

# 光学学报

## 基于联合像差求解的紧凑型大视场光学设计

曲正<sup>1,2,3</sup>, 钟兴<sup>3,4\*</sup>, 张坤<sup>5</sup>, 王远航<sup>1,2,3</sup>, 李磊<sup>1,2,3</sup>, 吴思鹏<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

<sup>2</sup>中国科学院研究生院, 北京 100049;

<sup>3</sup>长光卫星技术股份有限公司, 吉林 长春 130102;

<sup>4</sup>大连理工大学辽宁省空天飞行器前沿技术重点实验室, 辽宁 大连 116024;

<sup>5</sup>中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209

**摘要** 针对传统大视场离轴反射式光学系统的初始结构只对轴上像差求解、轴外像质差、大视场像质优化困难的问题, 建立了结合矢量像差和赛德尔像差的联合像差初始结构求解方法, 利用一种全局的模拟退火算法实现了大视场离轴反射系统初始结构的自动求解, 直接得到轴上和轴外视场像质优良的大视场离轴三反系统“正-负-正”初始结构。基于此初始结构设计了一款紧凑型大视场  $30^\circ \times 3^\circ$  自由曲面光学系统, 其焦距为 500 mm,  $F$  数为 5。该光学系统的成像质量好, 无偏心倾斜, 易于装调, 对大幅宽推扫成像空间光学相机设计具有借鉴意义。

**关键词** 光学设计; 矢量像差; 赛德尔像差; 模拟退火算法; 自由曲面

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.2122001

### Compact Large Field-of-View Optical Design Based on Joint Aberration Solution

Qu Zheng<sup>1,2,3</sup>, Zhong Xing<sup>3,4\*</sup>, Zhang Kun<sup>5</sup>, Wang Yuanhang<sup>1,2,3</sup>, Li Lei<sup>1,2,3</sup>, Wu Sipeng<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, Jilin, China;

<sup>2</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

<sup>3</sup>Chang Guang Satellite Technology Co., Ltd., Changchun 130102, Jilin, China;

<sup>4</sup>Key Laboratory of Advanced Technology for Aerospace Vehicles of Liaoning Province, Dalian University of Technology, Dalian 116024, Liaoning, China;

<sup>5</sup>Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, Sichuan, China

**Abstract** For the traditional large field-of-view (FOV) off-axis reflective optical system, the initial configuration solves only axial aberrations, while the off-axis image quality is poor, and it is difficult to optimize large FOV image quality. Considering the above problems, this paper establishes an initial configuration solution method with joint aberrations of Nodal aberrations and Seidel aberrations. A global simulated annealing algorithm is used to automatically obtain the solution of the large FOV off-axis reflective initial configuration. As a result, the "positive-negative-positive" initial configuration of the large FOV off-axis three-mirror system is obtained directly, with good image quality in the on-axis and off-axis FOV. Finally, a compact freeform surface optical system with a large FOV of  $30^\circ \times 3^\circ$  is designed on the basis of this initial configuration, which has a focal length of 500 mm and an  $F$ -number of 5. The optical system has good imaging quality, no eccentricity or tilt, and easy assembly and alignment, which can provide a reference for the design of the wide-format push-broom imaging space optical cameras.

**Key words** optical design; Nodal aberration; Seidel aberration; simulated annealing algorithm; freeform surface

收稿日期: 2022-03-14; 修回日期: 2022-04-04; 录用日期: 2022-05-22

基金项目: 国家重点研发计划(2019YFE0127000)、长白山青年拔尖人才项目(BZ2022030301)

通信作者: \*ciomper@163.com

## 1 引言

反射式光学系统已经应用于各种领域,如天文望远镜、光学遥感、光刻技术、显微镜、热成像系统等,这要归功于反射式光学系统的热性能良好、无色差、光谱范围宽、体积紧凑、成像质量好等优点<sup>[1-7]</sup>。而离轴反射式光学系统的设计是通过从一个合适的初始系统出发、利用光学设计软件的后续优化而实现。因此一个好的初始结构是至关重要的,它往往决定了后续优化的难易程度<sup>[8-10]</sup>。反射式光学系统正朝着大孔径、长焦距、大视场的方向发展,而简单的球面和非球面的设计自由度较低,已经很难达到更高的设计需求,同时也很难纠正打破旋转对称性所引起的非常规像差。为了达到设计需求,非旋转对称的自由曲面被引入光学设计中,从而实现大视场、高成像质量、小体积<sup>[11-13]</sup>。

自由曲面为光学设计的发展带来了巨大潜力<sup>[14-15]</sup>, Minano 等<sup>[16]</sup>提出了使用多曲面同步设计(SMS)法直接设计自由曲面光学系统的方法,该方法根据每个光学表面的入射光线和出射光线之间的关系直接计算并拟合出自由曲面。Yang 等<sup>[17]</sup>提出了基于逐点构建与迭代过程设计自由曲面成像系统的方法,根据费马原理进行逐点迭代以及曲面拟合,实现自由曲面光学设计。Zhong 等<sup>[18]</sup>提出了基于高斯括号和矢量像差理论获得球面初始结构的方法,然后通过四阶 Zernike 多项式扩展到自由曲面的初始系统设计。Volatier 等<sup>[19]</sup>通过费马原理的微分方程提出了一种直接设计方法,实现了离轴两反的自由曲面望远镜设计。操超等<sup>[20]</sup>提出了一种基于矢量像差理论与费马原理的离轴反射式自由曲面的设计方法,实现了具有三个自由曲面的大视场离轴三反光学系统。越来越多的研究专注于解决设计复杂性的问题,采用自动化设计方法来得到自由曲面反射式光学系统,如遗传算法(GA)<sup>[21-22]</sup>、粒子群算法(PSA)<sup>[23]</sup>、模拟退火算法

(SA)<sup>[24]</sup>和深度学习(DL)<sup>[25]</sup>等。与传统的阻尼最小二乘法(DLS)相比,全局优化算法能更好地解决成像质量评价函数计算中可能出现的局部最小值问题。在大视场自由曲面离轴反射系统的研究中,Wu 等<sup>[26]</sup>研究了视场达到  $40^\circ \times 30^\circ$  的大视场系统设计,但是该类设计利用了凸面的主镜引入光阑像差,类似传统折射式广角系统的前置负透镜,系统为“负-负-正”型。该类系统的问题是在同样焦距和相对孔径条件下光学系统的体积急剧增加,这给实际应用带来困难。

