

偏振激光雷达中望远系统的偏振像差校正

贾文涛,贺文俊,吴凌昊,张磊*

长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022

摘要 采用遗传算法优化设计了宽波段低偏振高反膜,实现了反射式望远镜在不同波段的偏振像差校正。利用偏振像差函数分析了金属膜和低偏振膜对卡塞格林望远镜偏振像差的影响。仿真结果表明,镀低偏振膜的望远镜产生的二项衰减像差略小于镀铝膜的情况,而相位延迟像差下降明显,在 355,532,1046 nm 波长处分别降低了 1.13°,1.00°,0.68°。最后,根据望远镜的 Mueller 矩阵与大气退偏参数的关系计算了不同波段和视场条件下所选膜对退偏参数误差的影响,结果表明,校正望远镜偏振像差后退偏参数的测量精度会提高。

关键词 物理光学; 偏振像差; Jones 光瞳; 像差校正; 退偏参数 **中图分类号** O436.3 **文献标志码** A

doi: 10.3788/AOS202242.0226002

Polarization Aberration Correction for Telescopic System in Polarization Lidar

Jia Wentao, He Wenjun, Wu Linghao, Zhang Lei

School of Opto-Electronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

Abstract A wide band high-reflection film with low polarization effect is optimized by using genetic algorithm, and the polarization aberration correction of the reflective telescope in different wave bands is realized. The polarization aberration function is used to analyze the influence of metal film and low polarization film on the polarization aberration of Cassegrain telescope. The simulation results show that the diattenuation aberration of the telescope coated with low polarization film is slightly smaller than that of the telescope coated with aluminum film, while the phase retardance aberration decreases obviously, which decreases by 1.13 °, 1.00 ° and 0.68 ° at the wavelength of 355, 532 and 1064 nm, respectively. Finally, the influence of the selected film on the depolarization parameter error in different wavebands and fields of view is calculated according to the relationship between the Mueller matrix of the telescope and the atmospheric depolarization parameters. The results show that the measurement accuracy of depolarization parameter after polarization aberration correction of telescope will be improved.

Key words physical optics; polarization aberration; Jones pupil; aberration correction; depolarization parameter

1引言

目前偏振激光雷达已被广泛应用于大气遥感探 测领域中,其在大气气溶胶和云探测方面具有明显 优势^[1-4]。偏振激光雷达采用的是主动遥感探测方 式,发出的激光与大气相互作用后会引起偏振态变 化^[5],通过接收偏振回波信号可反演出大气环境信 息^[6-8]。由于偏振激光雷达中光学元件的偏振特性 会改变回波信号的偏振态^[9],导致无法获得高精度 的偏振信息,因此构建高精度激光雷达对大气科学 的研究具有重要意义。

为了增强激光雷达对回波信号的接收能力,往 往将大口径反射式望远系统作为接收端^[10-12],其原 因在于反射式望远镜具有无色差、宽波段等优点。

收稿日期: 2021-06-22; 修回日期: 2021-07-18; 录用日期: 2021-08-09 基金项目: 国家自然科学基金(61805025)、吉林省科技发展计划(20190201271JC) 通信作者: *Zhangl@cust. edu. cn

激光雷达中最常用的望远系统是卡塞格林望远镜和 牛顿式望远镜,一些研究人员对这两个望远镜的偏 振特性进行了对比分析。Di 等^[11]采用 Mueller 偏 振分析方法对比了不同金属膜和不同 F 数下两种 望远镜的偏振特性。在文献[11]的基础上,Luo 等[12]分析了光波波长、望远镜视场、不同偏振态激 光的发射对望远镜偏振特性的影响,研究表明卡塞 格林望远镜的偏振效应要小于牛顿式望远镜。虽然 在以上研究中选择了更合理的望远镜结构,但是系 统中依然存在较明显的偏振效应,这主要是由反射 镜面上金属膜的偏振像差所导致。由于金属膜的偏 振效应对波段较敏感,当工作光谱带宽增大时,光束 的偏振态变化明显,故激光雷达系统对不同波长的 信号具有不同的探测精度。因此,研究宽光谱的偏 振像差校正对于光学系统成像和测量具有重要的应 用价值^[13]。

