

# 强非局域非线性介质中时空可控 艾里-因氏-高斯光束的传输

张霞萍\*

南京晓庄学院电子工程学院, 江苏 南京 210017

**摘要** 根据强非局域非线性介质(SNNM)中傍轴光束传输遵循的(3+1)维薛定谔方程,获得了椭圆坐标系下时空可控艾里-因氏-高斯(CAiIG)光束的解析解。CAiIG 光束由具有不同初始速度的艾里脉冲对空间因氏-高斯光束时域调制获得。通过调整光束初始入射功率和临界功率的比率、初始入射速度以及椭圆参数,探讨了 SNNM 中 CAiIG 光束的传输过程。时空 CAiIG 光束在传输过程中保持非色散特性。依据初始入射功率和临界功率的比率,光束束宽在空间呈现出周期性振荡(功率比不等于 1)或者保持不变(功率比等于 1)的状态。调整椭圆参数的值可以实现时空艾里-因氏-高斯光束与时空艾里-拉盖尔-高斯光束及时空艾里-厄米-高斯光束间的连续转换。此外,给出了 SNNM 中 CAiIG 光束呈呼吸态传输时几个传输截面上的能流分布图。

**关键词** 非线性光学; 强非局域非线性; 时空艾里-因氏-高斯光束; 自加速和自减速光束; 坡印亭矢量

中图分类号 O437

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0219001

## Spatiotemporal Controllable Airy-Ince-Gaussian Beam in Strongly Nonlocal Nonlinear Media

Zhang Xiaping\*

Department of Electronic Engineering, Nanjing Xiaozhuang University, Nanjing, Jiangsu 210017, China

**Abstract** According to the (3+1)-dimensional Schrödinger equation for the propagation of paraxial beams in strongly nonlocal nonlinear media (SNNM), the analytical solution of spatiotemporal controllable Airy-Ince-Gaussian (CAiIG) beam in elliptic coordinates is obtained. CAiIG beams are obtained by time-domain modulation of spatial Ince-Gaussian beams by Airy pulses with different initial velocities. The propagation process of CAiIG beam in SNNM is discussed by adjusting the ratio of initial incident power to critical power, initial incident velocity and ellipse parameter. The spatiotemporal CAiIG beam keeps non-dispersive characteristics in the process of propagation. According to the ratio of the initial incident power to the critical power, the beam width oscillates periodically in space (the power ratio is not equal to 1) or remains constant (the power ratio is equal to 1). The continuous conversion among spatiotemporal Airy-Ince-Gaussian beam, spatiotemporal Airy-Laguerre-Gaussian beam and spatiotemporal Airy-Hermite-Gaussian beam can be realized by adjusting the ellipse parameter. Moreover, the energy flow distributions on several propagation cross sections of CAiIG beams propagating in breathing state in SNNM are given.

**Key words** nonlinear optics; strongly nonlocal nonlinear; spatiotemporal Airy-Ince-Gaussian beam; self-accelerating and self-decelerating beam; poynting vector

收稿日期: 2021-02-22; 修回日期: 2021-05-12; 录用日期: 2021-08-09

通信作者: \*xpzhang@nuaa.edu.cn

## 1 引言

艾里光束因其独特的传输特性,比如可以实现自管理、具有弱色散和自加速等性质,自诞生以来受到了科研工作者的广泛关注<sup>[1-14]</sup>。这种不同寻常的传输特性使得它具有广泛的使用价值,比如沿弯曲路径捕获粒子、产生自弯曲等离子通道以及实现超快脉冲<sup>[1]</sup>。Berry 等<sup>[2]</sup>通过求解薛定谔方程获得了艾里波粒子形式的解。Siviloglou 等<sup>[3-4]</sup>通过实验验证了艾里光束的存在。Abdollahpour 等<sup>[5]</sup>通过将空间的艾里光束与时域的艾里脉冲相结合实现了时空艾里光弹。之后,各种三维波粒子概念被提出,比如三维有限能量的艾里自加速抛物柱面光弹、自加速的 Airy-Gauss-Kummer 局部波粒子、三维局部艾里-拉盖尔-高斯波粒子、自减速 Airy-bessel 光弹<sup>[6-9]</sup>、自由空间中自减速艾里拉盖尔高斯(AiLG)光束以及可控自加速和自减速 AiLG 光束<sup>[10-14]</sup>。

光束在非局域非线性介质中传输时由于光束与介质之间发生的非线性效应可以实现自导,这类光束又称作自导光束<sup>[15]</sup>。非局域空间自导光束由非局域非线性薛定谔方程描述,其中非线性项为对称实响应函数情况下介质的非局域形式<sup>[16]</sup>。在强非局域条件下将非线性方程线性化处理,可得到光束传输的线性模型,即 Snyder-Mitchell 模型<sup>[15]</sup>。理论和实验上都证实了向列型液晶和铅玻璃都属于强非局域非线性介质(SNNM)<sup>[17-18]</sup>。艾里高斯光束在 SNNM 中的传输理论也获得了进展<sup>[19-20]</sup>。然而,关于时空可控艾里光束在 SNNM 中传输情况的研究甚少。

