

基于高  $Q$  值光纤环形谐振腔的布里渊激光器

印蓉, 胡亮\*, 吴龟灵, 陈建平

上海交通大学区域光纤通信网与新型光通信系统国家重点实验室, 上海 200240

**摘要** 受激布里渊散射效应具有窄带增益的特性,是实现低本底噪声激光器的一种有效方式。基于高  $Q$  值光纤环形谐振腔研究低噪声布里渊激光器。通过 Pound-Drever-Hall(PDH) 锁定技术将泵浦光锁定到 8 m 长的单模环形谐振腔中, 可得到与泵浦光相差一个 10.81 GHz 频率的反向传播斯托克斯光。采用相关延迟自外差方法测量斯托克斯光的频率噪声。实验结果表明,基于光纤环形谐振腔的布里渊激光器的阈值为 5.3 mW,在高频部分(频率大于 10 kHz)处,后向斯托克斯光对泵浦光频率噪声的抑制达到 30 dB,接近理论抑制极限(34 dB)。

**关键词** 激光器; 布里渊激光器; 光纤环形谐振腔; 后向斯托克斯光; 布里渊阈值; 频率噪声

中图分类号 TN242

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1914002

Brillouin Laser Based on High  $Q$  Fiber Ring Resonator

Yin Rong, Hu Liang\*, Wu Guiling, Chen Jianping

State Key Laboratory of Advanced Optical Communication Systems and Networks, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

**Abstract** Stimulated Brillouin scattering is an effective way to achieve a laser with low background noise due to its narrowband gain. Based on a high  $Q$  fiber ring resonator, a Brillouin laser with low noise is studied. The pump light is locked into a single-mode ring resonator with a length of 8 m by the Pound-Drever-Hall (PDH) locking technique, and a backward Stokes light with a frequency difference of 10.81 GHz from the pump light is obtained. The frequency noise of the Stokes light is measured by the correlative delay self-heterodyne method. The experimental results show that the threshold of the Brillouin laser based on the fiber ring resonator is 5.3 mW. In the high-frequency part (the frequency is greater than 10 kHz), the backward Stokes light suppresses the frequency noise of the pump light up to 30 dB, which is close to the theoretical suppression limit (34 dB).

**Key words** lasers; Brillouin laser; fiber ring resonator; backward Stokes light; Brillouin threshold; frequency noise

## 1 引言

窄线宽激光器在光纤陀螺<sup>[1-2]</sup>、光学原子钟<sup>[3-4]</sup>和引力波探测<sup>[5]</sup>等领域中有着重要的作用。产生窄线宽激光器的方式有很多,采用 Pound-Drever-Hall(PDH)技术<sup>[6]</sup>将激光器的频率锁定在光学参考腔的谐振频率上是实现超稳激光器的有效解决方案之一。光学谐振腔<sup>[7]</sup>有很多种类,最常用的是超低膨胀(ULE)光学法布里-珀罗(FP)谐振腔,ULE材料制作的光学谐振腔具有超低的膨胀系数和超高的温度稳定度,但ULE谐振腔具有体积庞大和环境敏感等特点<sup>[8]</sup>。利用基于受激布里渊散射效应的布里渊激光器可以对频率噪声进行抑制。为此,Smith等<sup>[9]</sup>提出了全光纤环形布里渊激

光器。该激光器采用光纤耦合器降低光学谐振腔的损耗,并且通过调节耦合器的分光比使得环形谐振腔有最大的泵浦光传输效率。Hill等<sup>[10]</sup>发现环形谐振腔使用的光纤长度越长,得到后向斯托克斯光的输入泵浦光的阈值就越低。Cowle等<sup>[11]</sup>将掺铒光纤加入光纤环形腔中,此时谐振腔中就存在一个掺铒光纤放大器了,进而可以进一步降低损耗和阈值。Yong等<sup>[12]</sup>利用马赫-曾德尔干涉仪制作布里渊光纤环形激光器,该方法使得谐振腔内斯托克斯光的损耗很小。在光纤光学频率传递中,待传递的窄线宽激光器的相位噪声会随着传输距离的增加而增加。受限于光纤的传递距离,在环路带宽内的噪声可通过锁相环技术进行抑制,而在环路带宽外的信号无法进行消除或补偿,累加的噪声

