

光学学报

基于有效电磁参数对各向异性光子晶体中确定性界面态进行描述和设计

刘冰冰^{**}, 杭志宏^{*}

苏州大学物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215000

摘要 光子晶体确定性界面态因其在光波导等领域的广泛应用引起了研究人员广泛的研究热情。尝试利用光子晶体的有效电磁参数来对确定性界面态的产生进行预测,这是对现有能带的 Zak 相位理论的推广。有效电磁参数的优势在于不需要计算复杂的能带结构与 Zak 相位,用于更简便地设计光子晶体中的确定性界面态。与表面等离子体激元类似,确定性界面态的存在需要构成界面的两种光子晶体的阻抗之和为零,因此各向异性光子晶体中确定性界面态的存在只取决于特定方向的有效介电常数与有效磁导率。通过设计有效电磁参数满足条件的各向异性光子晶体,可以保证确定性界面态存在且只沿特定的界面方向传播。仿真结果证实了光子晶体有效介质理论的准确性以及界面态的存在。

关键词 物理光学; 光子晶体; 确定性界面态; 有效电磁参数; 阻抗

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.2126002

Description and Design of Deterministic Interface States in Anisotropic Photonic Crystals Based on Effective Electromagnetic Parameters

Liu Bingbing^{**}, Hang Zhihong^{*}

School of Physical Science and Technology, Soochow University, Suzhou 215000, Jiangsu, China

Abstract Deterministic interface states in photonic crystals have attracted extensive attention from researchers in recent years due to their widespread applications in optical waveguides and other fields. This paper uses effective electromagnetic parameters to predict the existence of deterministic interface states in photonic crystals, which extends the Zak phase theory of band structures. The effective electromagnetic parameters are superior because they bring advantages of requiring no calculation of complex band structures and Zak phase and making the design of deterministic interface states in photonic crystals more convenient. Similar to surface plasmon polaritons, deterministic interface states can exist when the sum of the impedances of two photonic crystals forming the interface is zero. Therefore, the existence of deterministic interface states in anisotropic photonic crystals only depends on the effective dielectric constant and effective permeability in specific directions. In addition, it is found that deterministic interface states can exist and propagate only along specific interface directions by designing anisotropic photonic crystals with required effective electromagnetic parameters. The simulation results verify the accuracy of the effective medium theory for photonic crystals and the existence of interfacial states.

Key words physical optics; photonic crystal; deterministic interface state; effective electromagnetic parameters; impedance

1 引言

近年来,随着凝聚态物理中拓扑概念的引入,二维光子晶体中由几何相位决定的界面态引起了科研工作者广泛的关注^[1-9]。通过时间反演对称性破缺实现非零陈数是构建拓扑界面态的一种方法^[1-3]。由 Zak 相位

不同的光子晶体构成的界面上也会有确定性界面态存在^[10-13]。但是无论是陈数还是 Zak 相位的计算都较为复杂。其实早在光子晶体出现之前,电磁界面态就因其独特的物理性质和广泛的应用成为经久不衰的研究热点^[14-17]。这是由于:界面态的能量主要集中在两种材料构成的界面上,在远离界面很短的距离内便急剧

收稿日期: 2022-04-11; 修回日期: 2022-05-07; 录用日期: 2022-05-22

基金项目: 国家自然科学基金(11874274)

通信作者: *zhhang@suda.edu.cn; **bblu2018@stu.suda.edu.cn

衰减,电磁能量沿着界面传播。界面态因此成为光波导的一个重要设计思路。

表面等离子体激元^[14,18]是最广为人知的一种电磁界面态,它存在于金属与介质构成的界面上,在光频下,金属的介电常数的实部小于零,介质的介电常数为大于零的实数。符号相反的介电常数实部是表面等离子体激元存在且能在界面上传播的决定性因素。能否从表面等离子体激元的角度来理解现有的拓扑确定性界面态是本文拟研究的内容。本文结合表面等离子体激元的传播条件,从各向异性光子晶体的有效参数出发,得到了不同光子晶体界面上存在界面态的条件,并通过仿真计算进一步验证了这一结论的准确性。由于各向异性光子晶体沿不同方向的有效电磁参数不同,完全可以根据界面来设计并实现确定性界面态。相比拓扑光子晶体的研究需要求解复杂的几何相位等拓扑不变量,本文研究利用有效介质理论,完全可以对确定性界面态的产生进行分析,且只需计算特定光子晶体的有效电磁参数,就可以判定

