

基于维格纳函数的非傍轴自加速阵列光束设计

李怡, 楚兴春*, 韩仲祥, 唐翰玲

空军工程大学信息与导航学院通信系统教研室, 陕西 西安 710077

摘要 提出了一种可调谐非傍轴自加速光束产生方法,该方法可以使光束在不需要傍轴近似的情况下沿任意凸轨迹传播。利用维格纳函数和焦散线原理,导出了傅里叶空间振幅相位和自加速传播轨迹之间的显式表达式。通过设计傅里叶空间的初始角谱产生了具有自聚焦特性的非傍轴自加速阵列光束,分析了光束数量、阵列半径和光束参数大小等对焦点位置和自聚焦性能的影响。结果表明,该方法产生的自聚焦光束突破了傍轴近似限制,且光束轨迹和调控方式更加灵活高效。

关键词 物理光学; 自加速光束; 阵列光束; 维格纳函数; 光学焦散线

中图分类号 O436 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.2026003

Design of Non-Paraxial Accelerating Array Beams Based on Wigner Function

Li Yi, Chu Xingchun*, Han Zhongxiang, Tang Hanling

Communication System Teaching and Researching Office, Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, Shaanxi, China

Abstract A tunable non-paraxial accelerating beam generation method is proposed, which can make the beam propagate along arbitrary convex trajectories without paraxial approximation. The explicit expression between amplitude phase in Fourier space and accelerating propagation trajectory is derived by using the Wigner function and the caustics principle. Moreover, a non-paraxial accelerating array beam with self-focusing properties is generated by designing the initial angular spectra of the Fourier space. The influences of beam number, array radius, and beam parameter size on focus position and autofocus performance are analyzed. The results show that the self-focusing array beam generated by this method breaks through the limit of paraxial approximation, and the beam trajectory and control method are more flexible and efficient.

Key words physical optics; accelerating beams; array beams; Wigner functions; optical caustics

1 引言

以艾里光为代表的自加速光束是一类可在空间中沿弯曲轨迹传播的新型光束,其同时还具有自愈性和无衍射特性,在光学微粒操作^[1-3]、激光微加工^[4]、超分辨率成像^[5-6]、光学布线^[7]、光弹^[8-9]、光镊^[10]、激光成丝^[11]和自聚焦光束产生^[12-15]等领域的应用得到了广泛研究。

传统艾里光束只能沿抛物线轨迹传播^[16-17],这极大限制了自加速光束的应用。近年来,越来越多的学者开始对非抛物线轨迹自加速光束的产生方法展开深入研究。通过寻找亥姆霍兹方程的其他解析解的方法,研究人员相继产生了沿幂轨迹、大角度弯曲的椭圆

轨迹传播的马蒂厄光束和沿着圆轨迹传播的半贝塞尔光束等自加速光束^[18-20],然而继续寻找波动方程的其他罕见解析解已变得愈发困难。Greenfield等^[21]将自加速光束的传播轨迹与光学焦散线联系起来,在傍轴条件下产生了沿任意凸轨迹传播的自加速光束;在此基础上,Hu等^[22]通过合理设计光谱相位,在非傍轴条件下产生沿大角度弯曲的自加速光束;兰燕平等^[23]采用谱相位调制的方法,提出并产生了可调谐的非傍轴自加速光束;Wen等^[24]通过在相空间中构造维格纳函数,产生了傍轴条件下的一维(1D)自加速光束和三维(3D)空间加速光束。

本文将焦散线理论应用到傅里叶空间,利用维格纳函数和焦散线原理,建立非傍轴条件下傅里叶

收稿日期: 2022-03-08; 修回日期: 2022-04-01; 录用日期: 2022-05-03

基金项目: 陕西省自然科学基金(2019JM-176)

通信作者: kejdxc@163.com

空间振幅相位和传播轨迹的数学模型,产生了传统意义上沿任意凸轨迹传播的自加速光束,并将其拓展至非傍轴情况,产生了沿大角度弯曲的圆轨迹光束。同时,通过在傅里叶空间合理设计初始角谱,构造产生了具有自聚焦特性的可调谐非傍轴自加速阵列光束,并分析了不同调控方法对其聚焦距离和自聚焦性能的影响。

2 基本原理

在自由空间中,光场的传播可用沿不同方向传播的平面波叠加的角谱衍射积分形式表示,一维情况下的角谱衍射积分可表示为

$$\phi(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int A(k_x) \exp\left(iz\sqrt{k^2 - k_x^2}\right) \exp(ixk_x) dk_x, \quad (1)$$