收稿日期: 2022-02-22; 修回日期: 2022-04-02; 录用日期: 2022-04-22

基金项目: 国家自然科学基金(62120106010, 61905143)

通信作者: \*liang.hu@sytu.edu.cn

会降低探测信号的信噪比,进一步限制传递距离。较低的信噪比会使锁相环的锁定更加困难,同时会引入周跳<sup>[13]</sup>。减小光纤累加的高频噪声的一种有效方法是采用低噪声激光器对远端的信号进行“净化”,这就需要一种低噪声激光器,而布里渊激光器具有可移动、低成本和低噪声等优点。

本文采用光纤环形谐振腔<sup>[14]</sup>得到布里渊激光器<sup>[15]</sup>。泵浦光的频率通过PDH稳频技术锁定在光纤环形谐振腔的谐振频率上。泵浦光在光纤环形谐振腔中不断被循环放大,最终可从光纤环形谐振腔的入射端处得到后向斯托克斯光。调节光纤环形腔的长度和偏振态来匹配布里渊频率,使得布里渊频移处于光纤环形腔的谐振频率上<sup>[16]</sup>。因此,泵浦光锁定的同时也有稳定的后向斯托克斯光输出,从而可以得到一个频率稳定的窄线宽布里渊激光器。国外研究中采用了长度为 2 m 的光学环形谐振腔,若采用长度更长的光学谐振腔,则可以抑制热折射效应和提高长期稳定度。因此,本文采用长度为 8 m 的光纤环形腔,该结构有利于抑制热折射效应,并且可以提高 Q 值,实现阈值功率的降低。为保证尽量多的光耦合出光纤环形器并且光纤环形腔内损耗也较小<sup>[16]</sup>,采用的分光比为 95:5,该分光比下光纤环形器处于过耦合状态。本文利用延迟自外差方法<sup>[17]</sup>对激光器的频率噪声进行测量。

## 2 基本原理

在受激布里渊散射<sup>[18]</sup>过程中,当输入泵浦光功率达到一个临界值时,大部分的泵浦光功率会转移到斯托克斯光上<sup>[19]</sup>。该临界输入泵浦光功率被称为布里渊阈值  $P_{th}$ 。当输入泵浦光功率大于阈值时,斯托克斯光强度呈指数增长趋势,并且传播方向和泵浦光传播方向相反。图 1 展示了光纤环形谐振腔中光的传播方向。其中,  $P_p(0)$  为输入泵浦光功率,  $P_s(0)$  为后向斯托克斯光功率,  $P_p(L)$  为光纤环形腔中传输的泵浦光功率,  $P_s(L)$  为光纤环形腔中传输的斯托克斯光功率,  $Z$  为光传输距离,  $L$  为光纤环形腔的总长度。

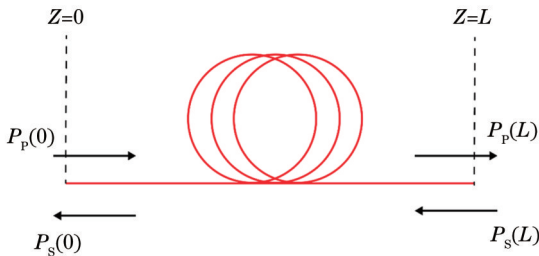


图 1 布里渊光纤环形谐振腔传播示意图

Fig. 1 Schematic diagram of Brillouin fiber ring resonator propagation

布里渊阈值示意图如图 2 所示。实线表示输入泵浦光功率  $P_p(0)$  和后向斯托克斯光  $P_s(0)$  的函数关系,表示自发布里渊散射光到受激布里渊散射光的转变过程。虚线表示输入泵浦光功率  $P_p(0)$  和光纤环形腔中