针对望远系统引起的偏振测量误差问题,本文 设计了一种多波段低偏振特性的多层介质膜。该膜 系在激光雷达的工作波段中都具有较小的偏振效 应,产生的偏振像差明显小于金属膜,并且具有较高 的反射率,故其不但能降低系统的偏振像差,还能增 强系统对信号的接收能力。因此,采用所提校正方 法能提高偏振激光雷达系统在不同波段中的探测精 度,进而实现对大气信号的精确测量。

2 偏振像差函数理论

偏振像差表征了光学系统对入射光束偏振态的 改变,可用来描述系统的偏振特性,通常采用 Jones 光瞳表示, Jones 光瞳的数学表达式为

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{H},\rho,\lambda) = \begin{bmatrix} J_{11}(\boldsymbol{H},\rho,\lambda) & J_{12}(\boldsymbol{H},\rho,\lambda) \\ J_{21}(\boldsymbol{H},\rho,\lambda) & J_{22}(\boldsymbol{H},\rho,\lambda) \end{bmatrix},$$
(1)

式中:H 表示光线的物坐标矢量;ρ 表示光瞳坐标矢 量;λ 表示波长。可以发现,偏振像差函数表征了光 学系统的偏振特性与波长、光瞳坐标以及物坐标间 的变化规律。Jones 矩阵所表达的物理含义是相当 晦涩的,而利用奇异值(SVD)分解方法能清晰展现 出Jones 矩阵中包含的偏振信息。因此,对(1)式进 行 SVD 分解后,可得

$$J = UDV^{\dagger} = (UDU^{\dagger})(UV^{\dagger}) = (UDU^{\dagger})(W^{-1}RW),$$
(2)

式中:U、V 为酉矩阵; 上标 † 表示共轭转置; D 和R为对角阵, 其对角元素为奇异值; UDU^{\dagger} 为 Hermitian 矩阵, 与二项衰减相对应, 表征了光学系

第 42 卷 第 2 期/2022 年 1 月/光学学报

统对人射光两个正交偏振态间透过系数的差异; $W^{-1}RW$ 是酉矩阵 UV^{\dagger} 的 SVD 分解结果,代表了 Jones 矩阵中的延迟部分,表征了光学系统对入射光 两个正交偏振态间的相位差异。二项衰减值 M_{da} 和 相位延迟值 M_{ret} 可由对角阵D和R中的元素表示

$$M_{\rm dia} = \frac{D_{11}^2 - D_{22}^2}{D_{11}^2 + D_{22}^2},\tag{3}$$

$$M_{\rm ret} = |\arg(R_{22}) - \arg(R_{11})| / 2\pi, \qquad (4)$$

式中:*D*₁₁ 和 *D*₂₂ 为对角阵 **D** 中的元素;*R*₁₁ 和 *R*₂₂ 为对角阵 **R** 中的元素;arg(•)为变元函数。

*M*_{dia} 和 *M*_{ret} 是评价光学系统偏振特性的重要 参数,当数值均为零时表示不存在偏振像差。

3 望远系统偏振像差分析与校正

反射镜表面的金属膜是系统偏振像差产生的主要来源,由于材料的折射率受波长影响,因此不同波 长的光入射膜系会有不同的偏振态变化。偏振激光 雷达的工作波段一般是 355,532,1064 nm,为了降 低金属膜的偏振效应,设计了多层介质反射膜,该膜 系在这三个波段都具有较高的反射率和低偏振特 性。然后,对卡塞格林系统镀金属膜和多层膜情况 下的偏振像差进行了对比分析。

3.1 遗传算法优化偏振膜系

遗传算法是解决多维非线性问题的优化算法, 通过交叉、选择和突变等操作,筛选出适应度较高的 个体,从而获得最优解。目前,遗传算法已被广泛应 用于薄膜优化设计中。因此,采用遗传算法优化偏 振薄膜,使利用其得到的两束正交线偏振光在355, 532,1064 nm 波长处的反射率和位相差变化优于铝 膜。采用浮点数遗传算法优化膜系,将膜层厚度作 为优化变量,优化偏振膜系的关键在于目标函数的 建立,且需要同时考虑不同波长在一定入射角度范 围内的反射率和相位值。因此,目标函数 F 可设 置为

$$F = \left[\frac{\omega_R}{3n} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=0}^{n} |R(\lambda_i, \theta_j) - \overline{R}(\lambda_i, \theta_j)|^2\right]^{\frac{1}{2}} + \left[\frac{\omega_\delta}{3n} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=0}^{n} |\delta_\Delta(\lambda_i, \theta_j) - \overline{\delta}_\Delta(\lambda_i, \theta_j)|^2\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

