

基于光子计算的随机奇异值分解

刘雅名^{1,2***}, 郭宏翔^{1,2*}, 陈彦虎^{1,2}, 杨家精^{1,2}, 郭逸^{1,2}, 伍剑^{1,2**}¹北京邮电大学电子工程学院, 北京 100876;²北京邮电大学信息光子学与光通信国家重点实验室, 北京 100876

摘要 随机奇异值分解(RSVD)在数据压缩、信号处理和图像降噪等方面具有广泛的应用,但日益剧增的矩阵规模对传统计算平台提出了更高的内存需求。为此,提出了基于空间光计算的RSVD方法。利用复杂介质的固有性质将矩阵降维,不再需要生成和存储随机高斯矩阵,能够有效降低RSVD的计算开销。实验证明,在采样率为0.2、宏像素块维度为 10×10 、选用220目毛玻璃作为散射介质的情况下,所提方法能够对维度为 80×80 的矩阵实现RSVD,其相对误差小于0.1,与传统方法相比,有效降低了RSVD的时间复杂度和空间复杂度。最后,通过图像压缩验证了所提方法的效果,所提方法为进一步研究大规模图像矩阵算法提供了基础。

关键词 光计算; 随机奇异值分解; 复杂介质; 矩阵降维; 时间复杂度; 空间复杂度

中图分类号 TN29

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1920002

Randomized Singular Value Decomposition Based on Optical Computation

Liu Yaming^{1,2***}, Guo Hongxiang^{1,2*}, Chen Yanhu^{1,2}, Yang Jiajing^{1,2}, Guo Yi^{1,2}, Wu Jian^{1,2**}¹School of Electronic Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;²State Key Laboratory of Information Photonics and Optical Communications, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China

Abstract As randomized singular value decomposition (RSVD) is widely used in data compression, signal processing and image denoising, the increasing matrix scale puts forward higher requirements for the traditional computing platform. Therefore, a scheme of RSVD based on the spatial optical computation is proposed. The dimensions of a matrix are reduced by the inherent properties of the complex media, and there is no need to generate and store random Gaussian matrices. In this way, the computing overhead of RSVD can be effectively reduced. The experiment proves that the proposed scheme can achieve RSVD for a 80×80 matrix with a relative error of less than 0.1 when 220 mesh ground glass is used as a complex medium, the sampling rate is 0.2, and the dimension of macropixel block is 10×10 . Compared with the traditional method, it effectively reduces the time complexity and space complexity of RSVD. Finally, the effect of the scheme is verified through image compression, which provides a basis for further research on large-scale image matrix algorithms.

Key words optical computing; randomized singular value decomposition; complex media; matrix dimensionality reduction; time complexity; space complexity

1 引言

奇异值分解(SVD)是一种在机器学习、数据分析等领域中被广泛应用的算法^[1-7],其本质是特征分解在任意矩阵上的推广。随着全球数字化进程的推进,数据驱动赋予社会发展新动能,矩阵规模呈爆炸式增长,然而SVD在矩阵维度较高时变得非常困难甚至难以实现。为此,研究人员提出了随机奇异值分解(RSVD)算

法^[8-12]。它是在进行SVD之前,先利用随机矩阵对初始矩阵进行降维处理,再对降维后的矩阵进行SVD,以牺牲一定的计算精度为代价,实现减少计算时间与计算内存的目的^[13]。

当矩阵维度过大时,RSVD的计算开销会呈指数上升,甚至在传统电子硬件上难以实现。近年来,利用光子多维、并行和低功耗的特性解决矩阵计算开销问题受到了很多学者的关注^[14-22]。Shen等^[23]用级联的马

收稿日期: 2022-02-11; 修回日期: 2022-03-28; 录用日期: 2022-04-15

通信作者: *hxguo@bupt.edu.cn; **jianwu@bupt.edu.cn; ***liuyaming@bupt.edu.cn

赫-曾德尔干涉仪(MZI)阵列加速矩阵乘法运算,在片上实现了两层神经网络的线性部分。Reck等^[24-25]证明了光信号在特定的MZI组网方式下进行矩阵计算能够减少运算时间且基本不消耗能量。Buluc等^[26-27]提出了基于散射介质的矩阵计算方案,其利用复杂介质实现了任意的矩阵乘法运算,并证明了复杂介质的传输矩阵具有随机统计特性。利用光学模拟信号能够使计算全程以光速进行,有效减少了计算所需的时间和存储空间。