传输的泵浦光功率  $P_p(L)$  的函数关系:在输入泵浦光功率达到阈值之前曲线呈线性增长趋势,表示此时光纤环形腔中发生了自发布里渊散射;在输入泵浦光功率达到阈值之后,  $P_p(L)$  开始饱和,表示此时光纤环形腔中发生了受激布里渊散射。阈值也可以定义为后向斯托克斯光和比例为  $\mu$  的输入泵浦光功率相等时的输入泵浦光功率,也就是  $P_s(0) = \mu P_p(0)$ ,其中  $\mu$  可以取值为 0.01<sup>[14]</sup>,故  $P_s(0) = \mu P_p(0)$  和实线的交点也可以表示阈值。

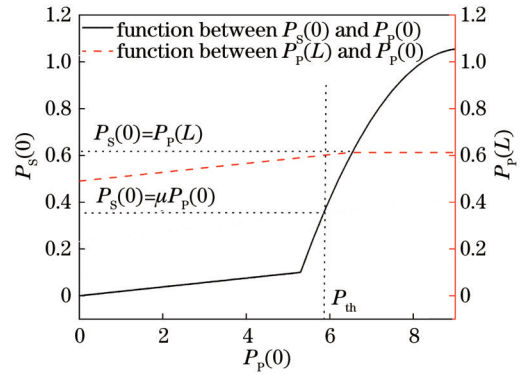


图 2 布里渊阈值示意图

Fig. 2 Schematic diagram of Brillouin threshold

对于低损耗单模光纤,阈值功率<sup>[15]</sup>可以近似表示为

$$P_{th} \approx 21 \frac{A_{eff} L_{eff}}{g_B(v_B)}, \quad (1)$$

式中:  $A_{eff}$  为光纤环形腔的有效截面积;  $L_{eff}$  为长度为  $l$  的光纤的有效作用长度;  $g_B(v_B)$  为峰值增益系数;  $v_B$  为布里渊频移量。  $L_{eff}$  和  $g_B(v_B)$  的表达式为

$$L_{eff} = (1 - e^{-\alpha l}) / \alpha, \quad (2)$$

$$g_B(v_B) = \frac{2\pi n_1 p_{12} K}{c \lambda^2 \rho_0 v_a \Delta v_B}, \quad (3)$$

$$K = \frac{10^{\frac{\eta}{20}}}{1 + 10^{\frac{\eta}{20}}}, \quad (4)$$

式中:  $\alpha$  为光纤的衰减系数;  $n_1$  为光纤纤芯折射率;  $c$  为光在真空中的传播速度;  $\rho_0$  为材料密度;  $p_{12}$  为纵向弹光系数;  $\lambda$  为泵浦波长;  $v_a$  为声速;  $\Delta v_B$  为受激布里渊散射谱宽;  $\eta$  为保偏光纤的消光比。  $K$  取决于  $\eta$  的值,通常  $1/2 \leq K \leq 1$ 。当  $\eta > 20$  dB 时,  $K \approx 1$ 。本文取  $\alpha = 0.18$ ,  $n_1 = 1.46$ ,  $c = 3 \times 10^8$  m/s,  $\lambda = 1550$  nm。

本文采用 PDH 方法,将泵浦光锁定在光纤环形腔的谐振频率上。Debut 等<sup>[21-22]</sup>提出了斯托克斯光和泵浦光相位噪声之间的传输函数。令  $S_0(f)$  和  $\phi_0(f)$  分别表示斯托克斯光和泵浦光的相位噪声,则二者之间的函数关系可以表示为

$$S_0(f) = \frac{-\ln R}{\beta_A - \ln R + i2\pi f} \frac{e^{i\pi f} \sin(\pi f)}{\pi f} \phi_0(f), \quad (5)$$

$$H_1(f) = \frac{-\ln R}{\beta_A - \ln R + i2\pi f}, \quad (6)$$

$$H_2(f) = \frac{e^{i\pi f} \sin(\pi f)}{\pi f}, \quad (7)$$

式中： $R = \alpha_2 \times (1 - |\kappa|^2)$  为腔的反射率，其中  $\alpha_2$  为腔内往返的损耗， $|\kappa|^2$  为从空腔中提取的信号的百分比； $\beta_A = 2\pi\Delta v_B / \Delta v_{FSR}$  为声波阻尼率，其中  $\Delta v_{FSR}$  为光纤环形腔的自由光谱区谱宽。式(5)中相位噪声的传输函数可分为  $H_1(f)$  和  $H_2(f)$  两个部分。相位噪声的传输函数如图 3 所示。可以发现，斯托克斯光对泵浦光频率噪声的抑制大约为  $(34 \pm 1)$  dB。

