

一种基于对偶四元素描述的线面特征约束的点云配准方法

李绕波¹, 袁希平^{2,3}, 甘淑^{1,2*}, 毕瑞¹, 高莎¹, 郭燕¹

¹昆明理工大学国土资源工程学院, 云南 昆明 650093;

²云南省高原山区空间信息测绘技术应用工程研究中心, 云南 昆明 650093;

³滇西应用技术大学地球科学与工程学院, 云南 大理 671009

摘要 针对地面三维激光扫描仪采集到的相邻测站点云存在空间特征关联, 以及城市建筑群中含有大量的线面特征, 提出一种基于对偶四元素描述的线面特征约束的点云配准方法, 该方法在利用对偶四元素统一描述空间变换参数的同时考虑到尺度因子。将依据直线和平面存在的几何关系, 以及线面相交所产生的交点与夹角等作为配准约束条件, 构建出空间相似变换目标函数, 利用最小二乘准则构建出平差模型以计算空间相似变换相关参数。为了避免不恰当的初始值所导致的迭代不收敛问题, 将 Levenberg-Marquardt 法应用于平差模型的解算。最后对该方法的正确性与可行性进行实验分析。结果表明, 相较于仅考虑线特征或面特征约束的点云配准方法, 所提方法的配准精度更高, 并且采用 Levenberg-Marquardt 法解算平差模型能在任意给定的初始值下正确收敛。

关键词 激光光学; 点云配准; 线面特征约束; 对偶四元素; 平差处理; 迭代收敛

中图分类号 P237

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202242.0214003

Point Cloud Registration Method Based on Dual Quaternion Description of Line-Planar Feature Constraints

Li Raobo¹, Yuan Xiping^{2,3}, Gan Shu^{1,2*}, Bi Rui¹, Gao Sha¹, Guo Yan¹

¹Faculty of Land Resources and Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650093, China;

²Application Engineering Research Center of Spatial Information Surveying and Mapping Technology in Plateau and Mountainous Areas Set by Universities in Yunnan Province, Kunming, Yunnan 650093, China;

³College of Geosciences and Engineering, West Yunnan University of Applied Sciences, Dali, Yunnan, 671009, China

Abstract In view of the spatial feature correlation of adjacent station clouds collected by ground three-dimensional laser scanners, and a large number of line-planar features in urban buildings, a point cloud registration method based on line-planar feature constraints described by dual quaternion is proposed. This method not only uses dual quaternion to describe spatial transformation parameters, but also takes into account the scale factor. The objective function of spatial similarity transformation is constructed according to the geometric relationship between line-planar, as well as the intersection point and angle caused by the intersection of line-planar as registration constraints. The adjustment model is constructed by using the least square criterion to calculate the relevant parameters of spatial similarity transformation. In order to avoid the problem of iterative non-convergence caused by inappropriate initial values, the Levenberg-Marquardt method is applied to the solution of the adjustment model. Finally, the correctness and feasibility of the method are analyzed by experiments. The results show that the registration accuracy of

收稿日期: 2021-06-28; 修回日期: 2021-07-26; 录用日期: 2021-08-17

基金项目: 国家自然科学基金(41861054)

通信作者: *n1480@qq.com

the proposed method is higher than that of the point cloud registration method considering only linear or planar feature constraints, and the adjustment model solved by Levenberg-Marquardt method can converge correctly under any given initial value.

Key words laser optics; point cloud registration; line-planar feature constraints; dual quaternion; adjustment processing; iterative convergence

1 引言

地面三维激光扫描技术凭借其能高效和高精度地获取到被测实体表面的三维信息,成为了数字城市建设中获取城市空间三维信息的重要途径之一。为了获得被测实体表面完整的三维信息,地面三维激光扫描仪通常需要从多个视角对目标物体进行测量,但由于每个测站解算的点云都处于不同的坐标系,因此需要将所采集到的点云进行拼接,以实现被测实体表面的完整表达。

三维空间中刚体的旋转变换通常用其绕 X 、 Y 和 Z 轴旋转的角度 φ 、 β 和 ψ 来描述,但存在表示的旋转矩阵较为复杂、解算繁琐和象限难以确定等问题^[1]。奇异值分解^[2]和正交分解等是向量代数中用旋转矩阵来实现刚体旋转变换的描述,这类描述至少需要三对同名特征向量进行解算,但同名特征向量难以精确定义,导致配准误差较大。单位四元素利用 4 个元素能实现旋转变换的直观描述^[3],计算简单。但以上几种描述只是针对空间变换中的旋转变换,而平移向量都是以旋转变换为基础进行解算的,旋转变换的精度直接影响平移向量的解算质量,误差的积累和传递会导致配准效果较差。对偶四元素通过 8 个元素能同时实现旋转变换和平移向量的描述,并且元素内部间的约束能减少误差的积累,理论上能提高配准精度^[4]。因此,当描述空间变换时,对偶四元素成为较优的选择^[5-6]。

城市建筑群中建筑物的结构特征并不会因测量视角的不同而产生差异,原因在于结构特征具有旋转和缩放不变性,所以在城市点云配准中,以结构特征为配准基元的配准方法一直受到研究者的密切关注^[7]。根据配准基元不同,可将现阶段的点云配准方法分为基于同名特征点、线、面的点云配准方法。在点云数据采集过程中,被测实体表面的点位具有随机分布性,当基于同名特征点实现点云配准时,即使以提取的建筑物角点作为特征点,但不同扫描视角下同区域的点云密度不同,故提取出的同名特征点误差较大。此外,仅选择同名特征点作为配准基元存在空间几何约束性较弱的问题,所以有必要加入直线特征或面特征来共同约束以实现点云配