本文利用 SNNM 中光束传输满足的线性模型构建了时空可控艾里-因氏-高斯(CAiIG)光束的解。当入射光束的初始入射速度非负时,可获得自加速 CAiIG 光束。当入射光束的初始入射速度为负时,光束传输时将呈现初始自减速,然后自加速的传输特点。基于解的形式,探讨了不同参数对时空光束传输特性的影响,其中包括入射光束的功率比、初始入射速度和椭圆率。研究发现,根据入射光束的功率比,光束宽度在空间呈现出周期性振荡或者保持不变的趋势。CAiIG 光束界面场分布模式由因氏高斯波包决定,艾里脉冲会影响其横向幅值。当功率比值不等于 1 时,空间 CAiIG 光束的能流方向会沿着传输轴线周期性改变,使得光束在传输过程中呈现呼吸状态。

## 2 (3+1)维线性模型及其光束的解析解

(3+1)维时空 CAiIG 光束在自由空间传输时遵循薛定谔方程。在 SNNM 中,对于沿  $Z$  方向传输、振幅为  $u$  的光束,满足的归一化方程形式<sup>[21-24]</sup>为

$$i \frac{\partial u}{\partial Z} + \mu \nabla_{\perp}^2 u - \frac{\kappa}{2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho N(I)u = 0, \quad (1)$$

式中: $u = u(\mathbf{r}, Z, t)$  为傍轴光束; $t$  为传输时间; $\mathbf{r} = (r, r')$  为横向坐标向量; $\mu = 1/(2k)$ ,  $k$  为波矢大小,  $k = \omega n_0/c$ , 其中  $\omega$  为角频率,  $c$  为真空中的光速,  $n_0$  为介质的线性折射率; $\rho = k\eta$ , 其中  $\eta$  为材料常数,  $\eta > 0$  和  $\eta < 0$  分别对应于聚焦介质和散焦介质; $\kappa$  为中心频率  $\omega_0$  处介质的色散系数; $Z$  为径向传输距离; $\nabla_{\perp}^2 = \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial Z^2}$  为横向拉普拉斯算符; $N(I) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |u(\mathbf{r}', Z, t)|^2 d^{(D)} r'$ , 其中  $I$  为光强,  $I = I(\mathbf{r}) = I(\mathbf{r}, Z) = |u|^2$ ,  $R(\mathbf{r})$  为介质的归一化对称实响应函数,  $D = 2$  表示二维空间。对于 SNNM, 取响应函数为高斯型  $R(\mathbf{r}) = \exp[-r^2/(2\omega_m^2)]/(\sqrt{2\pi}\omega_m)^{(D)}$ <sup>[23]</sup>, 其中  $\omega_m$  为材料的响应宽度, 即材料的特征长度, 其值远大于传输光束的束宽  $\omega$ 。参数  $\alpha = \omega_m/\omega$  表征介质的非局域响应程度,  $\alpha = 0$  对应于局域介质。对于强非局域介质有  $\alpha \gg 1$ <sup>[15]</sup>。

在柱坐标系下, 令  $u(\mathbf{r}, Z, t) = \psi(\mathbf{r}, Z, t) \times \exp(i\rho R_0 P_0 Z)$ , 其中  $R_0 = R(0)$ ,  $\psi(\mathbf{r}, Z, t)$  为光场的复振幅,  $P_0$  为初始条件  $Z = 0$  下光束的入射功率。在 SNNM 中, (1) 式可以简化为<sup>[25]</sup>

$$i \frac{\partial \psi}{\partial Z} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} \right) - \frac{P_0}{2P_c} r^2 \psi = 0, \quad (2)$$

式中:  $T = t/t_0$  为归一化时间坐标, 其中  $t_0$  为时间标量参数;  $P_c$  为临界功率,  $P_c = 1/(\gamma \eta k^2 R_0^4)$ , 其中  $\gamma$  为材料常数,  $\gamma = -d^2 R(r)/dr^2|_{r=0}$ ;  $r = \sqrt{X^2 + Y^2} = R/R_0$  为归一化径向坐标;  $P_0$  为光束初始入射功率。(2) 式即为简化的归一化无量纲 Snyder-Mitchell 模型, 其解析解形式<sup>[13-14]</sup>为

$$\psi(r, \varphi, z, T) = B(r, \varphi, z) \psi_G(r, z) A(T, z), \quad (3)$$

式中:  $\psi(r, \varphi, z, T)$  为光场的复振幅;  $z$  为以瑞利长度来表述的传输距离,  $z = Z/(k_1 R_0^2)$ ,  $k_1 = (2\pi)/\lambda_0$  为真空中的波长  $\lambda_0$  处的波矢大小;  $A(z, T)$  为艾里光束;  $\psi_G(r, z)$  为高斯型光场复振幅<sup>[24]</sup>, 表达式为

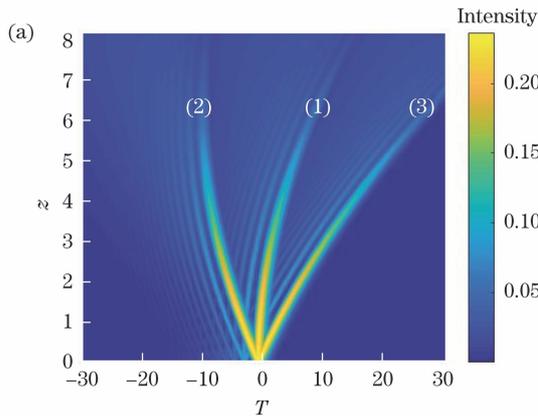
$$\phi_G(r, z) = \frac{Hw_0}{w(z)} \exp\left\{-\frac{r^2}{w^2(z)} + i\frac{r^2}{2R(z)} - i\arctan\left[\sqrt{\frac{P_c}{P_0}} \tan\left(\sqrt{\frac{P_0}{P_c}} z\right)\right]\right\}, \quad (4)$$

