

# 用解析修正的半经典回碰模型研究蜘蛛状动量谱中的库仑位移

付国跃, 张贵忠\*, 张晟华, 史伟, 姚建铨

天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072

**摘要** 报道了强激光脉冲电离氢原子诱导的蜘蛛状干涉光电子动量谱(PMD)的数值探究结果。标准的半经典回碰模型(SRM)虽然简化了电子行为,但是忽略了难以处理的库仑作用。与以往的数值修正不同,对电离过程的库仑作用进行解析近似处理,并将其引入到SRM中,成功构建了解析修正的SRM(AC-SRM)。运用该模型数值模拟计算了蜘蛛状PMD和库仑作用引起的干涉图样的系统性位移。用经典相位、含时薛定谔方程(TDSE)和电子轨迹等方法,对这种位移现象进行了定量分析和机理探究。结果发现,所提的经典相位方法对PMD中蜘蛛状干涉结构的库仑作用最敏感,对第一干涉极小值尤为突出。精确的TDSE数值结果也证实了由AC-SRM所得到的模拟结果的正确性。

**关键词** 原子与分子物理学; 原子光电离; 光电子全息; 库仑作用; 数值模拟

中图分类号 O562

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.2102001

## Coulomb Shifts in Spiderlike Photoelectron Momentum Distributions by Analytically-Coulomb-Corrected Semiclassical Rescattering Model

Fu Guoyue, Zhang Guizhong\*, Zhang Shenghua, Shi Wei, Yao Jianquan

School of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China

**Abstract** This paper presents numerical results on the spiderlike photoelectron momentum distributions (PMDs) induced by the ionization of hydrogen atoms by an intense laser pulse. In addition, although the standard semiclassical rescattering model (SRM) has simplified actions of electrons, it fails to take complex Coulomb interaction into account. Different from existing numerical correction, this paper carries out an analytical approximate treatment of Coulomb interaction during the ionization, introduces it into SRM, and successfully constructs an analytically-Coulomb-corrected SRM (AC-SRM). Based on AC-SRM, the systematic shifts of interference patterns caused by spiderlike PMDs and Coulomb interaction are simulated and calculated. Furthermore, through the classical phase, time-dependent Schrödinger equation (TDSE), electron orbit, and other methods, this paper quantitatively analyzes the shifts and explores the corresponding mechanism. The results show that the proposed classical phase method is the most sensitive to the Coulomb interaction in the spiderlike PMDs, especially to the first interference minima, and the accurate TDSE values verify the correctness of simulated results obtained by AC-SRM.

**Key words** atomic and molecular physics; atomic photoionization; photoelectron holography; Coulomb interaction; numerical simulation

## 1 引言

在强激光电离原子时<sup>[1-3]</sup>,原子中的电子克服库仑力离开母离子,发生电离。在隧穿电离的过程中,一些电子离开母离子直接到达检测器,而另一些电子则被振荡的激光电场转向并与母离子发生碰撞。若这两类

电子的最终动量相等,则会发生干涉,能在光电子动量谱(PMD)上形成干涉条纹。类比激光全息,一般称这两类电子为参考电子和信号电子,称这种干涉现象为强场光电子全息(SFPH)<sup>[4-7]</sup>。2011年,Huisman等<sup>[6]</sup>在Xe原子的电离实验中观测到了蜘蛛状干涉动量结构。他们研究发现,电子和母离子的时空信息被编码

收稿日期: 2022-03-24; 修回日期: 2022-04-25; 录用日期: 2022-05-10

基金项目: 国家自然科学基金(11674243)、国家重点研发计划(2017YFB1401201)

通信作者: \*johngzhang@tju.edu.cn

在蜘蛛状干涉结构的条纹图案中,故有望从蜘蛛状动量谱中提取分子或原子的内部动力学信息和结构信息<sup>[8-14]</sup>。此后,人们开展了大量关于蜘蛛状动量谱的理论和实验研究<sup>[15-23]</sup>。

大多数理论研究都表明,库仑作用会对动量分布或能量谱造成特定倾向的偏移或扭曲(对动量或能量值较小的范围尤其明显)<sup>[24-43]</sup>。例如,Kelvich等<sup>[36]</sup>的研究指出,对于单个电子的轨迹而言,当考虑电离电子与原子核之间的库仑作用时,光电子动量谱甚至会呈现焦散现象。虽然关于库仑作用在各类电离过程中的表现已有广泛研究,但是由于库仑作用具有对电子轨迹强烈依赖、在母离子附近难以计算等复杂特性,故在实际计算中常难以处理或计算量太大而被忽略。

半经典回碰模型(SRM)<sup>[44-48]</sup>、含时薛定谔方程(TDSE)和许多其他模型<sup>[49-55]</sup>都被广泛应用于蜘蛛状干涉结构的数值研究中。然而,传统的半经典模型简化了电子行为,忽略了电子受到的库仑作用。在与隧穿电离有关的干涉过程中,库仑作用的影响主要体现在两个特定阶段,即电子在库仑势垒下的隧穿过程和信号电子与母离子的回碰过程。目前涉及库仑作用的理论包括:量子轨迹蒙特卡罗法(QTMC)<sup>[56-57]</sup>,该理论方法除计算量大外,它在计算权重时使用了经典表示,故也不能处理电子在库仑势垒下的运动;其余绝大多数的修正方法是依赖于电子轨迹的微扰方法<sup>[58-59]</sup>,当电子轨迹到达母离子时这些方法不得不对库仑势进行软化处理。本文对SRM的修正处理采用解析近似表达式,用公式表述了库仑势在隧穿阶段对电子的贡献,从而成功构建了解析修正的SRM(AC-SRM)。该修正方法大大减小了模拟计算成本,且修正项的物理意义明确。在此修正模型的基础上,完成了蜘蛛状干涉光电子动量谱的数值模拟计算,并观测到了库仑作用诱导的干涉条纹的位移现象。结果表明,库仑作用在蜘蛛状动量谱中的作用明显。此外,从经典作用相位和电子轨迹等方面解读了这些变化的微观机理,也通过TDSE的求解证实了AC-SRM的数值计算结果。研究发现,与不考虑库仑作用的情形相比,库仑作用引起了蜘蛛状干涉条纹的位移,且所提的经典作用相位方法对这种条纹位移尤其敏感。

## 2 理论数值方法

在数值模拟过程中,取激光电场沿纵向( $x$ 轴)线性偏振,且本文采用原子单位(a.u.)进行计算。激光电场的表达式为

$$E(t) = E_0 \sin(\omega t), \quad (1)$$

式中: $t$ 为时间变量; $E_0$ 为激光电场的振幅; $\omega$ 为角频率。

标准的SRM基于三步模型<sup>[44-48]</sup>。在蜘蛛状动量谱的模拟中,该理论假定信号电子的初始速度为零( $v_x^{\text{sig}} = v_y^{\text{sig}} = 0$ ),而参考电子的初始速度不全为零( $v_x^{\text{ref}} = 0, v_y^{\text{ref}} \neq 0$ )。此外,在电子离开原子核后的运动过程中,只考虑激光电场作用,忽略库仑力。因此,电