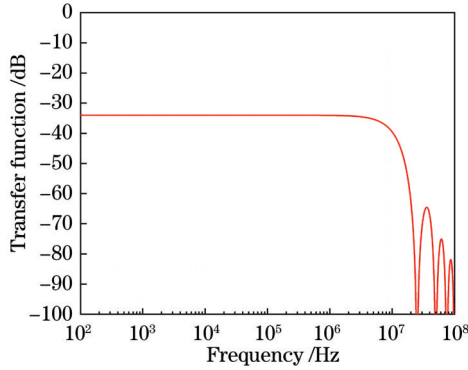


图 3 相位噪声传输函数

Fig. 3 Transfer function of phase noise

光纤中的热折射效应<sup>[23]</sup>会导致相位噪声的出现，因此需要对光纤的热折射效应进行抑制。热折射效应主要是指温度变化改变光纤中的折射率，进而导致光纤中频率产生波动。温度变化方差的热力学方程<sup>[24]</sup>为

$$|u^2| = \frac{kT^2}{\rho CV}, \quad (8)$$

式中： $u$  为谐振腔的温度变化； $k$  为玻尔兹曼常数； $\rho$  为

密度； $C$  为比热容； $V$  为谐振腔的体积； $T$  为谐振腔的温度。谐振腔中由温度变化引起的折射率变化为

$$\delta_n = (dn/dT)u, \quad (9)$$

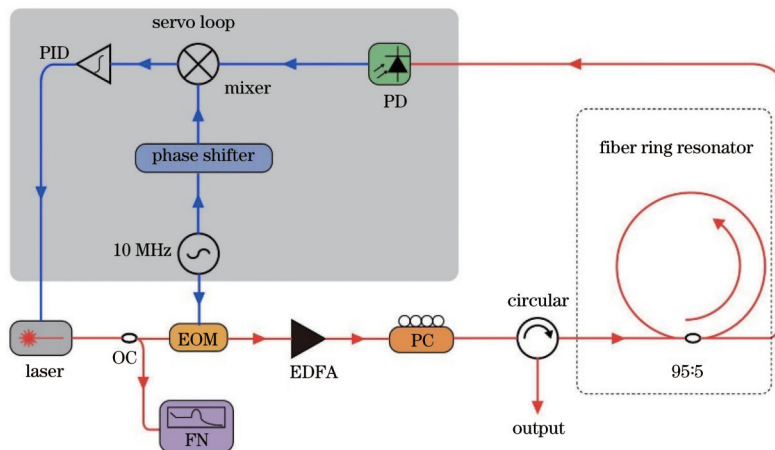
式中： $n$  为折射率。若进入谐振腔的激光的频率为  $\omega_0$ ，频率波动为  $\delta_\omega$ ，则频率波动的表达式为

$$\frac{\delta_\omega}{\omega_0} = -\frac{1}{n} \frac{dn}{dT} \bar{u}, \quad (10)$$

式中： $\bar{u}$  为温度变化的标准差。由式(10)可以看出，谐振腔中温度变化越小，频率波动越小。然而，温度变化和谐振腔的体积有关，谐振腔的长度越长，体积越大，温度变化越小，故此时频率波动也越小。因此，选择长度更长的光学谐振腔可以抑制谐振腔中的热折射效应。