界面态的存在与否。不同于各向同性光子晶体的研究,本文研究仅需改变各向异性光子晶体的结构参数,就能使得确定性界面态只沿特定方向传播。基于有效电磁参数来设计和构建确定性界面态,既有利于对基于 Zak 相位的光子晶体确定性界面态的深入理解,也方便应用这一简单的设计方案进一步开发基于确定性界面态的应用。

2 仿真分析

2.1 基本原理

对于表面等离子体激元,界面态存在的条件是界面两边材料的阻抗之和为零^[19]。对于二维情况,首先考虑横电(TE)偏振的电磁波(电场平行于界面沿 z 方向)。如图 1(a)所示,考虑两种半无限双轴介质在平面 $x=0$ 处相接,即: $x<0$ 区域为介质 1, $x>0$ 区域为介质 2。笛卡儿坐标系 xyz 的三个坐标轴与这两种介质的主轴重合,对于 TE 偏振的电磁波(电场平行于界面沿 z 方向),介质 1 和介质 2 的阻抗分别为

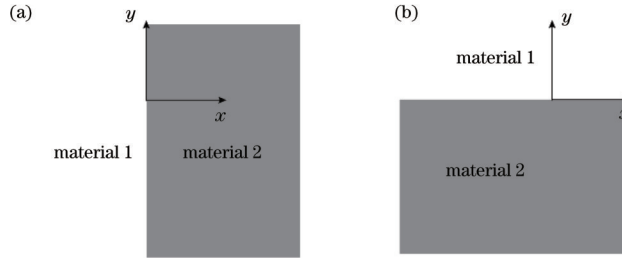


图 1 两种半无限双轴介质构成的平面界面。(a)界面沿 y 方向;(b)界面沿 x 方向

Fig. 1 Planar interfaces formed by two semi-infinite biaxial media. (a) Interface along y direction; (b) interface along x direction

$$Z_1 = \frac{E_{z1}}{H_{y1}} = \frac{\sqrt{\mu_{y1}}}{\sqrt{\epsilon_{z1}}}, \quad (1)$$

$$Z_2 = \frac{E_{z2}}{H_{y2}} = \frac{\sqrt{\mu_{y2}}}{\sqrt{\epsilon_{z2}}}, \quad (2)$$

式中: E_{z1} 和 E_{z2} 分别为材料 1 与材料 2 在接近界面处的电场; H_{y1} 和 H_{y2} 分别为材料 1 与材料 2 在接近界面处的磁场; μ_{y1} 和 μ_{y2} 分别为材料 1 与材料 2 的相对磁导率; ϵ_{z1} 和 ϵ_{z2} 分别为材料 1 与材料 2 的相对介电常数。对于各向异性介质 1, $\epsilon_{z1} < 0, \mu_{y1} > 0$,则有

$$Z_1 = \frac{1}{i} \sqrt{\left| \frac{\mu_{y1}}{\epsilon_{z1}} \right|} = -i \sqrt{\left| \frac{\mu_{y1}}{\epsilon_{z1}} \right|}. \quad (3)$$

对于各向异性介质 2, $\epsilon_{z2} > 0, \mu_{y2} < 0$,则有

$$Z_2 = i \sqrt{\left| \frac{\mu_{y2}}{\epsilon_{z2}} \right|}. \quad (4)$$

若 $\left| \frac{\mu_{y1}}{\epsilon_{z1}} \right| = \left| \frac{\mu_{y2}}{\epsilon_{z2}} \right|$,则 $Z_1 + Z_2 = 0$,此时界面上就会