式中:  $H$  为归一化常数;  $w_0$  为  $z=0$  时的光束束宽;  $w(z)$  和  $R(z)$  的表达式为

$$\begin{cases} w(z) = \left[\cos^2\left(\sqrt{\frac{P_0}{P_c}} z\right) + \frac{P_c}{P_0} \sin^2\left(\sqrt{\frac{P_0}{P_c}} z\right)\right]^{1/2} \\ R(z) = \sqrt{\frac{P_0}{P_c}} \left[\tan\left(\sqrt{\frac{P_0}{P_c}} z\right) + \frac{P_0}{P_c} \cot\left(\sqrt{\frac{P_0}{P_c}} z\right)\right] / \left(1 - \frac{P_0}{P_c}\right) \end{cases} \quad (5)$$

构建艾里光束  $A(z, T)$  满足的微分方程<sup>[2]</sup>

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = 0, \quad (6)$$



带有初始条件的(6)式的解<sup>[13,26]</sup>为

$$A(z, T) = A_i\left(T - \frac{z^2}{4} + i\sigma z - v_0 z\right) \times \exp\left[\sigma T - \frac{1}{2}\sigma z^2 - v_0 \sigma z + i\left(-\frac{1}{12}z^3 + \frac{1}{2}\sigma^2 z + \frac{1}{2}Tz - \frac{1}{2}v_0 z^2 + v_0 T - \frac{1}{2}v_0^2 z\right)\right], \quad (7)$$

式中:  $A_i(\cdot)$  为艾里函数;  $v_0$  为光束初始入射速度, 其值由光束初速入射方向和入射角度决定;  $\sigma$  为耗散系数<sup>[3-4]</sup>。当  $v_0 \geq 0$  时, 艾里光束为自加速艾里光束, 即图 1 中的光束(1)和(3)。当  $v_0 < 0$  时, 艾里光束为自减速艾里光束, 即图 1 中的光束(2)<sup>[13]</sup>。图 1 中艾里脉冲的传输路径满足方程  $T = v_0 z + z^2/4$ 。图 1(a) 中的光束(1)对应  $v_0 = 0$ , 光束(2)对应  $v_0 = -3$ , 光束(3)对应  $v_0 = 3, \sigma = 0.15$ 。

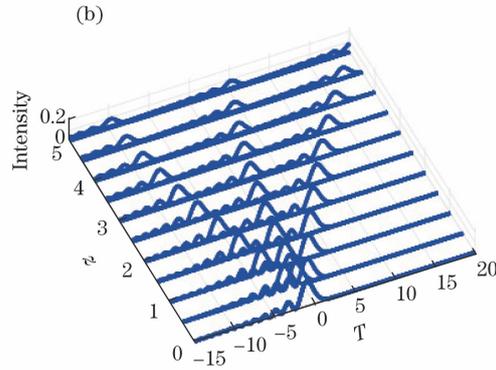


图 1 斜入射艾里光束传输演化图。(a)不同初速度的有限能量艾里光束的传输过程;(b)不同传输距离处的强度分布

Fig. 1 Transmission evolution diagram of oblique incidence Airy beam. (a) Transmission process of finite-energy Airy beams with different initial velocities; (b) intensity distribution at different transmission distances

设  $B(r, \varphi, z)$  的形式<sup>[16]</sup>为

$$B(r, \varphi, z) = E(\xi)N(\eta) \exp[i\delta(z)], \quad (8)$$

式中:  $\xi$  和  $\eta$  分别为径向和角向椭圆变量, 且  $\xi \geq 0, 0 \leq \eta < 2\pi$ 。同时,  $\xi$  和  $\eta$  在全空间满足连续性。椭圆坐标系下  $X = f(z) \cosh \xi \cos \eta, Y = f(z) \sinh \xi \sin \eta, z = z$ , 椭圆半焦面  $f(z) = f_0 w(z) / w_0, f_0$  为  $z=0$  处的椭圆半焦面。

将(4), (5), (7), (8)式分别代入(2)式并分离变量, 可以获得

$$\frac{d^2 E}{d\xi^2} - \epsilon \sinh 2\xi \frac{dE}{d\xi} - (a - p\epsilon \cosh 2\xi)E = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d^2 N}{d\eta^2} + \epsilon \sin 2\eta \frac{dN}{d\eta} + (a - p\epsilon \cos 2\eta)N = 0, \quad (10)$$

$$-f^2 \frac{d\delta}{dz} = \epsilon p, \quad (11)$$

式中:  $a$  和  $p$  为常数;  $\epsilon = 2f_0^2/w_0^2$  为因氏高斯光束的椭圆参数, 其制约着时空 AiIG 光束传输截面的光斑模式分布。