受上述研究的启发,提出了一种基于空间光计算的RSVD方法。将矩阵信息加载到光信号上,利用复杂介质实现矩阵降维。复杂介质的传输矩阵是随机高斯矩阵,避免了传统RSVD中生成和保存随机高斯矩阵的问题,并且传输矩阵是复杂介质的固有属性,而不占用计算资源。因此,所提方法能有效降低RSVD的时间复杂度和空间复杂度。

2 基本原理

2.1 随机奇异值分解

SVD和特征分解相似,也是通过矩阵分解提取矩阵性质。然而,特征分解作用的矩阵必须是方阵,而SVD没有这种限制^[13]。因此,SVD在数据压缩、信号处理和图像降噪等领域中有着更为广泛的应用。然而,当SVD作用的矩阵维度过大时,算法的运行时间会急剧增长,还可能会出现计算内存溢出的情况^[13]。具体来说,对于一个 $m \times n$ 的矩阵 A ,进行一次完整SVD分解的时间复杂度是 $O(m^2n + mn^2 + n^3)$,当矩阵维度 m (或者 n)增加时算法的时间复杂度是呈幂指数增长的。

在实际应用中通常会使用RSVD算法来降低计算的复杂度,其重点关注矩阵分解中占主导地位的低秩结构,通过牺牲一定的计算精度来提升计算效率^[8]。RSVD可以分为4个步骤,即矩阵降维,获得目标矩阵,对目标矩阵进行SVD和还原分解结果。假设待分解的初始矩阵 A 是一个 $m \times n$ 的矩阵,其具体分解步骤如下。

1) 矩阵降维^[8]。获得一个随机矩阵 Ω , $\Omega \in R^{(n \times r)}$,然后 Ω 右乘初始矩阵 A 完成降维,经过这一步得到窄矩阵 Y , $Y \in R^{(m \times r)}$,其中 r 为降维后矩阵的列数。

2) 获得目标矩阵。对 Y 进行正交三角(QR)分解,进一步提取降维后矩阵列空间的正交基 Q 和 R ,其中 $Q \in R^{(m \times r)}$ 是正交矩阵,即 $QQ^T = I$,用 Q 矩阵的转置 Q^T 左乘初始矩阵 A ,得到最终进行SVD的目标矩阵 B , $B \in R^{(r \times n)}$,其中 I 为单位矩阵。

3) 对目标矩阵进行SVD。对 B 进行传统SVD,得到其左奇异向量矩阵 M [$M \in R^{(r \times n)}$]、奇异值矩阵 Σ [$\Sigma \in R^{(r \times r)}$]和右奇异向量矩阵 V [$V \in R^{(r \times r)}$]。

4) 还原分解结果。得到矩阵 B 的SVD结果后, Q 左乘 M ,可以得到初始矩阵 A 的左奇异向量矩阵 U , $U \in R^{(m \times n)}$ 。

分解步骤相应的公式为

$$A\Omega = Y, \quad (1)$$

$$\begin{cases} Y \xrightarrow{\text{dimensionality reduction}} Q, R, \\ \text{QR decomposition} \\ Q^T A = B \end{cases}, \quad (2)$$

$$B = M\Sigma V^T, \quad (3)$$

$$\begin{cases} A = U\Sigma V^T \approx QM\Sigma V^T \\ U \approx QM \end{cases}. \quad (4)$$

RSVD的核心就在于选择怎样的随机矩阵能够使降维后的矩阵包含更多信息。关于随机矩阵有很多选择^[8],如随机高斯矩阵、均匀随机矩阵和Rademacher矩阵等,其中随机高斯矩阵具有良好的信息提取特性,进而是最常用的随机矩阵。此外,确定随机矩阵时还要与矩阵降维的时间复杂度进行平衡。

