

法诺共振导致的纳米颗粒古斯-汉欣位移反转

孙宇辰¹, 高东梁^{1*}, 高雷^{1,2**}¹苏州大学物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215006;²苏州城市学院光学与电子信息学院, 江苏 苏州 215104

摘要 古斯-汉欣位移是二维或更高维体系中反射光中心产生的侧向位移。通过 Mie 理论, 利用纳米金属球颗粒 Drude 模型, 研究了线偏振光入射条件下纳米球颗粒远场侧向位移的变化规律。通过推导古斯-汉欣位移的解析表达式, 并借助简化模型, 揭示了古斯-汉欣位移方向反转的内在机制。研究发现古斯-汉欣位移在法诺共振附近出现区别于其他波段的增强峰模式, 此时电偶极子和电四极子发生耦合。该研究为基于古斯-汉欣位移原理开发超灵敏探测器提供了参考。

关键词 物理光学; 古斯-汉欣位移; 法诺共振; 纳米颗粒; Drude 模型

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.2126001

Goos-Hänchen Shift Inversion of Nanoparticles Induced by Fano Resonance

Sun Yuchen¹, Gao Dongliang^{1*}, Gao Lei^{1,2**}¹School of Physical Science and Technology, Soochow University, Suzhou 215006, Jiangsu, China;²School of Optical and Electronic Information, Suzhou City University, Suzhou 215104, Jiangsu, China

Abstract Goos-Hänchen (GH) shift refers to the lateral shift of reflected light center in two-dimensional or higher-dimensional systems. Based on the Mie theory, this paper utilizes the Drude model of metal nanoparticles to study the change laws of the lateral shift of nanoparticles in the far field under the illumination of linearly polarized light. In addition, the paper derives an analytical expression for the GH shift and uses a simplified model to unveil the underlying mechanism of GH shift inversion. It is found that when the electric dipole couples with the electric quadrupole, GH shift reaches two peaks different from that in other wavebands at Fano resonance area. The finding lays a foundation for the development of supersensitive sensors based on GH shift.

Key words physical optics; Goos-Hänchen shift; Fano resonance; nanoparticle; Drude model

1 引言

当光在折射率不同的两种界面上发生全反射时, 几何光学观点认为反射光和入射光在分界面上处于同一点, 只是反射光的相位发生改变。但是实际上, 在分界面上, 反射光相对入射光在侧向上有一个相对偏移, 这就是所谓的古斯-汉欣位移^[1-3]。而古斯-汉欣位移内在的物理机制在于: 实际光束可以看作无数波矢方向有微小差异的理想单色平面波的集合, 所以它们在垂直于传播方向上的波矢的切向分量存在微小差异, 这导致了每个单色平面波在反射过程中相位变化之间的差距, 该差距导致了反射光强度中心相对入射光强度中心的偏移。随着理论研究的深入, 古斯-汉欣位移在

多个方面展现出广泛的应用前景。古斯-汉欣位移对介质折射率等参数的变化较为敏感^[4], 可以用于物质的介电常数、磁导率、电导率的测量^[5], 电场和磁场的测量^[6], 探测生物分子^[7-8], 以及高灵敏温度传感器^[9-11]的开发等。

与此同时, 三维光学体系中也存在古斯-汉欣位移^[12-13]。当一束线偏振光照射到纳米球上发生散射时, 也会产生类似于二维体系中的侧向偏移。这是由于在入射光的照射下, 球颗粒附近的散射场表现出复杂的分布。在球坐标系 (r, θ, ϕ) 中, 散射场的坡印廷矢量除了径向分量 S_r 外, 垂直于径向分量的 S_θ 与 S_ϕ 分量分别导致了三维体系中的古斯-汉欣位移和自旋霍尔位移。坡印廷矢量的 S_θ 分量随着观察颗粒距离的变

收稿日期: 2022-04-11; 修回日期: 2022-05-08; 录用日期: 2022-05-23

基金项目: 国家自然科学基金(12174281, 92050104)、苏州市前瞻性应用研究项目(SYG202039)

通信作者: *dlgao@suda.edu.cn; **leigao@suda.edu.cn

化而变化,相对 S_r 以更快的速度衰减,导致坡印廷矢量线在近场弯曲,而在远场趋近于直线,这使得在远场观测到的颗粒位置相对其实际位置发生了移动。

本文采用 Mie 理论来研究纳米球颗粒的散射行为,通过推导得出古斯-汉欣位移的解析表达式,分析了法诺共振附近古斯-汉欣位移符号反转的原因,揭示了纳米球颗粒附近的坡印廷场分布变化与发生在远场的古斯-汉欣位移的内在联系,考察了纳米球颗粒的远场散射效率和远场散射强度在法诺共振附近的向前向后转换。