为了在达到大视场像质优良的同时实现光学系统的小型化,本文提出了一种利用“正-负-正”离轴三反初始结构实现紧凑型大视场离轴反射式光学系统的设计新思路。建立了结合矢量像差和赛德尔像差的联合像差初始结构求解方法,利用一种全局的 SA 实现了大视场离轴反射系统初始结构的自动求解。基于优秀的初始结构,最终实现  $30^\circ \times 3^\circ$  大视场的自由曲面离轴反射式光学系统设计,仅采用一个条纹 Zernike 多项式形式的自由曲面即可获得良好的成像质量,这验证了本文所述方法简单、可行。

## 2 设计原理

### 2.1 联合矢量像差和赛德尔像差的像质评价函数

矢量像差理论已经是一个非常成熟的理论,用来描述旋转对称光学系统的主要像差。旋转对称的矢量像差理论<sup>[27]</sup>很早就从标量表达式推导出向量的表达式。光学系统总的初级波像差为

$$W = W_{040}(\rho \cdot \rho)^2 + W_{131}(H \cdot \rho)(\rho \cdot \rho) + W_{222}(H \cdot \rho)^2 + W_{220}(H \cdot H)(\rho \cdot \rho) + W_{311}(H \cdot H)(H \cdot \rho), \quad (1)$$

式中:  $W_{040}$ 、 $W_{131}$ 、 $W_{222}$ 、 $W_{220}$  和  $W_{311}$  为同轴光学系统的初级波像差系数;  $H$  为归一化场向量;  $\rho$  为归一化孔径向量。因此,具有多个反射面的同轴光学系统的波像差为

$$\left\{ \begin{aligned} W &= \sum_j W_{040j}(\rho_1 \cdot \rho_1)^2 + \sum_j W_{131j}(H \cdot \rho_1)(\rho_1 \cdot \rho_1) + \frac{1}{2} \sum_j W_{222j}H^2 \cdot \rho_1^2 + \\ &\quad \sum_j W_{220mj}(H \cdot H)(\rho_1 \cdot \rho_1) + \sum_j W_{311j}(H \cdot H)(H \cdot \rho_1) \\ W_{220mj} &= W_{220j} + \frac{1}{2} W_{222j} \end{aligned} \right., \quad (2)$$

式中:  $j$  为光学系统中的表面数;  $\rho_1$  为同轴反射系统的归一化光瞳矢量;  $W_{040j}$ 、 $W_{131j}$ 、 $W_{222j}$ 、 $W_{220mj}$ 、 $W_{311j}$  为第  $j$  个面的初级波像差系数。

离轴光学系统缺乏一个共同的旋转对称轴,其结构比同轴反射系统更加复杂。为了表征非旋转对称造成的离轴像差,引入两个重要的离轴参量,即光瞳离轴矢量  $P_1$  和孔径缩放系数  $M$ , 光瞳离轴的原理图如图 1 所示。光瞳大小、归一化矢量以及归一化的光瞳离轴矢量的关系<sup>[27]</sup>为

$$\left\{ \begin{aligned} M &= \frac{R_2}{R_1} \\ P_2 &= \frac{P_1}{R_1} \\ \rho_1 &= M\rho_2 + P_2 \end{aligned} \right., \quad (3)$$

式中:  $R_1$  和  $R_2$  分别为同轴光瞳半径和光瞳离轴后的光瞳半径;  $\rho_2$  为离轴反射系统的归一化光瞳矢量。为了得到光瞳离轴的波像差,将离轴参量引入共轴矢量像差理论中,即将式(3)代入式(2),推导光瞳离轴的反射

式光学系统的波像差为

$$\begin{aligned}
 W = & M^4 \sum_j W_{040j} (\rho_2 \cdot \rho_2)^2 + M^3 \left( 4 \sum_j W_{040j} P_2 + \sum_j W_{131j} H \right) \cdot \rho_2 (\rho_2 \cdot \rho_2) + \\
 & M^2 \left( 2 \sum_j W_{040j} P_2^2 + \sum_j W_{131j} P_2 \cdot H + \frac{1}{2} \sum_j W_{222j} H^2 \right) \cdot \rho_2^2 + \\
 & M \left[ 4 \sum_j W_{040j} (P_2 \cdot P_2) P_2 + 2 \sum_j W_{131j} (P_2 \cdot P_2) H + \sum_j W_{131j} P_2 \right] \cdot \rho_2 (\rho_2 \cdot \rho_2) + \\
 & M^2 \left[ 4 \sum_j W_{040j} (P_2 \cdot P_2) + \sum_j W_{131j} (P_2 \cdot H) + \sum_j W_{220mj} (H \cdot H) \right] + \\
 & M \left[ \sum_j W_{222j} H^2 \cdot P_2^* + 2 \sum_j W_{220mj} (H \cdot H) P_2 + \sum_j W_{131j} (H \cdot H) H \right] \cdot \rho_2, \tag{4}
 \end{aligned}$$

式中： $P_2^*$ 为归一化光瞳离轴矢量的共轭。

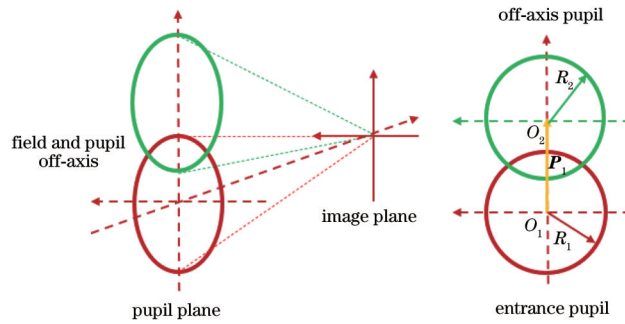


图 1 光瞳离轴原理图

Fig. 1 Schematic diagram of pupil off-axis

对于光瞳离轴的矢量像差理论而言,波像差系数仍与同轴系统相同,其可以与赛德尔像差系数建立关系,同轴反射系统中赛德尔像差可以用结构参数表示,已经广泛地用于计算同轴反射系统初始结构<sup>[28]</sup>。但是此方法建立在丰富的光学设计经验的基础上,通过扩大视场来避免遮拦,并且有很大的可能性被困于局部最小值。因此,本文首先建立一个与初级轴外像差系数有关的像质评价函数,并研究像差和初始结构参数之间的关系,这是进一步进行全局优化的基础。初级