RSVD的时间复杂度主要是三个部分的组合,分别是降维时矩阵乘法、QR分解和最后对目标矩阵 B 的SVD。若降维后矩阵的维度是 r ,则进行降维时矩阵乘法的时间复杂度是 $O(mnr)$,QR分解的时间复杂度是 $O(2mr^2)$,对目标矩阵 B 的SVD的时间复杂度是 $O(r^2n + rn^2 + n^3)$ 。因此,当 $m \gg n > r$ 时,RSVD的时间复杂度远小于SVD算法的时间复杂度。

2.2 基于空间光学的光子RSVD原理

在实际应用中,随着矩阵规模的增大,对执行RSVD算法的硬件提出了更高的要求。尤其是,在矩阵降维这一过程中,生成和存储随机高斯矩阵会引入额外的计算开销。为此,本文利用随机散射介质进行矩阵降维。随机散射介质是一个能将入射波前随机扰乱的系统^[24]。一定频率的光经过随机散射介质后,其输入波前 Ψ_{in} 和输出光 Ψ_{out} 之间的关系可以用传输矩阵 H 表示,相应表达式^[27-31]为

$$|\Psi_{out}\rangle = H|\Psi_{in}\rangle. \quad (5)$$

当然,不同的散射介质,如混沌腔、无序波导、油漆图层和生物组织等,因为其内部结构、表面颗粒度和对光的散射角度等条件的不同,所以将对应不同的传输矩阵。

2010年,Popoff等^[28]测定了薄随机散射介质的传输矩阵,并发现其是一个符合Marchenko-Pastur定律的高维随机高斯矩阵,即矩阵任意列中的元素是均值为0、方差为 σ^2 的独立同分布随机变量。因此,本文利用复杂介质的传输矩阵作为RSVD中的随机矩阵对初始矩阵进行降维。

如图1所示,将待进行SVD的初始矩阵 A 经过编码后加载到空间光调制器(SLM)上,入射光经过空间光调制器反射后携带上了初始矩阵的信息。光束穿过复杂介质则相当于初始矩阵 A 与散射介质的传输矩阵 H 相乘,这一步等同于传统算法中初始矩阵 A 与随机高斯矩阵 Ω 相乘。穿过复杂介质的光信号由相机采集,通过分析相机上得到的散斑图样即可获得降维后的矩阵 Y ^[28-29]。不同属性的复杂介质会导致相机采集到的散斑颗粒度不同,从而影响RSVD的精度。因为矩阵维度已经变小,此时已经能够快速、准确地在计算机上得到结果,所以后续获得目标矩阵 B 、对目标矩阵 B 进行SVD和还原分解结果步骤与传统RSVD一致。

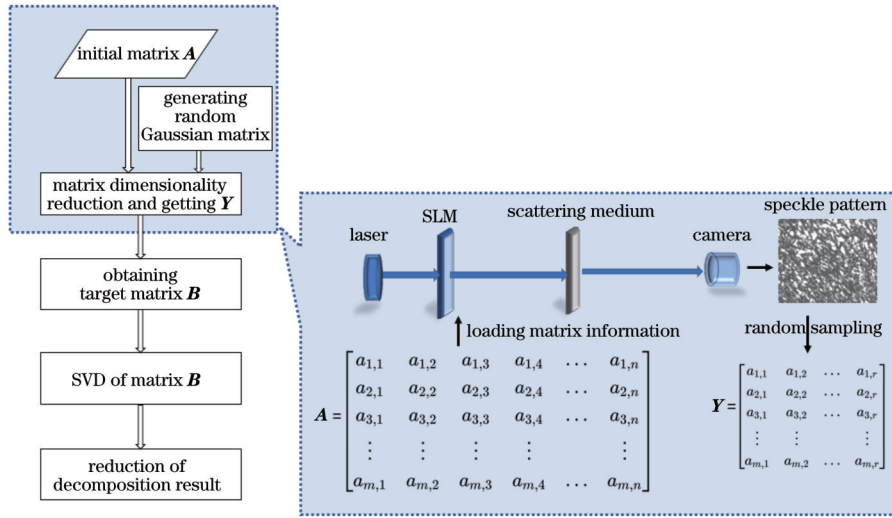


图 1 基于复杂介质的矩阵降维原理

Fig. 1 Matrix dimensionality reduction principle based on complex media

该降维过程避免了生成随机高斯矩阵,能够大大减少 RSVD 的时间,并且矩阵降维这一步骤在光路中以近似光速的速度实现,进而能够降低 $O(mnr)$ 的时间复杂度。除此之外,随机高斯矩阵是复杂介质的传输矩阵的固有性质,不需要占用内存开销来存储高维的随机高斯矩阵,故矩阵降维的空间复杂度近似为常数 $O(1)$,如表 1 所示。