有界面态存在。界面态存在与否,与 μ_{x1} 以及 μ_{x2} 的正负号没有任何关系。换句话说,对于表面等离子体激元这样的各向同性材料,材料电磁参量的正负号是判定是否存在界面态的关键。但对于各向异性材料,这

样的条件将被大大放宽。如图 1(b)所示,如果考虑界面位于平面 $y=0$ 处,对于同样的 TE 偏振的电磁波,界面态存在的条件则为 $\epsilon_{z1} < 0, \mu_{x1} > 0, \epsilon_{z2} > 0$ 和 $\mu_{x2} < 0$ 。这时界面态存在与否,与 μ_{y1} 以及 μ_{y2} 的正负号也没有任何关系。因此,对于以上两种情况,类比等离子体激元的描述手段,完全可以仅使用各向异性光子晶体或其他人工微结构,使其具备满足条件的有效参数,进而设计和构建确定性界面态。

2.2 仿真结果

设计了如图 2(a)所示的二维光子晶体来验证构成界面的两种材料的阻抗相加等于零就会有界面态存在这一结论,正方晶格光子晶体的晶格常数 $a = 15 \text{ mm}$,长方形介质柱的相对介电常数 $\epsilon = 8.1$ (光子晶体常用材料氧化铝陶瓷的相对介电常数),位于晶胞中心,周围为空气(灰色区域)。

长方形介质柱的设计确保了光子晶体沿 x 与 y 方向为不同的界面。在光子晶体的带隙里,电磁波无法进入光子晶体内部,将发生全反射,反射系数 $r = e^{i\varphi}$, φ 为反射相位。正入射时,光子晶体的阻抗与反射系数的关系为

$$Z = \frac{1+r}{1-r} = i \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi}. \quad (5)$$

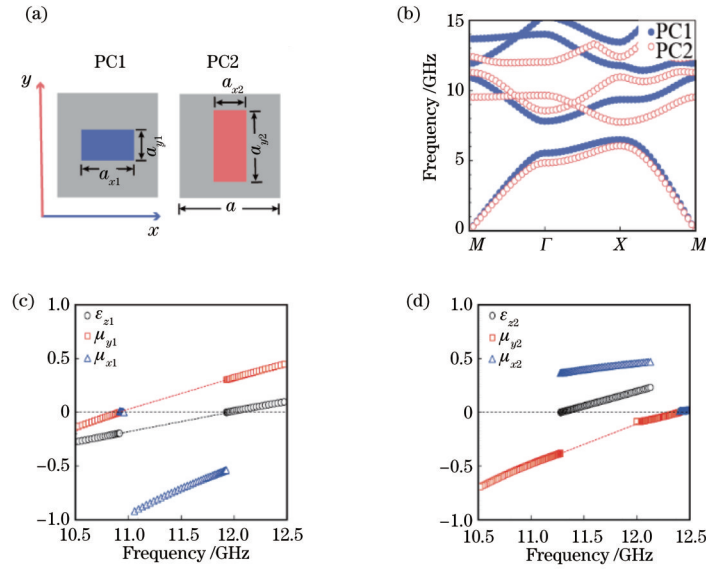


图 2 两种光子晶体。(a)光子晶体 1(PC1)与光子晶体 2(PC2)的示意图;(b)PC1与 PC2 的能带图;(c)(d)计算所得的 PC1 与 PC2 的有效电磁参数

Fig. 2 Two types of photonic crystals. (a) Schematic diagrams of photonic crystal 1 (PC1) and photonic crystal 2 (PC2); (b) band structures of PC1 and PC2; (c)(d) calculated effective electromagnetic parameters of PC1 and PC2