矢量像差系数与赛德尔像差之间的关系<sup>[29]</sup>为

$$\begin{aligned}
 W_{040j} &= \frac{1}{8} S_{Ij}, \quad W_{131j} = \frac{1}{2} S_{IIj}, \quad W_{222j} = \frac{1}{2} S_{IIIj}, \\
 W_{220j} &= \frac{1}{4} S_{IVj}, \quad W_{311j} = \frac{1}{2} S_{Vj}, \tag{5}
 \end{aligned}$$

式中： $S_{Ij}$ 、 $S_{IIj}$ 、 $S_{IIIj}$ 、 $S_{IVj}$ 和 $S_{Vj}$ 分别为赛德尔初级像差系数的球差、彗差、像散、场曲和畸变。基于式(5)中的关系,离轴的初级矢量像差系数被改写为

$$\left\{ \begin{aligned}
 F_{\text{spherical}} &= M^4 \sum_j S_{Ij} \\
 F_{\text{coma}} &= M^3 \left( |P_2| \sum_j S_{Ij} + |H| \sum_j S_{IIj} \right) \\
 F_{\text{astigmatism}} &= M^2 \left( |P_2| \sum_j S_{Ij} + 2 |P_2 \cdot H| \sum_j S_{IIj} + |H^2| \sum_j S_{IIIj} \right) \\
 F_{\text{curvature}} &= M^2 \left[ 2 |P_2 \cdot P_2| \sum_j S_{Ij} + 4 |P_2 \cdot H| \sum_j S_{IIj} + |H \cdot H| \left( \sum_j S_{IIIj} + \sum_j S_{IVj} \right) \right] \\
 F_{\text{distortion}} &= M \left[ |(P_2 \cdot P_2) \cdot P_2| \sum_j S_{Ij} + 2 |(P_2 \cdot P_2) \cdot H| \sum_j S_{IIj} + |P_2^2 \cdot H^*| \sum_j S_{IIj} + \right. \\
 & \quad \left. |P_2^2 \cdot H^2| \sum_j S_{IIIj} + |(H \cdot H) \cdot P_2| \left( \sum_j S_{IVj} + 2 \sum_j S_{IIIj} \right) + |(H \cdot H) \cdot H| \sum_j S_{Vj} \right]
 \end{aligned} \right. , \tag{6}$$

式中： $F_{\text{spherical}}$ 、 $F_{\text{coma}}$ 、 $F_{\text{astigmatism}}$ 、 $F_{\text{curvature}}$  和  $F_{\text{distortion}}$  分别为离轴初级像差因子的球差、彗差、像散、场曲和畸变； $H'$  为视场归一化矢量的共轭。

该理论适用于离轴两镜、三镜和四镜反射式光学系统设计。本文通过离轴三反光学系统的设计实例，证明该理论的可行性和简便性。对于离轴三反的光学系统来说，三级赛德尔像差与光学系统的结构参数的关系式<sup>[30]</sup>已经得到推导，并且广泛地应用于离轴三反的光学设计上，因此本文只应用初级赛德尔像差与系统结构参数的关系式<sup>[30]</sup>，将其代入式(6)，具体推导过程不再赘述。

光学系统的成像质量与初级波像差的大小息息相关，像质评价函数是基于像差和约束条件来建立的，将离轴矢量像差标量化，像质评价函数越小表示所产生的光学结构越趋近于理想系统，将推导的初级像差因子作为子函数构造像质评价函数：

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, k_1, k_2, k_3) = \mu_1 F_{\text{spherical}} + \mu_2 F_{\text{coma}} + \mu_3 F_{\text{astigmatism}} + \mu_4 F_{\text{curvature}} + \mu_5 F_{\text{distortion}} + \mu_6 F_{\text{constraints}}, \quad (7)$$

式中： $\mu_1$ 、 $\mu_2$ 、 $\mu_3$ 、 $\mu_4$  和  $\mu_5$  分别为离轴初级像差因子的球差、彗差、像散、场曲和畸变的权重值； $\mu_6$  为约束条件的权重值。对于反射式光学系统而言，要获得紧凑的光学系统，需要控制反射镜之间的距离，一般控制主次镜之间的距离和二三镜的距离，使其接近，由此引入一个尺寸约束条件为

$$F_{\text{constraints}} = \frac{(1 - \alpha_1) + \alpha_1 \beta_1 (1 - \alpha_2)}{\beta_1 \beta_2}, \quad (8)$$

式中： $\alpha_1$  为主次镜的遮拦比； $\alpha_2$  为二三镜的遮拦比； $\beta_1$  为主次镜的放大倍率； $\beta_2$  为二三镜的放大倍率。

为了在全视场下有效地评价初始系统的成像质量，同时考虑到像质评价函数的计算复杂度的问题，通过离散视场采样的方法建立了二次曲面初始系统的像质评价函数：

$$F = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n F(H_{ij}), \quad (9)$$

式中： $m$  和  $n$  分别为  $x$  和  $y$  视场方向的采样位置； $H_{ij}$  为视场采样点； $F(H_{ij})$  为不同视场采样点的像质评价函数。本文的仿真仅采用单一方向的优化，离散的单一方向视场优化节约了运算时间，以此求解的线视场离轴反射式初始结构为后续的大视场光学系统设计提供了良好的起点。

### 2.2 模拟退火算法

建立像质评价函数后，算法对于计算该函数的最优解也至关重要。全局 SA 提供了连续离散变量的非线性计算问题的可能性。本文采用 SA 对像质评价函数进行全局的优化求解，需要给定函数自变量合理的范围，即系统结构参数的合理范围，在此解空间范围内找到全局最优解，进而得到离轴初始结构参数，包括遮拦比、放大倍率和二次曲面的非球面系数值  $k$ 。