表 1 矩阵降维过程的复杂度对比

Table 1 Complexity comparison of matrix dimensionality reduction procedure

Scheme	Time complexity	Space complexity
Traditional RSVD	$O(mnr)$	$O(nr)$
RSVD based on optical computation	$O(1)$	$O(1)$

3 分析与讨论

3.1 实验设置

本文通过实验验证了所提方案的可行性。在实验中使用不同属性的毛玻璃作为随机散射介质 (Thorlabs, DG20-220、DG20-600、DG20-1500)。使用振幅型空间光调制器 (DMD, ViALUX, V-9601) 调制入射波前,其像素值为 $1920 \text{ pixel} \times 1200 \text{ pixel}$,频率为 16 kHz 。使用短波红外相机 (Xenics, Bobcat 640 GigE) 采集输出的散斑,其像素值为 $640 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 。在所有实验中所用的光源均为中心波长为 1550 nm 的窄带宽激光器。

实验装置示意图如图 2 所示,光纤准直器将光信号从光纤中输出到空间中,然后使用透镜组进行扩束,扩束后的激光光束被 DMD 反射,再穿过复杂散射介质,输出光被电荷耦合器件 (CCD) 相机采集。

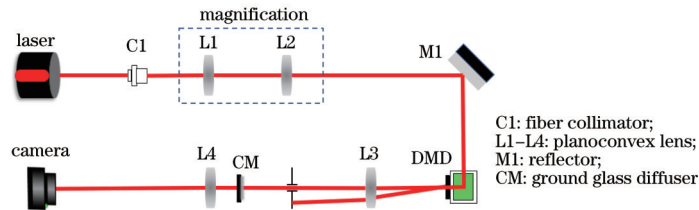


图 2 实验装置示意图

Fig. 2 Schematic diagram of experimental setup

3.2 实验步骤

第一步,随机生成待分解的初始矩阵 A ,将 A 的元素信息加载到光信号上。使用 DMD 对激光器输出的平面波进行调制,以实现信息加载的目的。因为 DMD 是振幅型空间光调制器,所以可以使用光强信息来表示矩阵元素中的数值。然而,DMD 上每个微镜的调制深度为 2° (即只能偏转 $+12^\circ$ 或者 -12°),若使用 DMD 对任意矩阵的元素进行调制,则有时间复用

和空间组合两种方式。时间复用的调制方式会降低调制速率,并且会带来较大的实验误差。因此,本文使用空间组合的方式对元素进行强度调制。提出了宏像素块 (macropixel) 的概念,宏像素块由多个微镜组成,每个宏像素块的调制强度表示矩阵的一个元素值,进而矩阵中元素的自由度将会大大提升。假设待分解的初始矩阵维度为 80×80 ,若使用 DMD 上的 10×10 个微镜作为一个宏像素块,则矩阵中元素的取值范围可以

在0~100之间, DMD上所使用的微镜总数为 800×800 。

第二步, 利用散射介质完成矩阵降维。经过调制的光束穿过散射介质后, 光束的信息会被随机扰乱, 这一步利用了随机散射介质的传输矩阵。受环境因素的影响, 传输矩阵只能在十几分钟内保持稳定^[25], 由于本文只关心降维后的矩阵而对随机高斯矩阵的具体形式并不关心, 因此对通过散射介质的输出光只进行单次采集即可。由此分析可知, 该算法对于实验环境的稳定性要求并不严格。

