

同心圆偏心误差补偿迭代的相机标定方法

黄臻臻¹, 黄晓梅², 郑莲玉³, 刘柯健⁴, 彭涛¹, 张之江^{1*}¹上海大学特种光纤与光接入网重点实验室, 上海 200444;²上海宇航系统工程研究所, 上海 201108;³上海卫星工程研究所, 上海 200240;⁴上海航天电子技术研究所, 上海 201108

摘要 研究了透视投影对同心圆偏心误差的影响并建立了偏心误差数学模型, 提出一种基于同心圆偏心误差补偿迭代的高精度相机标定方法, 使用基于几何约束的优化算法不断更新同心圆中心投影坐标, 以精确地定位图像中同心圆的控制点投影中心, 从而实现相机高精度标定。实验和仿真结果验证了所提方法在视觉应用中的有效性。与传统方法相比, 所提方法可为计算机视觉和三维重建任务提供更准确的相机标定结果。

关键词 测量; 同心圆; 偏心误差补偿; 几何约束; 相机标定; 迭代优化

中图分类号 TP391 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1912003

Camera Calibration Method for Concentric Circle Eccentricity Error Compensation Iteration

Huang Zhenzhen¹, Huang Xiaomei², Zheng Lianyu³, Liu Kejian⁴, Peng Tao¹, Zhang Zhijiang^{1*}

¹Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200444, China;

²Shanghai Institute of Astronautical Systems Engineering, Shanghai 201108, China;

³Shanghai Satellite Engineering Research Institute, Shanghai 200240, China;

⁴Shanghai Aerospace Electronics Research Institute, Shanghai 201108, China

Abstract This paper established an eccentric error mathematics model based on analysis of the effect of concentric circle eccentricity error caused by perspective projection, and put forward a high-precision camera calibration method based on concentric eccentric error compensation iteration. The method used optimization algorithm based on geometric constraint to constantly update the coordinates of the center projection of concentric circles, so as to achieve high precision camera calibration. Experiments and simulations verify the effectiveness of the proposed method in visual applications. The results show that the proposed method can provide higher precision calibration results for computer vision and three-dimensional reconstruction tasks compared with traditional methods.

Key words measurement; concentric circles; eccentric error compensation; geometric constraint; camera calibration; iterative optimization

1 引言

在视觉测量的光学系统中, 为了获取高精度的三维信息, 通常需要准确估计相机的内部参数和姿态^[1], 因此需要对视觉测量系统进行建模。相机模型描述的是相机将真实三维世界的坐标点映射到二维图像平面

的过程^[2]。标定便是建立相机模型并且获取其参数矩阵的实现方法。获取高精度标定结果在计算机视觉和三维重建中起着至关重要的作用。

目前流行的标定方法通常使用不同形式的目标。基于三维目标的相机标定方法^[3-4]通过三维目标的丰富信息可以获得高精度的标定结果。但是三维目标难

收稿日期: 2022-03-03; 修回日期: 2022-03-19; 录用日期: 2022-04-15

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(61572307)

通信作者: *zjzhang@staff.shu.edu.cn

以加工,尤其是在一些大场景测量的情况下,标定方式更易受空间限制。与三维目标相比,使用二维平面目标^[5-8]的相机标定方法具有更高的灵活性。Zhang^[5]提出的基于二维平面目标的标定方法因其实用性和简单性而得到广泛应用,并且成为了相机标定的黄金标准。

标定算法的性能主要依靠图像特征点的定位精度以及优化算法的效果。文献[9-12]中相继提出了使用迭代更新提取目标特征点的方法用于提取高精度的图像特征点,实现标定图像的非失真校准和正投影变换。然后使用该标准平面定位校准模式控制点,并重新计算相机参数并进行迭代求精,直到收敛,从而得到准确的相机参数。一个有效收敛的迭代算法能在很大程度上改善标定结果。

相机标定研究中通常使用一些平面图案(如棋盘格、二维码、圆形和同心圆)作为校准目标。这些图案模式将圆形和圆环图案作为控制点,比棋盘格角点提取在控制点定位方面具有更稳健和准确的效果^[8-11]。相机采集几何图案时,相机光学系统会呈现非线性失真,由摄影几何原理可知,当倾斜拍摄目标时,圆在图像上会投影为椭圆,其圆心坐标与真实投影坐标存在偏差^[13]。因此,在这种情况下,精确定位控制点是一项非常困难的任务,即使是很小的误差也可能会影响相机标定精度。为了补偿圆目标的偏心误差、提高图像特征点定位精度,Ahn等^[14]详细描述了典型圆形目标相机成像的偏心误差,并给出了完整的数学描述。He等^[15]则通过建立位置畸变模型,完成了偏心误差的数值模拟。魏振忠等^[16]通过一个新的数学模型预测了圆形目标与其透视图像之间的严格关系,该模型可以自动确定圆形目标的面形,并对偏心误差进行补偿。Heikkila和Silven^[17]讨论了偏心误差对摄像机标定的影响,并构建了由几何参数组成的误差修正方程。