SA 具有渐近收敛性、并行性、随机性和自适应性，已在理论上和实践上证明 SA 在光学设计领域是一种有效的全局优化算法<sup>[24]</sup>。SA 优化评价函数的设计流程如图 2 所示，SA 解空间的最优解寻找可分为如下 4 个步骤<sup>[31]</sup>：

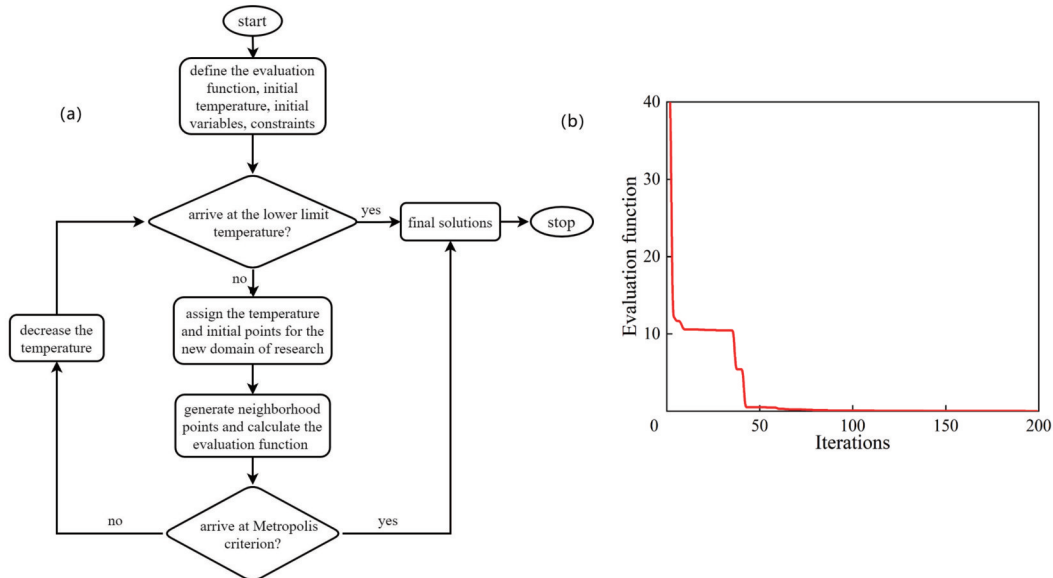


图 2 优化过程。(a) SA 优化流程图；(b) 线视场(FOV)初始结构的像质评价函数迭代收敛图

Fig. 2 Optimization process. (a) Flowchart of SA optimization; (b) iteration convergence process for imaging quality evaluation function of linear FOV initial structure

1) 设置初始温度  $T=100\text{ }^\circ\text{C}$ ，从给定的解范围出发产生一个位于解空间的新解，对构成新解的全部或部分元素进行置换。

2) 计算与新解所对应的像质评价函数的差值。函数差只由置换的部分产生，所以目标函数差的计算最好按增量计算。

3) 判断新解是否被接受, 判断的依据是一个接受准则。最常用的接受准则是 Metropolis 准则: 若  $\Delta T < 0$  则接受, 作为新解, 否则以概率  $\exp(-\Delta T/T)$  接受其作为新的当前解, 其中,  $\Delta T$  为模拟退火过程中温度下降的量。

4) 当新解被确定接受时, 用新解代替当前解, 这只需将当前解中对应于产生新解时的变换部分予以实现, 同时替换目标函数值即可。此时, 当前解实现了一次迭代。可在此基础上开始下一轮实验。而当新解被判定为舍弃时, 在原解的基础上继续下一轮的寻优。

根据上面给出的 SA 的计算过程, 优化程序选择通过 Python 来实现, 初始系统结构在 Zemax 中的“ZOS-API”直接显示。根据 4 个步骤的寻优求解, 最终得到 9 个初始结构参数, 包括镜子的曲率半径  $R_1, R_2$  和  $R_3$ , 镜面之间的距离  $d_1, d_2$  和  $d_3$ , 以及 3 个镜子的非球面系数  $k_1, k_2$  和  $k_3$ 。基于本文的理论和方法设计了大视场离轴三反光学系统的最优初始结构, 其焦距为 500 mm,  $F$  数为 5,  $y$  方向的视场角为  $3^\circ$ 。经过 SA 的优化, 像质评价函数很快得到收敛, 其最终的函数值为 0.014。具有  $y$  方向上的线视场的离轴反射式光学系统初始结构[图 3(a)]很容易被设计出来。在设计 and 优化计算前考虑到离轴光学系统需要避免遮拦, 将视场  $y$  方向视场角扩大为  $3^\circ$ , 权重值设置为  $[\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6] = [1, 1, 1, 1, 1, 2]$ , 通过逐渐增大约束条件的权重值来限制光学系统的尺寸, 保证光学系统尺寸的紧凑。在算法优化前需要给出有效参数边界条件, 具体的参数范围以及输出的最优解如表 1 所示, 线视场

光学系统的像质通过 Zemax 进行分析, 点列图和调制传递函数(MTF)是作为像质评价函数的重要评价依据, 图 3(b)、(c)表明,  $4^\circ \sim 7^\circ$  的线视场离轴三反光学系统的点列图达到衍射极限, 调制传递函数值在 100 lp/mm 时大于 0.6, 光学系统尺寸较为紧凑, 得到优秀像质的线视场初始结构对后续扩大视场提供了一个好的起点。

表 1 离轴三反光学系统的初始结构参数的边界值和最优解  
Table 1 Boundary values and optimal solutions of initial structure parameters of off-axis three-mirror optical system