(9)式为 Hill 方程的特例 Ince 方程<sup>[27]</sup>, 令  $i\xi = \eta$ , (10)式可以转换为(9)式。(9)式的解为  $p$  阶  $m$  级奇偶 Ince 多项式, 分别为  $C_p^m$  和  $S_p^m$ 。对于偶函数, 有  $0 \leq m \leq p$ , 对于奇函数, 有  $1 \leq m \leq p$ 。同时,  $p$  和  $m$  具有相同的奇偶性<sup>[28-30]</sup>, 可知

$$\begin{cases} \delta(z) = -p \arctan\left[\frac{P_c}{P_0} \tan\left(\frac{P_0}{P_c} z\right)\right] \\ B_e(r, \varphi, z) = C_p^m(i\xi, \epsilon) C_p^m(\eta, \epsilon) \exp[i\delta(z)] \\ B_o(r, \varphi, z) = S_p^m(i\xi, \epsilon) S_p^m(\eta, \epsilon) \exp[i\delta(z)] \end{cases} \quad (12)$$

结合(4)~(8)式, 在 SNNM 条件下(2)式的偶 CAiIG 光束解为

$$\begin{aligned} \psi_e(r, \varphi, z, T) = & \frac{H\omega_0}{w(z)} C_p^m(i\xi, \epsilon) C_p^m(\eta, \epsilon) \times \\ & \exp\left\{-\frac{r^2}{w^2(z)} + i\left[k^2\omega_0^2 z + \frac{r^2}{2R(z)} - \theta(z)\right]\right\} \times \\ & A_i\left(T - \frac{z^2}{4} + i\sigma z - v_0 z\right) \times \\ & \exp\left[\sigma T - \frac{1}{2}\sigma z^2 - v_0\sigma z + i\left(-\frac{1}{12}z^3 + \frac{1}{2}\sigma^2 z + \right.\right. \\ & \left.\left. \frac{1}{2}Tz - \frac{1}{2}v_0 z^2 + v_0 T - \frac{1}{2}v_0^2 z\right)\right], \quad (13) \end{aligned}$$

奇 CAiIG 光束解为

$$\begin{aligned} \psi_o(r, \varphi, z, T) = & \frac{H\omega_0}{w(z)} S_p^m(i\xi, \epsilon) S_p^m(\eta, \epsilon) \times \\ & \exp\left\{-\frac{r^2}{w^2(z)} + i\left[k^2\omega_0^2 z + \frac{r^2}{2R(z)} - \theta(z)\right]\right\} \times \\ & A_i\left(T - \frac{z^2}{4} + i\sigma z - v_0 z\right) \times \\ & \exp\left[\sigma T - \frac{1}{2}\sigma z^2 - v_0\sigma z + i\left(-\frac{1}{12}z^3 + \frac{1}{2}\sigma^2 z + \right.\right. \\ & \left.\left. \frac{1}{2}Tz - \frac{1}{2}v_0 z^2 + v_0 T - \frac{1}{2}v_0^2 z\right)\right], \quad (14) \end{aligned}$$

式中:  $\theta(z) = (p+1)\arctan\left[\sqrt{P_c/P_0}\tan(z\sqrt{P_0/P_c})\right]$ 。  
当  $m=0, p=0$  时, 光束为基模 CAiIG 光束, 即为可控艾里高斯型光束<sup>[11]</sup>。

### 3 SNNM 中 CAiIG 光束的传输

本节考察了几个典型参数, 如功率比、入射光束的初始速度和椭圆率, 对时空 CAiIG 光束在 SNNM 中传输特性的影响。

#### 3.1 SNNM 中时空 CAiIG 光束的传输特性 ( $T=0$ )

当  $T=0$  时, 时空 CAiIG 光束变为空间 CAiIG 光束。图 2 和图 3 分别呈现了 SNNM 中  $T=0$  条件下 CAiIG 光束的传输截面光强分布图, 此时  $p=4, m=2, v_0=0, \epsilon=3$ , 传输距离  $z$  分别为 0, 1.5, 3.0, 4.5, 6.0, 7.5, 9.0, 10.5 和 12.0。由图 2 可知, 偶 CAiIG 光束在  $P_0=0.2P_c$  条件下, 初始时色散效应强于光束诱导的非线性效应, 光束呈现展宽的特点。由图 3 可知, 当  $P_0=2.4P_c$  时, CAiIG 光束呈现初始压缩特点。从图 2、3 中可以发现, 当非局域空间光束功率比等于 1 时, CAiIG 光束在传输过程中色散效应和由自聚焦引起的非线性效应达到完美平衡, 此时光束束宽将不会发生变化。当这种平衡