式中: ω_R 和 ω_δ 分别表示反射率和相位差的权重; $R(\lambda_i, \theta_j)$ 和 $\delta_{\Delta}(\lambda_i, \theta_j)$ 分别表示第*i*个波长和第*j* 个角度下的反射率和相位差;*n*为角度总个数; $\overline{R}(\lambda_i, \theta_j)$ 和 $\overline{\delta}_{\Delta}(\lambda_i, \theta_j)$ 分别表示反射率和相位差的 预定理想值。

虽然膜系的层数越多且膜层间的折射率差值越

第 42 卷 第 2 期/2022 年 1 月/光学学报

大,反射率会越高,但是这会加大正交偏振态之间的 位相差。因此,选择了两种折射率相近的材料,分别 为高折射率材料 Al₂O₃ 和低折射率材料 SiO₂,经过 优化分析后发现三层膜系的效果最佳,膜层结构为 glass/Al/Al₂O₃(厚度为 192.644 nm)/SiO₂(厚度为 131.034 nm)/Al₂O₃(厚度为 4.748 nm)/air。薄膜对 不同光波长的响应如图 1 所示,其中实线表示多层 膜,虚线表示铝膜。图 1(a)为入射角度变化时各波 长的反射率曲线。可以看出多层膜的反射率一直高 于铝膜的反射率,且不受波长影响,故多膜层能增强



系统对信号的吸收。图 1(b)为相位差随入射角度 的变化。可以看出,相位差受角度变化影响明显,在 0°附近几乎为零;随着角度的增大,铝膜产生的相位 差逐渐增加,且波长越短相位差变化越明显;多层膜 产生的相位差随角度的变化较缓慢,尤其在 355 nm 和 532 nm 波长处,多层膜的相位差值明显低于铝 膜,这是因为膜层厚度的变化对短波的光学性质调 制更明显。采用此低偏振膜系取代金属膜能降低反 射面的相位变化,在降低系统偏振效应的同时,能增 强系统对信号的接受能力。



图 1 多层膜和铝膜的光学性质。(a)反射率;(b) s 光和 p 光的相位差

Fig. 1 Optical properties of multilayer film and Al film. (a) Reflectance; (b) phase difference between s light and p light

3.2 偏振像差函数分析

在偏振激光雷达中常将卡塞格林望远镜作为接 收望远镜。卡塞格林望远镜如图 2 所示。卡塞格林 望远镜由主镜和副镜构成,其面型分别是抛物面和 双曲面,这有利于校正球差和慧差。望远镜的系统 参数如表 1 所示。由于卡塞格林望远镜的视场较 小,故边缘视场产生的偏振像差相对中心视场变化 不明显。因此,需要对中心视场的偏振像差进行 分析。



图 2 卡塞格林望远镜

Fig. 2 Cassegrain telescope

首先,利用偏振光追迹方法精确计算望远系统 中任意一条光线的偏振像差函数^[14-16]。然后,根据 (2)~(4)式获取整个光瞳处的二项衰减值和相位延 迟值。在 355,532,1064 nm 波长下望远镜在光瞳 处 的二项衰减值如图3所示。可以看出,圆环由内

表1 卡塞格林望远镜的系统参数

Table 1 System parameters of Cassegrain telescope

Parameter	Value
Focal length /mm	800.93
Diameter of entrance pupil /mm	200
Diameter of exit pupil /mm	75
Obscuration /mm	62.8
Angle of view /mrad	10
F-number	4.0047

到外数值逐渐增大,这是因为随着光瞳半径的增大, 光线入射角在逐渐增大,这会引起 s 光和 p 光的反 射振幅比增大。图 3 中第二行的二项衰减图边缘亮 度要低于第一行,这表明望远镜镀多层膜产生的二 项衰减值要略低于镀铝膜的情况。为了更直观地对 比图 3 中的数据,计算出了整个光瞳的均方根值,如 表 2 所示。对比两组数据发现,在 532 nm 和 1064 nm 处多层膜比铝膜低了 0.01 个百分点,在 355 nm 处多层膜比铝膜低了 0.03 个百分点,由此 可以看出二项衰减像差得到了微小的校正,这是因 为铝膜本身引起的二项衰减像差很小,整个光瞳面 的最高点不超过 0.48%。因此,与铝膜相比,多层 膜对二项衰减的校正效果较明显。