第三步, 从散斑图像中提取出低维矩阵 Y 。复杂介质输出的光信号由CCD相机采集。通过在散斑图像上随机抽取像素点实现随机采样, 采样得到的强度信息即为降维后矩阵的元素数值, 随机选择的像素点数量与降维后矩阵的元素数量相等。在传统RSVD中采样率为降维后矩阵的元素数量与初始矩阵元素数量的比值, 本文也是这样定义的。

第四步, 对低维度的矩阵进行处理。在得到已降维的矩阵后, 与传统的RSVD算法相同, 执行对 Y 进行QR分解、获取目标矩阵 B 和对 B 进行SVD步骤。然后, Q 矩阵左乘 B 的左奇异向量矩阵, 即可得到初始矩阵 A 的左奇异向量矩阵。待分解的初始矩阵 A 可以用上述分解结果近似表示为

$$A \approx u_1 \sigma_1 v_1^T + u_2 \sigma_2 v_2^T + \dots + u_r \sigma_r v_r^T, \quad (6)$$

式中: $u_i (1 \leq i \leq r)$ 表示初始矩阵 A 的第 i 个左奇异向量; σ_i 表示第 i 个奇异值; v_i 表示第 i 个右奇异向量。

实验中用相对误差来衡量RSVD的精度。相对误差的计算公式为

$$M_{RE} = \frac{\|M - D\|_2}{\|D\|_2}, \quad (7)$$

式中: M 是由实验所得的分解结果恢复出的矩阵; D 是由传统RSVD算法所得结果恢复出的矩阵。

3.3 实验结果

首先, 从利用DMD进行调制的角度分析影响RSVD的因素。分别设定不同的宏像素块(维度为 $4 \times 4 \sim 100 \times 100$)对矩阵元素进行量化, 比较SVD的结果。图3是上述条件下的RSVD结果的误差曲线。可以看出, 在1550 nm波长下, 随着宏像素块的维度由 4×4 增加至 100×100 , 相对误差从0.5降低至0.1以下。宏像素块的尺寸代表着矩阵元素的量化精度, 此结果表明, 矩阵元素量化精度越高, RSVD的相对误差越低。因此, 在实验条件允许的情况下, 应尽可能增加宏像素块的尺寸。然而, 随着宏像素块尺寸的增大, 计算误差的下降速率逐渐变慢, 此时应考虑引入时间复用的方式来提升计算精度。宏像素块的尺寸主要受限于空间光调制器的像素值和初始矩阵维度。在空间光调制器像素值一定的情况下, 初始矩阵维度越高, 理论上可用的宏像素块尺寸越小。本文使用的是像素值为 $1920 \text{ pixel} \times 1200 \text{ pixel}$ 的DMD, 在矩阵维度为 8×8 的情况下, 理论上最大可用宏像素块尺寸为 $150 \text{ pixel} \times 150 \text{ pixel}$ 。

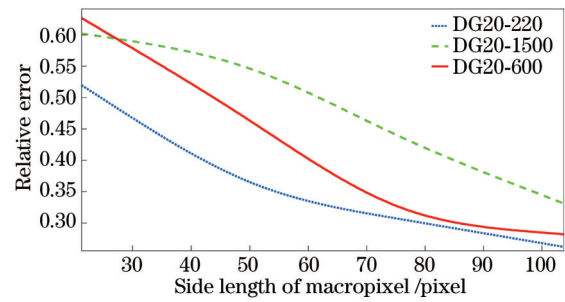


图3 计算精度随宏像素大小的变化

Fig. 3 Calculation accuracy varying with macropixel size

随后, 从散射介质的角度分析影响RSVD的因素。在一定入射波长和调制模式下, 分别选用不同的散射介质对比矩阵分解的结果, 图3中虚线、实线、点线三种类型的曲线分别反映了选用220目、600目、1500目毛玻璃作为散射介质时相对误差的变化。毛玻璃的不同目数表示毛玻璃表面的砂砾抛光度不同, 即对于光束的散射程度不同, 最终影响散斑的颗粒度。可以看出, 在1550 nm波长下, 选用220目毛玻璃进行RSVD分解的相对误差最小, 其精度可达0.1。不同目数的毛玻璃通过影响散斑的颗粒度来影响矩阵分解精度, 当散斑颗粒度与所选用的CCD相机像元尺寸相匹配时, RSVD算法的结果最好。