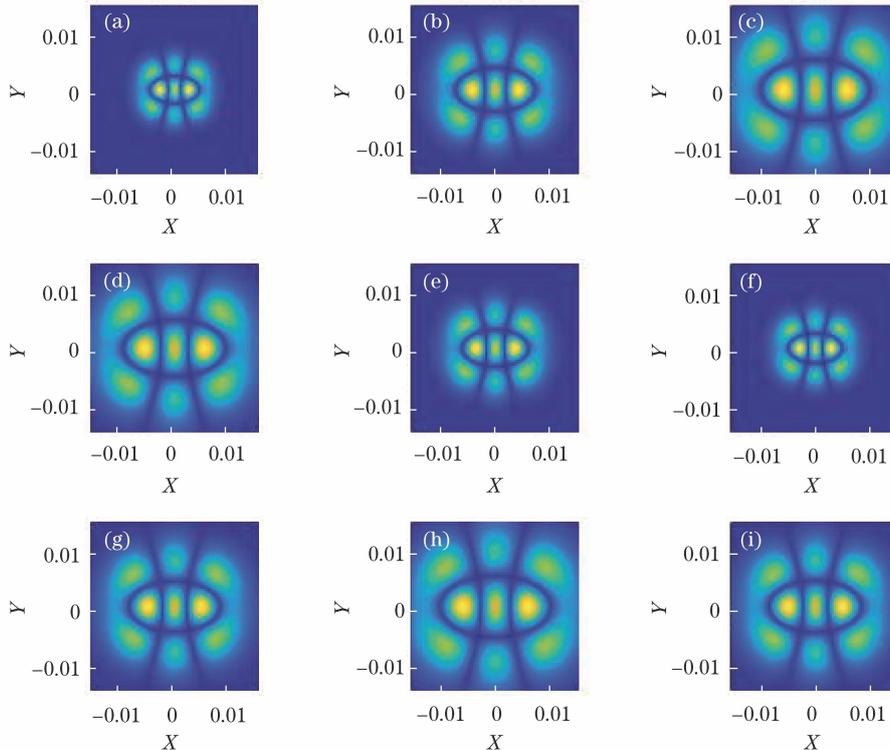


图 2 当  $P_0/P_c=0.2$  时, 时空偶 CAiIG 光束在不同传输距离下的横行归一化强度分布图。(a)  $z=0$ ; (b)  $z=1.5$ ; (c)  $z=3.0$ ; (d)  $z=4.5$ ; (e)  $z=6.0$ ; (f)  $z=7.5$ ; (g)  $z=9.0$ ; (h)  $z=10.5$ ; (i)  $z=12.0$

Fig. 2 Transverse normalized intensity distribution of spatiotemporal even CAiIG beams at different propagating distances when  $P_0/P_c=0.2$ . (a)  $z=0$ ; (b)  $z=1.5$ ; (c)  $z=3.0$ ; (d)  $z=4.5$ ; (e)  $z=6.0$ ; (f)  $z=7.5$ ; (g)  $z=9.0$ ; (h)  $z=10.5$ ; (i)  $z=12.0$

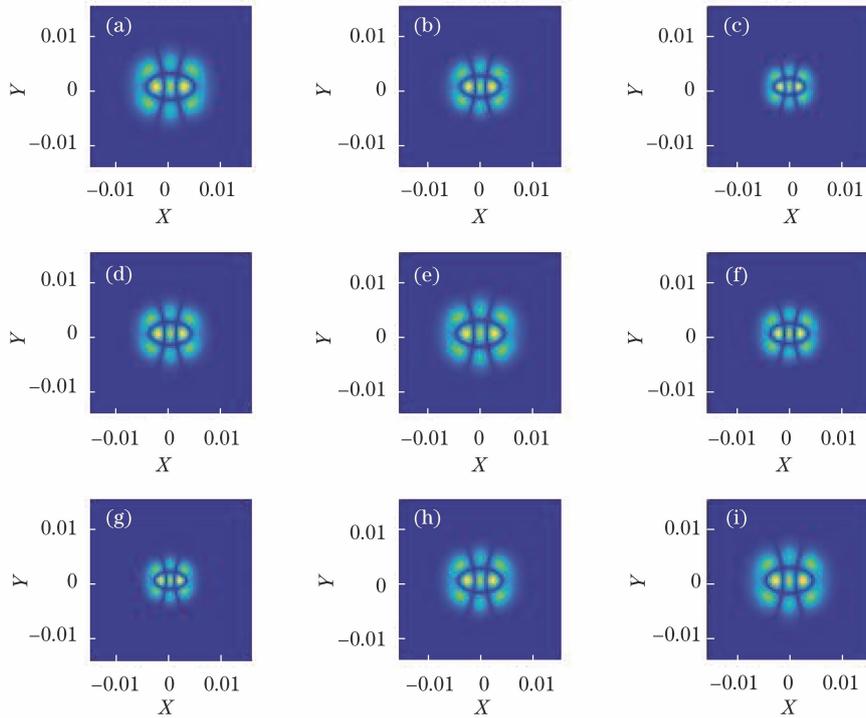


图 3 当  $P_0/P_c=2.4$  时,时空偶 CAiIG 光束在不同传输距离下的横行归一化强度分布图。(a)  $z=0$ ; (b)  $z=1.5$ ; (c)  $z=3.0$ ; (d)  $z=4.5$ ; (e)  $z=6.0$ ; (f)  $z=7.5$ ; (g)  $z=9.0$ ; (h)  $z=10.5$ ; (i)  $z=12.0$

Fig. 3 Transverse normalized intensity distribution of spatiotemporal even CAiIG beams during propagation.