式中: $\phi(x, z)$ 为 X-Z 平面上的空间场分布; $k = 2\pi/\lambda$ 为空间波数, λ 为波长; $k_x = k \sin \alpha$ 为空间角频率, α 为光束方向与光轴的夹角; $g(k_x)$ 和 $\varphi(k_x)$ 分别为初始角谱的振幅和相位分布, $A(k_x) = g(k_x) \exp[i\varphi(k_x)]$ 为初始场分布的角谱,光场在空间中传播完全由该角谱决定。

根据焦散线理论,自加速光束主瓣传播轨迹形成的曲线实际上是光线簇散焦所形成的包络,即焦散线,如图 1 所示,其中实线为预先设计的光束传播轨迹,虚线为形成焦散线曲线的光线,光线簇与自加速光束的焦散轨迹之间满足勒让德变换。自加速光束主瓣轨迹上的任意一点对应一条光线,轨迹以上的点对应两条光线,而轨迹下的点无光线穿过。焦散线的这种跳跃变化是光学突变理论的一种体现。

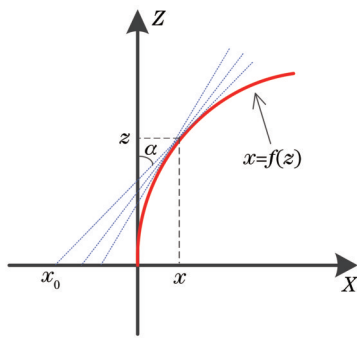


图 1 一维自加速光束示意图

Fig. 1 Schematic diagram of 1D accelerating beams

假设自加速光束的焦散轨迹为 $x = f(z)$,则有

$$f'(z) = \frac{f(z) - x_0}{z} = \tan \alpha, \quad (2)$$

$$x_0 = f(z) - zf'(z), \quad (3)$$

$$k_{x_0} = k \sin \alpha = kf'(z) \cos \alpha = \frac{kf'(z)}{\sqrt{1 + [f'(z)]^2}}, \quad (4)$$

式中: $f'(z)$ 为 $f(z)$ 的一阶导数; k_{x_0} 为空间频率。

使用维格纳函数可以将实空间和傅里叶空间的场

联系起来,维格纳函数最初被引入量子力学,现已成为光学研究中的一个强大工具^[25]。光学中维格纳函数的物理意义可以近似解释为通过特定位置 x 和方向 k_x 的光线强度。例如:位于 x_0 位置的点光源的维格纳函数为 $W(x, k_x) = \delta(x - x_0)$ (δ 为狄拉克函数),空间频率为 k_{x_0} 的平面波的维格纳函数为 $W(x, k_x) = \delta(k_x - k_{x_0})$ 。通过类比点光源和平面波的情况,可以构造出轨迹为 $x = f(z)$ 的自加速光束所对应的维格纳函数:

$$W(x, k_x) = \int_0^{Z_{\max}} \delta(x - x_0) \delta(k_x - k_{x_0}) dz = \int_0^{Z_{\max}} \delta[x - f(z) + zf'(z)] \delta\left\{k_x - \frac{kf'(z)}{\sqrt{1 + [f'(z)]^2}}\right\} dz, \quad (5)$$

式中: Z_{\max} 为光束的最远传播距离。利用维格纳函数的性质^[24-25]即可求得自加速光束的初始场角谱 $A(k_x) = g(k_x) \exp[i\varphi(k_x)]$,其中

$$g(k_x) = \sqrt{\int W(x, k_x) dx}, \quad (6)$$

$$\varphi(k_x) = \int -\left[\int x W(x, k_x) dx / \int W(x, k_x) dx\right] dk_{x_0}. \quad (7)$$

若给定自加速光束的传播轨迹 $x = f(z)$,即可根据式(5)构造维格纳函数,并根据式(6)和式(7)得到初始场的角谱,进而通过角谱衍射积分求出光束在任意传播距离处的光场分布。值得注意的是,以上分析并未进行傍轴近似限制,因此可适用于非傍轴情况下自加速光束设计。

对于傍轴情况下的自加速光束构造,为便于运算,式(4)可简化为

$$k_{x_0} = k \sin \alpha \approx k \tan \alpha = kf'(z), \quad (8)$$

进而将式(5)简化为

$$W(x, k_x) = \int_0^{Z_{\max}} \delta(x - x_0) \delta(k_x - k_{x_0}) dz = \int_0^{Z_{\max}} \delta[x - f(z) + zf'(z)] \delta[k_x - kf'(z)] dz. \quad (9)$$