Parameter	Lower limit	Upper limit	Solution
$\alpha_1$	0.1	0.5	0.5910
$\alpha_2$	0.5	1.0	0.9990
$\beta_1 / 10^3$	-1.5	-0.5	-0.6795
$\beta_2 / 10^{-3}$	-1.5	-0.5	-1.0700
$k_1$	-5.0	5.0	-1.3490
$k_2$	-5.0	5.0	0.5660
$k_3$	-5.0	5.0	0.2080
$R_1 / \text{mm}$	—	—	-1209.809
$R_2 / \text{mm}$	—	—	-357.264
$R_3 / \text{mm}$	—	—	-503.847
$d_1 / \text{mm}$	—	—	-342.602
$d_2 / \text{mm}$	—	—	342.607
$d_3 / \text{mm}$	—	—	-349.454

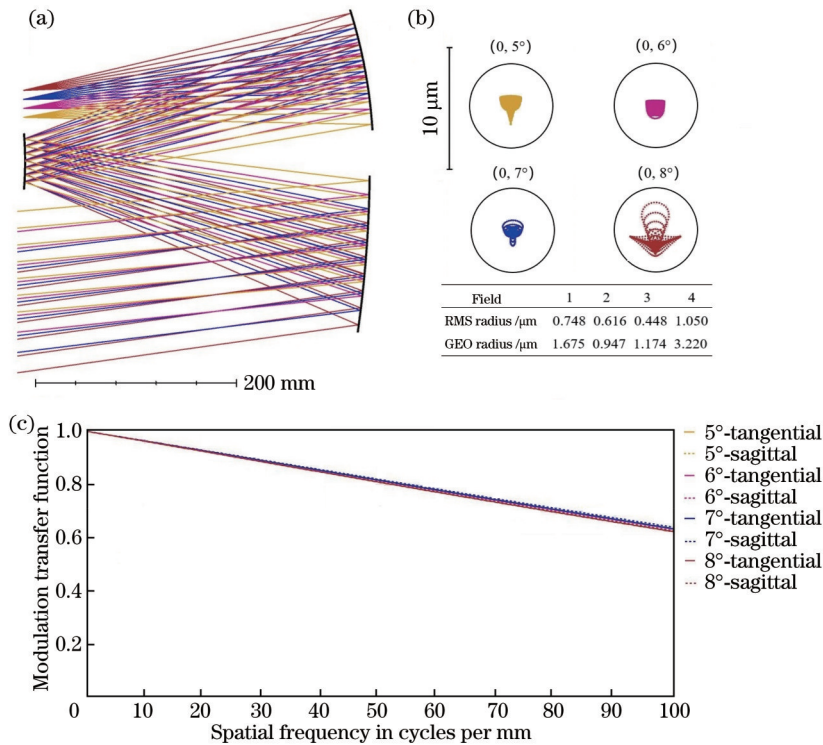


图 3 线视场为  $3^\circ$  的离轴三反光学系统以及像质评价。(a) 系统布局图; (b) 点列图; (c) 调制传递函数

Fig. 3 Off-axis three-mirror optical system with linear FOV of  $3^\circ$  and image quality evaluation. (a) Optical system layout; (b) spot diagram; (c) modulation transfer function

### 3 设计实例

基于本文的方法以及线视场初始结构,设计一个紧凑型大视场自由曲面离轴三反光学系统,以证明此方法简单可行。本文方法用较为简单的表面即可获得好的成像质量,最终要实现的大视场自由曲面光学系统参数如表 2 所示。基于初始结构开始在  $x$  方向上扩大视场,以一个  $20^\circ \times 3^\circ$  的大视场光学系统设计作为过渡,其原因在于视场突然扩大会造成陷入局域最小值而无法进一步进行优化的问题。在此过程中只在三镜上引入偶次非球面 4~10 阶的高次项,简单的优化即可获得大视场离轴三反,如图 4(a) 所示,详细的结构参数如表 3 所示,并且对成像质量进行分析,图 4(b) 中显示点列图接近衍射极限,图 4(c) 说明了该系统的调制传递函数在 100 lp/mm 时 MTF 可以达到 0.4 以上,

主次镜为二次非球面,三镜为偶次非球面,系统尺寸较为紧凑。好的初始结构可在保证像质良好的情况下使用尽量少的复杂曲面,无偏心倾斜,易于加工制造,简单的曲面对降低工程造价很有意义。

表 2 大视场自由曲面离轴三反系统参数

Table 2 Specifications of off-axis three-mirror optical system with large FOV and freeform surface

Parameter	Value
Focal length /mm	500
$F$ -number	5
Full-field of view /[( $^\circ$ ) $\times$ ( $^\circ$ )]	$30 \times 3$
Full-field grid distortion /%	$\leq 1$
MTF / (50 lp $\cdot$ mm $^{-1}$ )	$\geq 0.4$

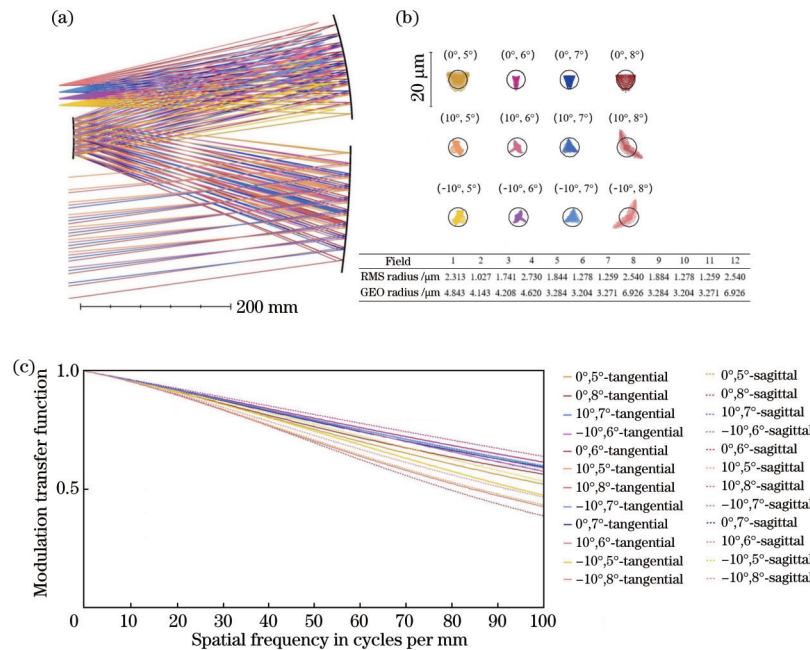


图 4 视场为  $20^\circ \times 3^\circ$  的离轴三反光学系统以及像质评价。(a) 系统布局图; (b) 点列图; (c) 调制传递函数