子的纵向坐标可表示为

$$x(t) = E_0 [\sin(\omega t) - \sin(\omega t_0)] / \omega^2, \quad (2)$$

式中: $t_0$ 为电离时刻。根据式(2),可求出回碰时刻 $t_c$  [ $x(t_c) = 0$ ]。信号电子在回碰时刻与原子核发生前向散射,之后与满足条件的参考电子干涉,最终形成蜘蛛状动量谱结构。

为探究库仑作用的影响,仍以三步模型为基础,受相关研究<sup>[36-37,60-61]</sup>的启发,采用解析公式来表达库仑作用。在AC-SRM中,仍采用半经典模型的初始速度设定,但将库仑作用以额外修正的形式引入到电离时刻的动量中。因此,电离电子将不再以原子核位置为电离后运动的初始位置 [ $x(t_0)$ ],而是以更为准确的隧穿电离后的隧道出口为初始位置<sup>[62]</sup>。根据该库仑修正理论(在原子单位制下, $m_e = e = 1$ ,其中 $m_e$ 为电子的质量, $e$ 为电子的电荷量),电子电离后的初始位置 [ $x(t_0)$ ]和初始动量( $p_{x0}, p_{y0}$ )为

$$x(t_0) = -I_p / E(t_0), \quad (3)$$

$$p_{x0} = -(E_0 / \omega) \cos(\omega t_0) + \delta_{p_{x0}}, \quad (4)$$

$$p_{y0} = v_{y0} + \delta_{p_{y0}}, \quad (5)$$

式中: $I_p$ 是氢原子的电离能; $v_{y0}$ 为电子的横向初始速度。式(4)和式(5)中修正项的具体表达为

$$\delta_{p_{x0}} = [4E(t_0) / (2I_p)^{3/2}] J_{x0}, \quad (6)$$

$$\delta_{p_{y0}} = [-2v_{y0} |E(t_0)| / I_p^2] J_{y0}, \quad (7)$$

参照文献[36]的推导, $J_{x0} \approx \pi/4$ 和 $J_{y0} \approx 1/4$ 是有效近似。在回碰过程前后,由于库仑势的对称性和前向散射特征,故库仑修正为零。文献[36]对库仑作用的解析近似证明,对电离时电子离开母离子的库仑作用的处理能够充分考虑全局库仑作用。

在回碰时刻( $t_c$ )处,信号电子回到母离子位置 [ $x(t_c) = y(t_c) = 0$ ]。这与SRM一致,但信号电子的动量(坐标)有相应的库仑修正

$$p_{x0} = -(E_0 / \omega) \cos(\omega t_0) + \pi E(t_0) / (2I_p)^{3/2}, \quad (8)$$

$$x(t) = x(t_0) + p_{x0}(t - t_0) + E_0 [\sin(\omega t) - \sin(\omega t_0)] / \omega^2, \quad (9)$$

$$x(t_c) = 0. \quad (10)$$

信号电子回碰后被母离子以角度 $\theta_c$ 前向弹性散射。因此,信号电子在回碰后的速度和动量可表示为

$$v_c^{\text{sig}} = \frac{E_0}{\omega} [\cos(\omega t_c) - \cos(\omega t_0)] + p_{x0}^{\text{sig}}, \quad (11)$$

$$p_x^{\text{sig}} = v_x^{\text{sig}} \cos \theta_c - \frac{E_0}{\omega} \cos(\omega t_c), \quad (12)$$

$$p_y^{\text{sig}} = v_y^{\text{sig}} \sin \theta_c, \quad (13)$$

式中: $v_c^{\text{sig}}$ 为信号电子在回碰时刻( $t_c$ )的速度; $p_{x0}^{\text{sig}}$ 为信号电子在隧道出口处的纵向速度; $p_y^{\text{sig}}$ 为信号电子在回碰后的横向速度; $p_x^{\text{sig}}$ 为信号电子在回碰后的纵向速度。当信号电子的最终动量等于参考电子的最终动量时,二者就发生干涉,此时在光电子动量谱上出现干涉结构。

电子的相位是经典作用相位,其表达式为

$$S = \int_0^{\infty} \left[ \frac{v^2(t)}{2} + I_p \right] dt. \quad (14)$$

信号电子和参考电子之间的相位差的表达式为

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \int_{t_0^{\text{ref}}}^{t_c} v_x^2 dt + \frac{1}{2} v_y^2(t_c - t_0^{\text{ref}}) - \frac{1}{2} \int_{t_0^{\text{sig}}}^{t_c} v_x^2 dt + I_p(t_0^{\text{sig}} - t_0^{\text{ref}}), \quad (15)$$

式中:  $t_0^{\text{ref}}$  为参考电子的电离时刻;  $t_0^{\text{sig}}$  为信号电子的电离时刻;  $v_x$  为纵向速度;  $v_y$  为参考电子的横向速度。

与其他理论相似<sup>[44-48]</sup>, 在 AC-SRM 中, 蜘蛛状光电子动量谱的强度分布  $W$  也由总相位差决定, 其表达式为

$$W = \cos^2(\Delta\theta/2). \quad (16)$$

为了更好地验证 AC-SRM 的正确性, 采用 TDSE 对氢原子的蜘蛛状光电子动量谱进行了数值模拟。TDSE 为

$$i \frac{\partial \psi(r, t)}{\partial t} = \left[ -\frac{1}{2} \nabla^2 + V(r) + r \cdot E(t) \right] \psi(r, t), \quad (17)$$

式中:  $\psi(r, t)$  为波函数;  $V(r) = -1/\sqrt{r^2 + b}$  为库仑势<sup>[48]</sup>, 由软化因子  $b$  进行软化处理。在具体的数值模拟中, 采用波函数分割技术<sup>[49]</sup>将波函数分为内部波函数  $\psi_{\text{in}}$  和外部波函数  $\psi_{\text{ex}}$ 。选择的吸收函数为

$$V_{\text{abs}}(r) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r - r_0}{\Delta r}\right)}, \quad (18)$$

式中:  $r_0$  为内部波函数的边界;  $\Delta r$  为重叠区域的宽度。内部波函数和外部波函数被吸收函数分割为

$$\psi_{\text{in}}(r, t) = V_{\text{abs}}(r) \psi(r, t), \quad (19)$$

$$\psi_{\text{ex}}(r, t) = [1 - V_{\text{abs}}(r)] \psi(r, t). \quad (20)$$

对于内部波函数, 使用对称分裂算符法<sup>[63]</sup>计算波函数的时间演化

$$\psi(x, t_0 + \Delta t) = \exp\left(-ip^2 \frac{\Delta t}{4}\right) \exp(-iV\Delta t) \times \exp\left(-ip^2 \frac{\Delta t}{4}\right) \psi(x, t_0) + O(\Delta t)^3, \quad (21)$$