(a)  $z=0$ ; (b)  $z=1.5$ ; (c)  $z=3.0$ ; (d)  $z=4.5$ ; (e)  $z=6.0$ ; (f)  $z=7.5$ ; (g)  $z=9.0$ ; (h)  $z=10.5$ ; (i)  $z=12.0$

被打破时,即当入射光束的功率比不等于 1 时,空间光束的传输呈现呼吸状态。

### 3.2 SNNM 中时空 CAiIG 光束的传输特性 ( $T \neq 0$ )

在实际情况下,由于艾里光束具有自加速特性,故时空 CAiIG 光束的波峰部分在传输过程中沿时间  $T$  方向超前传播,而这种情况与传输距离无关<sup>[13]</sup>。为了进一步了解时空 CAiIG 光束在 SNNM 中的传输特性,通过调整椭圆参数  $\epsilon$  的大小来观察光束的演变过程。随着椭圆参数  $\epsilon$  的变化,SNNM 中初始入射的时空 CAiIG 光束的横向截面光强模式也会发生改变,此时 AiIG 光束、艾里厄米高斯 (AiHG) 光束、AiLG 光束之间将发生模式的相互转换。当  $\epsilon \rightarrow 0$  时,AiIG<sub>*pm*</sub> 光束将转换为 AiLG<sub>*nl*</sub> 光束,此时满足条件  $l=m$  和  $n=(p-m)/2$ 。当  $\epsilon \rightarrow \infty$  时,AiIG<sub>*pm*</sub> 光束将转换为 AiHG<sub>*lxly*</sub> 光束,此时,对于偶因氏模式的 AiIG 光束,满足条件  $l_x=m$  和  $l_y=p-m$ ,而对于奇因氏模式的 AiIG 光束,满足条件  $l_x=m-1$  和  $l_y=p-m+1$ <sup>[24]</sup>。图 4 给出了  $T \neq 0$  时时空偶 CAiIG 光束和时空奇 CAiIG 光束的光束模式随椭圆参数  $\epsilon$  的演变过程,其中第一行参数为  $p=2, m=0$ ,第二行为参数  $p=5, m=3$ ,第三行参数为  $p=4, m=2$ ,其他参数均相同,即  $v_0=0, z=0$ 。

## 4 SNNM 中 CAiIG 光束的坡印亭矢量分析

电磁波的传播性质与电磁波传播过程中局部能量流动密度息息相关。坡印廷矢量(能流密度)是指单位时间内通过垂直于波的传播方向单位面积上的能量。坡印亭矢量一般用来表示平面波的传播情况,其大小表示单位时间单位面积上的能量分布,方向表示电磁场中不同位置处能量的流动情况。目前坡印廷矢量在具有旋转波前的电磁波方面的研究也得到了广泛关注。本节探讨了 SNNM 中空间 CAiIG 光束的坡印亭矢量分布情况。

坡印亭矢量的定义式为

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}, \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{E}$  为电场强度;  $\mathbf{H}$  为磁场强度。只考虑沿  $x$  方向极化的势函数为  $U = \mathbf{e}_x \psi(r, \varphi, z, T) \exp(ikz - i\omega T)$ , 其中  $\mathbf{e}_x$  为沿  $x$  方向的单位矢量,  $\psi(x, y, z, T)$  为由(13)、(14)式表示的 CAiIG 光束。

在库仑规范下,时间平均坡印廷矢量<sup>[32]</sup>为

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{c}{8\pi} [i\omega(\psi \nabla_{\perp} \psi^* - \psi^* \nabla_{\perp} \psi) + 2\omega k |\psi|^2 \mathbf{e}_z], \text{ 其}$$