Fig. 4 Off-axis three-mirror optical system with FOV of  $20^\circ \times 3^\circ$  and image quality evaluation. (a) Optical system layout; (b) spot diagram; (c) modulation transfer function

表 3 视场为  $20^\circ \times 3^\circ$  的离轴三反光学系统的结构参数

Table 3 Structural parameters of off-axis three-mirror optical system with FOV of  $20^\circ \times 3^\circ$

Surface	Type	Radius /mm	Thickness /mm	Conic	High-order term			
					4th	6th	8th	10th
Primary mirror	Standard	-1365.694	-367.330	-1.440	—	—	—	—
Second mirror	Standard	-397.798	369.969	0.819	—	—	—	—
Tertiary mirror	Even asphere	-545.526	-390.000	0.542	$-2.62 \times 10^{-10}$	$8.23 \times 10^{-16}$	$9.06 \times 10^{-21}$	$7.52 \times 10^{-27}$

在上面线视场以及  $20^\circ \times 3^\circ$  大视场初始结构的基础上,希望进一步扩大视场,当视场设定为  $30^\circ \times 3^\circ$  时,在主镜和三镜中使用偶次非球面,像质快速下降,这时偶次非球面已经无法满足像差的校正。条纹 Zernike 多项式形式的自由曲面被应用在此大视场离轴三反光

学系统上,Zernike 多项式形式的自由曲面是一个完整的圆域正交多项式,是自由曲面的像差理论中使用的基础集<sup>[32]</sup>。基于良好的初始结构,Zernike 多项式形式的自由曲面被加到三镜上,以获得大的 FOV 和良好的成像性能。Zernike 多项式<sup>[33]</sup>可以表示为

$$z = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1 + k)c^2(x^2 + y^2)}} + \sum_{i=1}^m C_i Z_i(\rho, \varphi), \quad (10)$$

式中:  $c$  为顶点曲率;  $k$  为二次曲面系数;  $Z_i(\rho, \varphi)$  为单位圆上的 Zernike 多项式,  $\rho$  和  $\varphi$  为极坐标参量;  $C_i$  为多项式  $Z_i(\rho, \varphi)$  的系数。使用条纹 Zernike 多项式表示光学表面时, 通常会将传统非球面多项式和 Zernike 多项式结合起来<sup>[15]</sup>:

$$f_z(\rho, \varphi) = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (1 + k)c^2(x^2 + y^2)}} + \sum_{i=1}^8 m_i r^{2i} + \sum_{i=1}^N A_i Z_i(\rho, \varphi), \quad (11)$$

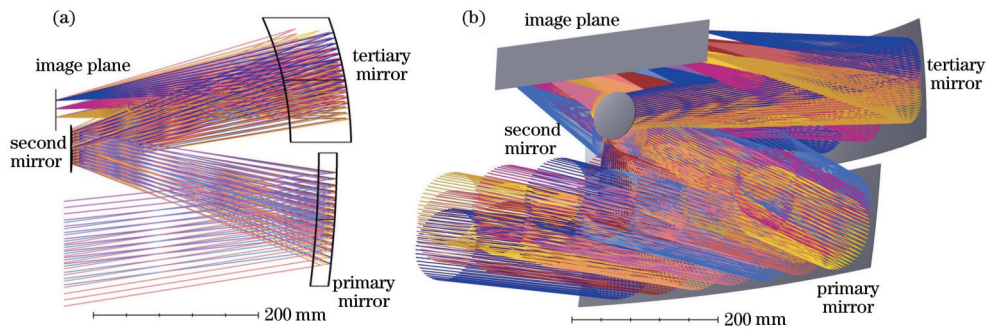


图 5  $30^\circ \times 3^\circ$  大视场离轴三反光学系统的三维布局图。(a) 系统剖面图; (b) 系统三维布局图

Fig. 5 Three-dimensional layout of off-axis three-mirror optical system with large FOV of  $30^\circ \times 3^\circ$ . (a) Cross-section layout of optical system; (b) 3D layout of optical system

最终设计的自由曲面离轴三反光学系统的结构参数详见表 4。主镜为偶次非球面镜, 次镜为球面镜, 三镜为 Zernike 自由曲面镜。非球面镜、球面镜和自由曲面的组合设计降低了加工难度和制造成本, 所有镜面无偏心和倾斜, 这大大降低了偏心和倾斜带来的高阶像差, 设计、优化的难度大大降低, 同时利用主三镜共轴可以进行背板一体化装调, 采用同光轴共基准光学检测加工和装调的难度大大降低<sup>[34-35]</sup>。与初始结构相比, 最终设计的自由曲面离轴三反光学系统更加紧凑。系统中三镜的 Zernike 项系数值也在表 5 中给出, 最高项数为 36 项。最终对  $30^\circ \times 3^\circ$  自由曲面离轴三反光学系统的成像质量进行评价分析, 光学调制传递函数在

式中:  $m_i$  为非球面系数;  $A_i$  为 Zernike 多项式系数;  $f_z(\rho, \varphi)$  为 Zernike 面型的数学表达式。式(11)分为三个部分: 第一部分是整个面型的二次曲面基础项, 第二部分为高次非球面项, 第三部分为 Zernike 多项式。可以认为第一部分是整个自由曲面面型的基础项, 其余两部分为自由曲面的扩展项。选取条纹 Zernike 多项式中的 19 项对称项为变量, 用于高阶像差的优化。考虑到加工制造的可行性, 在随后的优化过程中, 次镜的表面形状被还原为球面镜, 实现了  $30^\circ \times 3^\circ$  大视场离轴三反光学系统的设计, 如图 5 所示。