从CCD相机采样的角度分析影响RSVD的因素。已知RSVD算法的精度与矩阵降维的采样率密切相关。例如, 一个 $m \times n$ 的初始矩阵进行RSVD, 在降维的过程中初始矩阵与一个 $n \times r$ 的随机高斯矩阵相乘, 此时采样率为 $(m \times r)/(m \times n)$, 即 r 越小采样率越低。为了研究不同采样率对基于空间光学的RSVD算法精度的影响, 图4展示了不同采样率下相对误差的变化曲线。

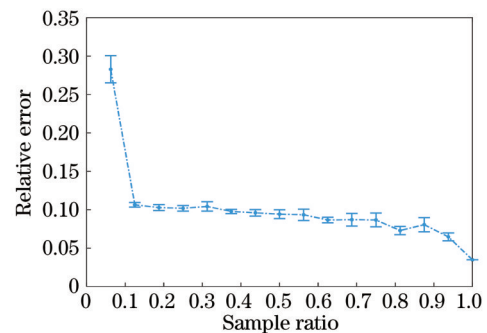


图4 计算精度随采样率的变化

Fig. 4 Calculation accuracy varying with sample ratio

可以看出, 在相同的实验设置下随着采样率从0.05增加至1.0, RSVD算法的相对误差由0.25降低至0.05以下。当采样率小于0.2时, 相对误差受采样率影响较大。采样率在0.2~1.0之间时, 相对误差变化较小。图4是多次实验的平均结果, 图中的误差棒表示多次实验中的极差, 在采样率大于0.2的情况下RSVD的误差波动较小。因此, 该RSVD实现方案在

采样率大于 0.2 时均有较低的误差,能够完成 SVD 任务。

最后,从矩阵恢复的角度分析矩阵分解的精度。由式(6)可知,当使用 RSVD 的结果恢复初始矩阵时,采用奇异值和奇异值向量的数量越多,恢复出的矩阵越精确。由图 4 可知,当采样率大于 0.2 时,相对误差的变化较小,故为了实验简单,选取了折中的采样率(0.5)。在宏像素块维度为 10×10 、220 目毛玻璃的实验条件下,得到了图 5。可以看出,随着恢复矩阵所使用的奇异值数量占奇异值总数的百分比的增加,相对误差逐渐降低,最低可达 0.09 以下。

为了进一步验证所提方案的效果,进行了图像压缩实验。基于 RSVD 对图像进行压缩是一种常用的图像处理方法,其基本原理是将图像进行 SVD,再提取出较大的奇异值和对应的奇异向量,它们代表了图像中的主要信息,舍去后面影响微小的子信息空间,就可以在节省存储空间的同时尽可能地保留较多的图像信息。基于所提方案的图像压缩结果如图 6 所示。可

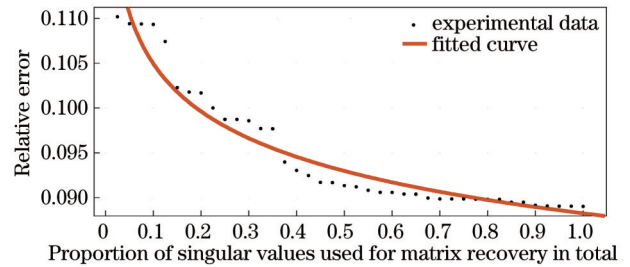


图 5 计算精度随恢复矩阵所用奇异值数量的变化
Fig. 5 Calculation accuracy varying with number of singular values used for matrix recovery

以发现,随着采样率的增加,基于传统 RSVD 压缩的图像与基于光子计算的 RSVD 压缩的图像之间相对误差越来越小。进行压缩的标准图像像素为 $80 \text{ pixel} \times 80 \text{ pixel}$,在 0.75 采样率下,基于光子计算的 RSVD 方法能够将归一化均方根误差控制在 0.1 以内。