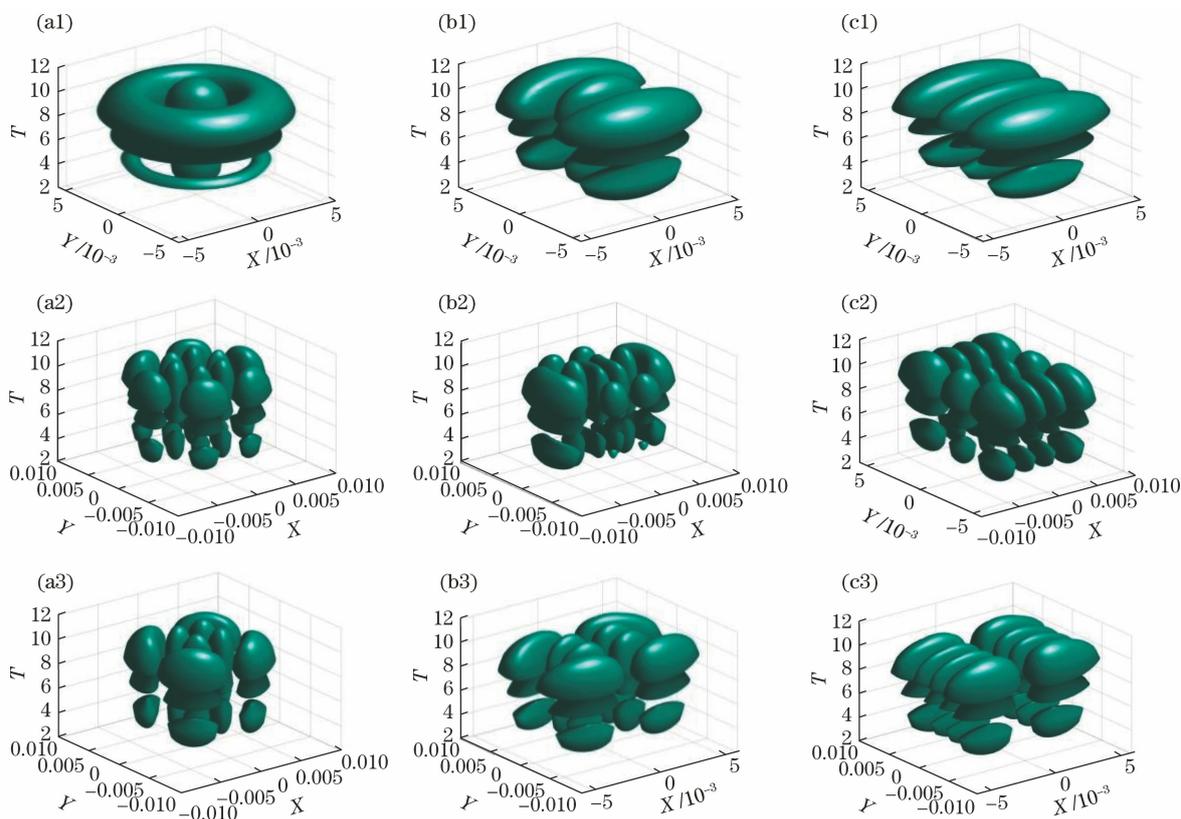


图 4 时空偶 CAiG 光束和时空奇 CAiG 光束。(a1)~(a3) AiLG 光束;(b1)~(b3) AiIG 光束;(c1)~(c3) AiHG 光束

Fig. 4 Spatiotemporal even CAiG beams and spatiotemporal odd CAiG beams. (a1)~(a3) AiLG beam; (b1)~(b3) AiIG beam; (c1)~(c3) AiHG beam

中  $\nabla_{\perp} = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{e}_y$  为沿  $y$  方向的单位矢量, 上标 \* 为复共轭算符,  $\mathbf{e}_z$  为沿  $z$  方向的能流。显然

易见,  $z$  方向的能流正交于横向光强。

图 5 给出了时空奇 CAiG 光束传输截面上坡印亭矢量的数值分布图, 箭头长短和箭头指向与坡

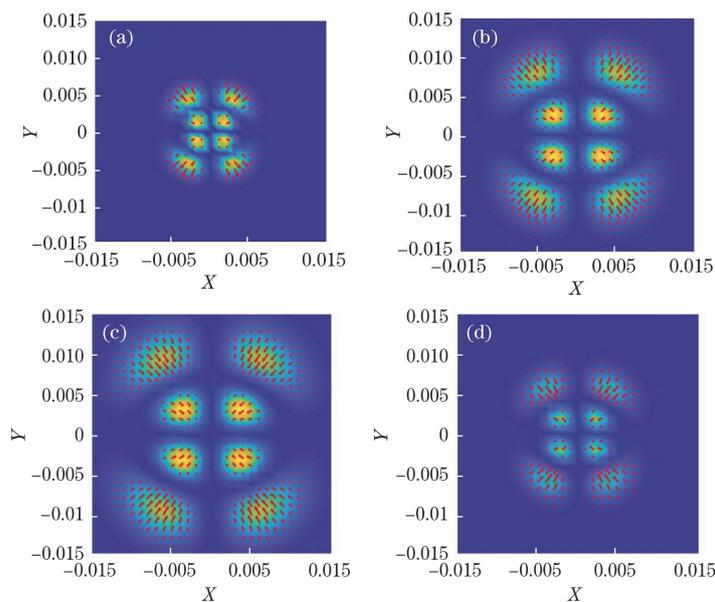


图 5 时空奇 CAiG 光束在 X-Y 截面的横向归一化光强和能流。(a)  $z=0.1$ ; (b)  $z=2.0$ ; (c)  $z=4.0$ ; (d)  $z=6.0$

Fig. 5 Transverse normalized intensity and energy flow of spatiotemporal odd CAiG beam in X-Y plane.

(a)  $z=0.1$ ; (b)  $z=2.0$ ; (c)  $z=4.0$ ; (d)  $z=6.0$

印亭矢量的幅值和方向一致。光束传输距离分别为 0.1, 2.0, 4.0 和 6.0, 其他参数为  $p=4, m=2, v_0=0, T=0, P_0/P_c=0.2$ 。可以发现, 奇 CAiG 光束在传输过程中能流的方向和幅值沿着传输轴线呈周期性变换。由于入射光束的功率比小于 1, 故光束传输截面的坡印亭矢量初始由传输中心指向外侧, 光束呈现初始束宽展宽的趋势。随着传输距离的增大, 波印廷矢量将改变方向(指向中心), 表现出光束先展宽再压缩的特点。之后, 坡印亭矢量将再次改变方向, 此时光束再次展宽, 如此往复, 最终奇 CAiG 光束以呼吸态形式传输。

## 5 结 论

介绍了 SNNM 中时空 CAiG 光束的传输特性。CAiG 光束由带有一定初始速度的艾里脉冲对空间因氏高斯光束调制获得。因氏高斯光束决定着 CAiG 光束的横向模式分布, 但其幅值受艾里脉冲的影响。通过选择初始入射光束的不同初速度, 获得了可控自加速和自减速的 AiG 光束。当入射光束的初始入射功率和临界功率不相等时, 时空 CAiG 光束在空间上的传输截面中呈现周期性振荡, 即呼吸态传输。光束传输截面的能流分布图揭示了呼吸态传输光束的传输机理。研究结论对全光控制具有潜在的应用价值。