也就是说,在带隙里光子晶体的阻抗为纯虚数,和表面等离子体激元推导出的产生界面态的所需阻抗类似。通过改变长方形介质柱的长和宽可以找到满足 $\epsilon_{x1} < 0, \mu_{y1} > 0$ 和 $\epsilon_{z2} > 0, \mu_{y2} < 0$ 的光子晶体,如图 2(a)所示,光子晶体 1 的参数分别为 $a_{x1} = 7.9 \text{ mm}, a_{y1} = 4.44 \text{ mm}$,光子晶体 2 的参数分别为 $a_{x2} = 4.9 \text{ mm}, a_{y2} = 10.35 \text{ mm}$ 。图 2(b)给出了这两种光子晶体的能带图。由图可知,这两种光子晶体在 $11.30 \sim 11.90 \text{ GHz}$ 之间有共同带隙。利用 Wu 等^[20]提出的边界有效介质理论可以计算出两种光子晶体在不同方向上的有效介电常数与有效磁导率。该理论已在文献[21-23]中得到充分验证。假设 TE 波沿 x 方向传播,由物质方程可知

$$D_z = \epsilon_z E_z, B_y = \mu_y H_y, \quad (6)$$

式中: D_z 为 z 方向的电位移矢量分量; B_y 为 y 方向的磁感应强度; ϵ_z 为 z 方向的介电常数; μ_y 为 y 方向的磁导率; E_z 为电场; H_y 为磁场。近似地,用晶格单元边界上的平均场来代替式(6)中的电场与磁场:

$$E_z = \left[\int_0^a E_z(x=0) dy + \int_0^a E_z(x=a) dy \right] / 2a, \quad (7)$$

$$H_y = \left[\int_0^a H_y(x=0) dy + \int_0^a H_y(x=a) dy \right] / 2a. \quad (8)$$

由麦克斯韦方程组 $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ (∇ 为微分算符, \mathbf{E} 为电场, \mathbf{B} 为磁感应强度, \mathbf{H} 为磁场, \mathbf{D} 为电位移矢量, t 为时间) 可得

$$D_z = \left[\int_0^a H_y(x=a) dy - \int_0^a H_y(x=0) dy \right] / (-i\omega a^2), \quad (9)$$

$$B_y = \left[\int_0^a E_z(x=a) dy - \int_0^a E_z(x=0) dy \right] / (-i\omega a^2), \quad (10)$$

式中: ω 为角频率。结合式(6)~(10)即可得到有效的 ϵ_z 与 μ_y ,将光子晶体旋转 90° 即可得到另一个方向的有效磁导率,结果如图 2(c)、(d)所示。图 2(c)为光子晶体 1 的相对有效介电常数与相对有效磁导率,图中圆圈代表 ϵ_{x1} ,方形代表 μ_{y1} ,三角形代表 μ_{x1} 。在带隙频段范围内, $\epsilon_{x1} < 0, \mu_{x1} < 0, \mu_{y1} > 0$ 。图 2(d)为光子晶体 2 的相对有效介电常数与相对有效磁导率,在此带隙频段范围内, $\epsilon_{z2} > 0, \mu_{x2} > 0, \mu_{y2} < 0$,符合式(3)、(4)推导出的产生界面态的条件。利用所得的电磁参量进一步计算光子晶体 1 和光子晶体 2 的阻抗,分别用 $Z_{\text{eff, PC1}}$ 和 $Z_{\text{eff, PC2}}$ 表示(结果如图 3 中虚线与实线所示,因为实部为 0,只显示了阻抗的虚部)。确实在相应的频率范围内,光子晶体 1 的阻抗 $Z_{\text{eff, PC1}}$ 小于零,光子晶体 2 的阻抗 $Z_{\text{eff, PC2}}$ 大于零,且在 11.59 GHz 阻抗相加等于零。

虽然没有其他有效介质理论适用于光子晶体的描述,但光子晶体的阻抗,特别在光子带隙频率的阻抗,完全可以利用仿真得到。利用 COMSOL Multiphysics 计算了电磁波正入射到 20 层光子晶体 1 和光子晶体 2 上的反射相位。将反射相位代入式(5)就能得到对应的阻抗,计算结果如图 3 所示。由有效介电常数和有效磁导率得到的阻抗与仿真得到的结果基本吻合。仿真计算得到的 11.57 GHz 处的 Z_{PC1} 和 Z_{PC2} 相加为 0,这与有效参数的理论几乎完全吻合。当界面沿 x 方向(即界面平行于平面 $y=0$)时,光子晶体 1 的 $\epsilon_{x1} < 0, \mu_{x1} < 0$,其对应的阻抗为正实数,而光子晶体 2 的 $\epsilon_{z1} > 0, \mu_{x1} > 0$,其阻抗也为正实数,两者阻抗不可能满足相加为零的条件,故沿 x 方向为无界面态。综上