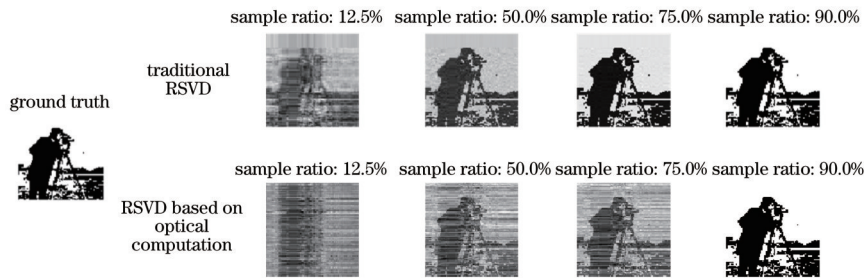


图 6 基于所提方案的图像压缩结果
Fig. 6 Image compression results based on proposed scheme

由于散射介质的传输矩阵具有高维的特性,故理论上所提方案可以对任意维度的矩阵实现 RSVD。然而,受限于空间光调制器的像素值,目前所提方案在矩阵维度特别高的情况下还有一定的局限性。随着未来空间光调制器和 CCD 相机的发展,元器件的像素规模会进一步提升,所提方案会有更广泛的适用性。除此之外,更换矩阵元素的调制方案,如采用数模混合编码的方式^[32],也能够进一步提升所提方案的适用范围。

4 结 论

研究了基于光子计算的 RSVD 方案。利用复杂介质的传输特性,在不占用计算内存的情况下以常数级时间复杂度实现了矩阵降维。同时,采用不同特性的毛玻璃和不同的宏像素块规模进行实验,能够在 0.1 相对误差以内实现 RSVD。除此之外,对比了不同采样率和不同矩阵恢复方式下 RSVD 的精度。最后,以图像压缩作为应用,直观地展示了所提方案的结果。所提方法与传统 RSVD 相比具有时间复杂度和空间复杂度上的优势,避免了限制 RSVD 应用的计算开销问题,为进一步研究大规模图像矩阵处理算法提供了基础。

参 考 文 献

- [1] Klema V, Laub A. The singular value decomposition: its computation and some applications[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1980, 25(2): 164-176.
- [2] Andrews H, Patterson C. Singular value decompositions and digital image processing[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1976, 24(1): 26-53.
- [3] Howland P, Park H. Generalizing discriminant analysis using the generalized singular value decomposition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(8): 995-1006.
- [4] Lai C C, Tsai C C. Digital image watermarking using discrete wavelet transform and singular value decomposition[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2010, 59(11): 3060-3063.
- [5] Edfors O, Sandell M, van de Beek J J, et al. OFDM channel estimation by singular value decomposition[J]. IEEE Transactions on communications, 1998, 46(7): 931-939.
- [6] Moore B. Principal component analysis in linear systems: controllability, observability, and model reduction[J].