式中:  $\Delta t$  为时间变化量;  $p$  为动量;  $O(\Delta t)^3$  为高阶项。对于外部波函数, 计算其在动量空间中的时间演化

$$\psi_o(p, t_2) = U(t_2, t_1) \psi_o(p, t_1), \quad (22)$$

式中:  $t_2$  和  $t_1$  分别为最终时刻和当前时刻;  $U(t_2, t_1)$  是精确传播算符<sup>[49]</sup>;  $\psi_o$  的模平方就是动量谱。

在采用 AC-SRM 理论进行数值模拟计算时, 先选取激光脉冲峰值处的时间为电离时刻<sup>[46]</sup>, 根据式(9)和式(10)计算出回碰时刻, 再根据式(4)和式(5)计算电离电子的动量值, 最后根据式(16)得到该动量值处的电离信号强度, 即蜘蛛状光电子动量谱。在数值模拟中, 激光脉冲的强度和波长分别在  $I = 0.001 \text{ a.u.}$  ( $3.5 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$ ) 和  $\lambda = 2000 \text{ nm}$  附近变化<sup>[6, 64-65]</sup>, 并通过改变步长和采用 TDSE 模拟的方式证实了模拟结果的稳定可靠性。

### 3 结果讨论

为了展示库仑作用, 基于 SRM 和 AC-SRM 数值模拟了蜘蛛状光电子动量谱。其中, 信号电子和参考电子都在激光波谷后的 1/4 周期内发生电离。在图 1 中, 只展示了散射角在  $-30^\circ \sim 30^\circ$  范围内的图像, 以便

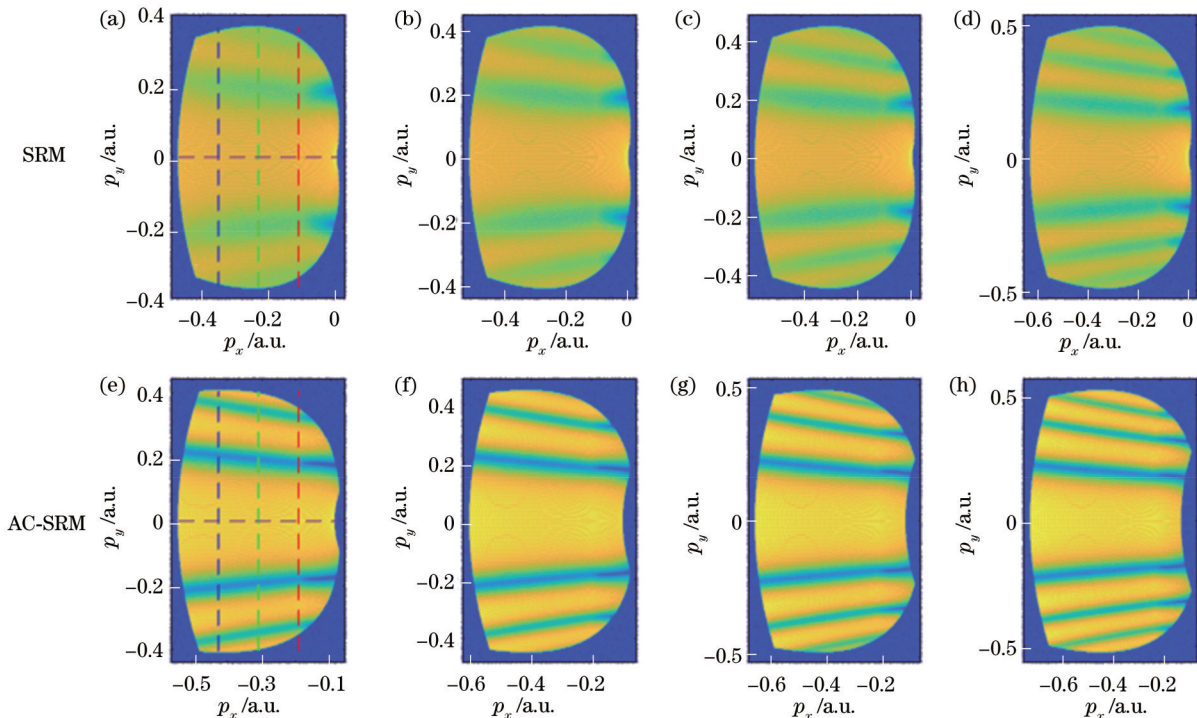


图 1 不同激光强度下的氢原子蜘蛛状光电子动量谱。(a)(e)  $E_0 = 0.0285 \text{ a.u.}$ ; (b)(f)  $E_0 = 0.0316 \text{ a.u.}$ ; (c)(g)  $E_0 = 0.0348 \text{ a.u.}$ ; (d)(h)  $E_0 = 0.0379 \text{ a.u.}$

Fig. 1 Spiderlike PMDs of hydrogen atom with different laser intensities. (a)(e)  $E_0 = 0.0285 \text{ a.u.}$ ; (b)(f)  $E_0 = 0.0316 \text{ a.u.}$ ; (c)(g)  $E_0 = 0.0348 \text{ a.u.}$ ; (d)(h)  $E_0 = 0.0379 \text{ a.u.}$

更好地观察到前几个干涉条纹。横向对比图 1 中各图可知,随着激光强度的增加,蜘蛛状干涉图像中出现越来越多的干涉条纹(更多干涉极小值),且这对于有无库仑作用的光电子动量谱都一样。在强度为 0.0348 a. u. 的激光场中,不考虑库仑作用的干涉图像中呈现出两个干涉极小值(仅比较  $p_y$  正半轴范围),如图 1(c)所示,但考虑库仑作用的情形下却能观察到三个极小值。纵向对比图 1(a)与图 1(e)、图 1(b)与图 1(f)、图 1(d)与图 1(h)也有着相似的结论。库仑修正后的蜘蛛状光电子动量谱的模拟结果并没有完全再现半经典理论的图样,而是在光电子动量谱中出现了更多的蜘蛛腿(干涉极小值)。毫无疑问,这是库仑作用

产生的结果。

图 2 给出了蜘蛛状干涉图像的纵向动量分布(切割位置如图 1 中的水平标记线所示)。纵向动量( $p_x$ )方向是激光的偏振方向。在图 2(a)中,相比 SRM 的结果,库仑修正后的切割曲线向更大的动量方向发生了整体位移,这是因为在库仑作用下,电离电子回碰后的速度和空间位置都发生了变化。图 2(a)中零位置处的尖峰(虚线)是半经典理论对初始位置 [ $x(t_0)=0$ ] 的假设造成的。给电离电子设置一个初始位置的偏移后便可以消除尖峰,如图 2(b)所示。可以发现,库仑作用会导致纵向动量分布整体位移,但其形状几乎一致。