准。线特征一般根据最小二乘拟合方式或利用面面相交方式来实现提取,面特征通常选择相应的点云基于最小二乘拟合来实现提取,所以相同条件下采集的直线特征和面特征受点云密度的影响较小。因此同名特征线和面的提取精度比同名特征点更高,进而基于直线约束^[8-13]、平面约束^[14-18]和点线约束^[19-20]的点云配准方法能在一定程度上提高配准精度。由于线与平面两种特征的提取精度都明显优于点,所以研究线与平面特征约束下的点云配准方法将有利于实现点云数据的高精度配准。另外,由于受到周围环境和仪器自身的影响,不同视角下采集到的点云数据会存在比例尺不统一的问题,因此考虑尺度因子的点云配准方法能实现不同环境中点云数据的配准,拓展了其应用领域。

基于上述分析,本文根据直线与平面存在平行和相交的几何关系,选择线与平面的空间特征作为点云配准基元,在利用对偶四元素描述空间变换的同时考虑到尺度因子。鉴于此,提出一种基于对偶四元素描述的线面特征约束的点云配准方法,该方法能完成不同坐标系中点云数据的高精度配准,为实现点云拼接提供了有效的方法。

2 点云配准方法的描述

2.1 对偶四元素描述的空间变换

对偶四元素 \hat{q} 是实部 \dot{r} 和对偶部 \dot{i} 的组合^[21],其定义为

$$\hat{q} = \dot{r} + \epsilon \dot{i} = [r_0 \ r_1 \ r_2 \ r_3]^T + \epsilon [t_0 \ t_1 \ t_2 \ t_3]^T, \quad (1)$$

式中: ϵ 为对偶单位,满足 $\epsilon^2 = 1$ 且 $\epsilon \neq 0$; $\dot{r} = r_0 + ir_1 + jr_2 + kr_3$, $\dot{i} = t_0 + it_1 + jt_2 + kt_3$, 其中 i, j 和 k 为虚数单位,满足 $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$; r_0 和 r_1, r_2, r_3 分别为 \dot{r} 的实部和虚部; t_0 和 t_1, t_2, t_3 分别为 \dot{i} 的实部和虚部。

对偶四元素的实部 \dot{r} 和对偶部 \dot{i} 满足

$$\begin{cases} \dot{r}^T \dot{r} = r_0^2 + r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 1 \\ \dot{r}^T \dot{i} = r_0 t_0 + r_1 t_1 + r_2 t_2 + r_3 t_3 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

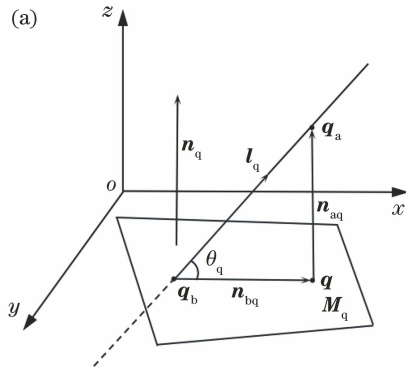
根据对偶四元数与刚体螺旋运动的关系,旋转矩阵 \mathbf{R} 和平移向量 \mathbf{T} 可表示为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0^2 + r_1^2 - r_2^2 - r_3^2 & 2(r_1 r_2 - r_0 r_3) & 2(r_1 r_3 + r_0 r_2) \\ 2(r_1 r_2 + r_0 r_3) & r_0^2 - r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 & 2(r_2 r_3 - r_0 r_1) \\ 2(r_1 r_3 - r_0 r_2) & 2(r_2 r_3 + r_0 r_1) & r_0^2 - r_1^2 - r_2^2 + r_3^2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(r_0 t_1 - r_1 t_0 + r_2 t_3 - r_3 t_2) \\ 2(r_0 t_2 - r_1 t_3 - r_2 t_0 + r_3 t_1) \\ 2(r_0 t_3 + r_1 t_2 - r_2 t_1 - r_3 t_0) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

2.2 线面空间关系分析与考虑尺度因子的配准模型

在待配准点云中选择的线面特征如图 1(a) 所示。在待配准点云所处的三维空间中存在一平面 M_q 和与平面相交的任意一条直线 l_q (垂直除外), 则平面 M_q 的法向量为 n_q , 直线 l_q 与平面 M_q 相交



的点为 q_b , 直线 l_q 与平面 M_q 之间的夹角为 θ_q . q_a 为直线 l_q 上的任意一点, q 为 q_a 在平面 M_q 上的投影点, 直线 qq_a 的方向向量为 n_{aq} , 直线 $q_b q$ 的方向向量为 n_{bq} , 则直线 qq_a 和直线 $q_b q$ 与平面 M_q 分别存在垂直与平行的空间几何关系, 相应的向量关系则为平行与垂直。