薄膜对光束相位的影响较大,而相位是改变偏 振态的重要因素,选用低偏振膜能降低相位变化。

第 42 卷 第 2 期/2022 年 1 月/光学学报

图 4 是望远镜分别镀金属膜和镀多层膜的相位延迟 值。可以看出,相位延迟值随着波长的增大而减小, 镀多层膜的望远镜引起的相位延迟值明显低于镀铝 膜的情况。由表 2 可以看出,与镀铝膜情况相比, 355,532,1064 nm 波段处镀多层膜情况下的相位延迟值的均方根(RMS)值分别下降了 1.13°、1.00°、 0.68°。因此,低偏振膜对卡塞格林系统偏振像差有明显的校正作用。



图 3 镀有不同膜层的望远系统的 M_{dia}。(a)~(c)铝膜;(d)~(f)多层膜

Fig. 3 M_{dia} of telescopic system coated with different films. (a)–(c) Al film; (d)–(f) multilayer film

表 2 望远镜系统中 M	I_{dia} 和 M_{ret}	的 RMS
--------------	-----------------------	-------

Table 2 $\,$ RSM of $M_{\rm dia}$ and $M_{\rm ret}$ of telescopic system

Wavelength /nm -	RMS of $M_{ m dia}/\%$		RMS of $M_{\rm ret}/(^{\circ})$	
	Al film	Multilayer film	Al film	Multilayer film
355	0.39	0.36	2.76	1.63
532	0.41	0.40	1.73	0.73
1064	0.19	0.18	0.74	0.06





4 大气退偏参数计算

大气退偏参数是预测大气信息的关键参数,其 精度受光学系统的偏振特性影响。通过计算激光雷 达系统的退偏误差可以分析偏振像差校正对探测精 度的影响。图 5 是双通道偏振激光雷达系统的结构 示意图,其中 PBS 为偏振分束器。

Stokes 矢量表征了光束的偏振状态,可以描述 完全偏振光、部分偏振光和非完全偏振光。4×4的 Mueller 矩阵是光学元件对 Stokes 矢量的作用矩 阵。由于大气回波信号是非完全偏振光,因此采用 Mueller-Stokes 表示双通道激光雷达从发射端到接





Fig. 5 Structural diagram of dual-channel polarization lidar system

收端间光束偏振态的变化

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{P}} \boldsymbol{M}_{\mathrm{t}} \boldsymbol{M}_{\mathrm{A}} \boldsymbol{S}_{\mathrm{C}}, \qquad (6)$$

式中: $S_{\rm C}$ 表示出射激光的 Stokes 矢量; $M_{\rm A}$ 表示大 气的 Mueller 矩阵; $M_{\rm t}$ 为望远系统的 Mueller 矩 阵; $M_{\rm P}$ 为 PBS 的 Mueller 矩阵, PBS 的作用是将接 收的回波信号分成垂直线偏振光和水平线偏振光后 进行信号探测。望远系统的 Mueller 矩阵可由(1) 式中的 Jones 矩阵转换得到,其关系为

$$\boldsymbol{M}_{t} = \boldsymbol{B} [\boldsymbol{J} \otimes \boldsymbol{J}^{*}] \boldsymbol{B}^{-1}, \qquad (7)$$

式中:⊗表示克罗内克积;**J**^{*}表示 **J** 的复共轭;**B**⁻¹ 表示 **B** 的逆矩阵,矩阵 **B** 的表达式^[17]为

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} .$$
(8)

对于理想的 PBS,其 Mueller 矩阵形式为

式中:*M*_R和*M*_T分别表示反射通道和透射通道的 Mueller矩阵。大气对光束后向散射的作用矩阵可 用 Mueller矩阵表示

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2d - 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