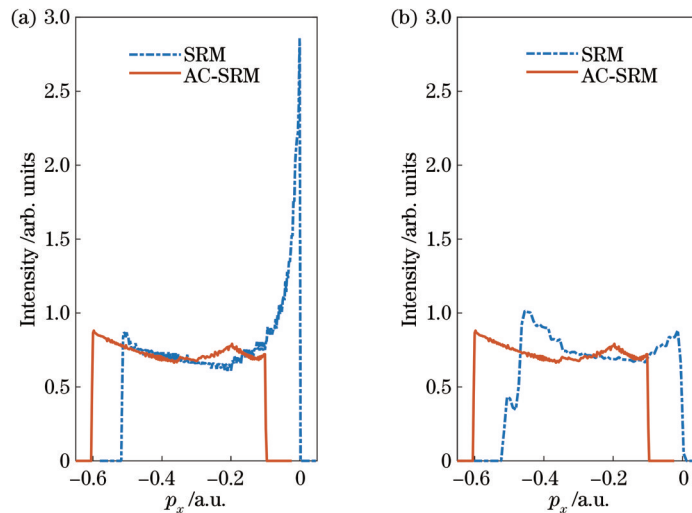


图 2 移动电子的初始位置前后蜘蛛状光电子动量谱的纵向切割曲线。(a)移动电子初始位置前;(b)电子的初始位置移动 15 a.u. 后  
Fig. 2 Longitudinal cut-plot curves of spiderlike PMDs before and after shifting initial position of ionized electron. (a) Before shifting initial position of ionized electron; (b) after shifting initial position of ionized electron by 15 a.u.

横向动量( $p_y$ )方向上的极小值点是蜘蛛状干涉结构中最有意义的位置信息,尝试用极小值的位置变化来定量描述库仑作用的影响。图 3 给出了有无库仑作用情形下的横向切割曲线。图 3 中曲线切割位置如图 1 中竖直标记线所示,从上到下的图对应于从右到左的标记线位置, $p_y = 0.2$  a.u. 左右的凹陷为第一干涉极小值。在图 3 中定性地观察到,在相同条件下,相比不考虑库仑作用的情形,考虑库仑作用后第二极小值点和第三极小值点位于更大的横向动量位置(更大的  $p_y$  绝对值)处。虽然变化的幅度较小,但是确切地观察到了库仑作用所诱导的位移。注意,第一极小值处发生的位移大小不易直接观察。

图 4 给出了前三个干涉极小位置处提取的信息曲线,用于表征不同激光强度下库仑作用的影响。图 4 从左至右三幅图分别提取于图 1 中的竖直标记线(从右到左),其中从下到上三组曲线分别对应于第一干涉极小值、第二干涉极小值和第三干涉极小值。首先可以看到,随着激光强度的增加,这些极小值的位置都向远离零动量值的方向位移,这与之前的观测结果一致。数值模拟结果还表明,当激光强度增加时,信号电子能

更早地返回母离子,发生散射的时刻也提前了。根据文献[43],散射时刻的提前会使得此类位移更容易出现。然而,干涉极小值位置随激光强度增加的变化程度较小。随着激光强度的增加,图 1 中明显出现了更多的蜘蛛腿(干涉极小值),原因是更强的激光脉冲扩大了电子在重新碰撞前的速度范围,进而拓宽了动量谱的横向动量范围。

此外,能在图 4 中明确观察到,库仑作用影响了蜘蛛状光电子动量谱的图像特征。除第一极小值外,一旦考虑库仑作用,极小位置都明显向更大的横向动量值处位移。与图 3 相似,第一极小值的位移现象仍不太明显。文献[6]也指出,库仑作用在光电子谱上的作用有时不明显。因此,为了明显展示库仑作用对第一干涉极小值的影响,采用相位方法,即提取经典作用在干涉图像中极小值位置周围的相位信息。

图 5 给出了前三个干涉极小值范围的相位分布图,上下两块区域中覆盖区域较大的是 SRM 的结果,覆盖区域较小的是 AC-SRM 的结果。式(15)是动量的函数,故筛选动量范围,使式(15)分别等于  $\pi$ 、 $3\pi$  和  $5\pi$ ,就可得到图(5)中第一干涉极小值、第二干涉极小值和第三干涉极小值对应的相位分布图。如图 5 所