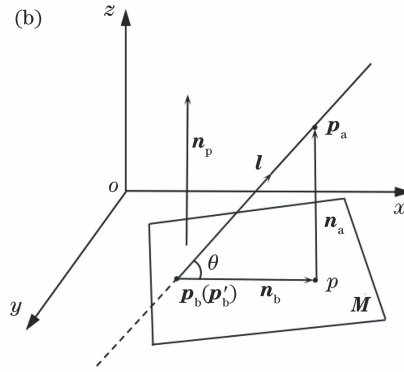


图 1 直线与平面的空间几何关系。(a) 待配准点云中选择的线面特征; (b) 目标点云中选择的线面特征

Fig. 1 Spatial geometric relation between straight line and plane. (a) Selected line-planar features in un-registered point cloud; (b) selected line-planar features in target point cloud

为了实现相邻测站的点云配准, 在目标点云中 选择直线 l_q 的同名直线 l 以及平面 M_q 的同名平面 M , 平面 M 的法向量为 n_p , 直线 l 与平面 M 的交点为 p'_b , 直线 l 与平面 M 之间的夹角为 θ , 如图 1(b) 所示。相邻测站完成点云配准后, 直线 pp_a 的方向向量为 n_a , 直线 $p_b p$ 的方向向量为 n_b 。根据空间相似变换不改变空间内部属性并考虑到尺度因子 μ , 则点云的配准模型为

$$\begin{cases} \mathbf{n}_a \times \mathbf{n}_p = \mathbf{0} \\ \mathbf{n}_b \cdot \mathbf{n}_p = 0 \\ \mathbf{p}_b = \mathbf{p}'_b \\ \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{|\overrightarrow{\mathbf{p}_b \mathbf{p}_a} \cdot \mathbf{n}_p|}{|\overrightarrow{\mathbf{p}_b \mathbf{p}_a}| |\mathbf{n}_p|}\right) - \theta = 0 \end{cases}, \quad (5)$$

式中: $\mathbf{p}_a = \mu \mathbf{R} \times \mathbf{q}_a + \mathbf{T}$; $\mathbf{p}_b = \mu \mathbf{R} \times \mathbf{q}_b + \mathbf{T}$ 。(5) 式中的第一个等式是配准前与平面垂直的直线与配准后的同名平面垂直, 第二个等式是配准前与平面平行的直线与配准后的同名平面平行, 第三个等式是配准前后的直线与平面的交点相同, 第四个等式是配

准前后的直线与平面之间的夹角相等。

2.3 空间相似变换参数的求解

三维空间中同一条直线的方向向量或平面的法向量有多种表达方式, 为了能正确解算出空间相似变换参数, 需要对配准模型中的向量进行单位化, 从而使其唯一化, 因此将向量单位化后代入(5)式, 展开可得

$$\begin{cases} n_{1,y} n_z - n_{1,z} n_y = 0 \\ n_{1,z} n_x - n_{1,x} n_z = 0 \\ n_{1,x} n_y - n_{1,y} n_x = 0 \\ n_{2,x} n_x + n_{2,y} n_y + n_{2,z} n_z = 0 \\ p_{b,x} - p'_{b,x} = 0 \\ p_{b,y} - p'_{b,y} = 0 \\ p_{b,z} - p'_{b,z} = 0 \\ \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{|\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{n}_{ab}| |\mathbf{n}|}\right) - \theta = 0 \end{cases}, \quad (6)$$

$$\text{式中: } \mathbf{n}_1 = \frac{\mathbf{n}_a}{|\mathbf{n}_a|}; \mathbf{n}_2 = \frac{\mathbf{n}_b}{|\mathbf{n}_b|}; \mathbf{n} = \frac{\mathbf{n}_p}{|\mathbf{n}_p|}; \mathbf{n}_{ab} =$$

$\frac{\mathbf{p}_b \mathbf{p}_a}{|\mathbf{p}_b \mathbf{p}_a|}$; 下角标 x, y 和 z 表示不同方向。

考虑到误差的存在,将对偶四元素间的内部约束条件[(2)式]与(6)式联立平差,可得

$$\begin{cases} F_0(\mathbf{X}) = \mathbf{n}_{1,y} \mathbf{n}_z - \mathbf{n}_{1,z} \mathbf{n}_y = 0 \\ F_1(\mathbf{X}) = \mathbf{n}_{1,z} \mathbf{n}_x - \mathbf{n}_{1,x} \mathbf{n}_z = 0 \\ F_2(\mathbf{X}) = \mathbf{n}_{1,x} \mathbf{n}_y - \mathbf{n}_{1,y} \mathbf{n}_x = 0 \\ F_3(\mathbf{X}) = \mathbf{n}_{2,x} \mathbf{n}_x + \mathbf{n}_{2,y} \mathbf{n}_y + \mathbf{n}_{2,z} \mathbf{n}_z = 0 \\ F_4(\mathbf{X}) = p_{b,x} - p'_{b,x} = 0 \\ F_5(\mathbf{X}) = p_{b,y} - p'_{b,y} = 0 \\ F_6(\mathbf{X}) = p_{b,z} - p'_{b,z} = 0 \\ F_7(\mathbf{X}) = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{\mathbf{n}_{ab} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{n}_{ab}| |\mathbf{n}|}\right) - \theta = 0 \\ F_8(\mathbf{X}) = r_0^2 + r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - 1 = 0 \\ F_9(\mathbf{X}) = r_0 t_0 + r_1 t_1 + r_2 t_2 + r_3 t_3 = 0 \end{cases}, (7)$$

式中: $F_i(\mathbf{X})$ 为引进的向量记号 $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ 中第 i 个元素,其中 $i=0,1,2,\dots,9, \mathbf{X}=[r_0 r_1 r_2 r_3 t_0 t_1 t_2 t_3 u]$ 。(7)式非线性方程组的问题可表示为