所述,若光子晶体 1 与光子晶体 2 构成沿 y 方向的界面,则界面上在 11.59 GHz 处有界面态的存在,相同频率下沿 x 方向的界面没有界面态。

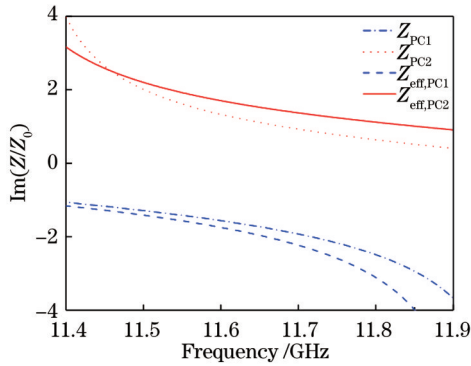


图 3 通过有效介质理论得到的光子晶体 1(虚线)和光子晶体 2(实线)的阻抗以及通过数值仿真得到的光子晶体 1(点划线)和光子晶体 2(点线)的阻抗

Fig. 3 Impedance of photonic crystal 1 (dash line) and photonic crystal 2 (solid line) obtained by effective medium theory, and impedance of photonic crystal 1 (dot dash line) and photonic crystal 2 (dot line) obtained by numerical simulation

为了验证上述结论,利用 COMSOL Multiphysics 进行了仿真实验。图 4(a)中左半部分为光子晶体 1,右半部分为光子晶体 2,界面沿 y 方向。图 4(b)中上半部分为光子晶体 1,下半部分为光子晶体 2,界面沿 x 方向。两种结构中的点源均位于界面中点。计算了 11.5~11.6 GHz 所对应的场图。对于沿 y 方向的界面,界面态出现在 11.55 GHz 处,如图 4(a)所示,可以清晰地看到:场局域在界面上并沿界面传播。而对于沿 x 方向的界面,所计算频段内始终没有界面态出现,图 4(b)给出了 11.55 GHz 时的仿真结果,这也与根据阻抗理论得出的结论相符。在由有效介质理论得出的结果(图 3)中,阻抗相加为零的频率在 11.59 GHz,因此图 4(c)中将光子晶体 1 替换为均匀的双轴介质,令其 $\epsilon_x = -0.06593$, $\mu_y = 0.19635$,这恰好为光子晶体 1 在 11.59 GHz 的有效参数,其他方向的相对介电常数与相对磁导率均设为 1。此时,阻抗相加为零的条件依旧满足,所以仍有界面态存在。图 4(d)将左侧的光子晶体替换为 $\epsilon = -0.06593$, $\mu = 0.19635$ 的各向同性介质,因其阻抗和光子晶体 1 在 11.59 GHz 时相同,因此在其与光子晶体 2 的界面上依然存在界面态。也就是说,不管是各向异性或者各向同性的材料,阻抗是产生确定性界面态的关键。