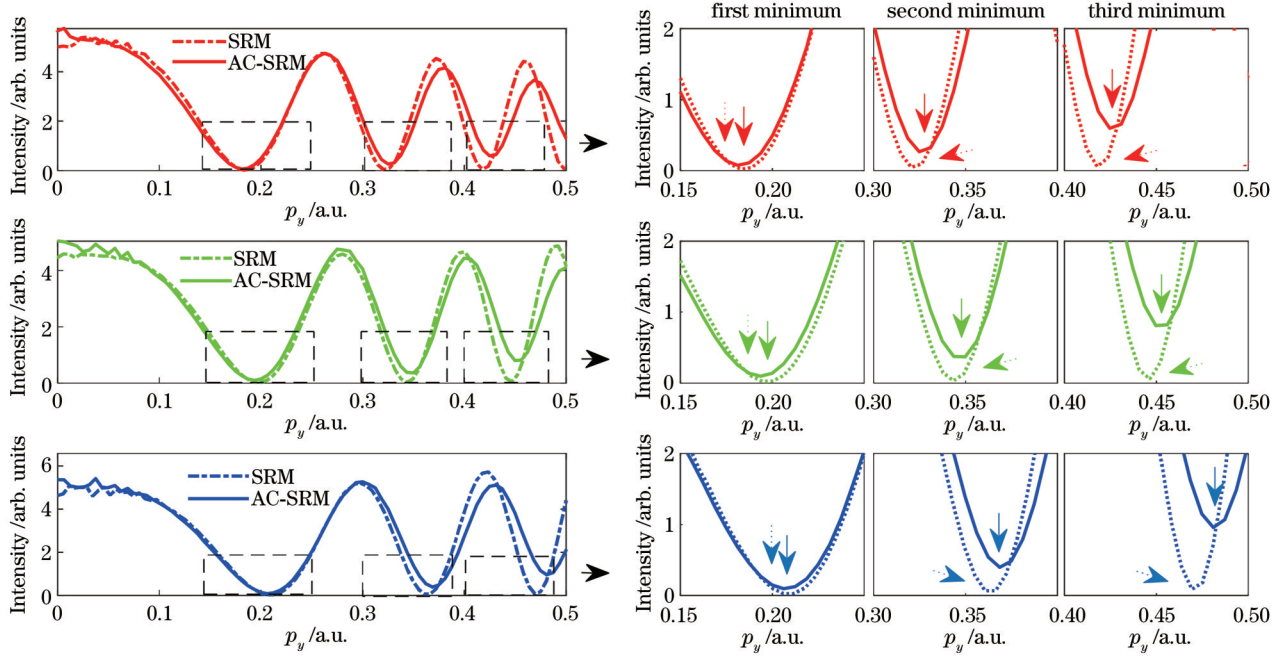


图 3 蜘蛛状光电子动量谱的横向切割曲线

Fig. 3 Transverse cut-plot curves of spiderlike PMDs

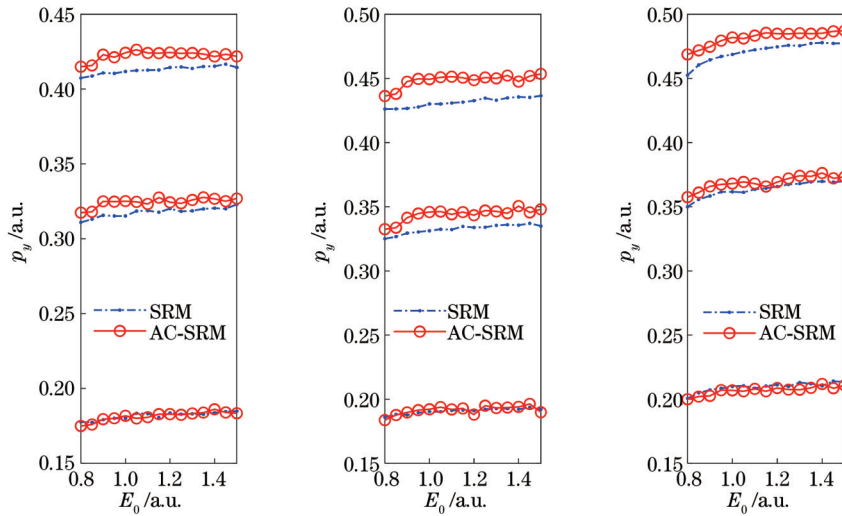


图 4 不同激光强度下蜘蛛状光电子动量谱中前三个干涉极小值的横向动量

Fig. 4 Transverse momentum values of first three interference minima in spiderlike PMDs under different laser intensities

示,在考虑库仑作用的情形下,恒定相位范围的横向动量跨度缩小,并且这些区域的中间位置也向更大的横向动量位置(绝对值)位移,故可以推断,干涉极小值也会进行相应的移动,这与之前的观测结果相符。与图 3 或图 4 相比,在图 5 中可以清楚地判断出第一极小值的位移倾向,且能明确观察到,相比于第二极小值和第三极小值,第一极小值在相位变化幅度上最为突出,这符合本文的预测,即具有更小横向动量的电子更难逃离库仑场,这些电子受到库仑作用的影响会更明显。作为表征库仑作用影响的一种新方案,该经典作用相位图的表现效果更加明显,尤其是对于蜘蛛状光电子动量谱中的第一干涉极小值。

在 SRM 模型中引入的解析库仑修正项,本质上是

在微观过程中改变了信号电子和参考电子在干涉时的动量分布,从而导致干涉条纹出现位移。由式(4)可知,库仑修正的贡献主要来源于电离电子初始速度的改变,其具体表述为

$$p_{x0} = -(E_0/\omega) \cos(\omega t_0) + \Delta p_{x0}, \quad (23)$$

$$\Delta p_{x0} = \pi E(t_0)/(2I_p)^{3/2}. \quad (24)$$

依据式(24)所示的库仑修正项,进一步推导以获取更多的物理解释。将式(23)改写为

$$p_{x0} = -(E_0/\omega) [\cos(\omega t_0) + \beta \sin(\omega t_0)], \quad (25)$$

$$\beta = \pi\omega/(2I_p)^{3/2}, \quad (26)$$

进一步简化得

$$p_{x0} = -(E_0/\omega) \sqrt{(1 + \beta^2)} [\cos(\omega t_0 + \varphi_c)], \quad (27)$$

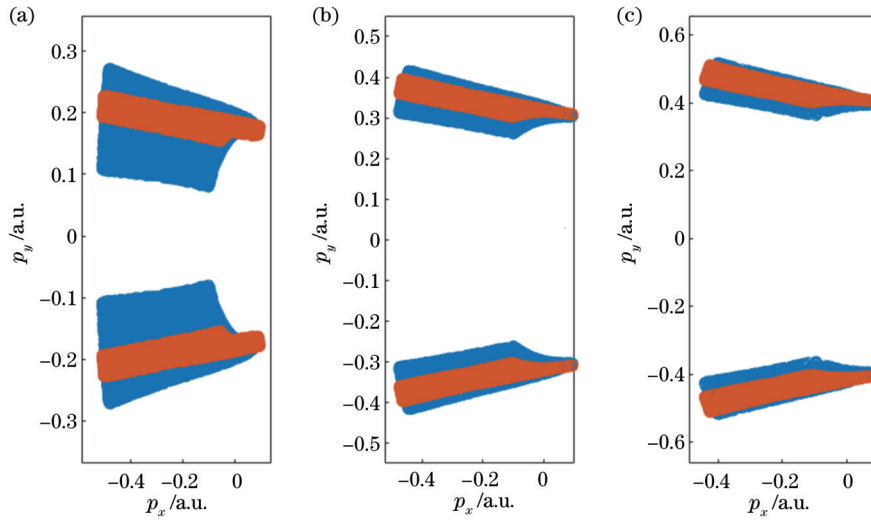


图 5 蜘蛛状光电子动量谱极小值附近的相位分布图。(a) 第一干涉极小值, 相位在  $\pi$  附近; (b) 第二干涉极小值, 相位在  $3\pi$  附近; (c) 第三干涉极小值, 相位在  $5\pi$  附近

Fig. 5 Phase maps near interference minima of spiderlike PMDs. (a) First interference minimum, corresponding to phase of  $\pi$ ; (b) second interference minimum, corresponding to phase of  $3\pi$ ; (c) third interference minimum, corresponding to phase of  $5\pi$

$$\varphi_c = \arctan \beta. \quad (28)$$

由此可见, 库仑修正的物理意义很明显, 就是库仑作用导致初始纵动量分布中出现了附加相位, 如式 (27) 所示。将数值模拟的具体参数 ( $\lambda = 2000 \text{ nm}$ ) 代入到式 (27) 和式 (28) 中, 计算得到  $\sqrt{1 + \beta^2} = 1.0452$  (很接近于 1), 而  $\varphi_c = 5.0452^\circ$  (远小于  $\omega t_0$  的值), 可见库仑作用修正项的数值较小, 约为  $0.1 \text{ a.u.}$ 。同时, 在图 2 中也观察到了相同量级的位移。两者结果一致。