### 3 实验系统与结果

基于受激布里渊散射效应的布里渊激光器和频率噪声测试装置如图 4 所示。本文采用的激光源为丹麦 NKT Photonics 公司生产的 ADJUSTIK E15，中心波长为 1550 nm。激光器发出的激光被光纤耦合器分成两路光信号，一路光信号进行频率噪声探测，另一路光信号经过电光相位调制器(EOM)进行相位调制，相位调制后的激光经过掺铒光纤放大器(EDFA)、偏振控制器(PC)和光环行器(OC)后入射到光学谐振腔中。激光在光学谐振腔中产生的斯托克斯光沿着输入光方向传输。从光学谐振腔的出射端出来的激光会进入光电探测器(PD)中。该激光经光电探测器拍频后可得到微波信号，将该微波信号和加载到电光相位调制器上的微波信号进行混频，可得到一个误差信号。将混频之后得到的误差信号提供给比例积分微分(PID)反馈控制系统，PID 反馈控制系统输出一个控制信号去控制激光器的压电驱动器(PZT)。此时，激光器的频率就锁定到了光学环形谐振腔的谐振频率上。



EOM: electro-optic modulator; PD: photodetector; OC: optical circulator; PID: proportional-integral-differential feedback controller; FN: frequency noise measurement system; PC: polarization controller; EDFA: erbium-doped optical fiber amplifier

图 4 布里渊环形谐振腔稳系统和频率测量实验装置图

Fig. 4 Experimental device of Brillouin ring resonator stabilization system and frequency measurement

使用图 5 所示的相关延迟自外差方法<sup>[17]</sup>来测量相位噪声。光信号经过大小为  $1 \times 2$  的耦合器后被分成两路光信号，一路激光经过偏振控制器(长度为  $L_0$  的

相位延迟)，一路激光经过声光调制器(AOM)。两路光信号经过大小为  $1 \times 2$  的耦合器后被合成为一路光信号，并且经光电探测器拍频后可得到一路微波信号，

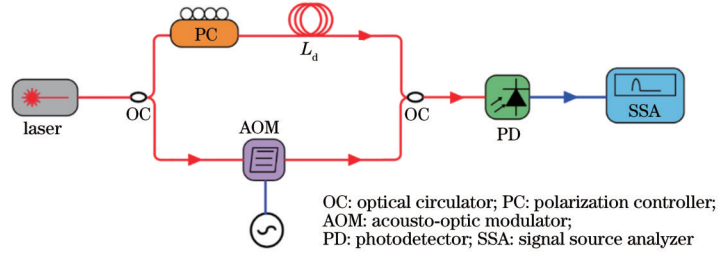


图 5 基于延迟自外差方法的相位噪声测量装置图

Fig. 5 Phase noise measurement device based on delay self-heterodyne method

该微波信号携带的相位噪声信息可以通过信号源分析仪(SSA)分析得到。将偏振控制器放置在一臂上调节,使得光电探测器探测的信号最大。

令频率噪声的功率谱密度为  $S_v(f)$ 、相位噪声的功率谱密度为  $S_\phi(f)$ , 经过图 4 所示的频率噪声测量系统之后, 频率噪声和相位噪声的功率谱密度的关系<sup>[25]</sup>为

$$S_v(f) = \left[ \frac{1}{2\pi\tau_d \text{sinc}(\pi f\tau_d)} \right]^2 S_\phi(f), \quad (11)$$

式中:  $\tau_d$  为光纤延迟线的时间延迟量。利用信号源分析仪可测量出相位噪声的功率谱密度。由式(11)可以看出, 频率噪声的功率谱密度等于相位噪声的功率谱密度除以光纤干涉仪系统的传输函数。