该结果与文献[24]所描述的情况相吻合。

3 一维自加速光束设计

在下面的数值仿真中,若无特殊说明,取光波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 。首先,讨论一维自加速光束的情况。圆轨迹自加速光束是一种典型的非傍轴光束,以产生沿圆轨迹 $x = f(z) = x_0 - \sqrt{r^2 - (z - z_0)^2}$ 传播的自加速光束为例,其中 (x_0, z_0) 为圆心坐标, r 为圆半径。根据式(5)求得该光束的维格纳函数,然后根据式(6)、(7)求得该光束的初始角谱,其初始场所对应的维格纳函数和角谱分别为

$$W(x, k_x) = \int_0^{z_{\max}} \delta\left(x - x_0 + \frac{kr + k_x z_0}{\sqrt{k^2 - k_x^2}}\right) \delta\left[k_x - \frac{k}{r}(z - z_0)\right] dz = \frac{k}{r} \delta\left(x - x_0 + \frac{kr + k_x z_0}{\sqrt{k^2 - k_x^2}}\right), \quad (10)$$

$$A(k_x) = \sqrt{\frac{r}{k}} \exp\left[ikr \arctan\left(\frac{k_x}{\sqrt{k^2 - k_x^2}}\right) - z_0 \sqrt{k^2 - k_x^2} - k_x x_0\right], \quad (11)$$

再使用式(1)中的角谱衍射积分求出在不同传播距离

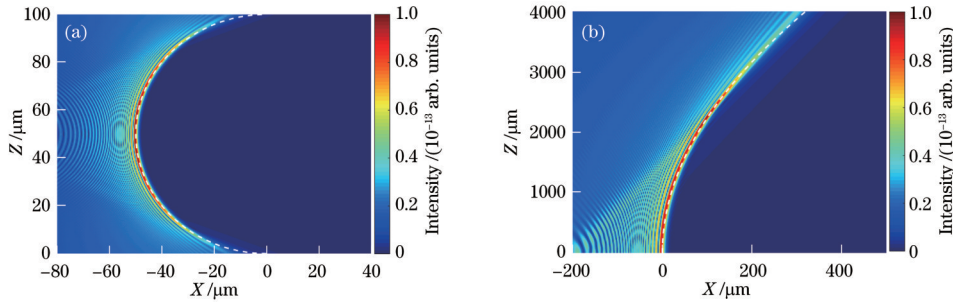


图2 一维自加速光束光场传播演化图。(a)圆形轨迹光束, $x_0=0, z_0=r=50 \mu\text{m}$; (b)幂函数轨迹光束, $a_n=20, n=2$

Fig. 2 Optical field propagation evolution of 1D accelerating beams. (a) Circular trajectory beam when $x_0=0$ and $z_0=r=50 \mu\text{m}$; (b) power function trajectory beam when $a_n=20$ and $n=2$

4 自加速阵列光束设计

阵列光束中各子光束均具有自加速特性,均匀分布并关于中心两两对称,且其横向偏移的速度相同,因此在传播过程中阵列自加速光束能量会逐渐向中心靠拢,同时各子光束在传播至中心位置时发生相干聚焦,即实现了阵列光束的自聚焦。虽然自加速阵列光束具有独特的自聚焦和自愈特性,但目前的研究针对传统艾里光束阵列的讨论较多,光束传播轨迹受限于艾里光束的抛物线轨迹,其光束轨迹和调控方法缺乏一定的灵活性。使用上述方法,通过设计傅里叶空间的初始角谱将任意轨迹的自加速光束合成为阵列光束,即

$$A(k_x, k_y) = \sum_{i=1}^n A_i(k_{xi}, k_{yi}) = \sum_{i=1}^n g_i(k_x) g_i(k_y) \exp\left\{i\left[\varphi_i(k_x) + \varphi_i(k_y)\right]\right\} \exp\left[ic(k_{xi} + k_{yi})\right], \quad (12)$$

式中: c 为阵列偏移量; $A_i(k_{xi}, k_{yi})$ 是第 $i(i=1, 2, \dots, n)$ 束子光束的初始角谱,其在 K_x - K_y 平面上的坐标为 (k_{xi}, k_{yi}) ,可通过坐标变换公式得到:

$$\begin{bmatrix} k_{xi} \\ k_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \end{bmatrix}, \quad (13)$$