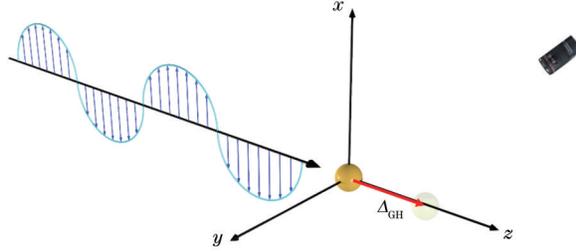


图 1 线偏振光入射下银纳米球颗粒体系示意图

Fig. 1 Schematic of silver spherical nanoparticle system illuminated by linearly polarized light

使用 Mie 理论来求解纳米球的电磁波散射特性。考虑平面波 $E_{\text{inc}} = E_0 \exp(ikz)\hat{x}$ 沿着 z 轴正方向入射,略去时谐因子 $\exp(-i\omega t)$ 。根据边界条件,最终纳米球颗粒的散射场在球坐标下可以用矢量球谐函数^[14]展开为

$$E_{\text{sca}} = \sum_{n=1}^{\infty} i^n E_n (ia_n N_{e1n}^{(3)} - b_n M_{o1n}^{(3)}), \quad (1)$$

$$H_{\text{sca}} = \frac{k}{i\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} i^n E_n (ia_n M_{e1n}^{(3)} - b_n N_{o1n}^{(3)}), \quad (2)$$

式中: k 为波数; ω 为角频率; $E_n = E_0(2n+1)/[n(n+1)]$, E_0 为入射光振幅; a_n, b_n 是散射系数; M, N 表示矢量球谐函数并且相互正交,下标 o, e 表示关于球坐标中方位角 Φ 的奇偶性(对应 $\sin \Phi$ 和 $\cos \Phi$),第二个下标取值 1 表示入射光沿着 z 轴正方向入射。

根据三维纳米颗粒体系中的古斯-汉欣位移定义^[12],球颗粒的古斯-汉欣位移可以表示为 $\Delta_{\text{GH}} = \lim_{r \rightarrow \infty} r(S_\theta/|S_r|)\hat{\theta}$ (其中 S_r, S_θ 分别表示坡印廷矢量在球坐标系中的 r, θ 方向的分量, $\hat{\theta}$ 为球坐标系中 θ 方向的单位向量),代入 S_r 与 S_θ 的表达式可得球古斯-汉欣位移在远场的解析表达式。本文中考虑 x 方向线偏振光的入射,古斯-汉欣位移对应的两种本征模式分别对应观测平面 $\phi = 0$ 和 $\phi = \pi/2$ 。在金属纳米颗粒散射场的计算中,磁极项 b_n 贡献很小,可以忽略,它所主导的古斯-汉欣位移数值也极小(即 $\phi = \pi/2$)。电偶极模 a_1 与电四极模 a_2 起主导作用,它所对应的观测平面 $\phi = 0$ ^[12]。这里主要讨论 $\phi = 0$ 这种情况。古斯-汉欣位移表达式可以被简化为

2 基本原理

纳米球颗粒系统如图 1 所示,球颗粒的中心位于空间直角坐标系原点处,以球心为原点建立球坐标系 (r, θ, ϕ) ,其中, x 方向偏振的平面波沿着 z 轴正方向入射,产生了坡印廷矢量分量 S_θ ,从而导致坡印廷矢量线在近场产生弯曲,但是坡印廷矢量线在远场趋近于直线,这导致观测到的纳米球颗粒位置相对其真实位置有一个偏移,这就是下面将要讨论的古斯-汉欣位移。

$$\Delta_{\text{GH}} = -\frac{1}{k} \sin \theta \times \text{Im} \left\{ \frac{\left[\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) a_n \pi_n \right] X(\theta)^*}{|X(\theta)|^2} \right\}, \quad (3)$$

$$X(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \pi_n) \hat{\theta}, \quad (4)$$