为了证实解析库仑修正的半经典模型及其模拟结果的正确性, 采用 TDSE 进行了蜘蛛状动量谱的模拟计算, 结果如图 6 所示。同时, 采用与屏蔽库仑势 (汤

川势能) 类似的方法<sup>[19]</sup>来调节库仑势的强弱。图 6 所示的模拟结果与图 1 结果所示的现象一致。图 6 中第一行三幅图比第二行三幅图具有更强的库仑效应, 但激光参数相同。从左向右激光强度依次增强。由图 6 可知, 随着激光强度的增加 (库仑势的不断减弱), 蜘蛛状的干涉条纹 (平行于  $p_x$  方向的条纹) 明显向零横动量 ( $p_y = 0$ ) 方向收缩。图 7 曲线为图 6 中垂直标记线位置处的横向切割曲线,  $p_y = 0.15 \text{ a.u.}$  左右的凹陷为第一干涉极小值。图 7 明确显示了库仑作用对干涉极小值的影响倾向, 即库仑作用越强, 干涉极小值的位置越向大横向动量值处位移。图 7 中的第一极小值和第

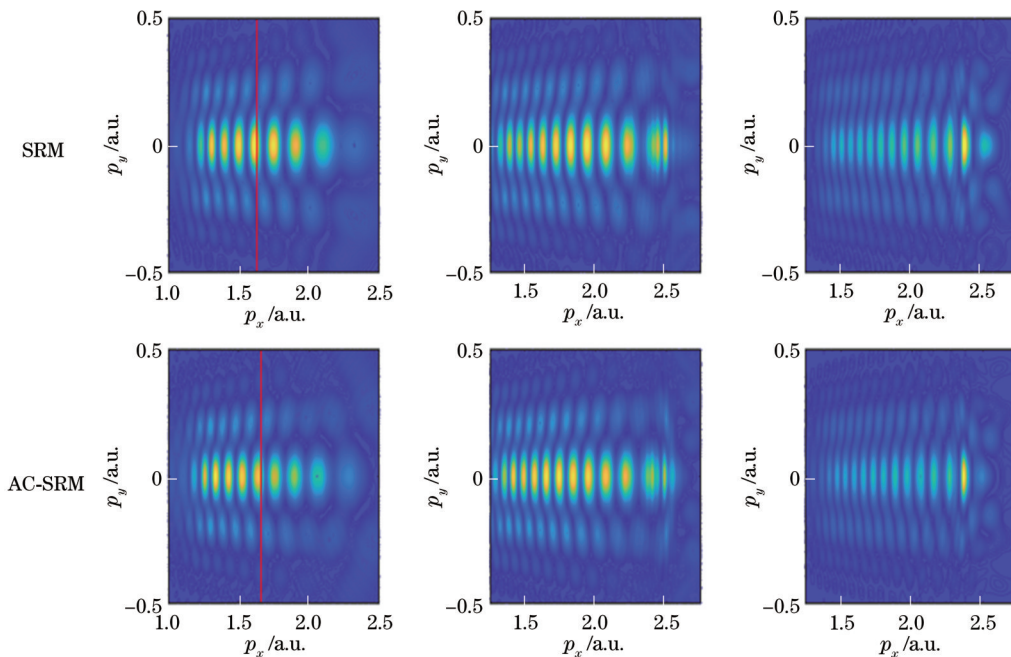


图 6 采用 TDSE 模拟的不同激光强度下氢原子蜘蛛状光电子动量谱

Fig. 6 Spiderlike PMDs of hydrogen atom simulated by TDSE under different laser intensities

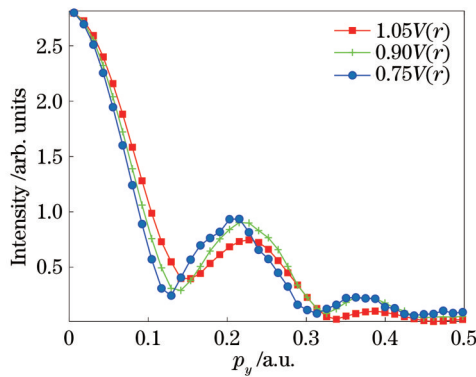


图 7 依据 TDSE 模拟的氢原子蜘蛛状光电电子动量谱的横向切割曲线

Fig. 7 Transverse cut-plot curves of spiderlike PMDs of hydrogen atom simulated by TDSE

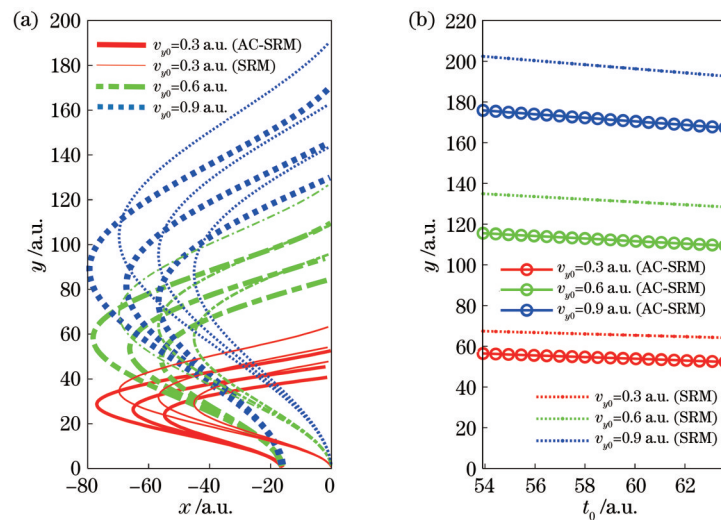


图 8 参考电子轨迹图和最远横向距离的曲线图。(a)参考电子的运动轨迹;(b)参考电子到达母离子前所能达到的最远横向距离随电离时刻的变化曲线

Fig. 8 Trajectories and farthest transverse distance of reference electrons. (a) Motion trajectories of reference electrons; (b) farthest transverse distance of reference electron before reaching parent ion varying with ionization time

## 4 结 论

以往对半经典理论进行库仑修正,或是采用量子轨迹蒙特卡罗法,或是沿着电子轨迹进行微扰近似处理。前者计算量大且未考虑电子在势垒下的动力学过程,而后者在电子到达母核时往往要进行库仑势的软化处理,以避免发散,近似程度较大。与此相反,通过在标准的 SRM 中加入库仑作用的解析修正项,成功构建了可用解析式表达且计算成本较低的 AC-SRM。基于所提模型,成功模拟了氢原子蜘蛛状干涉结构的光电子动量谱,捕捉到了库仑作用诱导的蜘蛛状结构的系统性位移。此外,提出了经典作用相位追踪方法,发现该方法对展示库仑作用效果极其敏感有效,对于第一干涉极小值的效果尤为突出。此外,还通过求解 TDSE 证实了 AC-SRM 结果的正确性。可以预测,AC-SRM 可用于研究其他需要考虑库仑作用的强场过程。