式中: $\alpha_i = 2\pi(i-1)/n$ 为旋转角。

因为 X 和 Y 方向相互独立,仅考虑 X 方向的一维圆轨迹自加速光束的传播轨迹示意图如图3所示,其中实线为光束的实际传播轨迹,虚线为理论圆, z_f 为光

切面上的光强分布。令 $x_0=0, z_0=r=50 \mu\text{m}$,非傍轴情况下一维圆形轨迹光束的光场演化图如图2(a)所示,其中白色虚线为理论圆形曲线,可以看出实际构造的圆形自加速光束的主瓣在传播一定距离后与理论设计轨迹吻合,两者的初始重合位置约为 $z=6.7 \mu\text{m}$ 处,此时光束与光轴的夹角 α 为 60° ,说明该方法可以构造出沿大角度弯曲轨迹传播的自加速光束,可以适应更广泛的应用需求。同时发现圆轨迹自加速光束的光强在 $z=r$ 处达到最大值。对于广泛讨论的沿幂函数轨迹 $x=a_n z^n$ 传播的自加速光束,取 $a_n=20, n=2$,其光束传播的光场演化图如图2(b)所示,光束主瓣沿预先设计的轨迹准确传播,实际上这也是经典艾里光束的抛物线传播轨迹。

可产生具有自聚焦特性的非傍轴自加速阵列光束,进而有效拓展自加速光束阵列的应用场景。

对于二维自加速光束,其初始角谱可以表示为 $A(k_x, k_y) = g(k_x)g(k_y) \exp\left\{i\left[\varphi(k_x) + \varphi(k_y)\right]\right\}$,其中, k_x 和 k_y 为空间角频率,其对应的维格纳函数可以表示为 $W(x, y, k_x, k_y) = \int_0^{z_{\max}} \delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(k_x-k_{x_0}) \times \delta(k_y-k_{y_0}) dz$ 。通过将二维自加速光束均匀分布在 K_x - K_y 平面的一个圆上,可以得到径向阵列自加速光束的初始角谱。在初始面处,由 n 束自加速光束组成的径向阵列自加速光束的角谱可以表示为

束传播至光轴位置时的传播距离,即阵列光束的聚焦距离,其是当 $x=0$ 时方程 $[x-(x_0-c)]^2 + (z-z_0)^2 = r^2$ 的解,求解该方程可得

$$z_f = \sqrt{r^2 - (x_0 - c)^2} + z_0. \quad (14)$$

需要说明的是,虽然对于圆轨迹光束设计而言,可以通过调整圆心坐标 x_0 实现阵列偏移量 c 的功能,但对于幂函数等其他轨迹自加速光束的设计并无 x_0 可供利用,因此使用阵列偏移量 c 具有更广泛的适

用性。

图 4 为 n 为 4 和 32 时的圆轨迹自加速阵列光束在

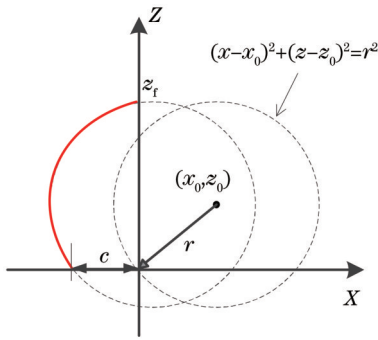


图 3 圆轨迹光束传播示意图

Fig. 3 Schematic diagram of circular trajectory beam propagation

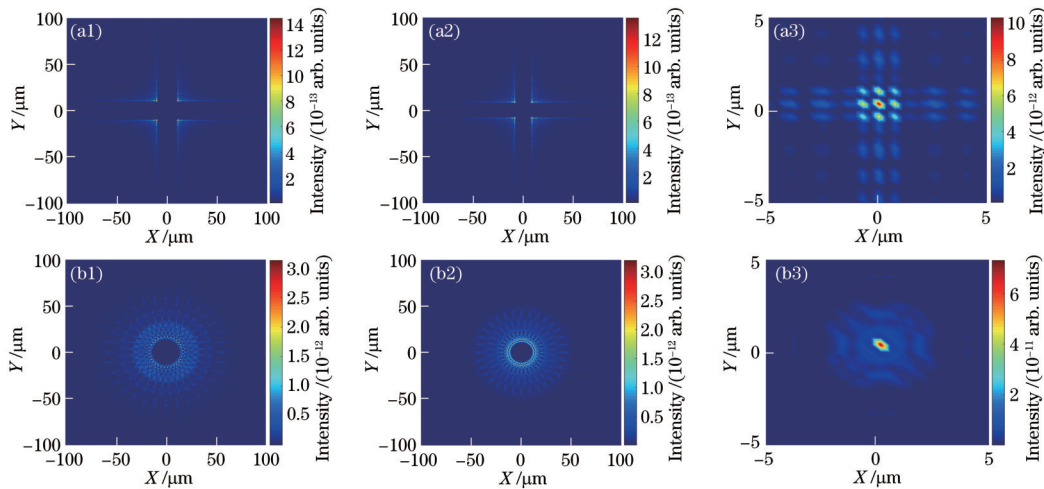


图 4 圆轨迹自加速阵列光束光场传播图。(a1)~(a3) $n=4$ 时距离 0, 20, 44 μm 处的光强分布; (b1)~(b3) $n=32$ 时距离 0, 20, 44 μm 处的光强分布