第 42 卷 第 2 期/2022 年 1 月/光学学报

式中:d 为大气退偏参数。在(6)~(11)式中假设了 望远镜是非理想光学元件,这样有利于研究望远镜 偏振特性与大气退偏参数间的关系。根据(6)~ (11)式可计算出透射通道光强 $I_{\rm T}$ 和反射通道光强 $I_{\rm R}$,由此可反演出线偏振激光雷达的退偏参数 $d_{\rm L}$, 其表达式为

$$d_{\rm L} = \frac{2I_{\rm R}}{I_{\rm R} + I_{\rm T}},\tag{12}$$

进而可计算出大气退偏参数的相对误差

$$\Phi = \frac{|d - d_{\rm L}|}{d} \times 100\%, \qquad (13)$$

式中: *d* 为真实大气退偏参数,其取值范围为 0.001~1.000。退偏参数的相对误差值体现了系统 对大气信号的测量精度。

由于望远镜的偏振像差会随着视场角的变化而 改变,因此需要分析视场角对退偏参数的影响。由 于卡塞格林望远镜的视场角较小,故这里只计算了 0~10 mrad 视场角范围内的退偏参数。当大气退 偏参数为 0.3 时,相对误差与视场角的关系如图 6 所示。可以发现,不同膜系条件下各波段的相对误 差值随视场角的增大几乎没有变化,各曲线的变化 幅度均小于 0.01%,这表明望远镜偏振像差在较小 的视场范围内几乎没变化。因此,在实际测量中可 以忽略视场变化对测量精度的影响。



图 6 当 d=0.3时相对误差与视场角的关系 Fig. 6 Relationship between relative error and field of view when d=0.3

在反射式望远系统中虽然不存在色差,但是存在偏振像差,而偏振像差与波长有关,进而会造成系统对不同波段的测量精度间存在差异。 图 7(a)是望远镜镀铝膜的情况。可以看出,在 456 nm 波长处退偏参数的相对误差值最大,随着 波长向两边扩展,相对误差逐渐减小,这表明望远 镜的偏振效应也在减小。图 7(b)是望远镜镀多层 膜的情况,相对误差值的变化图像呈波浪形,不如 图 7(a)中那么平缓,原因在于膜层间折射率梯度

第 42 卷 第 2 期/2022 年 1 月/光学学报

值随波长变化明显,导致多层膜的偏振特性对波 长特别敏感,此时波长变化会引起相对误差数据 的震荡。对比图 7(a)、(b)可知,虽然图 7(b)中相 对误差值与波长的变化无明显规律,但是始终小 于图 7(a)中的数值。因此,低偏振膜在宽波段范 围内降低了望远镜的偏振像差,并且提高了退偏 参数的测量精度。为了更好对比不同膜系对退偏 参数的影响,图 8 中展示了 355,532,1064 nm 波



长下的相对误差值曲线。可以发现,镀多层膜系 统的相对误差在各波段都低于镀铝膜的情况,并 且各波长的相对误差值都随着大气退偏参数值的 增大而减小,这表明光学元件的偏振特性对退偏 程度较高的信号影响较弱。根据以上结果可以看 出,低偏振膜实现了对卡塞格林望远镜的多波段 偏振像差校正,改善了偏振激光雷达系统退偏参 数的计算精度。



图 7 镀有不同膜层的望远系统中相对误差与波长的关系: (a)铝膜;(b)多层膜



(a) Al film; (b) multilayer film





5 结 论

接收望远镜是偏振激光雷达的重要组成部分, 其偏振特性会影响回波信号的偏振态,故降低望远 镜的偏振像差能改善系统的测量精度。虽然可通过 镀金属膜的方式来提高望远镜的镜面反射率,但是 金属膜的偏振性质是系统偏振像差的重要来源,故 通过设计低偏振反射膜系来校正望远镜的偏振像 差。由于激光雷达系统的响应波段较宽,首先建立 了多波段偏振膜优化目标函数,并采用遗传算法设 计出了低偏振膜系,该膜系在工作波段的偏振特性 和反射率都优于铝膜。然后,采用 Jones 光瞳函数 分析了低偏振膜和铝膜对卡塞格林望远镜的影响, 由于两种膜系都具有较高的反射率,故镀多层膜时 系统的二项衰减像差只有略微减小,但此时系统的 相位延迟像差明显降低。最后,根据望远镜的偏振 性质与退偏参数的关系,计算了不同视场和不同波 段的相对误差值,并对比分析了偏振像差校正前后 测量精度的变化。仿真结果表明,望远镜偏振像差 的校正可有效降低大气退偏参数的相对误差。因 此,所提方法对提高偏振激光雷达探测精度有实用 价值,并且可用于其他光学系统的偏振像差校正。