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = [\mathbf{F}_i(\mathbf{X})]^T. (8)$$

(8)式中的 $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ 在 $\mathbb{R}^{n \times n}$ 空间中是连续可微的。根据最小二乘准则,(8)式可表示为

$$\min f(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{F}(\mathbf{X})\|_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^9 F_i^2(\mathbf{X}), (9)$$

式中: $\|\cdot\|_2$ 为2范数。

(9)式是一个多元非线性方程组,现对其原函数[(7)式]按泰勒公式展开,略去二次项以上的微小项,可得误差方程为

$$\mathbf{V} = \mathbf{J} \times \mathbf{d} + \mathbf{f}, (10)$$

式中: \mathbf{J} 为雅可比矩阵,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_0(\mathbf{X})}{\partial r_0} & \frac{\partial F_0(\mathbf{X})}{\partial r_1} & \frac{\partial F_0(\mathbf{X})}{\partial r_2} & \frac{\partial F_0(\mathbf{X})}{\partial r_3} & \frac{\partial F_0(\mathbf{X})}{\partial t_0} & \frac{\partial F_0(\mathbf{X})}{\partial t_1} & \frac{\partial F_0(\mathbf{X})}{\partial t_2} & \frac{\partial F_0(\mathbf{X})}{\partial t_3} & \frac{\partial F_0(\mathbf{X})}{\partial \mu} \end{bmatrix};$$

$\mathbf{d} = [d_{r_0} d_{r_1} d_{r_2} d_{r_3} d_{t_0} d_{t_1} d_{t_2} d_{t_3} d_{\mu}]^T$, 其中 $d_{r_0}, d_{r_1}, d_{r_2}, d_{r_3}, d_{t_0}, d_{t_1}, d_{t_2}, d_{t_3}$ 和 d_{μ} 分别为 $r_0, r_1, r_2, r_3, t_0, t_1, t_2, t_3$ 和 μ 的改正数; $\mathbf{f} = [F_{00} F_{10} F_{20} F_{30} F_{40} F_{50} F_{60} F_{70} F_{80} F_{90}]^T$, 其中 $F_{00} \sim F_{90}$ 分别为 $F_0 \sim F_9$ 的近似值。

本文所设计的点云配准模型是一组非线性方程,采用 Gaussian-Newton 法求解该配准模型的配准参数的要求是合理的初始值和雅可比矩阵在迭代过程中非奇异。选择较多的线面特征容易导致雅可比矩阵的条件数较大甚至奇异,故 Gaussian-Newton 法难以正确计算出配准参数。为了增强本文所提配准方法的适用性以及提高算法的鲁棒性,本文采用 Levenberg-Marquardt(L-M)算法对配准模型进行解算。L-M 算法克服了 Gaussian-Newton 法在迭代过程中雅可比矩阵 \mathbf{J} 必须满秩的要求^[22],其迭代公式为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \mathbf{d}_k(\lambda_k) \\ \mathbf{d}_k(\lambda_k) = \\ -[\mathbf{J}^T(\mathbf{X}_k)\mathbf{J}(\mathbf{X}_k) + \lambda_k \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{X}_k)\mathbf{F}(\mathbf{X}_k) \end{cases}, (11)$$

式中: $\mathbf{d}_k(\lambda_k)$ 为 L-M 算法第 k 次迭代的搜索方向,其中 $\lambda_k = \|\mathbf{F}(\mathbf{X}_k)\|_2, \mathbf{F}(\mathbf{X}_k)$ 为 \mathbf{X} 第 k 次的迭代值代入(7)式所得的残差; $\mathbf{J}(\mathbf{X}_k) = \mathbf{J}; \lambda$ 为阻尼因子,其可以防止 $\mathbf{J}(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{J}(\mathbf{X}_k)$ 接近奇异, $\mathbf{d}_k(\lambda_k)$ 值

过大。在所有迭代中, $\lambda > 0$ 能使系数矩阵 $\mathbf{J}^T(\mathbf{X}_k)\mathbf{J}(\mathbf{X}_k) + \lambda \mathbf{I}$ 正定,这确保 $\mathbf{d}_k(\lambda_k)$ 是沿梯度下降的方向,其中 \mathbf{I} 为单位矩阵。在迭代过程中,当 $\mathbf{J}_k^T \mathbf{F}_k < \tau$ 或迭代次数 $k > k_{\max}$ 时迭代终止,实验中 $\tau = 1 \times 10^{-5}, k_{\max} = 1 \times 10^4$ 。

2.4 点云配准方法的实现流程

本文的点云配准方法主要分为4个部分:1)在待配准点云和基准点云中提取同名特征线面;2)利用对偶四元素来描述空间变换参数,根据配准后同名特征对等来构建配准模型;3)采用 L-M 算法来解算配准模型;4)迭代收敛后,根据(3)式和(4)式来计算空间变换参数。算法实现的流程如图2所示。

3 实验结果分析

实验中,利用 Visual Studio 2015 C++来实现点云配准方法的编程,采用文献[23-24]中由 Riegl VZ400 三维激光扫描仪采集到的公园数据集,选择点云数据中线面特征较多的测站 16 和测站 17 进行分析。面特征的提取是通过人机交互的方式来选取相应的点,再根据最小二乘拟合法拟合成的平面。线特征的提取是根据面面相交或选择相应的点拟合成的直线。从相邻测站共提取了 5 组线面特征,限于文章篇幅,文中不列出。