Fig. 4 Optical field propagation of accelerating array beam with circular trajectory. (a1)~(a3) Intensity distributions at distances of 0, 20, and 44 μm when $n=4$; (b1)~(b3) intensity distributions at distances of 0, 20, and 44 μm when $n=32$

图 5 为 n 取 256 时, 圆轨迹自加速阵列光束在传输距离为 0, 30, 34, 44 μm 处的光场分布图, 其中 $z_0=0$, $x_0=r=100 \mu\text{m}$, $c=10 \mu\text{m}$ 。与图 4 相比, 当 n 值显著增大后, 由于光束主瓣构成的中心圆环愈加明显, 且光束能够在一定的传播距离内保持如图 5(b) 所示的环状结构, 其中的每一层环对应自加速光束的各级旁瓣。随着阵列光束逐渐向中心聚合, 光束表现出如图 5(c) 所示的类 Bessel 光束的光强分布形式。因此, 若 n 不断增大, 甚至当 n 取无穷大时, 该光束在传播过程中会退化为 Bessel 光束。

为更好地分析阵列光束的自聚焦特性, 定义 $M=I_z/I_0$ 作为衡量自聚焦性能的聚焦系数, 其中 I_0 为光束在初始面的最大光强, I_z 为光束传播至任意位置时光强分布的最大值, 聚焦系数 M 越大, 表示光束的自聚焦性能越好。

令 $z_0=0$, $x_0=r=100 \mu\text{m}$, $c=10 \mu\text{m}$, 不同阵列数量下最大光强 I_z 和聚焦系数 M 随传播距离的变化曲线

传输距离为 0, 20, 44 μm 处的光场分布图, 其中 $z_0=0$, $x_0=r=100 \mu\text{m}$, $c=10 \mu\text{m}$, 对比图 4(a1)~(b3) 可以发现, 由于单束自加速光束沿圆轨迹传播, 因此该圆形阵列光束随着传播距离的增大逐渐向中心聚焦, 且向中心聚焦的速度随传播距离的增大而加快, 出现该现象的原因是: 圆轨迹的斜率随传播距离的增大而增大, 导致横向偏移随传播距离的增大而加快; 同时在光束聚焦前, 光束始终保持低能量状态传播, 而到达聚焦位置后, 旁瓣基本消失, 光束能量突然显著增大, 形成了高能光斑。阵列光束在传播过程中的各子光束均表现出无衍射特性, 这是由于旁瓣能量会不断向主瓣转移, 使主瓣保持近似无衍射状态。随着阵列中子光束数量 n 的增加, 焦点处的光强显著增大, 当 $n=4$ 时, 焦点处的光强比初始位置处光强增强了约 10 倍, 当 $n=32$ 时, 焦点处的光强比初始位置处光强增强了约 25 倍。

如图 6 所示, 可以看出: 子光束数量越多, 最大光强和聚焦系数越大, 阵列光束的自聚焦性能越好。观察图 6(a) 发现: 不同 n 值对应的最大光强出现的 z 值会有细微的差别, 这是仿真中角频率坐标变换带来的部分角频率丢失引起的误差。当 n 分别取 4, 16, 32 时, 在聚焦位置处的最大光强分别约为 1.41×10^{-11} , 3.62×10^{-11} , 7.69×10^{-11} ; 此时的聚焦系数 M 分别约为 10.03, 20.36, 24.58; 可以看出: 随着 n 的增大, M 的增量逐渐小于光强的增量, 这是因为随着阵列数量的增多, 初始面上各子光束分布更为紧密, 产生了相干叠加, 导致初始面处的 I_0 增大, 例如: n 为 4 和 32 时, 对应的 I_0 分别为 1.45×10^{-12} 和 3.13×10^{-12} 。因此, 尽管焦点处的光强随 n 的增大而显著增大, 但 M 的变化不明显。阵列光束过焦点后的光强和聚焦系数随传播距离的增大而振荡下降, 这是由于自加速光束的光强在传播中会出现周期性下降现象^[13]。