二极小值均如此,这也与图 3~5 的趋势相似。

电离后的电子与母离子之间存在库仑引力,基于 AC-SRM 对参考电子的运动轨迹进行了模拟,结果如图 8 所示。在具体模拟中,使用牛顿运动方程来追踪电离电子的轨迹,同时也通过解析库仑修正项来考虑库仑作用。与预期一致,电子的运动轨迹在库仑作用下主要表现为聚焦<sup>[29-42]</sup>,即与无库仑作用的情形相比,电子的运动轨迹在库仑力的作用下更接近母离子,如图 8(a) 所示。此外,还观察到,具有较大横向速度的电子能够运动到更远的横向距离处,这是因为较大的速度有助于电子更好地逃离库仑场,这类电子受到库仑作用的影响会更小,这与之前的结论一致。同样,在考虑库仑作用后,电子会被聚焦,进而更接近母离子,如图 8(b) 所示。

## 参 考 文 献

- [1] Agostini P, DiMauro L F. The physics of attosecond light pulses[J]. Reports on Progress in Physics, 2004, 67 (8): 1563.
- [2] Brabec T, Kapteyn H. Strong field laser physics[M]. Berlin: Springer, 2008.
- [3] 宁永强, 陈泳屹, 张俊, 等. 大功率半导体激光器发展及相关技术概述[J]. 光学学报, 2021, 41(1): 0114001. Ning Y Q, Chen Y Y, Zhang J, et al. Brief review of development and techniques for high power semiconductor lasers[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41 (1): 0114001.
- [4] Xie H, Li M, Luo S Q, et al. Photoelectron holography and forward scattering in atomic ionization by elliptically polarized laser pulses[J]. Optics Letters, 2018, 43(14): 3220-3223.
- [5] Spanner M, Smirnova O, Corkum P B, et al. Reading diffraction images in strong field ionization of diatomic

- molecules[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2004, 37(12): L243-L250.
- [6] Huismans Y, Rouzée A, Gijbertsen A, et al. Time-resolved holography with photoelectrons[J]. *Science*, 2011, 331(6013): 61-64.
- [7] 刘运全, 韩猛. 强激光场原子隧道电离的研究新进展[J]. *光学学报*, 2021, 41(1): 0102001.  
Liu Y Q, Han M. Recent research advances in strong-field atomic tunneling ionization[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0102001.
- [8] Schmiedmayer J, Chapman M S, Ekstrom C R, et al. Index of refraction of various gases for sodium matter waves[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 74(7): 1043-1047.
- [9] Huismans Y, Gijbertsen A, Smolkowska A S, et al. Scaling laws for photoelectron holography in the midinfrared wavelength regime[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(1): 013002.
- [10] Ivanov I P. Measuring the phase of the scattering amplitude with vortex beams[J]. *Physical Review D*, 2012, 85(7): 076001.
- [11] Maxwell A S, Al-Jawahiry A, Lai X Y, et al. Analytic quantum-interference conditions in Coulomb corrected photoelectron holography[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2018, 51(4): 044004.
- [12] He M R, Li Y, Zhou Y M, et al. Direct visualization of valence electron motion using strong-field photoelectron holography[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(13): 133204.
- [13] Tan J, Zhou Y M, He M R, et al. Time-resolving tunneling ionization via strong-field photoelectron holography[J]. *Physical Review A*, 2019, 99(3): 033402.
- [14] Li M, Xie H, Cao W, et al. Photoelectron holographic interferometry to probe the longitudinal momentum offset at the tunnel exit[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(18): 183202.
- [15] Bian X B, Bandrauk A D. Attosecond time-resolved imaging of molecular structure by photoelectron holography[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(26): 263003.
- [16] Hickstein D D, Ranitovic P, Witte S, et al. Direct visualization of laser-driven electron multiple scattering and tunneling distance in strong-field ionization[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(7): 073004.
- [17] Meckel M, Staudte A, Patchkovskii S, et al. Signatures of the continuum electron phase in molecular strong-field photoelectron holography[J]. *Nature Physics*, 2014, 10(8): 594-600.
- [18] Liu M M, Li M, Wu C Y, et al. Phase structure of strong-field tunneling wave packets from molecules[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(16): 163004.
- [19] Zhou Y M, Tolstikhin O I, Morishita T. Near-forward rescattering photoelectron holography in strong-field ionization: extraction of the phase of the scattering amplitude[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(17): 173001.
- [20] Haertelt M, Bian X B, Spanner M, et al. Probing molecular dynamics by laser-induced backscattering holography[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(13): 133001.
- [21] Tan J, Zhou Y M, Li M, et al. Accurate measurement of laser intensity using photoelectron interference in strong-field tunneling ionization[J]. *Optics Express*, 2018, 26(16): 20063-20075.
- [22] Tan J, Zhou Y M, He M R, et al. Determination of the ionization time using attosecond photoelectron interferometry[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(25): 253203.
- [23] 唐久, 张贵忠, 何宇飞, 等. 从氢原子的蜘蛛状动量谱提取散射振幅相位[J]. *光学学报*, 2021, 41(10): 1002001.  
Tang J, Zhang G Z, He Y F, et al. Scattering-amplitude phase extraction from spiderlike photoelectron momentum distributions of hydrogen atoms[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(10): 1002001.
- [24] Yurchenko S N, Patchkovskii S, Litvinyuk I V, et al. Laser-induced interference, focusing, and diffraction of rescattering molecular photoelectrons[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(22): 223003.
- [25] Goreslavski S P, Paulus G G, Popruzhenko S V, et al. Coulomb asymmetry in above-threshold ionization[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(23): 233002.
- [26] Korneev P A, Popruzhenko S V, Goreslavski S P, et al. Interference carpets in above-threshold ionization: from the Coulomb-free to the Coulomb-dominated regime[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(22): 223601.
- [27] Becker W, Goreslavski S P, Milošević D B, et al. Low-energy electron rescattering in laser-induced ionization[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2014, 47(20): 204022.
- [28] Dubois J, Berman S A, Chandre C, et al. Inclusion of Coulomb effects in laser-atom interactions[J]. *Physical Review A*, 2019, 99(5): 053405.
- [29] Brabec T, Ivanov M Y, Corkum P B. Coulomb focusing in intense field atomic processes[J]. *Physical Review A*, 1996, 54(4): R2551-R2554.
- [30] Lemell C, Dimitriou K I, Tong X M, et al. Low-energy peak structure in strong-field ionization by mid-infrared laser-pulses: two-dimensional focusing by the atomic potential[J]. *Physical review A*, 2012, 85(1): 011403.
- [31] Liu C P, Hatsagortsyan K Z. Coulomb focusing in above-threshold ionization in elliptically polarized midinfrared strong laser fields[J]. *Physical Review A*, 2012, 85(2): 023413.
- [32] Shafir D, Soifer H, Vozzi C, et al. Trajectory-resolved Coulomb focusing in tunnel ionization of atoms with intense, elliptically polarized laser pulses[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(2): 023005.
- [33] Landsman A S, Hofmann C, Pfeiffer A N, et al. Unified approach to probing Coulomb effects in tunnel ionization for any ellipticity of laser light[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(26): 263001.
- [34] Berman S A, Chandre C, Uzer T. Persistence of