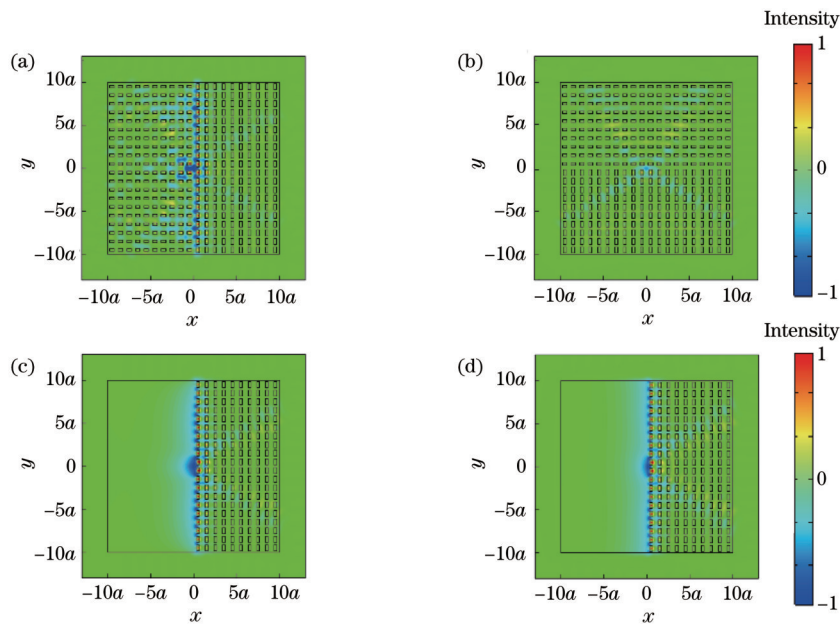


图 4 不同界面上的界面态。(a)光子晶体 1 与光子晶体 2 的界面沿 y 方向;(b)光子晶体 1 与光子晶体 2 的界面沿 x 方向;(c)将光子晶体 1 替换为相应的双轴介质的界面态;(d)将光子晶体 1 替换为阻抗相同的各向同性介质的界面态

Fig. 4 Interface states at different interfaces. (a) Interface between photonic crystal 1 and photonic crystal 2 along y direction; (b) interface between photonic crystal 1 and photonic crystal 2 along x direction; (c) interface state after replacing photonic crystal 1 with corresponding biaxial medium; (d) interface state after replacing photonic crystal 1 with isotropic medium with same impedance

3 结 论

从表面等离子体激元的传播条件出发,推导出了二维情况下各向异性介质界面上界面态存在的条件,并结合光子晶体的有效介质理论,证明了二维光子晶

体中 Zak 相位导致的确定性界面态可以用有效电磁参数描述。二维各向异性光子晶体只需满足 $\epsilon_{z1} < 0$, $\mu_{y1} > 0$, $\epsilon_{z2} > 0$, $\mu_{y2} < 0$,在沿 y 方向的界面上就会有界面态存在,从而大幅扩展了各向同性表面等离子体产生界面态的适用范围。COMSOL Multiphysics 的仿

真结果证实了界面态只会沿 y 方向的界面传播, 而不会沿 x 方向的界面传播。因此, 各向异性光子晶体可以用来设计只沿特定方向传播的界面态。将构成界面的一种光子晶体替换为阻抗相同的双轴介质或各向同性介质, 分析发现: 与表面等离子体激元一样, 二维光子晶体中确定性界面态的存在仅由阻抗确定。但是不同于表面等离子体激元在均匀介质界面上传播, 本文的界面态是在光子晶体的界面上传播, 受光子晶体能带的 Zak 相位保护。只有在能够准确使用有效参数对光子晶体进行描述时, 这种确定性界面态才相当于 TE 偏振下各向异性的表面等离子体激元。使用能够有效参数描述的介质光子晶体的优势在于可以得到传统表面等离子体激元无法实现的参数, 且完全可以通过等比缩放以及选择不同的介质材料调整界面态的工作频率, 这为其进一步应用开发提供支撑。因此, 无需计算复杂的能带结构及 Zak 相位, 仅需计算光子晶体的有效电磁参数得到相应的阻抗, 就能实现和产生确定性界面态。值得注意的是, 这里界面态的条件并不仅限于正方晶格, 也适用于其他晶格的光子晶体, 只要能准确计算其相应的有效电磁参数, 但这是另一个值得深入研究的领域, 不在本篇的讨论范围内。

