子激发谱和腔内光子的二阶关联函数。同时,计算了双原子激发概率和单原子激发概率的比值,从而可以更好地表征两原子的激发行为,探究双原子激发的影响因素。

本文首先介绍了相关的理论模型,给出具体的哈密顿量和主方程;然后,对主方程进行数值模拟计算,获得不同频率下的单光子和双光子激发谱,以及腔内光子的二阶关联函数;最后,讨论双原子激发概率和单原子激发概率的关系。

2 模型介绍

首先考虑两个共振跃迁频率不同的二能级原子,第 i 个原子的激发态和基态分别可以表示为 $|e\rangle_i$ 和 $|g\rangle_i (i=1, 2)$ 。两个原子的共振频率分别为 ω_1 和 ω_2 , 两个原子激发态的自发辐射速率均为 2γ 。然后,将这两个不同原子囚禁在共振频率为 ω_c 的单模腔中,腔的泄漏速率为 2κ 。如图 1 所示,利用一束强度为 ϵ 、频率为 ω 的相干激光驱动该单模腔。对于这样的原子-腔 QED 系统,系统的裸态可以表示为 $|N, xy\rangle = |N\rangle \otimes |x\rangle_1 \otimes |y\rangle_2$, 其中 N 为腔内光子数, $x, y \in \{e, g\}$, 下标 1 和 2 表示不同的原子。

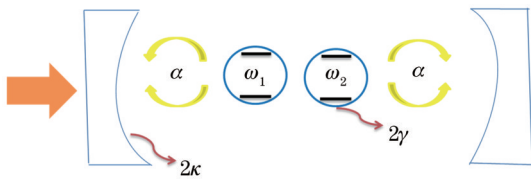


图 1 两原子腔 QED 系统的模型

Fig. 1 Model of a two-atom cavity QED system

忽略原子间的相互作用,且在旋转波近似下,系统的哈密顿量^[12]可以表示为

$$H = \hbar(\omega_c - \omega)a^+a + \sum_{i=1}^2 \hbar(\omega_i - \omega)\sigma_i^z + \sum_{i=1}^2 \hbar\alpha(a\sigma_i^+ + a^+\sigma_i^-) + \hbar\epsilon(a^+ + a), \quad (1)$$

定义

$$\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} = \omega_c, \quad \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} = \phi, \quad (2)$$

式中: $a^+(a)$ 为腔场的玻色子产生(湮灭)算符; $\sigma_i^+ = (\sigma_i^-)^+ (i=1, 2)$ 为原子升算符 $|e\rangle_i \langle g|$; σ_i^z 为原子反演算符 $\frac{1}{2}(|e\rangle_i \langle e| - |g\rangle_i \langle g|)$; α 为原子与空腔的耦合强度。为了简化模型且不失一般性,假设两个原子与腔场的耦合强度相同。值得一提的是,当两个原子距离足够远时,原子间的相互作用如偶极-偶极相互作用、约瑟夫森效应^[8-9, 13]等可以忽略。

考虑到原子的自发辐射损耗和腔内光子的泄漏损耗,系统的密度算符 ρ 随时间的演化满足主方程,即

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] - \kappa(a^+a\rho - 2a\rho a^+ + \rho a^+a) - \sum_{i=1}^2 \gamma(\sigma_i^+ \sigma_i^- \rho - 2\sigma_i^- \rho \sigma_i^+ + \rho \sigma_i^+ \sigma_i^-). \quad (3)$$

式(3)等号右边第二项和第三项分别表示腔的泄漏衰减和原子衰减。通过数值求解上述方程,可以获得稳态情况下系统的密度矩阵,从而计算出平均光子数、双光子激发谱、二阶关联函数、原子激发概率等物理量。

3 结果分析

为了描述腔内光子的性质,首先计算腔内平均光子数和双光子激发谱。图 2 所示为腔内平均光子数 $\langle a^+a \rangle$ 和双光子激发谱 $\langle a^{+2}a^2 \rangle$ 随驱动场频率与单模腔频率差 $(\omega - \omega_c)$ 的变化关系。从左到右,第 1 条和第 5 条竖虚线对应的频率为单光子共振频率,第 2 条和第 4 条竖虚线对应的频率为双光子共振频率,第 3 条竖虚线对应的频率为多光子共振频率。系统参数如下: $\omega_c = 6700, \phi = 150, \epsilon = 6, \alpha = 120, \gamma = 0.2, \kappa = 6.8$ 。该系统参数可以在电路 QED 系统中实现。