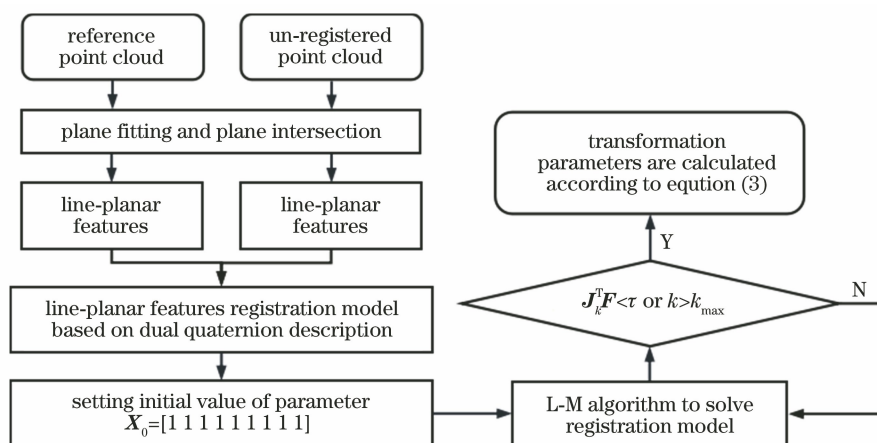


图 2 点云配准算法的流程图

Fig. 2 Flowchart of point cloud registration algorithm

3.1 正确性验证实验

公园数据集中,将测站 17 扫描得到的数据作为待配准点云数据(绿色),将测站 16 扫描得到的数据作为基准点云数据(紫色),两个测站间的尺度因子为 1,如图 3(a)所示。该数据集还提供了基于反射标

提取特征点计算的空间变换参数,根据对偶四元素与旋转矩阵的关系计算出了实验的真值。实验中,初始值 $\mathbf{X}_0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$,表 1 统计了对偶四元素考虑尺度因子的真值以及本文方法计算的值。图 3(b)为本文方法计算参数配准后的视觉效果。

表 1 对偶四元素考虑尺度因子的真值以及本文方法的计算值

Table 1 Real value of dual quaternion considering scale factor and calculated value of proposed method

Value	r_0	r_1	r_2	r_3	t_0	t_1	t_2	t_3	μ
Real value	0.9953	-0.0002	-0.0001	-0.0968	0.0139	-1.0697	-4.5558	0.1475	1.0000
Calculated value	0.9950	-0.0003	-0.0007	-0.0967	0.0107	-1.0690	-4.5549	0.1469	1.0002

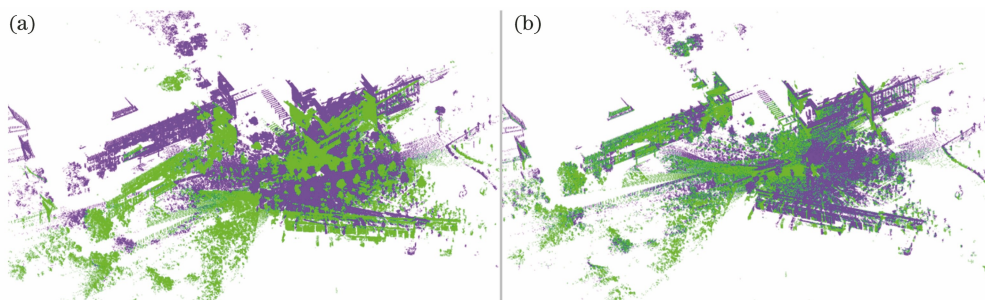


图 3 测站 16 和测站 17 在配准前后的点云数据。(a)配准前;(b)配准后

Fig. 3 Point cloud data of station 16 and station 17 before and after registration.

(a) Before registration; (b) after registration

从表 1 可以看到本文方法解算出的配准参数与理论值基本相同,并且从图 3(b)可以看到配准后两点云重合的视觉效果较好,说明本文方法的设计思路是正确的。

3.2 不同初始值的迭代收敛

本文采用 L-M 算法对配准模型进行解算。由(2)式可知 $\dot{\mathbf{r}}$ 中的元素满足 $-1 < r_{i^*} < 1$ 且 $r_{i^*} \neq 0$, 其中 $i^* = 0, \dots, 3$ 。为了在不同初始值的情况下,研究 L-M 算法与 Gaussian-Newton 法解算本文配准模型的收敛情况,根据表 1 计算的真值,将初始值依

次设置为 1、5、10、15、20 和 25 进行实验。表 2 统计了不同初始值对应的迭代次数和时间成本,表中“—”表示迭代不收敛。

从表 2 可以看到,Gaussian-Newton 法只有在初始值为 1 的情况下才迭代收敛,在该初始值下,其迭代次数和运行时间比 L-M 算法都低;L-M 法在所设的任意初始值下,迭代都能实现收敛,只是随着初始值远离真值,迭代收敛的速度越来越慢。综上,说明本文采用 L-M 算法能在初始值并不恰当的情况下实现配准模型的正确收敛。

表 2 L-M 算法与 Gaussian-Newton 法在不同初始值下的迭代次数与运行时间

Table 2 Number of iterations and running time of L-M algorithm and Gaussian-Newton algorithm under different initial values