参 考 文 献

- [1] Haldane F D M, Raghu S. Possible realization of directional optical waveguides in photonic crystals with broken time-reversal symmetry[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(1): 013904.
- [2] Wang Z, Chong Y D, Joannopoulos J D, et al. Observation of unidirectional backscattering-immune topological electromagnetic states[J]. *Nature*, 2009, 461(7265): 772-775.
- [3] Poo Y, Wu R X, Lin Z F, et al. Experimental realization of self-guiding unidirectional electromagnetic edge states [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(9): 093903.
- [4] Khanikaev A B, Mousavi S H, Tse W K, et al. Photonic topological insulators[J]. *Nature Materials*, 2013, 12(3): 233-239.
- [5] Wu L H, Hu X. Scheme for achieving a topological photonic crystal by using dielectric material[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(22): 223901.
- [6] Khanikaev A B, Shvets G. Two-dimensional topological photonics[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(12): 763-773.
- [7] Ozawa T, Price H M, Amo A, et al. Topological photonics[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2019, 91(1): 015006.
- [8] 李雪梅, 张明达, 朱小冬, 等. 光通信波段中基于谷霍尔效应的单向波导 [J]. *光学学报*, 2021, 41(19): 1913001.
Li X M, Zhang M D, Zhu X D, et al. Unidirectional wave guide based on valley Hall effect in optical communication band[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(19): 1913001.
- [9] 陈剑锋, 梁文耀, 李志远. 磁光光子晶体中拓扑光子态研究进展[J]. *光学学报*, 2021, 41(8): 0823015.
Chen J F, Liang W Y, Li Z Y. Progress of topological photonic state in magneto-optical photonic crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(8): 0823015.
- [10] Xiao M, Zhang Z Q, Chan C T. Surface impedance and bulk band geometric phases in one-dimensional systems [J]. *Physical Review X*, 2014, 4(2): 021017.
- [11] Huang X Q, Xiao M, Zhang Z Q, et al. Sufficient condition for the existence of interface states in some two-dimensional photonic crystals[J]. *Physical Review B*, 2014, 90(7): 075423.
- [12] Yang Y T, Huang X Q, Hang Z H. Experimental characterization of the deterministic interface states in two-dimensional photonic crystals[J]. *Physical Review Applied*, 2016, 5(3): 034009.
- [13] Yang Y T, Xu T, Xu Y F, et al. Zak phase induced multiband waveguide by two-dimensional photonic crystals[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(16): 3085-3088.
- [14] 袁洪瑞, 钟莹, 刘海涛. 金纳米球-银纳米线耦合结构量子点荧光自发辐射增强及表面等离子体激元传导[J]. *中国激光*, 2020, 47(10): 1013001.
Yuan H R, Zhong Y, Liu H T. Enhancement of spontaneous emission and surface plasmon polariton propagation of quantum dots fluorescence in a coupling structure of gold nanosphere and silver nanowire[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(10): 1013001.
- [15] Dyakonov M I. New type of electromagnetic wave propagating at an interface[J]. *Soviet Physics JETP*, 1988, 67(4): 714-716.
- [16] Artigas D, Torner L. Dyakonov surface waves in photonic metamaterials[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(1): 013901.
- [17] Takayama O, Crasovan L, Artigas D, et al. Observation of Dyakonov surface waves[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(4): 043903.
- [18] 董慧媛, 王进. 利用光子晶体调控表面等离子体极化激元 [J]. *光学学报*, 2013, 33(9): 0916002.
Dong H Y, Wang J. Surface-plasmon-polariton manipulation using photonic crystals[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(9): 0916002.
- [19] Lawrence F J, Botten L C, Dossou K B, et al. Photonic-crystal surface modes found from impedances[J]. *Physical Review A*, 2010, 82(5): 053840.
- [20] Wu Y, Li J, Zhang Z Q, et al. Effective medium theory for magnetodielectric composites: beyond the long-wavelength limit[J]. *Physical Review B*, 2006, 74(8): 085111.
- [21] Wu Y. A semi-Dirac point and an electromagnetic topological transition in a dielectric photonic crystal[J]. *Optics Express*, 2014, 22(2): 1906-1917.
- [22] Huang X Q, Lai Y, Hang Z H, et al. Dirac cones induced by accidental degeneracy in photonic crystals and zero-refractive-index materials[J]. *Nature Materials*, 2011, 10(8): 582-586.
- [23] Luo J, Yang Y T, Yao Z Q, et al. Ultratransparent media and transformation optics with shifted spatial dispersions[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(22): 223901.