首先,分析腔内平均光子数。如图 2 的实线所示,平均光子数在 $\omega = \omega_c$ (第 3 条竖虚线) 处达到最大值,说明这一频率处的跃迁概率最大。然后,考虑左右最外侧的第 1 条和第 5 条竖虚线位置。这两个位置的平均光子数依旧很大,但与双光子激发谱(图 2 虚线)平均光子数的差距较大,说明该频率处单光子激发占主导。相反,左右内侧第 2 条和第 4 条竖虚线位置处的平均光子数峰值和双光子激发谱的峰值接近,说明双光子激发占主导。上述分析表明,可以在 3 个不同的频率位置实现双光子激发。

除了双光子激发谱,另一种有效描述双光子过程的方法是测量腔内光子的二阶关联函数。通常,一阶关联函数是描述光场幅度之间的关联函数,而二阶关联函数则反映两个时空点的光场强度关联,其定义为

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle a^+(0)a^+(\tau)a(\tau)a(0) \rangle}{\langle a^+(0)a(0) \rangle^2}. \quad (4)$$

本文考虑特殊的测量时间 $g^{(2)}(\tau) = g^{(2)}(0)$, 即同时探测。此时,二阶关联函数满足 $g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^+a^+aa \rangle}{\langle a^+a \rangle^2}$ 。一般地, $g^{(2)}(0) = 1$ 表示相干光;

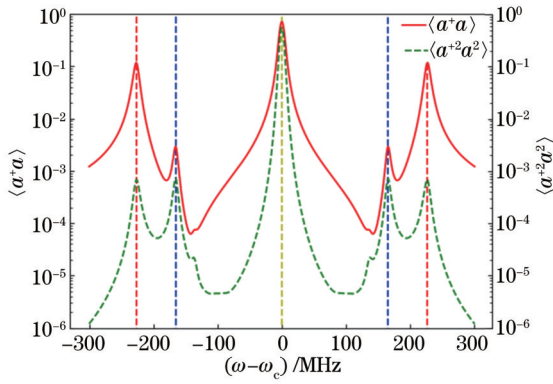


图 2 腔内平均光子数和双光子激发谱

Fig. 2 Average photon number and two-photon excitation spectrum in cavity

$g^{(2)}(0) > 1$ 表示光子是聚束的, 意味着光子倾向于成群地到达探测器; $g^{(2)}(0) < 1$ 表示光子是反聚束的, 意味着光子倾向于以均匀的时间间隔到达探测器, 即形成所谓的单光子流。

图 3 所示为计算得到的腔内光子的二阶关联函数随激光场频率与单模腔频率差 (即 $\omega - \omega_c$) 的变化关系, 其中横虚线表示 $g^{(2)}(0) = 1$, 系统参数如下: $\omega_c = 6700$ 、 $\phi = 150$ 、 $\epsilon = 6$ 、 $\alpha = 120$ 、 $\gamma = 0.2$ 、 $\kappa = 6.8$ 。由图 3 可知, 在单光子共振频率 (第 1 条和第 5 条竖虚线) 处, 二阶关联函数 $g^{(2)}(0)$ 远小于 1, 即出现光子阻塞现象^[14-18], 此时光子是反聚束的。从统计物理的角度看, 反聚束的光子^[19-21]呈亚泊松分布。然而, 在双光子共振频率 (第 2 条和第 4 条竖虚线) 处, $g^{(2)}(0)$ 远大于 1, 说明此时腔内光子处于聚束状态, 统计上呈超泊松分布。特别地, 在频率 $\omega = \omega_c$ (第 3 条竖虚线) 处, $g^{(2)}(0) \approx 1$, 说明此时光子数分布满足泊松分布, 即相干光。

接下来, 讨论所设计系统中出现两原子同时激发的可能性。为此, 计算了双原子激发概率 p_{ee} =

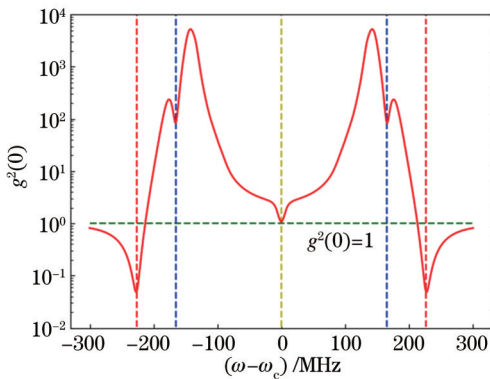


图 3 腔场的二阶关联函数随激光场频率与腔频的失谐量的变化关系

Fig. 3 Second order correlation function of cavity field varies with the detuning of laser field frequency and cavity frequency