式中: $X(\theta)$ 为矢量散射振幅^[14]; $\pi_n = P_n^1(\cos \theta)/\sin \theta$, $\tau_n = dP_n^1(\cos \theta)/d\theta$ 是与散射角 θ 相关的函数^[15], $P_n^1(\cos \theta)$ 是连带勒让德函数。根据递推关系,与散射角 θ 相关的函数 π_n 和 τ_n 前两项可以表示为 $\pi_1 = 1$ 和 $\pi_2 = 3\cos \theta$,与散射角 θ 相关的函数 τ_n 前两项可以表示为 $\tau_1 = \cos \theta$ 和 $\tau_2 = 3\cos 2\theta$ 。

3 分析与讨论

首先采用 Drude 模型研究银纳米球颗粒,它的介电常数可表示为 $\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty - \omega_p^2/\omega(\omega + i\gamma)$,其中 ϵ_∞ 为无限频率处金属的介电常数, ω_p 为等离子振荡频率, γ 为电子碰撞频率。

图 2(a) 为散射系数随入射平面波波长的变化图。可以看到,在金属材料中,磁偶极子 b_1 和磁四极子 b_2 可以被忽略。电偶极子和电四极子在 338 nm 附近共振。由于发生法诺共振时,电偶极项 a_1 与电四极项 a_2 占主导,其他高阶项可以忽略不计。所以对于式(3)、(4)进行如下近似:只对电偶极项 a_1 和电四极项 a_2 进行求和,忽略更高的电极项 $a_n (n \geq 3)$ 和所有的磁极项 $b_n (n \geq 1)$ 。古斯-汉欣位移的近似表达式为

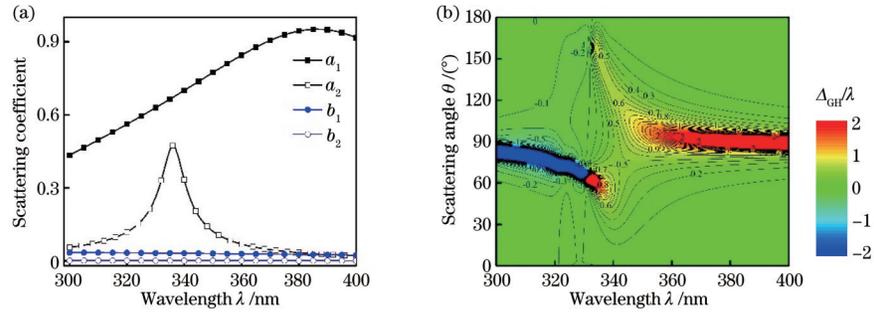


图 2 银纳米球颗粒散射系数及其古斯-汉欣位移。(a) 散射系数随入射波长的变化; (b) 古斯-汉欣位移随入射波长和散射角 θ 的变化
Fig. 2 Scattering coefficient and Goos-Hänchen shift of silver spherical nanoparticle. (a) Scattering coefficient varies with incident wavelength; (b) Goos-Hänchen shift varies with incident wavelength and the scattering angle θ

$$\Delta_{GH} = \frac{15 \sin \theta}{2k} \operatorname{Im}(a_1 a_2^*) \frac{1 + \cos^2 \theta}{|X(\theta)|^2} \hat{\theta}, \quad (5)$$

其中

$$|X(\theta)| = \left| \frac{3a_1 \cos \theta + 5a_2 \cos 2\theta}{2} \right|. \quad (6)$$

由式(3)、(4)可以计算出不同入射波长、散射角条件下的古斯-汉欣位移。古斯-汉欣位移随入射波长和散射角的变化如图 2(b) 所示。可以看出, 对于非法诺共振区的入射波长, 古斯-汉欣位移有其对应的增大的散射角区间。其中当散射角 θ 为 90° 左右时, 古斯-汉欣位移增大至数个波长的量级, 这可以从古斯-汉欣位移的近似公式 [式(5)] 中定性分析得到。由于不在法诺共振所对应的波长时, 其他散射系数相对于 a₁ 来说可以忽略, 因此仅保留 a₁。于是 |X(θ)| ≈ |3a₁ cos θ/2|,

当散射角 θ 为 90° 左右时, 矢量散射振幅的值 |X(θ)| 趋近于 0, 从而导致了古斯-汉欣位移在非法诺共振的波长区间普遍增大。

下面分析法诺共振对古斯-汉欣位移增强峰个数的影响。相对于其他波长区间的增强模式, 法诺共振区的古斯-汉欣位移随散射角 θ 变化时有两个增强峰, 表现出不同的增强模式, 这是由电偶极子和电四极子之间的相互耦合形成的。当处于法诺共振所对应的波长、电偶极子和电四极子具有相同的振幅和相位 (a₁ ≈ a₂) 时, 式(6)可以表示为 |X(θ)| ≈ |a₁(3cos θ + 5cos 2θ)/2|, 当散射角 θ 处于 55° 和 151° 附近时, 电偶极子和电四极子干涉相消, 导致矢量散射振幅的值 |X(θ)| 趋近于 0, 古斯-汉欣位移有显著的增大。