因为自加速光束沿圆轨迹传播, 根据式(14)可求

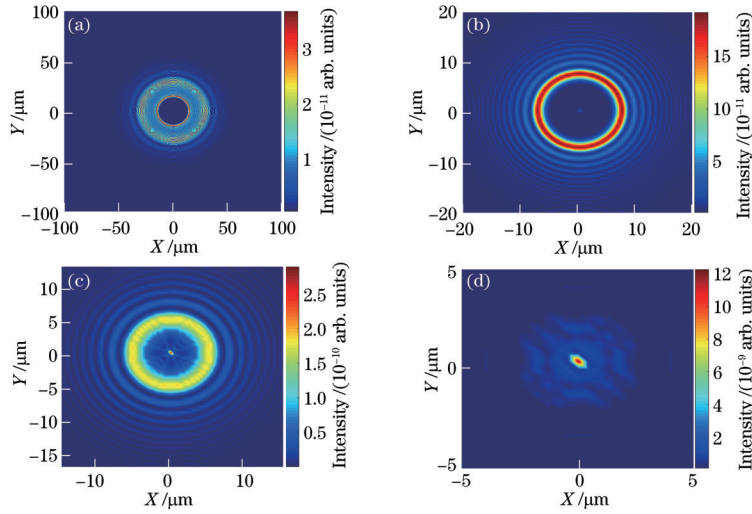


图 5 $n=256$ 时自加速阵列光束光场传播图。(a) $z=0 \mu\text{m}$; (b) $z=30 \mu\text{m}$; (c) $z=34 \mu\text{m}$; (d) $z=44 \mu\text{m}$
 Fig. 5 Optical field propagation of accelerating array beam when $n=256$. (a) $z=0 \mu\text{m}$; (b) $z=30 \mu\text{m}$; (c) $z=34 \mu\text{m}$; (d) $z=44 \mu\text{m}$

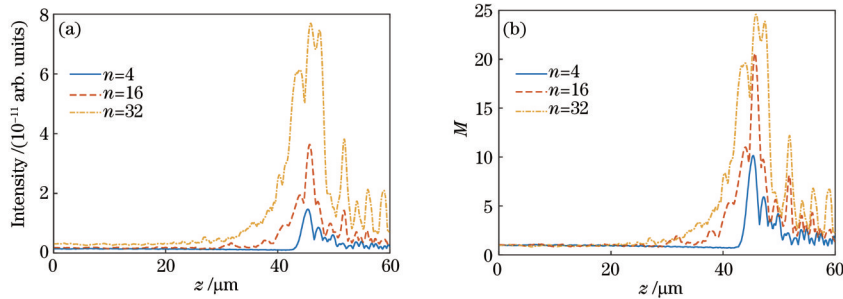


图 6 不同 n 值的自加速阵列光束光强随传播距离的变化曲线 ($z_0=0, x_0=r=100 \mu\text{m}, c=10 \mu\text{m}$)。
 (a) 光强曲线; (b) 聚焦系数 M 曲线

Fig. 6 Intensity of accelerating array beams varying with propagation distance under different n values for $z_0=0, x_0=r=100 \mu\text{m}$, and $c=10 \mu\text{m}$. (a) Intensity curves; (b) curves of focus factor M

得理论上聚焦位置的表达式为 $z_f = \sqrt{r^2 - (x_0 - c)^2} + z_0$ 。图 7 为 $n=32$ 时不同参数条件下阵列光束传播的侧视图,图中虚线位置为理论焦点距离, z 为光束实际聚焦位置,子光束在 X - Z 平面的传播路径为 $x = f(z) = \sqrt{r^2 - (z - z_0)^2} + (x_0 - c)$ 的圆形轨迹。由图 7 中光束的聚焦位置可知,理论计算的焦点位置与数值模拟的结果一致。由聚焦位置公式可知:光束聚焦的距离随 z_0, r, c 的增大而增大,随 x_0 的增大而减小,这与图 7 中的仿真结果一致;光束在聚焦位置处的光强大小也随光束参数的改变而变化。对比图 7(a) 和 (b) 可以发现:增大 z_0 值后在聚焦距离增大的同时焦点处光强值几乎不改变;对比图 7(a)、(c)、(d) 可以发现,增大 r 或减小 x_0 时,虽然聚焦距离增加了,但焦点处光强显著降低,甚至出现焦点处光强小于初始面光强的现象,这是由于圆轨迹光束为非傍轴光束,由图 1(a) 可知,超出一定传播距离的光束的光强衰减速度随传播距离的增大而显著加快,这造成了焦点处光强的减小。因此,通过对阵列和光束参数的合理设计,可以产生光强和聚焦位置满足需求的自加速阵列光束,这大大提高了光束调节的灵活性。