$\langle \psi | ee \rangle \langle ee | \psi \rangle = \langle ee | \rho | ee \rangle$ 。其中, $|ee\rangle$ 表示双原子激发态。如图 4 所示, 分别取 $\phi = 0, 10, 50, 100$, 计算了双原子激发概率 p_{ee} 随腔泄漏率 κ 的变化关系, 所选取的系统参数为 $\omega_c = 6700$ 、 $\epsilon = 6$ 、 $\alpha = 120$ 、 $\gamma = 0.2$ 。由图 4 可知, 腔和原子相互作用可以使两个频率不同的原子同时被激发, 即便这两个原子的频率差远大于这两个原子的自然线宽和原子-腔之间的耦合强度 α 。但是, 随着腔泄漏率 κ 的增大, 双原子激发概率 p_{ee} 迅速减小, 即无法实现双原子激发。因此, 强耦合、低泄漏率的高品质腔是实现两个不同原子同时激发的必要条件。

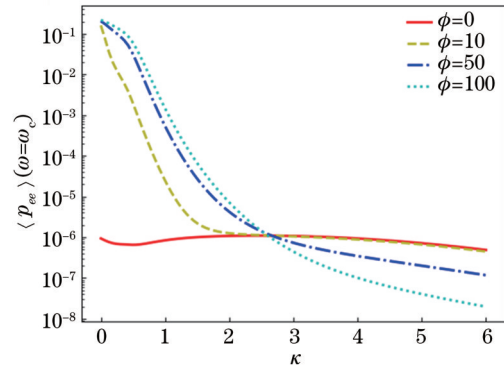


图 4 不同 ϕ 情况下双原子激发概率 p_{ee} 随腔泄漏率 κ 的变化关系

Fig. 4 Relationship between diatomic excitation probability and cavity leakage rate with different ϕ

最后, 讨论双原子激发概率和单原子激发概率的关系。先定义一个比例因子: $p = \frac{p_{ee}}{p_e^2} = \frac{p_{ee}}{p_{e1} p_{e2}}$ =

$\frac{\langle ee | \rho | ee \rangle}{\langle eg | \rho | ge \rangle \langle ge | \rho | eg \rangle}$, 其中 p_e 代表单原子激发概率, $|ee\rangle$ 表示双原子激发态, $|eg\rangle$ 表示第一个原子处于激发态, 第二个原子处于基态; $|ge\rangle$ 表示第一个原子处于基态, 第二个原子处于激发态。在双原子激发被抑制的情况下, 双原子激发概率 p_{ee} 远小于单原子激发概率 p_e , 从而导致比例系数 p 远小于 1, 双原子激发抑制越强, p 值越小。反之, 如果双原子激发占主导, 则比例系数远大于 1。

分别取 $\phi = 0, 10, 50, 100$, 计算比例因子 p 随腔泄漏率 κ 的变化关系, 结果如图 5 所示, 所选取的系统参数和图 4 相同。当两个原子频率相同时, 该比例系数基本保持不变, 约等于 2; 当两原子频率差较小时, 在好腔 (好腔对应于腔的品质因子高、泄漏率低) 情况下该比例系数可以远大于 1, 即双原子激发占主导。随着腔的泄漏率增大, 双原子激发效应逐渐减弱。当两个原子频率差距较大时, 只有在好腔情况下才能够观测到双原子激发, 随着腔的泄漏率增大, 双原子激发效率迅速降低。

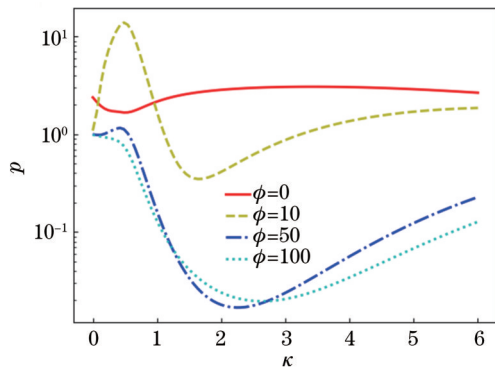


图 5 不同 ϕ 情况下双原子激发概率和单原子激发概率的比例因子随腔泄漏率 κ 的变化

Fig. 5 Relationship between scaling factor of diatomic excitation probability and single atomic excitation probability and cavity leakage rate with different ϕ

4 结 论

研究了两个不相同的二能级原子处于激光场驱动的单模腔的动力学行为,发现在腔中即使没有原子间的直接相互作用,两个原子同时被激发也是可能的。同时发现,强耦合、低泄漏率的高品质腔是实现两个不同原子同时激发的必要条件。实验上,类似的二能级系统可以在电路腔量子电动力学系统中实现^[12,22-23]。其优点是很多参数(比如原子频率)都可以独立控制。特别是考虑文献[12]中使用的系统参数,验证了双原子激发也可以在电路腔量子电动力学系统中实现。同时,腔诱导的双原子激发为研究双光子过程和非线性光学效应^[24]提供了可能性。

参 考 文 献

[1] Göppert-Mayer M. Über elementarakte mit zwei quantensprüngen[J]. Annalen Der Physik, 1931, 401(3): 273-294.