本文深入研究了同心圆偏心误差和内外椭圆之间的关系,描述了同心圆内外圆心和椭圆心的投影之间的关系,并建立其偏心误差数学模型。为了进一步提高相机标定精度,本文通过比较同心圆特征点的中心与其真实投影坐标的关系,建立了偏心误差补偿模型,采用几何约束方法对图像上同心圆目标投影中的偏心误差进行修正,并采用迭代计算的方法获取同心圆图像真实投影点坐标,从而更加精确地提取同心圆特征点坐标,最终对相机标定参数进行优化。

2 相机标定原理

相机模型是描述三维世界点与其在相机图像平面上投影关系的一组数学方程。假设图像平面中点的像素齐次坐标用 $x=[u \ v \ 1]^T$ 表示,相应的空间三维点齐次坐标用 $P=[X_w \ Y_w \ Z_w \ 1]^T$ 表示。使用针孔相机模型,则相机成像模型可表示为

$$s x = K [R \ t] P, \quad K = \begin{bmatrix} f_x & \gamma & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: s 为任意比例因子; R 和 t 为相机的外参数,表示

世界坐标系相对于相机坐标系的位置, R 为 3×3 的旋转矩阵, $R=[r_1 \ r_2 \ r_3]$, t 为 3×1 的平移向量; K 为相机的内参矩阵; γ 为图像 u 轴和 v 轴的不垂直因子; f_x 和 f_y 分别为图像像素坐标系下 u 轴和 v 轴的尺度因子; u_0 和 v_0 为相机在 x 和 y 方向上的主点坐标。

当使用平面目标校准设备时,假定平面目标位于世界坐标系中的平面 $Z=0$ 处。因此可以将式(1)表示为

$$s \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = K [r_1 \ r_2 \ r_3 \ t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = K [r_1 \ r_2 \ t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} = H \bar{P}, \quad (2)$$

式中: H 为单应性矩阵; $\bar{P}=[X, Y, 1]^T$ 。

Zhang^[5]通过计算多个校准目标图像之间的单应性矩阵 H ,可以获得内参数和外参数的初始值。相机标定参数的初始值估计并不是最优结果,因为它是通过奇异值分解获得的,奇异值分解通过最小化代数距离计算得到结果,并不具备实际的物理意义,故需对分解结果进行迭代优化以获取精确值。最终的全局优化过程会使用前面得到的相机参数值作为初始值,以特征点重投影误差为约束,重新优化所有相机参数,其目标函数为

$$\sum_i \sum_j \|x'_{ij} - x(K, k, p, R_i, t_i, X'_j)\|^2, \quad (3)$$

式中: x'_{ij} 为第 i 张标定图像中第 j 个标定点的亚像素坐标; $x(K, k, p, R_i, t_i, X'_j)$ 为标定点 X'_j 的重投影坐标值; $k=[k_1 \ k_2 \ k_3]$ 为径向畸变参数; $p=[p_1 \ p_2]$ 为切向畸变参数。通常使用Levenberg-Marquardt算法对此目标函数进行优化^[18]。

标定过程中还需考虑相机光学镜头产生的径向和切向畸变,径向和切向畸变可使用以下表达式进行近似计算^[11-12]:

$$\Gamma(X_d, k, p) = \begin{bmatrix} x_i(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + 2p_1 x_i y_i + p_2(r^2 + 2x_i^2) \\ y_i(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + 2p_2 x_i y_i + p_1(r^2 + 2y_i^2) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中: $[x_i \ y_i]^T$ 为图像像素点的理想成像坐标; $X_d=[x_d \ x_d]^T$ 为图像像素点的实际成像坐标; r 为图像坐标到主点的距离, $r^2=x_i^2+y_i^2$ 。

3 基于同心圆偏心误差补偿迭代优化的相机标定方法

3.1 基于几何约束的同心圆中心坐标误差补偿方法

3.1.1 同心圆偏心误差模型

根据Ahn等^[14]的研究工作,相机透视投影导致成像平面和圆形目标平面彼此不平行,圆形成像为椭圆,椭圆中心与圆形目标的真实投影中心存在偏差,称为偏心误差。且该误差只与相机成像面和圆形目标面之

间的夹角有关。

同心圆目标中的偏心误差成像原理如图 1(a) 所示。几何约束数学模型如图 1(b) 所示, O 为相机的光学中心, $O-xyz$ 为相机坐标系, C 为同心圆真实圆心, c 为图像平面上同心圆真实圆心的投影。根据图像提取