为了在实验上产生自加速光束阵列,可以采用空间光调制器法。首先将激光器发出的高斯光束经准直扩束后得到平行光,平行光经过分束器入射到预先加载了阵列光束相位图的液晶空间光调制器中,经过调制后的反射光再通过分束镜入射到傅里叶透镜上,进行傅里叶逆变换,最终在透镜的后焦平面获得自加速光束阵列的初始场分布,同时可通过移动的 CCD 记录不同传播距离处的光强分布。

5 结 论

通过构造维格纳函数,推导出傅里叶空间振幅相位和自加速传播轨迹之间的关系式,使用该方法可产生沿大角度弯曲的非傍轴自加速光束。通过设计傅里叶空间的初始角谱,将任意轨迹的自加速光束合成为具有自聚焦特性的非傍轴自加速阵列光束,通过调节参数 n, z_0, x_0, r 和 c 的大小来控制焦点的位置和光强大小。相比于已有的自聚焦光束,所提方法突破了傍轴近似限制,产生的光束轨迹和调控方式更加灵活高效,这对拓展自加速光束阵列在激光医疗、光微粒操作、超分辨率成像等领域的应用具有一定的参考价值。

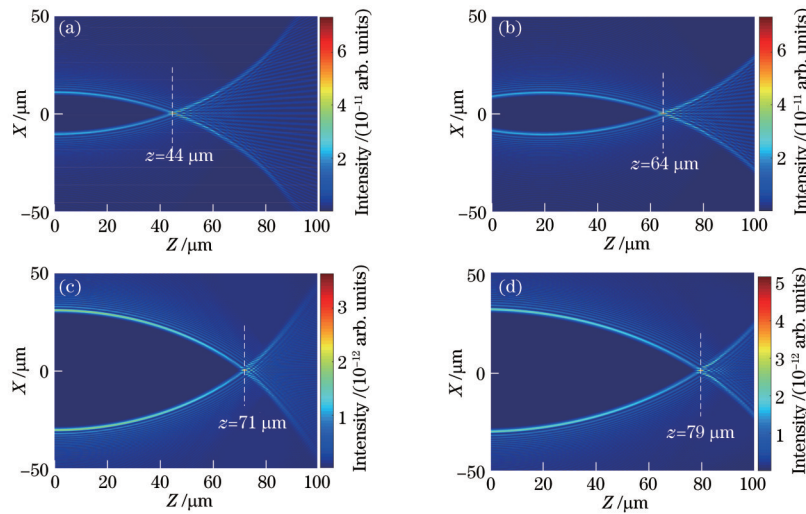


图 7 $n=32$ 时自加速阵列光束传播侧视图。(a) $z_0=0, x_0=r=100 \mu\text{m}, c=10 \mu\text{m}$; (b) $z_0=20 \mu\text{m}, x_0=r=100 \mu\text{m}, c=10 \mu\text{m}$; (c) $z_0=0, x_0=80 \mu\text{m}, r=100 \mu\text{m}, c=10 \mu\text{m}$; (d) $z_0=0, x_0=100 \mu\text{m}, r=120 \mu\text{m}, c=10 \mu\text{m}$

Fig. 7 Side views of accelerating beam propagation with $n=32$. (a) $z_0=0, x_0=r=100 \mu\text{m}, c=10 \mu\text{m}$; (b) $z_0=20 \mu\text{m}, x_0=r=100 \mu\text{m}, c=10 \mu\text{m}$; (c) $z_0=0, x_0=80 \mu\text{m}, r=100 \mu\text{m}, c=10 \mu\text{m}$; (d) $z_0=0, x_0=100 \mu\text{m}, r=120 \mu\text{m}, c=10 \mu\text{m}$