- IEEE Transactions on Automatic Control, 1981, 26(1): 17-32.
- [7] Shnayderman A, Gusev A, Eskicioglu A M. An SVD-based grayscale image quality measure for local and global assessment[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(2): 422-429.
- [8] Peters T. Data-driven science and engineering: machine learning, dynamical systems, and control[J]. Contemporary Physics, 2019, 60(4): 320.
- [9] Drineas P, Mahoney M W. RandNLA: randomized numerical linear algebra[J]. Communications of the ACM, 2016, 59(6): 80-90.
- [10] Sorensen D C. Numerical methods for large eigenvalue problems[J]. Acta Numerica, 2002, 11: 519-584.
- [11] Cohen M B, Elder S, Musco C, et al. Dimensionality reduction for k -means clustering and low rank approximation[C]//STOC '15: Proceedings of the forty-seventh annual ACM symposium on Theory of Computing, June 14-17, 2015, Portland, OR, USA. New York: ACM Press, 2015: 163-172.
- [12] Cohen M B, Nelson J, Woodruff D P. Optimal approximate matrix product in terms of stable rank[EB/OL]. (2015-07-08)[2021-02-05]. <https://arxiv.org/abs/1507.02268>.
- [13] Dan K. A singularly valuable decomposition: the SVD of a matrix[J]. The College Mathematics Journal, 1996, 27(1): 2-23.
- [14] Dong J, Gigan S, Krzakala F, et al. Scaling up echo-state networks with multiple light scattering[C]//IEEE Statistical Signal Processing Workshop, June 10-13, 2018, Freiburg im Breisgau, Germany. New York: IEEE Press, 2018: 448-452.
- [15] Lin X, Rivenson Y, Yardimci N T, et al. All-optical machine learning using diffractive deep neural networks[J]. Science, 2018, 361(6406): 1004-1008.
- [16] Feldmann J, Youngblood N, Wright C D, et al. All-optical spiking neurosynaptic networks with self-learning capabilities[J]. Nature, 2019, 569(7755): 208-214.
- [17] Hamerly R, Bernstein L, Sludds A, et al. Large-scale optical neural networks based on photoelectric multiplication[J]. Physical Review X, 2019, 9(2): 021032.
- [18] Xu X Y, Huang X L, Li Z M, et al. A scalable photonic computer solving the subset sum problem[J]. Science Advances, 2020, 6(5): eaay5853.
- [19] Huang Y Y, Zhang W J, Yang F, et al. Programmable matrix operation with reconfigurable time-wavelength plane manipulation and dispersed time delay[J]. Optics Express, 2019, 27(15): 20456-20467.
- [20] Zhou T, Lin X, Wu J, et al. Large-scale neuromorphic optoelectronic computing with a reconfigurable diffractive processing unit[J]. Nature Photonics, 2021, 15(5): 367-373.
- [21] 周治平, 许鹏飞, 董晓文. 硅基光电计算[J]. 中国激光, 2020, 47(6): 0600001.
Zhou Z P, Xu P F, Dong X W. Computing on silicon photonic platform[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(6): 0600001.
- [22] 陈宏伟, 于振明, 张天, 等. 光子神经网络发展与挑战[J]. 中国激光, 2020, 47(5): 0500004.
Chen H W, Yu Z M, Zhang T, et al. Advances and challenges of optical neural networks[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(5): 0500004.
- [23] Shen Y, Harris N C, Skirlo S, et al. Deep learning with coherent nanophotonic circuits[J]. Nature Photonics, 2017, 11(7): 441-446.
- [24] Reck M, Zeilinger A, Bernstein H J, et al. Experimental realization of any discrete unitary operator[J]. Physical Review Letters, 1994, 73(1): 58-61.
- [25] Miller D A B. Self-configuring universal linear optical component[J]. Photonics Research, 2013, 1(1): 1-15.
- [26] Buluc A, Kolda T, Wild S, et al. Randomized algorithms for scientific computing (RASC) [EB/OL]. (2021-04-19)[2021-02-09]. <https://arxiv.org/abs/2104.11079>.
- [27] Matthès M W, del Hougne P, de Rosny J, et al. Optical complex media as universal reconfigurable linear operators[J]. Optica, 2019, 6(4): 465-472.
- [28] Popoff S M, Lerosey G, Carminati R, et al. Measuring the transmission matrix in optics: an approach to the study and control of light propagation in disordered media[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(10): 100601.
- [29] Liutkus A, Martina D, Popoff S, et al. Imaging with nature: compressive imaging using a multiply scattering medium[J]. Scientific Reports, 2014, 4: 5552.
- [30] 王歆, 刘红林, 胡晨昱, 等. 基于多波长照明的透过散射介质成像[J]. 光学学报, 2020, 40(16): 1611002.
Wang X, Liu H L, Hu C Y, et al. Transmissive imaging through scattering media based on multi-wavelength illumination[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(16): 1611002.
- [31] 高敬敬, 刘红林, 王歆, 等. 毛玻璃和体散射介质的散射等效性对比研究[J]. 光学学报, 2021, 41(17): 1729002.
Gao J J, Liu H L, Wang X, et al. Comparison of scattering equivalence between ground glass and volume scattering media[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(17): 1729002.
- [32] Hesslow D, Cappelli A, Carron I, et al. Photonic co-processors in HPC: using LightOn OPUs for randomized numerical linear algebra[C]//IEEE Hot Chips 33 Symposium (HCS), August 22-24, 2021, Palo Alto, CA, USA. New York: IEEE Press, 2021.