Algorithm	Parameter	1	5	10	15	20	25
L-M	Number of iterations	68	132	503	1720	4328	8641
	Time /s	0.134	0.306	0.603	2.075	5.356	10.402
Gaussian-Newton	Number of iterations	18	—	—	—	—	—
	Time /s	0.028	—	—	—	—	—

3.3 带有高斯白噪声的配准

为了验证本文方法在不同尺度的噪声干扰下的配准精度,在选取的 5 组线面特征中加入互不相关且标准差限定为 0.001~0.010 mm 的高斯白噪声。由于噪声是在标准差设定的情况下由随机函数产生的,为了确保结果真实有效,在同一噪声的条件下对待配准点云中选择的线面特征添加 100 次噪声。加入噪

声并配准后,为了定量化描述配准精度,统计了配准后 5 组同名线与线、面与面之间的夹角,其中线与线之间的夹角指直线 $p_a p_b$ 与直线 l 之间的夹角,如图 1(b)所示。利用均值柱形图来表示夹角的变化情况,如图 4 所示,图中还添加了抖动散点和统计量的标准差(竖线),这样在图中既能看到噪声标准差的增大对配准误差的影响趋势,也能看到统计量的离散程度。

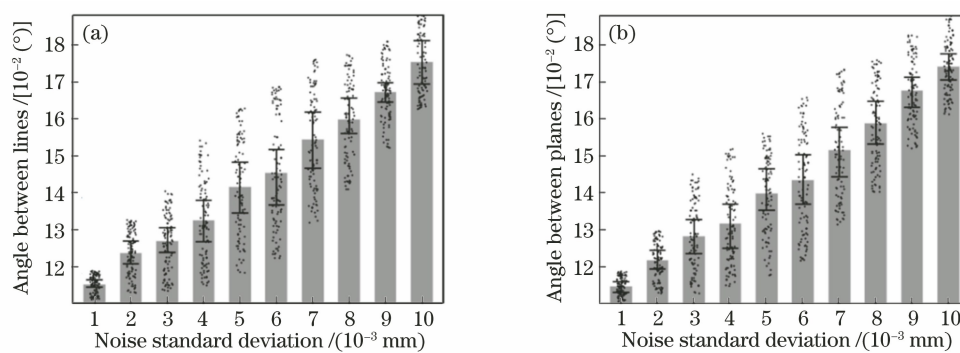


图 4 噪声标准差在不同情况下对配准精度的影响。(a)线与线的夹角;(b)面与面的夹角

Fig. 4 Influence of noise standard deviation on registration accuracy under different conditions.

(a) Angle between lines; (b) angle between planes

从图 4 可以看到,当噪声标准差逐渐增大时,夹角也在增大,说明配准误差在逐渐增大,但两个特征的角度误差都在 $0.11^\circ \sim 0.18^\circ$ 之间,表明本文方法在不同尺度的噪声干扰下也能完成较为精确的点云配准。

3.4 与常规方法的对比分析

为了验证本文方法的可行性,与文献[7,14]中的方法进行对比分析,文献[7,14]配准后的视觉效果如图 5 所示。其中文献[7]基于对偶四元素在直

线簇的约束下实现点云配准,文献[14]基于单位四元素在平面特征的约束下实现点云配准。对比图 3 和图 5 可以说明,对偶四元素描述的空间变化更加精确,线面特征的几何约束性更强。为了定量化描述配准精度,统计了配准后 5 组同名线与线、面与面之间的夹角。不同方法计算的配准参数如表 3 所示,其中第一行为利用反射标提取特征点计算的空间变换参数。

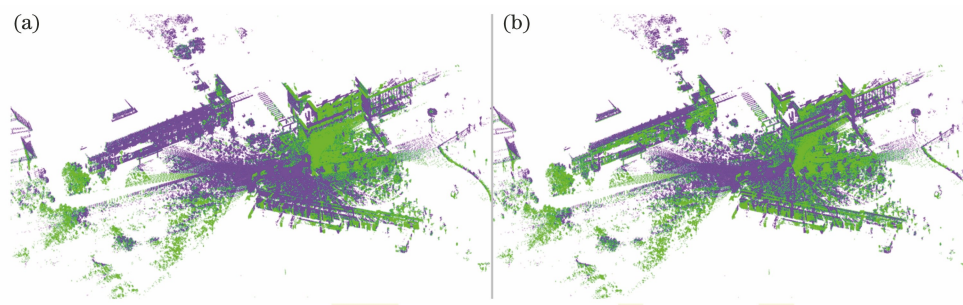


图 5 文献[7,14]的配准结果。(a)文献[7];(b)文献[14]

Fig. 5 Registration results of Ref. [7,14]. (a) Ref. [7]; (b) Ref. [14]

表 3 不同方法解算的空间变换参数

Table 3 Spatial transformation parameters calculated by different methods

Method	R	T/m	u
Theoretical value	$\begin{bmatrix} 0.9813 & 0.1927 & -0.0001 \\ -0.1927 & 0.9813 & 0.0003 \\ 0.0001 & -0.0003 & 1.0000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3.0113 \\ -8.8617 \\ 0.2976 \end{bmatrix}$	1.0000
Proposed method	$\begin{bmatrix} 0.9795 & 0.1934 & -0.0012 \\ -0.1914 & 0.9803 & 0.0015 \\ 0.0017 & 0.0005 & 1.0000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3.0102 \\ -8.8634 \\ 0.2954 \end{bmatrix}$	1.0002
Ref. [7]	$\begin{bmatrix} 0.9818 & 0.1935 & -0.0013 \\ -0.1955 & 0.9820 & -0.0002 \\ -0.0024 & 0.0002 & 1.0000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3.0120 \\ -8.8612 \\ 0.2961 \end{bmatrix}$	0.9999
Ref. [14]	$\begin{bmatrix} 0.9830 & 0.1928 & 0.0019 \\ -0.1922 & 0.9814 & 0.0021 \\ -0.0019 & 0.0018 & 1.0000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3.0123 \\ -8.8649 \\ 0.2952 \end{bmatrix}$	1.0005