参 考 文 献

- [1] Baumgartl J, Mazilu M, Dholakia K. Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets[J]. Nature Photonics, 2008, 2(11): 675-678.
- [2] Schley R, Kaminer I, Greenfield E, et al. Loss-proof self-accelerating beams and their use in non-paraxial manipulation of particles' trajectories[J]. Nature Communications, 2014, 5: 5189.
- [3] Zhao J Y, Chremmos I D, Song D H, et al. Curved singular beams for three-dimensional particle manipulation [J]. Scientific Reports, 2015, 5: 12086.
- [4] Mathis A, Courvoisier F, Froehly L, et al. Micromachining along a curve: femtosecond laser micromachining of curved profiles in diamond and silicon using accelerating beams[J]. Applied Physics Letters, 2012, 101(7): 071110.
- [5] Jia S, Vaughan J C, Zhuang X W. Isotropic three-dimensional super-resolution imaging with a self-bending point spread function[J]. Nature Photonics, 2014, 8(4): 302-306.
- [6] Hosny N A, Seyfouth J A, Spickermann G, et al. Planar Airy beam light-sheet for two-photon microscopy[J]. Biomedical Optics Express, 2020, 11(7): 3927-3935.
- [7] Rose P, Diebel F, Boguslawski M, et al. Airy beam induced optical routing[J]. Applied Physics Letters, 2013, 102(10): 101101.
- [8] Chong A, Renninger W H, Christodoulides D N, et al. Airy-Bessel wave packets as versatile linear light bullets [J]. Nature Photonics, 2010, 4(2): 103-106.
- [9] Clerici M, Hu Y, Lassonde P, et al. Laser-assisted guiding of electric discharges around objects[J]. Science Advances, 2015, 1(5): e1400111.
- [10] Suarez R A B, Neves A A R, Gesualdi M R R. Optical trapping with non-diffracting Airy beams array using a holographic optical tweezers[J]. Optics & Laser Technology, 2021, 135: 106678.
- [11] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J. Filamentation of femtosecond laser Airy beams in water[J]. Physical Review Letters, 2009, 103(12): 123902.
- [12] Zhang Z, Liang X L, Goutsoulas M, et al. Robust propagation of pin-like optical beam through atmospheric turbulence[J]. APL Photonics, 2019, 4(7): 076103.
- [13] 赖松陶, 兰燕平, 毛红行, 等. 环形阵列艾里涡旋光束的自聚焦特性[J]. 中国激光, 2019, 46(4): 0405002. Lai S T, Lan Y P, Mao H X, et al. Self-focusing characteristics of circular array Airy vortex beams[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(4): 0405002.
- [14] 王灵一, 黄凯凯, 章显, 等. 硬边环带光阑下圆形艾里光束的自聚焦特性调控[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(23): 232601. Wang L Y, Huang K K, Zhang X, et al. Manipulation of abruptly autofocusing property of circular Airy beam carrying hard-edge annular aperture[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(23): 232601.
- [15] 辛志刚, 王艳. 非均匀光纤中啁啾对艾里脉冲聚焦特性的影响[J]. 中国激光, 2022, 49(6): 0608002. Xin Z G, Wang Y. Influence of chirp on focusing characteristics of Airy pulses in nonuniform fiber[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(6): 0608002.
- [16] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.
- [17] 韩洪民, 范引鹏, 杨叶城, 等. 基于变形镜的多波长艾里光束生成与传播特性[J]. 光学学报, 2021, 41(16): 1626001. Han H M, Fan Y P, Yang Y C, et al. Generation and propagation characteristics of multi-wavelength Airy beams based on deformable mirrors[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(16): 1626001.

- [18] Alonso M A, Bandres M A. Spherical fields as nonparaxial accelerating waves[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(24): 5175-5177.
- [19] Aleahmad P, Miri M A, Mills M S, et al. Fully vectorial accelerating diffraction-free Helmholtz beams[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(20): 203902.
- [20] Qian Y X, Zhang S T. Manipulation of accelerating beam in gradient potentials[J]. *Optics Communications*, 2019, 435: 409-412.
- [21] Greenfield E, Segev M, Walasik W, et al. Accelerating light beams along arbitrary convex trajectories[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(21): 213902.
- [22] Hu Y, Bongiovanni D, Chen Z G, et al. Multipath multicomponent self-accelerating beams through spectrum-engineered position mapping[J]. *Physical Review A*, 2013, 88(4): 043809.
- [23] 兰燕平, 赖松陶, 施逸乐, 等. 可调谐的非傍轴自加速光束[J]. *光学学报*, 2019, 39(10): 1026001.
Lan Y P, Lai S T, Shi Y L, et al. Tunable non-paraxial accelerating beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(10): 1026001.
- [24] Wen Y H, Chen Y J, Zhang Y F, et al. Tailoring accelerating beams in phase space[J]. *Physical Review A*, 2017, 95(2): 023825.
- [25] Alonso M A. Wigner functions in optics: describing beams as ray bundles and pulses as particle ensembles[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2011, 3(4): 272-365.