## 参 考 文 献

- [1] Efremidis N K, Chen Z G, Segev M, et al. Airy beams and accelerating waves: an overview of recent advances[J]. *Optica*, 2019, 6(5): 686-701.
- [2] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets[J]. *American Journal of Physics*, 1979, 47(3): 264-267.
- [3] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(8): 979-981.
- [4] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(21): 213901.
- [5] Abdollahpour D, Suntsov S, Papazoglou D G, et al. Spatiotemporal Airy light bullets in the linear and nonlinear regimes[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(25): 253901.
- [6] Zhong W P, Belić M, Zhang Y. Three-dimensional localized Airy-Laguerre-Gaussian wave packets in free space[J]. *Optics Express*, 2015, 23(18): 23867-23876.
- [7] Zhang X P. Characteristics of Airy complex variable Gaussian beams propagating in free space[J]. *Optik*, 2015, 126(4): 442-445.
- [8] Zhang X P. Bound states of breathing Airy-Gaussian beams in nonlocal nonlinear medium [J]. *Optics Communications*, 2016, 367: 364-371.
- [9] Zhang X P. Interaction between spatiotemporal collinear self-decelerating Airy elegant-Laguerre-Gaussian wave packets in free space[J]. *Acta Physica Sinica*, 2020, 69(2): 20191272.  
张霞萍. 自由空间中时空复变量自减速艾里拉盖尔高斯光束的相互作用[J]. *物理学报*, 2020, 69(2): 20191272.
- [10] Zhang X P. Controllable accelerating and decelerating Airy-elegant-Laguerre-Gaussian wave packets in free space[J]. *Optical engineering*, 2017, 56(5): 055102.
- [11] Zhang X P. Self-decelerating Airy-Elegant-Laguerre-Gaussian wave packets in free space[J]. *Journal of Modern Optics*, 2017, 64(19): 2035-2042.
- [12] Snyder A W, Mitchell D J. Accessible solitons[J]. *Science*, 1997, 276(5318): 1538-1541.
- [13] Zhang X P, Liu Y W. Analytical solution in the Ince-Gaussian form of the beam propagating in the strong nonlocal media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(12): 8332-8338.  
张霞萍, 刘友文. 强非局域非线性介质中光束传输的 Ince-Gauss 解[J]. *物理学报*, 2009, 58(12): 8332-8338. [知网]
- [14] Conti C, Peccianti M, Assanto G. Route to nonlocality and observation of accessible solitons[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(7): 073901.
- [15] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating airy beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(21): 213901.
- [16] Guo Q, Luo B, Yi F, et al. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons[J]. *Physical Review E*, 2004, 69(1): 016602.
- [17] Han H, Yan Y M, Shou Q. Perturbation method for solving vortex spatial optical solitons in lead glass [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(5): 0519001.  
韩辉, 严愿敏, 寿倩. 微扰法求解铅玻璃中的涡旋空间光孤子[J]. *光学学报*, 2019, 39(5): 0519001.
- [18] Peng X, Zhuang J, Peng Y, et al. Spatiotemporal Airy Ince-Gaussian wave packets in strongly nonlocal nonlinear media[J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 4174.
- [19] Kong Q, Wei N, Fan C, et al. Suppression of collapse for two-dimensional Airy beam in nonlocal nonlinear media[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 4198.
- [20] Deng D M, Guo Q. Ince-Gaussian solitons in strongly nonlocal nonlinear media[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(21): 3206-3208.
- [21] Guo Q, Luo B R, Yi F H, et al. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons[J]. *Physical Review*

- E, 2004, 69: 016602.
- [22] Zhang X P. Conversion of the high-mode solitons in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Journal of Modern Optics*, 2017, 64(2): 170-176.
- [23] Peng X, Zhuang J, Peng Y, et al. Spatiotemporal Airy Ince-Gaussian wave packets in strongly nonlocal nonlinear media[J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 4174.
- [24] Zhang Y Q, Belić M R, Sun J, et al. Controllable acceleration and deceleration of airy beams via initial velocity[J]. *Romanian Reports in Physics*, 2015, 67(3): 1099-1107.
- [25] Arscott F M. Periodic differential equations: an introduction to Mathieu, Lamé and allied functions [M]. Amsterdam: Elsevier, 1964: 137-160.
- [26] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C. Ince-Gaussian beams[J]. *Optics Letters*, 2004, 29(2): 144-146.
- [27] Schwarz U T, Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C. Observation of Ince-Gaussian modes in stable resonators [J]. *Optics Letters*, 2004, 29(16): 1870-1872.
- [28] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C. Ince-Gaussian series representation of the two-dimensional fractional Fourier transform[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(5): 540-542.
- [29] Allen L, Padgett M J, Babiker M. The orbital angular momentum of light[M]//*Progress in optics*. Amsterdam: Elsevier, 1999: 291-372.
- [30] Zhang X P. Three-dimensional short-range interactions of strongly nonlocal optical spatial solitons[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(3): 034211.  
张霞萍. 强非局域空间三维光孤子短程相互作用[J]. *物理学报*, 2011, 60(3): 034211.