本文采用腔长为 8 m 的光纤环形谐振腔, 该光纤环形谐振腔的自由光谱区的理论值为  $M_{\text{FSR}} = c/(nL) = 25.68 \text{ MHz}$ , 实际测得的自由光谱区为  $M_{\text{FSR}} = 29.69 \text{ MHz}$ 。造成实际自由光谱区大于理论值的原因是光纤环形腔熔接过程中无法保证光纤长度的准确度且光纤折射率也会产生变化。实验测得的该光纤环形谐振腔的出射光强曲线如图 6 所示, 可以发现该光纤环形谐振腔的线宽为  $\Delta\nu = 1.25 \text{ MHz}$ 。根据品质因素表达式  $Q = \nu/\Delta\nu$ <sup>[25]</sup>, 可估计在 1550 nm 波长下该光纤环形谐振腔的 Q 值为  $1.55 \times 10^8$ , 其中  $\nu$  表示光纤环形腔的谐振频率,  $\Delta\nu$  表示光纤环形谐振腔的线宽。

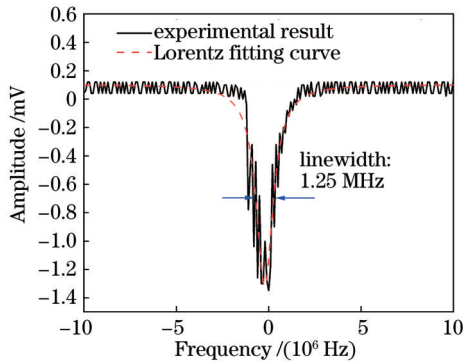


图 6 光纤环形谐振腔的出射光强曲线

Fig. 6 Output light intensity curve of fiber ring resonator

将光纤环形腔返回的后向斯托克斯光和泵浦光进行拍频, 得到两者之间的频率差约为 10.81 GHz, 如图 7 所示。

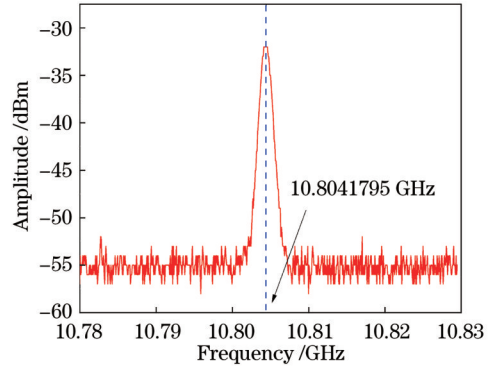


图 7 后向斯托克斯光和泵浦光的频率差

Fig. 7 Frequency difference between backward Stokes light and pump light

进腔的光信号功率大小和返回的斯托克斯光功率大小之间的关系如图 8 所示。从实验结果中可以看出, 光纤环形腔的受激布里渊散射的阈值光功率约为 5.3 mW, 转换效率为 29%。然而, 随着输入泵浦光功率的增大, 转换效率在不断减小, 直到达到二阶斯托克斯光的阈值光功率为 45 mW。三阶斯托克斯光的阈值光功率约为 65 mW。Loh 等<sup>[16]</sup>采用的光学环形谐振腔的 Q 值为  $1.7 \times 10^8$ , 因此最大光转换效率为 45%。Zhang 等<sup>[26-27]</sup>对布里渊泵浦功率与转换效率的关系进行了实验研究, 研究表明, 阈值功率与转换效率、光纤长度和输出耦合比有关。本文光转换效率较低的一个原因是输出的斯托克斯光没有落在布里渊增益谱的最大值上。