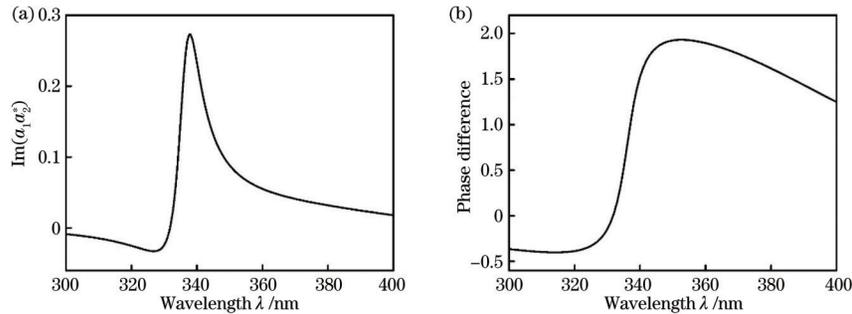


图 3 电偶极子和电四极子的干涉强度和相位差。(a) Im(a₁a₂^{*}); (b) 散射系数 a₁ 与 a₂ 的相位差

Fig. 3 Interference intensity and phase difference between electric dipole and quadrupole. (a) Im(a₁a₂^{*}); (b) phase difference of scattering coefficients a₁ and a₂

关于古斯-汉欣位移在法诺共振所对应的入射波长前后的符号反转问题, 可以通过式(5)进行分析。古斯-汉欣位移的方向取决于 Im(a₁a₂^{*})。如图 3(a) 所示, Im(a₁a₂^{*}) 的值以波长 338 nm 为界, 在这一波长之前 Im(a₁a₂^{*}) 符号为负, 之后的符号为正。这与图 1(a) 中的古斯-汉欣位移在 338 nm 的符号反转对应。图 3(b) 为散射系数 a₁ 与 a₂ 的相位差, 当入射波长处于 330~340 nm 之间时, a₁ 与 a₂ 的相位差产生了剧烈变化, 而电偶极子和电四极子的干涉相位在共振波长附近的剧烈变化正是导致古斯-汉欣位移在不同增强峰模式之间转换的原因。

由于入射光和散射光在近场相互作用, 颗粒周围形成复杂的坡印廷场分布, 这种分布与颗粒的尺寸参数密切相关^[16-19]。由于随着尺寸参数的增加, 本文中比电偶极子更高的电四极子项对总场的贡献已经不能忽略。而电偶极子和电四极子之间的干涉相长或干涉相消导致了纳米球附近鞍点和涡点的出现。

如图 4(a) 所示, 当入射波长为 320 nm 时, 坡印廷矢量线由颗粒后端进入, 穿过颗粒内部后由前端流出。而位于颗粒两侧的鞍点控制流线是否进入颗粒内部。坡印廷场分布图开始显示出电四极子和电偶极子共振的图像。如图 4(b) 所示, 在纳米球颗粒前端和后端的

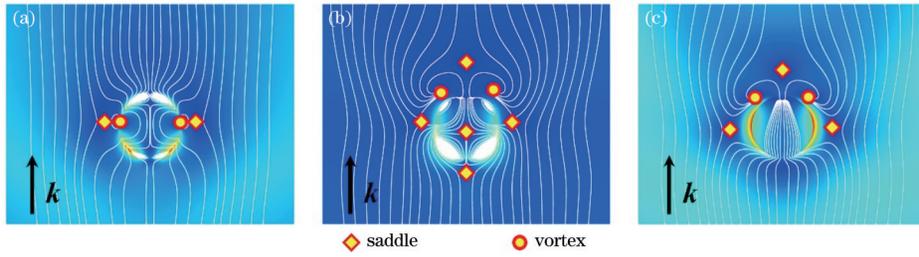


图 4 法诺共振附近的坡印廷场分布图。(a)入射波长为 320 nm;(b)入射波长为 340 nm;(c)入射波长为 350 nm

Fig. 4 Distributions of Poynting field around Fano resonance. (a) Incidence wavelength is 320 nm; (b) incidence wavelength is 340 nm; (c) incidence wavelength is 350 nm