从表 3 可以看到,本文方法和文献[7,14]计算的配准参数基本与真值一致,尺度因子都接近 1,图 5(b)与图 4 的视觉效果表明三种方法都能实现

点云配准,同时说明本文方法在实际场景中应用是可行的。表 4 统计了配准后 5 组同名线与线、面与面之间的夹角(α_L, α_P)及其误差($\Delta\alpha_L, \Delta\alpha_P$)。

表 4 线与线、面与面的夹角及其误差

Table 4 Angle between line and line, surface and surface and their errors

Method	$\alpha_L/(^\circ)$	$\Delta\alpha_L/(^\circ)$	$\alpha_P/(^\circ)$	$\Delta\alpha_P/(^\circ)$	Method	$\alpha_L/(^\circ)$	$\Delta\alpha_L/(^\circ)$	$\alpha_P/(^\circ)$	$\Delta\alpha_P/(^\circ)$
Theoretical value	0.0953		0.0934		Proposed method	0.1619		0.1581	
	0.0837		0.0824			0.0492		0.0501	
	0.0770	0.0805	0.0760	0.0789		0.1081	0.1148	0.1081	0.1131
	0.0578		0.0570			0.0947		0.0920	
	0.0230		0.0181			0.0587		0.0595	
Ref. [7]	0.1469		0.1118		Ref. [14]	0.1374		0.1709	
	0.0787		0.0236			0.0760		0.0114	
	0.0797	0.1266	0.1172	0.1240		0.0718	0.1286	0.0964	0.1253
	0.1162		0.1274			0.1412		0.1008	
	0.1283		0.1358		0.1282		0.1183		

从表 4 可以看到,三种方法配准后,同名线与线之间的夹角误差和面、面之间的夹角误差与理论值相差都较小,其中本文方法的配准精度皆高于另外两种方法。由于文献[7,14]选择受点云密度影响较小的线特征和面特征作为配准基元,所以从表 4 可以看到这两种方法的配准精度较为接近。因文献[14]仅利用四元素描述空间变化的旋转矩阵,导致在计算旋转矩阵与平移向量的过程中存在一定的误差积累,而文献[7]在直线簇的约束下利用对偶四元素实现了点云配准,所以文献[7]的配准精度略高于文献[14],但文献[7]仅选择线特征作为配准约束,相较于本文的线面特征几何约束性较弱,因此文献[7]的配准精度低于本文方法。

4 结 论

相对于点特征,基于点云提取面特征受点云密

度的影响最小,对于相邻测站的同名平面,缺少部分点不会对同名特征平面的提取造成较大影响,而线特征又可以根据面面相交进行提取,因此本文提出一种基于对偶四元素描述的线面特征约束的点云配准方法。该方法利用对偶四元素描述相邻测站的空间变化参数,在此基础上考虑到尺度因子,所以对于尺度发生变化的点云具有较好的配准效果。配准过程中,根据线与平面存在平行和垂直的几何关系,以及同名特征线与平面的交点和夹角在配准后相等为依据构建配准模型。考虑到实际应用中可能选择较多的线面特征会导致方程组过大和初始值不易确定的问题,本文采用 L-M 算法对配准模型进行解算。实验结果表明,相较于四元素法,利用对偶四元素描述空间变换参数的方法提高了配准精度。另外,当 L-M 算法解算配准模型时,即使设置了不恰当的初始值也能实现迭代方程的正确收敛。

本文方法主要依靠面特征来提取线特征,若实际的测量场景包含较少的面特征,该方法的应用会受到一定的限制。因此在本文的基础上考虑增加点特征的约束实现点云的高精度配准,以及在保证所提方法能够运行并得到正确结果的前提下提高收敛速度,将是下一步的重要研究方向。