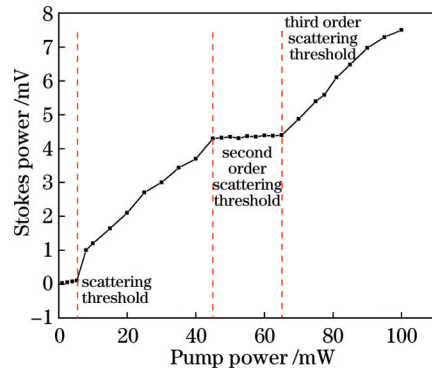


图 8 受激布里渊散射的阈值测试结果

Fig. 8 Threshold test results of stimulated Brillouin scattering

为了表征布里渊激光器频率噪声的抑制效果,本文采用相关延迟自外差方法<sup>[17]</sup>测量自由运转的泵浦光、PDH 稳频后得到的泵浦光和后向斯托克斯光的频率噪声,如图 9 所示。后向斯托克斯光对泵浦光频率噪声在 10 kHz~30 MHz 高频部分的抑制达到 30 dB 左右,抑制后的本振线宽<sup>[25]</sup>为  $\Delta\nu_L = \pi h_0 = 2.1$  Hz,其中  $h_0$  为激光中高斯白噪声的频率。实验结果与理论结果相符。Loh 等<sup>[16]</sup>验证了后向斯托克斯光在 10~500 kHz 的高频部分对频率噪声有 30 dB 的抑制效果。然而,采用更长的光纤环形腔有利于进一步抑制热折射效应,进而提高激光器的长期稳定度。

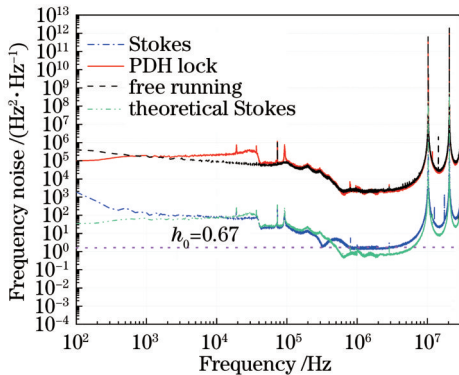


图 9 频率噪声测量结果

Fig. 9 Frequency noise measurement results

## 4 结 论

设计实现了基于 PDH 稳频技术的布里渊激光器系统。通过将泵浦光的频率锁定在光纤环形谐振腔上,基于受激布里渊散射效应产生了一个频率稳定、线宽极窄的布里渊激光器。通过相关延迟自外差方法验证了布里渊激光器对频率噪声的抑制,该抑制可达到 30 dB。采用更长的光学谐振腔有利于进一步抑制热折射效应,提高激光器的长期稳定度。

所设计的激光器的光转换效率较低是因为后向散射光未锁定在布里渊增益谱的最大值上。因此,后续工作可以围绕光纤环形腔谐振频率和布里渊增益谱最大值的同时锁定展开。可以将此布里渊激光器与光学频率传递应用相结合,光学频率传递系统利用光纤将本地端的频率信号传递至远端,在此过程中高频段频率噪声会不断增大。因此,可以将该布里渊激光器当作本地端进行光频传递的激光源,或者可以将该套稳频系统接入远端,从而对本地端传递过来的信号进行高频噪声抑制。

### 参 考 文 献

[1] Terrel M A, Digonnet M J F, Fan S H. Resonant fiber optic gyroscope using an air-core fiber[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2012, 30(7): 931-937.  
 [2] Gad M, Yevick D, Jessop P. High sensitivity ring resonator gyroscopes[J]. *Fiber and Integrated Optics*, 2011, 30(6): 395-410.