全视场表现良好, 在 50 lp/mm 处调制传递函数均优于 0.5 (图 6)。当  $x$  方向为较小视场角时, 调制传递函数在 50 lp/mm 时可以达到 0.5 以上; 而当  $x$  方向的视场角较大以及  $x$  方向为边缘视场时, 像质会有所下降, 但整体的成像质量良好。对于大视场反射式系统而言, 畸变值也反映了成像质量的好坏, 畸变网格图如图 7 所示, 该畸变图的矩形框中为本文有效视场的畸变情况, 全视场的最大畸变值为 0.3065%, 畸变值较小, 符合设计要求。此设计更加印证了在本文方法中初始结构设计意义, 弱化了传统依赖经验的光学系统设计, 对于宽幅推扫成像空间光学载荷的设计提供了有价值的参考。

表 4 大视场 Zernike 自由曲面离轴三反光学系统参数

Table 4 Parameters of Zernike freeform off-axis three-mirror optical system with large FOV

Surface	Type	Radius /mm	Thickness / mm	Conic	High-order term			
					4th	6th	8th	10th
Primary mirror	Even asphere	-1300.72	-320.00	0.29	$8.28 \times 10^{-11}$	$3.47 \times 10^{-16}$	$-3.25 \times 10^{-21}$	$1.37 \times 10^{-26}$
Second mirror	Standard	-361.92	300.00	—	—	—	—	—
Tertiary mirror	Freeform	-1653.68	-319.98	—	$4.05 \times 10^{-9}$	$-1.28 \times 10^{-14}$	$-6.17 \times 10^{-19}$	$-4.04 \times 10^{-24}$

## 4 结 论

针对大视场自由曲面离轴反射光学系统设计难度较大的问题, 提出了一种大视场自由曲面的离轴反射

光学系统设计方法。首先利用结合的矢量像差和赛德尔联合像差建立像质评价函数, 采用全局的 SA 实现了离轴二次曲面的初始结构自动化设计, 从全局优化的高像质线视场离轴三反初始结构到简单曲面的大视

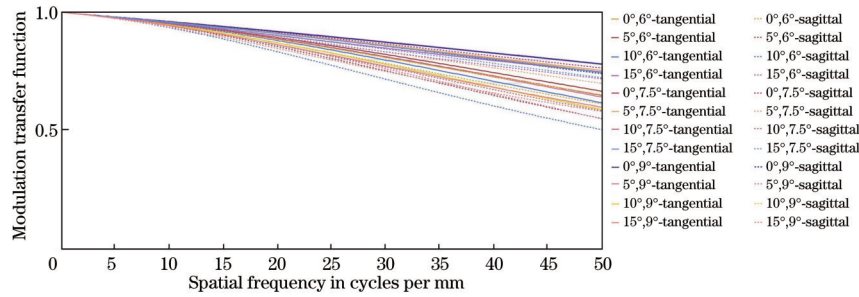


图 6  $30^\circ \times 3^\circ$  大视场自由曲面离轴三反光学系统的调制传递函数

Fig. 6 MTF of freeform off-axis three-mirror optical system with large FOV of  $30^\circ \times 3^\circ$

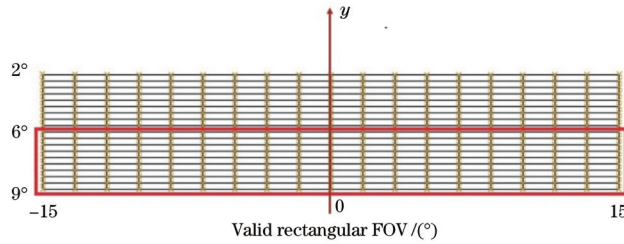


图 7 网格畸变图

Fig. 7 Grid distortion

表 5 三镜的 Zernike 自由曲面参数

Table 5 Zernike freeform parameters for tertiary mirror

Term	Value	Term	Value	Term	Value
$Z_1$	—	$Z_{13}$	—	$Z_{25}$	1.3876
$Z_2$	—	$Z_{14}$	—	$Z_{26}$	—
$Z_3$	—	$Z_{15}$	7.5470	$Z_{27}$	0.0359
$Z_4$	-27.7772	$Z_{16}$	7.5675	$Z_{28}$	-0.0696
$Z_5$	0.2033	$Z_{17}$	-0.3138	$Z_{29}$	—
$Z_6$	—	$Z_{18}$	—	$Z_{30}$	—
$Z_7$	—	$Z_{19}$	—	$Z_{31}$	-0.0604
$Z_8$	12.7432	$Z_{20}$	-0.4371	$Z_{32}$	0.0086
$Z_9$	12.9490	$Z_{21}$	0.0375	$Z_{33}$	—
$Z_{10}$	—	$Z_{22}$	—	$Z_{34}$	—
$Z_{11}$	-1.0878	$Z_{23}$	—	$Z_{35}$	0.1202
$Z_{12}$	0.0143	$Z_{24}$	1.6328	$Z_{36}$	0.0895

场  $20^\circ \times 3^\circ$  离轴三反系统逐步实现, 最终基于此初始结构实现了大视场  $30^\circ \times 3^\circ$  的自由曲面光学系统设计。该系统采用偶次非球面、球面和 Zernike 自由曲面的组合设计, 光学成像质量好、结构紧凑, 其无偏心倾斜的结构易于加工和装调, 对于宽幅推扫式空间光学系统设计具有参考价值。本文初始结构的设计方法弱化了传统依赖经验的光学系统设计, 同时也为大视场离轴光学系统的设计提供一个简便可行的方法。

参 考 文 献

[1] Gilmozzi R, Spyromilio J. The European extremely large telescope (E-ELT)[J]. Messenger, 2007, 127(11): 11-19.  
 [2] 高铎瑞, 胡辉, 汪伟, 等. 一种改进的易于加工、装调的离轴三反光学系统设计[J]. 中国激光, 2015, 42(6):

0616001

Gao D R, Hu H, Wang W, et al. Optical design for a kind of simply processed and installed off-axis three-reflection[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(6): 0616001.