[2] 葛瑞芳, 杨鹏飞, 韩星, 等. 强耦合腔-QED系统中原子的纳秒脉冲激发光谱研究[J]. 量子光学学报, 2020, 26(1): 21-26.
Ge R F, Yang P F, Han X, et al. Study of the excitation spectroscopy of atoms in a strongly coupled cavity QED system by ns laser pulses[J]. Journal of Quantum Optics, 2020, 26(1): 21-26.

[3] Varada G V, Agarwal G S. Two-photon resonance induced by the dipole-dipole interaction[J]. Physical Review A, 1992, 45(9): 6721-6729.

[4] Orrit M. Single molecules: molecular entanglements[J]. Science, 2002, 298(5592): 369-370.

[5] Hettich C, Schmitt C, Zitzmann J, et al. Nanometer resolution and coherent optical dipole coupling of two individual molecules[J]. Science, 2002, 298(5592): 385-389.

[6] 李刚, 张鹏飞, 杨鹏飞, 等. 光学腔与原子强耦合的实验研究进展[J]. 光学学报, 2022, 42(3): 0327005.
Li G, Zhang P F, Yang P F, et al. Experimental

progress of strongly coupling between optical cavity and atoms[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(3): 0327005.

- [7] 张天才, 毋伟, 杨鹏飞, 等. 高精度法布里-珀罗光学微腔及其在强耦合腔量子电动力学中的应用[J]. 光学学报, 2021, 41(1): 0127001.
Zhang T C, Wu W, Yang P F, et al. High-finesse micro-optical Fabry-Perot cavity and its applications in strongly coupled cavity quantum electrodynamics[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(1): 0127001.
- [8] Ji A C, Sun Q, Xie X C, et al. Josephson effect for photons in two weakly linked microcavities[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(2): 023602.
- [9] Ji A C, Xie X C, Liu W M. Quantum magnetic dynamics of polarized light in arrays of microcavities[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(18): 183602.
- [10] 张蕾. 基于腔QED制备三粒子 singlet 态[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(23): 2327002.
Zhang L. Generation of three-qutrit singlet state based on cavity QED[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(23): 2327002.
- [11] Kim M S, Agarwal G S. Cavity-induced two-photon absorption in unidentical atoms[J]. Physical Review A, 1998, 57(4): 3059-3064.
- [12] Fink J M, Bianchetti R, Baur M, et al. Dressed collective qubit states and the Tavis-Cummings model in circuit QED[J]. Physical Review Letters, 2009, 103(8): 083601.
- [13] Qi R, Yu X L, Li Z B, et al. Non-Abelian Josephson effect between two $F=2$ spinor Bose-Einstein condensates in double optical traps[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(18): 185301.
- [14] Schwendimann P, Quattropiani A. Quantum-statistical properties of the emission from two-level atoms embedded in coupled cavities[J]. Physical Review A, 2012, 86(4): 043811.
- [15] Zhu C J, Hou K, Yang Y P, et al. Hybrid level anharmonicity and interference induced photon blockade in a two-qubit cavity QED system with dipole-dipole interaction[J]. Photonics Research, 2021, 9(7): 1264-1271.
- [16] Hou K, Zhu C J, Yang Y P, et al. Interfering pathways for photon blockade in cavity QED with one and two qubits[J]. Physical Review A, 2019, 100(6): 063817.
- [17] Zhu C J, Yang Y P, Agarwal G S. Collective multi-photon blockade in cavity quantum electrodynamics[J]. Physical Review A, 2017, 95(6): 063842.
- [18] Li W, Zhu C J, Yang Y P. Electromagnetic field induced strong two photon blockade with hyperradiant behavior [J]. Optics Express, 2021, 29(25): 42176-42183.
- [19] Børkje K. Critical quantum fluctuations and photon antibunching in optomechanical systems with large single-photon cooperativity[J]. Physical Review A, 2020, 101(5): 053833.
- [20] Liang X Y, Duan Z L, Guo Q, et al. Antibunching effect of photons in a two-level emitter-cavity system[J]. Physical Review A, 2019, 100(6): 063834.
- [21] Wu Z M, Shen S T, Li J H, et al. Photon antibunching

- as a probe of trajectory information of individual neutral atoms traversing an optical cavity[J]. *Physical Review A*, 2021, 104(5): 053710.
- [22] Fink J M, Göppl M, Baur M, et al. Climbing the Jaynes-Cummings ladder and observing its nonlinearity in a cavity QED system[J]. *Nature*, 2008, 454(7202): 315-318.
- [23] Baur M, Filipp S, Bianchetti R, et al. Measurement of Autler-Townes and Mollow transitions in a strongly driven superconducting qubit[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(24): 243602.
- [24] Solano E, Agarwal G S, Walther H. Strong-driving-assisted multipartite entanglement in cavity QED[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 90(2): 027903.