[3] Campbell S L, Hutson R B, Marti G E, et al. A Fermi-degenerate three-dimensional optical lattice clock[J]. *Science*, 2017, 358(6359): 90-94.  
 [4] Ludlow A D, Boyd M M, Ye J, et al. Optical atomic clocks[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2015, 87(2): 637-701.  
 [5] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(6): 061102.  
 [6] Drever R W P, Hall J L, Kowalski F V, et al. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator[J]. *Applied Physics B*, 1983, 31(2): 97-105.  
 [7] 姚波, 陈群峰, 陈雨君, 等. 基于超稳腔 PDH 稳频的 280 mHz 线宽 DBR 光纤激光器[J]. *中国激光*, 2021, 48(5): 0501014.  
 Yao B, Chen Q F, Chen Y J, et al. 280 mHz linewidth DBR fiber laser based on PDH frequency stabilization with ultrastable cavity[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(5): 0501014.  
 [8] Leibrandt D R, Thorpe M J, Notcutt M, et al. Spherical reference cavities for frequency stabilization of lasers in non-laboratory environments[J]. *Optics Express*, 2011, 19(4): 3471-3482.  
 [9] Smith S P, Zarinetchi F, Ezekiel S. Narrow-linewidth stimulated Brillouin fiber laser and applications[J]. *Optics Letters*, 1991, 16(6): 393-395.  
 [10] Hill K O, Johnson D C, Kawasaki B S. CW generation of multiple Stokes and anti-Stokes Brillouin-shifted frequencies[J]. *Applied Physics Letters*, 1976, 29(3): 185-187.  
 [11] Cowle G J, Stepanov D Y. Hybrid Brillouin/erbium fiber laser[J]. *Optics Letters*, 1996, 21(16): 1250-1252.  
 [12] Yong J C, Thevenaz L, Kim B Y. Brillouin fiber laser pumped by a DFB laser diode[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2003, 21(2): 546-554.  
 [13] 邓雪. 高精度光纤光学频率传递研究[D]. 西安: 中国科学院国家授时中心, 2020.  
 Deng X. Research on high-precision optical frequency transfer via fiber link[D]. Xi'an: National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, 2020.  
 [14] 胡永奇, 董靖, 黄军超, 等. 利用全光纤环形谐振器实现对单频激光器频率噪声的抑制[J]. *中国激光*, 2015, 42(8): 0802012.  
 Hu Y Q, Dong J, Huang J C, et al. Frequency noise suppression of single-frequency laser by all-fiber ring resonator[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(8): 0802012.  
 [15] 白振旭, 金舵, 丁洁, 等. 布里渊激光器功率突破 20 W[J]. *中国激光*, 2021, 48(21): 2116003.  
 Bai Z X, Jin D, Ding J, et al. The power of Brillouin laser exceeds 20 W[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(21): 2116003.  
 [16] Loh W, Yegnanarayanan S, O'Donnell F, et al. Ultranarrow linewidth Brillouin laser with nanokelvin temperature self-referencing[J]. *Optica*, 2019, 6(2): 152-159.  
 [17] Okoshi T, Kikuchi K, Nakayama A. Novel method for

- high resolution measurement of laser output spectrum[J]. *Electronics Letters*, 1980, 16(16): 630-631.
- [18] 吴星亮, 宋盈盈, 张晓程, 等. 布里渊动态光栅的研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(7): 0700004.  
Wu X L, Song Y Y, Zhang X C, et al. Review of Brillouin dynamic grating[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(7): 0700004.
- [19] Beugnot J C, Sylvestre T, Alasia D, et al. Complete experimental characterization of stimulated Brillouin scattering in photonic crystal fiber[J]. *Optics Express*, 2007, 15(23): 15517-15522.
- [20] G. P. 阿戈沃. 非线性光纤光学[M]. 胡国维, 黄超, 译. 天津: 天津大学出版社, 1992: 287-314.  
Agrawal G P. *Nonlinear fiber optics*[M]. Hu G W, Huang C, Transl. Tianjin: Tianjin University Press, 1992: 287-314.
- [21] Debut A, Randoux S, Zemmouri J. Linewidth narrowing in Brillouin lasers: theoretical analysis[J]. *Physical Review A*, 2000, 62(2): 023803.
- [22] Debut A, Randoux S, Zemmouri J. Experimental and theoretical study of linewidth narrowing in Brillouin fiber ring lasers[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2001, 18(4): 556-567.
- [23] Wanser K H. Fundamental phase noise limit in optical fibres due to temperature fluctuations[J]. *Electronics Letters*, 1992, 28(1): 53-54.
- [24] Gorodetsky M L, Grudinin I S. Fundamental thermal fluctuations in microspheres[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2004, 21(4): 697-705.
- [25] Sebastian A. Noise dynamics in multi-Stokes Brillouin laser[D]. Rennes: Université de Rennes 1, 2020.
- [26] Zhang P P, Hu S L, Chen S Y, et al. A high-efficiency Brillouin fiber ring laser[J]. *Chinese Optics Letters*, 2009, 7(6): 495-497.
- [27] Zhang P P, Yang Y H, Chen S Y. The research on the threshold of Brillouin fiber ring laser[C]//Asia Communications and Photonics Conference and Exhibition, November 2-6, 2009, Shanghai, China. New York: IEEE Press, 2009.