参 考 文 献

- [1] Li B F, Huang S Q. Analytical close-form solutions for three-dimensional datum transformation with big rotation angles[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2016, 45(3): 267-273.
李博峰, 黄善琪. 大角度三维基准转换的解析封闭解[J]. *测绘学报*, 2016, 45(3): 267-273.
- [2] Zhao M, Shu Q, Chen W, et al. Three-dimensional point cloud registration algorithm based on l^p spatial mechanics model[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(10): 1010005.
赵敏, 舒勤, 陈蔚, 等. 基于 l^p 空间力学模型的三维点云配准算法[J]. *光学学报*, 2018, 38(10): 1010005.
- [3] Guan Y L, Cheng X J, Zhou S J, et al. A solution to space resection based on unit quaternion[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2008, 37(1): 30-35.
官云兰, 程效军, 周世健, 等. 基于单位四元数的空间后方交会解算[J]. *测绘学报*, 2008, 37(1): 30-35.
- [4] Xia W Z, Han S K, Cao J Y, et al. Scaling iterative closest point algorithm using dual number quaternions[J]. *Optik*, 2017, 140: 1099-1109.
- [5] Wang Y B, Wang Y J, Wu K, et al. A dual quaternion-based, closed-form pairwise registration algorithm for point clouds[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2014, 94: 63-69.
- [6] Yuan Z C, Lu T D, Deng X Y. Comparison of parameter estimation methods for rigid motion of point cloud[J]. *Engineering of Surveying and Mapping*, 2018, 27(4): 34-40.
袁志聪, 鲁铁定, 邓小渊. 点云的刚体运动参数估计方法的比较[J]. *测绘工程*, 2018, 27(4): 34-40.
- [7] Sheng Q H, Zhang B, Xiao H, et al. A registration method based on line cluster for terrestrial LiDAR point clouds[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(3): 406-412.
盛庆红, 张斌, 肖晖, 等. 直线簇约束下的地面 LiDAR 点云配准方法[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2018, 43(3): 406-412.
- [8] Chai S W, Yang X Q. Line primitive point cloud registration method based on dual quaternion[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(12): 1228006.
柴双武, 杨晓琴. 基于对偶四元数构建的直线基元点云拼接方法[J]. *光学学报*, 2019, 39(12): 1228006.
- [9] Wang Y B, Yang H C, Liu Y H, et al. Linear-feature-constrained registration of LiDAR point cloud via quaternion[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(9): 1057-1062.
王永波, 杨化超, 刘燕华, 等. 线状特征约束下基于四元数描述的 LiDAR 点云配准方法[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2013, 38(9): 1057-1062.
- [10] Sheng Q H, Chen S W, Liu J F, et al. LiDAR point cloud registration based on Plücker line[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2016, 45(1): 58-64.
盛庆红, 陈姝文, 柳建锋, 等. 基于 Plücker 直线的 LiDAR 点云配准方法[J]. *测绘学报*, 2016, 45(1): 58-64.
- [11] Wang Y B, Wang Y J, She W W, et al. A linear features-constrained, Plücker coordinates-based, closed-form registration approach to terrestrial LiDAR point clouds[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(9): 1376-1384.
王永波, 汪云甲, 余雯雯, 等. 直线特征约束下利用 Plücker 坐标描述的 LiDAR 点云无初值配准方法[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2018, 43(9): 1376-1384.
- [12] He F N, Ayman H. A closed-form solution for coarse registration of point clouds using linear features[J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2016, 142(3): 04016006.
- [13] Liu S J, Tong X H, Chen J, et al. A linear feature-based approach for the registration of unmanned aerial vehicle remotely-sensed images and airborne LiDAR data[J]. *Remote Sensing*, 2016, 8(2): 82.
- [14] Wang Y B, Zheng N S, Bian Z F. Planar feature-constrained, quaternion-based registration algorithm for LiDAR point clouds[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(23): 2310001.
王永波, 郑南山, 卞正富. 平面特征约束下基于四元数描述的 LiDAR 点云配准算法[J]. *光学学报*, 2020, 40(23): 2310001.
- [15] Grant D, Bethel J, Crawford M. Point-to-plane registration of terrestrial laser scans[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2012, 72: 16-26.
- [16] Fotsing C, Nziengam N, Bobda C. Large common planesets-4-points congruent sets for point cloud registration[J]. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 2020, 9(11): 647.

- [17] Chmelar P, Rejcek L, Nguyen T N, et al. Advanced methods for point cloud processing and simplification [J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(10): 3340.
- [18] Zhang H X, Zhong R F, Sun H L. External parameter calibration method of vehicle laser scanning system based on planar features[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2018, 47(12): 1640-1649.
张海啸, 钟若飞, 孙海丽. 顾及平面特征的车载激光扫描系统外参数标定法 [J]. *测绘学报*, 2018, 47(12): 1640-1649.
- [19] Wang Y B, Wang Y J, Han X Z, et al. A unit quaternion based, point-linear feature constrained registration approach for terrestrial LiDAR point clouds[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2018, 47(3): 671-677.
王永波, 汪云甲, 韩新哲, 等. 点线特征约束下基于单位四元数描述的 LiDAR 点云配准算法 [J]. *中国矿业大学学报*, 2018, 47(3): 671-677.
- [20] Sheng Q H, Wang Q, Hong R, et al. Geometric transformation of images and LiDAR point clouds under quadratic constraint [J]. *Remote Sensing Letters*, 2018, 9(10): 1011-1019.
- [21] Zeng H E, Chang G B, He H Q, et al. Iterative solution of Helmert transformation based on a unit dual quaternion[J]. *Acta Geodaetica et Geophysica*, 2019, 54(1): 123-141.
- [22] Fan J Y, Yuan Y X. On the quadratic convergence of the Levenberg-Marquardt method without nonsingularity assumption[J]. *Computing*, 2005, 74(1): 23-39.
- [23] Yang B S, Han X, Dong Z. Point cloud benchmark dataset WHU-TLS and WHU-MLS for deep learning [J]. *National Remote Sensing Bulletin*, 2021, 25(1): 231-240.
杨必胜, 韩旭, 董震. 点云深度学习基准数据集 [J]. *遥感学报*, 2021, 25(1): 231-240.
- [24] Dong Z, Liang F X, Yang B S, et al. Registration of large-scale terrestrial laser scanner point clouds: a review and benchmark [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2020, 163: 327-342.