参考文献

- Freudenthaler V. About the effects of polarising optics on lidar signals and the Δ90 calibration [J]. Atmospheric Measurement Techniques, 2016, 9(9): 4181-4255.
- [2] Bo G Y, Liu D, Wang B X, et al. Two-wavelength polarization airborne lidar for observation of aerosol and cloud [J]. Chinese Journal of Lasers, 2012, 39 (10): 1014002.
 伯广宇,刘东,王邦新,等. 探测云和气溶胶的机载 双波长偏振激光雷达 [J]. 中国激光, 2012, 39(10): 1014002.
- [3] Chang Y Y, Sun B, Huang C, et al. Cloud detection and parameter inversion using multi-directional polarimetric observations [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(11): 1101002.
 常钰阳, 孙斌, 黄禅, 等. 多角度偏振云检测及云参

数反演[J]. 光学学报, 2020, 40(11): 1101002.

- [4] Ma X M, Tao Z M, Shan H H, et al. Statistical distribution of extinction coefficients of tropospheric aerosols detected by lidar [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(11): 1101003.
 麻晓敏,陶宗明,单会会,等.激光雷达探测对流层 气溶胶消光系数的统计分布[J].光学学报, 2020, 40(11): 1101003.
- [5] He L Q, Duan J, Zhang S, et al. Simulation of polarization transmission characteristics of laser in sea fog environment [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(3): 0329001.
 赫立群,段锦,张肃,等.激光在海雾环境中偏振传输特性仿真研究[J].激光与光电子学进展, 2021, 58(3): 0329001.
- [6] Sun X M, Wang H H, Shen J. Study on two Monte Carlo simulation programs of polarization lidar depolarization by water cloud[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(1): 0101002.
 孙贤明, 王海华, 申晋. 两种模拟水云对偏振激光雷 达退偏振的蒙特卡罗方法研究[J]. 光学学报, 2017, 37(1): 0101002.
- Qiu J W, Xia H Y, Shangguan M J, et al. Micropulse polarization lidar at 1.5 μm using a single superconducting nanowire single-photon detector[J]. Optics Letters, 2017, 42(21): 4454-4457.
- [8] Huang Z, Qi S, Zhou T, et al. Investigation of aerosol absorption with dual-polarization lidar observations [J]. Optics Express, 2020, 28 (5): 7028-7035.
- [9] Luo J. Research on key technologies and system of high-precision polarization lidar [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2018.
 罗敬. 高精度偏振激光雷达关键技术及系统研究 [D]. 杭州:浙江大学, 2018.
- [10] Feng S, Chang J, Hu Y Y, et al. Design and analysis

of polarization imaging lidar and short wave infrared composite optical receiving system [J]. Acta Physica Sinica, 2020, 69(24): 244202.

冯帅, 常军, 胡瑶瑶, 等. 偏振成像激光雷达与短波 红外复合光学接收系统设计与分析[J]. 物理学报, 2020, 69(24): 244202.

- [11] Di H G, Hua D X, Yan L J, et al. Polarization analysis and corrections of different telescopes in polarization lidar[J]. Applied Optics, 2015, 54(3): 389-397.
- [12] Luo J, Liu D, Huang Z, et al. Polarization properties of receiving telescopes in atmospheric remote sensing polarization lidars [J]. Applied Optics, 2017, 56(24): 6837-6845.
- [13] Luo J, He X, Fan K, et al. Polarization aberrations in an unobscured off-axis astronomical telescope and their effects on optics ellipticity [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(8): 0811001.
 罗敬,何煦,范阔,等.无遮拦离轴天文望远镜偏振 像差分析及其对光学椭率的影响[J].光学学报, 2020, 40(8): 0811001.
- [14] He W J, Fu Y G, Liu Z Y, et al. Three-dimensional polarization aberration functions in optical system based on three-dimensional polarization ray-tracing calculus [J]. Optics Communications, 2017, 387: 128-134.
- [15] Yun G, Crabtree K, Chipman R A. Threedimensional polarization ray-tracing calculus I: definition and diattenuation [J]. Applied Optics, 2011, 50(18): 2855-2865.
- [16] Yun G, McClain S C, Chipman R A. Threedimensional polarization ray-tracing calculus II: retardance[J]. Applied Optics, 2011, 50(18): 2866-2874.
- [17] Goldstein D. Polarized light [M]. 3rd ed. Boca Raton: CRC Press, 2010.