- Coulomb focusing during ionization in the strong-field regime[J]. *Physical Review A*, 2015, 92(2): 023422.
- [35] Richter M, Kunitski M, Schöffler M, et al. Ionization in orthogonal two-color laser fields: origin and phase dependences of trajectory-resolved coulomb effects[J]. *Physical Review A*, 2016, 94(3): 033416.
- [36] Kelvich S A, Becker W, Goreslavski S P. Coulomb focusing and defocusing in above-threshold-ionization spectra produced by strong mid-IR laser pulses[J]. *Physical Review A*, 2016, 93(3): 033411.
- [37] Kelvich S A, Becker W, Goreslavski S P. Caustics and catastrophes in above-threshold ionization[J]. *Physical Review A*, 2017, 96(2): 023427.
- [38] Daněk J, Hatsagortsyan K Z, Keitel C H. Analytical approach to Coulomb focusing in strong-field ionization. I. Nondipole effects[J]. *Physical Review A*, 2018, 97(6): 063409.
- [39] Daněk J, Hatsagortsyan K Z, Keitel C H. Analytical approach to Coulomb focusing in strong-field ionization. II. Multiple recollisions[J]. *Physical Review A*, 2018, 97(6): 063410.
- [40] Dubois J, Berman S A, Chandre C, et al. Capturing photoelectron motion with guiding centers[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(11): 113202.
- [41] Maurer J, Willenberg B, Daněk J, et al. Probing the ionization wave packet and recollision dynamics with an elliptically polarized strong laser field in the nondipole regime[J]. *Physical Review A*, 2018, 97(1): 013404.
- [42] Huang X, Zhang Q B, Xu S L, et al. Coulomb focusing in retrapped ionization with near-circularly polarized laser field[J]. *Optics Express*, 2019, 27(26): 38116-38124.
- [43] Tang J, Zhang G Z, He Y F, et al. Scattering-amplitude phase in spiderlike photoelectron momentum distributions [J]. *Chinese Optics Letters*, 2021, 19(7): 073201.
- [44] Corkum P B. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(13): 1994-1997.
- [45] Paulus G G, Becker W, Nicklich W, et al. Rescattering effects in above-threshold ionization: a classical model[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 1994, 27(21): L703-L708.
- [46] Bian X B, Huismans Y, Smirnova O, et al. Subcycle interference dynamics of time-resolved photoelectron holography with midinfrared laser pulses[J]. *Physical Review A*, 2011, 84(4): 043420.
- [47] Xie H, Li M, Li Y, et al. Intra-half-cycle interference of low-energy photoelectron in strong midinfrared laser fields [J]. *Optics Express*, 2016, 24(24): 27726-27737.
- [48] Li M, Jiang W C, Xie H, et al. Strong-field photoelectron holography of atoms by bicircular two-color laser pulses[J]. *Physical Review A*, 2018, 97(2): 023415.
- [49] Chelkowski S, Foisy C, Bandrauk A D. Electron-nuclear dynamics of multiphoton  $H_2^+$  dissociative ionization in intense laser fields[J]. *Physical Review A*, 1998, 57(2): 1176-1185.
- [50] Salières P, Carré B, Le Déroff L, et al. Feynman's path-integral approach for intense-laser-atom interactions [J]. *Science*, 2001, 292(5518): 902-905.
- [51] Arbó D G, Persson E, Burgdörfer J. Time double-slit interferences in strong-field tunneling ionization[J]. *Physical Review A*, 2006, 74(6): 063407.
- [52] Lindner F, Schätzel M G, Walther H, et al. Attosecond double-slit experiment[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(4): 040401.
- [53] Arbó D G, Ishikawa K L, Schiessl K, et al. Intracycle and intercycle interferences in above-threshold ionization: the time grating[J]. *Physical Review A*, 2010, 81(2): 021403.
- [54] Richter M, Kunitski M, Schöffler M, et al. Streaking temporal double-slit interference by an orthogonal two-color laser field[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(14): 143001.
- [55] Brennecke S, Eicke N, Lein M. Gouy's phase anomaly in electron waves produced by strong-field ionization[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 124(15): 153202.
- [56] Li M, Geng J W, Liu H, et al. Classical-quantum correspondence for above-threshold ionization[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(11): 113002.
- [57] Maxwell A S, Al-Jawahiry A, Das T, et al. Coulomb-corrected quantum interference in above-threshold ionization: working towards multi-trajectory electron holography[J]. *Physical Review A*, 2017, 96(2): 023420.
- [58] Minina A A, Frolov M V, Zheltukhin A N, et al. Tunnelling approximation for estimating the amplitude of high harmonic generation in intense laser fields: analysis of ionisation and recombination times[J]. *Quantum Electronics*, 2017, 47(3): 216-221.
- [59] Maxwell A S, de Morisson Faria C F, Lai X Y, et al. Spiral-like holographic structures: unwinding interference carpets of Coulomb-distorted orbits in strong-field ionization[J]. *Physical Review A*, 2020, 102(3): 033111.
- [60] Teeny N, Yakaboylu E, Bauke H, et al. Ionization time and exit momentum in strong-field tunnel ionization[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(6): 063003.
- [61] Klaiber M, Hatsagortsyan K Z, Keitel C H. Under-the-tunneling-barrier recollisions in strong-field ionization[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(1): 013201.
- [62] Pfeiffer A N, Cirelli C, Smolarski M, et al. Attoclock reveals natural coordinates of the laser-induced tunnelling current flow in atoms[J]. *Nature Physics*, 2012, 8(1): 76-80.
- [63] Feit M D, Fleck J A, Jr, Steiger A. Solution of the Schrödinger equation by a spectral method[J]. *Journal of Computational Physics*, 1982, 47(3): 412-433.
- [64] He M R, Li Y, Zhou Y M, et al. Temporal and spatial manipulation of the recolliding wave packet in strong-field photoelectron holography[J]. *Physical Review A*, 2016, 93(3): 033406.
- [65] Tan J, Zhou Y M, Xu S L, et al. Analyzing the electron trajectories in strong-field tunneling ionization with the phase-of-the-phase spectroscopy[J]. *Optics Express*, 2021, 29(23): 37927-37944.