[3] Johns M, McCarthy P, Raybould K, et al. Giant Magellan telescope: overview[J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8444: 84441H.  
 [4] Liu C, Straif C, Flügel-Paul T, et al. Comparison of hyperspectral imaging spectrometer designs and the improvement of system performance with freeform surfaces[J]. Applied Optics, 2017, 56(24): 6894-6901.  
 [5] Sanders G H. The thirty meter telescope (TMT): an international observatory[J]. Journal of Astrophysics and Astronomy, 2013, 34(2): 81-86.  
 [6] Batshev V I, Bodrov S V. A compact three-mirror astronomical objective[J]. Instruments and Experimental Techniques, 2016, 59(4): 557-561.  
 [7] Ersumo N T, Yalcin C, Antipa N, et al. A micromirror array with annular partitioning for high-speed random-access axial focusing[J]. Light: Science & Applications, 2020, 9: 183.  
 [8] Korsch D. Anastigmatic three-mirror telescope[J]. Applied Optics, 1977, 16(8): 2074-2077.  
 [9] Robb P N. Three-mirror telescopes: design and optimization[J]. Applied Optics, 1978, 17(17): 2677-2685.  
 [10] Cook L G. Three-mirror anastigmat used off-axis in aperture and field[J]. Proceedings of SPIE, 1979, 0183: 207-211.  
 [11] Meng Q Y, Wang H Y, Liang W J, et al. Design of off-axis three-mirror systems with ultrawide field of view based on an expansion process of surface freeform and



- field of view[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(3): 609-615.
- [12] Wu R M, Ding Z H, Yang L, et al. Precise light control in highly tilted geometry by freeform illumination optics[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(11): 2887-2890.
- [13] Tang R R, Jin G F, Zhu J. Freeform off-axis optical system with multiple sets of performance integrations[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(13): 3362-3365.
- [14] Rolland J P, Davies M A, Suleski T J, et al. Freeform optics for imaging[J]. *Optica*, 2021, 8(2): 161-176.
- [15] 杨通, 段璎哲, 程德文, 等. 自由曲面成像光学系统设计: 理论、发展与应用[J]. *光学学报*, 2021, 41(1): 0108001.  
Yang T, Duan Y Z, Cheng D W, et al. Freeform imaging optical system design: theories, development, and applications[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0108001.
- [16] Minano J C, Benitez P, Lin W, et al. An application of the SMS method for imaging designs[J]. *Optics Express*, 2009, 17(26): 24036-24044.
- [17] Yang T, Zhu J, Hou W, et al. Design method of freeform off-axis reflective imaging systems with a direct construction process[J]. *Optics Express*, 2014, 22(8): 9193-9205.
- [18] Zhong Y, Gross H. Initial system design method for non-rotationally symmetric systems based on Gaussian brackets and Nodal aberration theory[J]. *Optics Express*, 2017, 25(9): 10016-10030.
- [19] Volatier J B, Druart G. Differential method for freeform optics applied to two-mirror off-axis telescope design[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(5): 1174-1177.
- [20] 操超, 廖胜, 廖志远, 等. 基于自由曲面的大视场离轴反射光学系统设计[J]. *光学学报*, 2020, 40(8): 0808001.  
Cao C, Liao S, Liao Z Y, et al. Design of off-axis reflective optical system with large field-of-view based on freeform surfaces[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(8): 0808001.
- [21] Liu J, Wei H, Fan H J. A novel method for finding the initial structure parameters of optical systems via a genetic algorithm[J]. *Optics Communications*, 2016, 361: 28-35.
- [22] Cao C, Liao S, Liao Z Y, et al. Initial configuration design method for off-axis reflective optical systems using nodal aberration theory and genetic algorithm[J]. *Optical Engineering*, 2019, 58(10): 105101.
- [23] Yu X, Wang H Y, Yao Y, et al. Automatic design of a mid-wavelength infrared dual-conjugate zoom system based on particle swarm optimization[J]. *Optics Express*, 2021, 29(10): 14868-14882.
- [24] Xu C, Lai X M, Cheng D W, et al. Automatic optical path configuration variation in off-axis mirror system design[J]. *Optics Express*, 2019, 27(11): 15251-15261.
- [25] Chen W C, Yang T, Cheng D W, et al. Generating starting points for designing freeform imaging optical systems based on deep learning[J]. *Optics Express*, 2021, 29(17): 27845-27870.
- [26] Wu W C, Jin G F, Zhu J. Optical design of the freeform reflective imaging system with wide rectangular FOV and low F-number[J]. *Results in Physics*, 2019, 15: 102688.
- [27] Thompson K. Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, 22(7): 1389-1401.
- [28] 张以谟. 现代应用光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2018.  
Zhang Y M. *Contemporary applied optics*[M]. Beijing: Publishing House of Electronics industry, 2018.
- [29] 庞志海, 樊学武, 任国瑞, 等. 离轴反射光学系统像差特性研究[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(6): 0618002.  
Pang Z H, Fan X W, Ren G R, et al. Study of aberration characteristic of off-axis reflective system[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(6): 0618002.
- [30] 潘君骅. 光学非球面的设计、加工与检验[M]. 苏州: 苏州大学出版社, 2004.  
Pan J H. *The design, manufacture and test of the aspherical optical surfaces*[M]. Suzhou: Soochow University Press, 2004.
- [31] Arora J S. Discrete variable optimum design concepts and methods[M]//Arora J S. *Introduction to optimum design*. 2nd ed. Amsterdam: Elsevier, 2004: 513-530.
- [32] Fuerschbach K, Rolland J P, Thompson K P. A new family of optical systems employing  $\varphi$ -polynomial surfaces[J]. *Optics Express*, 2011, 19(22): 21919-21928.
- [33] Yang T, Zhu J, Jin G F. Nodal aberration properties of coaxial imaging systems using Zernike polynomial surfaces[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(5): 822-836.
- [34] 王孝坤, 薛栋林, 张学军. 大口径非球面系统的共基准加工与检验[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(4): 743-748.  
Wang X K, Xue D L, Zhang X J. Fabrication and testing of large aspheric system based on common reference[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2018, 26(4): 743-748.
- [35] 李明. 基于 CGH 的非球面混合补偿检测及离轴光学系统装调的关键技术研究[D]. 北京: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2015: 6-8.  
Li M. *Research on key technology of hybrid null testing of aspheric mirror and off-axis optical system alignment based on CGH*[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2015: 6-8.