鞍点将坡印廷矢量流线分成两部分,一部分直接随着入射光方向流出,另一部分直接进入颗粒内部。同时在纳米球颗粒侧前方的两个涡点对称分布在纳米球颗粒的两侧,为周围的坡印廷流线提供能量。位于颗粒两侧的两个鞍点分别控制流线是否进入球颗粒内部。坡印廷场分布图显示出明显的电四极子和电偶极子共振的图像。在法诺共振附近,随着波长的改变,当波长位于 350 nm 时,如图 4(c)所示,位于颗粒后端的鞍点消失,能量随流线通过颗粒后端直接进入颗粒内部。而此时,坡印廷场分布相对图 4(a)、(b)有了明显的改变,呈现出电偶极子共振的分布。

对于金属球颗粒来说,电偶极子和电四极子之间的干涉对于法诺共振的影响可以通过考察颗粒向前和向后散射来实现^[19]。金属球颗粒的向前和向后散射效率可以分别表示为 $Q_{FS} = 4|X(0)|^2/q^2$ 和 $Q_{BS} = 4|X(\pi)|^2/q^2$,其中 q 为球颗粒的尺寸参数^[14]。同时注意到 $|X(\theta)|$ 与古斯-汉欣位移的关联性,定义随散射

角 θ 变化的散射效率 $Q(\theta) = 4|X(\theta)|^2/q^2$,并且将古斯-汉欣位移增大的原理重新表述为:电偶极子和电四极子在散射角 θ 的干涉相消导致这一角度的散射效率 $Q(\theta)$ 趋近于 0 时,进而导致古斯-汉欣位移的增大。

本文中的小尺寸金属球颗粒的向前和向后散射效率可以分别简化为 $Q_{FS} = |3a_1 + 5a_2|^2/q^2$ 和 $Q_{BS} = |3a_1 - 5a_2|^2/q^2$,这与法诺共振在特定立体角上电偶极子和电四极子之间的干涉相长和干涉相消密切相关。下面考察法诺共振附近的远场散射强度变化。图 5(a)所示为球颗粒的向前散射效率 Q_{FS} 和向后散射效率 Q_{BS} 。在法诺共振附近,随着波长的变化,向前散射和向后散射急剧变化。向前散射急剧减小,向后散射急剧增加,发生了向前向后散射的翻转,这是由电偶极子和电四极子之间的干涉导致。同时考察远场散射强度,如图 5(b)所示,散射强度随散射角的变化分布在法诺共振附近且有了明显变化。由向前散射增强迅速转换为向后散射增强,这是典型的法诺共振的特征。

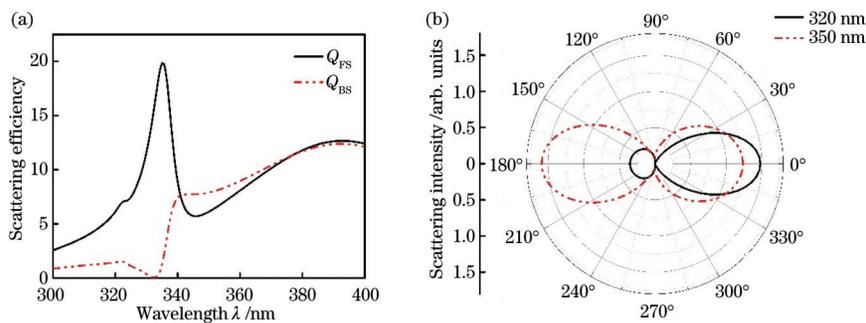


图 5 银纳米球颗粒的散射效率及其远场散射强度。(a)向前散射效率和向后散射效率随入射波长的变化图;(b)远场散射强度在 320 nm 和 350 nm 入射波长下随散射角的变化图

Fig. 5 Scattering efficiency and far-field scattering intensity of silver spherical nanoparticle. (a) Forward and backward scattering efficiency varies with incident wavelength; (b) far-field scattering intensity varies with scattering angle at incident wavelengths of 320 nm and 350 nm

4 结 论

把纳米金属球颗粒体系作为研究对象,研究了古斯-汉欣位移在法诺共振附近的符号反转问题。从推导的古斯-汉欣位移解析式出发,比较了法诺共振区和非法诺共振区对应的增强峰模式变化的内在机制。研究发现增强峰个数的增加可以由电偶极子和电四极子

之间的耦合来解释。并且探究了球颗粒近场的坡印廷矢量的复杂分布,散射效率和散射强度在向前和向后之间迅速转换。

参 考 文 献

[1] Goos F, Hänchen H. Ein neuer und fundamentaler versuch zur totalreflexion[J]. Annalen Der Physik, 1947,

- 436(7/8): 333-346.
- [2] Bliokh K Y, Aiello A. Goos-Hänchen and Imbert-Fedorov beam shifts: an overview[J]. *Journal of Optics*, 2013, 15(1): 014001.
- [3] 吴丰, 吴家驹, 郭志伟, 等. 基于奇异光学束缚态的古斯-汉欣位移增大[J]. *光学学报*, 2021, 41(8): 0823006.
Wu F, Wu J J, Guo Z W, et al. Increase of Goos-Hänchen shift based on exceptional optical bound states [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(8): 0823006.
- [4] 高明盛, 罗朝明, 周宏敏, 等. 基于介质和石墨烯涂层的古斯-汉欣位移的精确调控[J]. *中国激光*, 2017, 44(7): 0703019.
Gao M S, Luo Z M, Zhou H M, et al. Precise control of Goos-Hänchen shift based on dielectric and graphene coating[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(7): 0703019.
- [5] Ullah Z, Ahmad S, Khan T, et al. Complex conductivity dependent Goos-Hänchen shifts through metallic surface [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2020, 53(15): 155401.
- [6] Luo L, Tang T T, Shen J, et al. Electro-optic and magneto-optic modulations of Goos-Hänchen effect in double graphene coating waveguide with sensing applications[J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2019, 491: 165524.
- [7] Benam E R, Sahrai M, Bonab J P. High sensitive label-free optical sensor based on Goos-Hänchen effect by the single chirped laser pulse[J]. *Scientific Reports*, 2020, 10: 17176.
- [8] Liu J Y, Huang T J, Yin L Z, et al. High sensitivity terahertz biosensor based on Goos-Hänchen effect in graphene[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2020, 12(2): 6801206.
- [9] Zhou X, Tang P, Yang C F, et al. Temperature-dependent Goos-Hänchen shifts in a symmetrical graphene-cladding waveguide[J]. *Results in Physics*, 2021, 24: 104100.
- [10] Zhou X, Cheng W B, Liu S Q, et al. Tunable and high-sensitivity temperature-sensing method based on weak-value amplification of Goos-Hänchen shifts in a graphene-coated system[J]. *Optics Communications*, 2021, 483: 126655.
- [11] Xu Y, Wu L, Ang L K. Ultrasensitive optical temperature transducers based on surface plasmon resonance enhanced composited Goos-Hänchen and imbert-fedorov shifts[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2021, 27(6): 4601508.
- [12] Soni J, Mansha S, Dutta Gupta S, et al. Giant Goos-Hänchen shift in scattering: the role of interfering localized plasmon modes[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(14): 4100-4103.
- [13] Cao Z L, Liu W, Sun Q, et al. Lateral shifts of linearly- and radially-polarized Bessel beams scattered by a nanosphere[J]. *Optics Express*, 2022, 30(2): 1896-1906.
- [14] Bohren C F, Huffman D R. *Absorption and scattering of light by small particles*[M]. New York: John Wiley & Sons, 1983.
- [15] 厉祥, 张然, 路淑芳, 等. 基于米散射蒙特卡罗法的紫外偏振透云研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(17): 1701001.
Li X, Zhang R, Lu S F, et al. Ultraviolet polarization employing Mie scattering Monte-Carlo method for cloud-based navigation[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(17): 1701001.
- [16] Luk'yanchuk B S, Tribelsky M I, Ternovsky V, et al. Peculiarities of light scattering by nanoparticles and nanowires near plasmon resonance frequencies in weakly dissipating materials[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2007, 9(9): S294-S300.
- [17] Wang Z B, Luk'yanchuk B S, Hong M H, et al. Energy flow around a small particle investigated by classical Mie theory[J]. *Physical Review B*, 2004, 70(3): 035418.
- [18] Xu Y, Miroshnichenko A E, Desyatnikov A S. Optical vortices at Fano resonances[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(23): 4985-4987.
- [19] Luk'yanchuk B, Zheludev N I, Maier S A, et al. The Fano resonance in plasmonic nanostructures and metamaterials[J]. *Nature Materials*, 2010, 9(9): 707-715.