得到的内外椭圆圆心分别为 c_{in} 和 c_{out} , 它们在同心圆目标平面上的投影分别为 C_{in} 与 C_{out} 。 p 为根据同心圆内外椭圆圆心坐标求得的像面上同心圆的中心坐标。根据视图几何原理, c 与 p 会存在一定的偏差, 偏移量 $\Delta p = |c - p|$ 即为偏心误差。

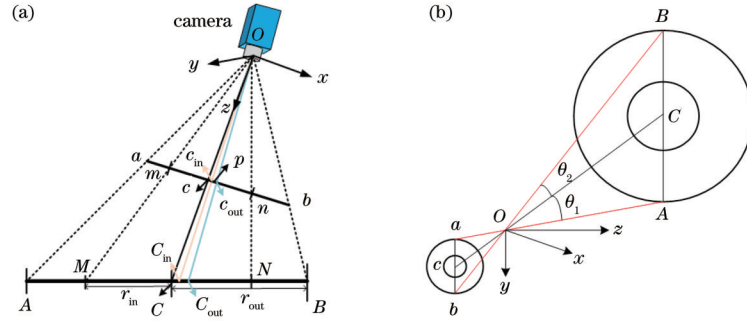


图 1 同心圆偏心误差模型及几何约束模型图。(a)同心圆偏心误差数学模型;(b)几何约束数学模型

Fig. 1 Concentric circle eccentricity error model and geometric constraint model diagram. (a) Mathematical model of concentric circle eccentricity error; (b) geometric constraint mathematical model

3.1.2 基于几何约束的同心圆投影中心求解

设同心圆的外圆直径为 \overline{AB} , 内圆直径为 \overline{MN} 。 a 、 b 、 m 和 n 分别为点 A 、 B 、 M 、 N 在像平面上的投影点。针对过同心圆靶标中心的外圆直径 \overline{AB} , 建立几何约束的数学模型, 如图 1(b) 所示。 \overline{OA} 与 \overline{OC} 之间的夹角为 θ_1 , \overline{OB} 与 \overline{OC} 之间的夹角为 θ_2 。 根据余弦定理可以得到如下关系:

$$\begin{cases} r_{out}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OC}^2 - 2\overline{OA} \cdot \overline{OC} \cos \theta_1 \\ r_{out}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 - 2\overline{OB} \cdot \overline{OC} \cos \theta_2 \\ 4r_{out}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 - 2\overline{OA} \cdot \overline{OB} \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}, \quad (5)$$

式中: r_{out} 为同心圆的外圆半径, 本文中为已知量。 根据式(5)可以得到距离 \overline{OC} :

$$\overline{OC} = \frac{\sqrt{2} r \sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sqrt{3 - 2\cos 2\theta_1 - 2\cos 2\theta_2 + [\cos 2(\theta_1 + \theta_2)]}}, \quad (6)$$

式中: θ_1 和 θ_2 在相机坐标系下的角度值可以由点 A 、 B 和 O 的图像坐标与相机内参矩阵得到, 即

$$\begin{cases} \theta_1 = \arccos\left(\frac{\overline{OA} \cdot \overline{OC}}{|\overline{OA}| |\overline{OC}|}\right) \\ \theta_2 = \arccos\left(\frac{\overline{OB} \cdot \overline{OC}}{|\overline{OB}| |\overline{OC}|}\right) \end{cases}, \quad (7)$$

式中: $\overline{OA} = [(x_A - u_0)/f_x, (y_A - v_0)/f_y, 1]$, (x_A, y_A) 为点 A 的坐标; $\overline{OB} = [(x_B - u_0)/f_x, (y_B - v_0)/f_y, 1]$, (x_B, y_B) 为点 B 的坐标; $\overline{OC} = [(x_C - u_0)/f_x, (y_C - v_0)/f_y, 1]$, (x_C, y_C) 为点 C 的坐

标; f_x 、 f_y 、 u_0 、 v_0 为相机内参数。

上述公式对于同心圆内圆半径 r_{in} 、 内圆直径 \overline{MN} 同样成立。

由式(5)得到相机光心与同心圆靶标中心的距离 \overline{OC} 的必要条件是需要非常精确地知道真实投影圆心在图像中的位置, 即真实圆心坐标有细微变化, \overline{OC} 距离值都会产生一定的变化^[19]。 从上面的描述可知, 由图像点 A 、 B 和 M 、 N 得出的距离 \overline{OC} 在理论上应该是一致的。

建立距离 \overline{OC} 与同心圆几何约束的模型, 如图 2 (a) 所示。 图 2(b) 显示了经过同心圆中心点附近的点 (0.15 pixel 以内的距离) 与相机光心和同心圆靶标中心的距离的变化关系。 其中曲线 1~3 显示了同心圆靶标中心附近的 3 个随机坐标点的距离与角度之间的变化关系, 曲线 4 则为真实投影中心角度与距离的变化关系。 从图中可以看出同心圆真实投影中心点坐标细微的变化对距离变化的结果影响非常明显。

根据距离 \overline{OC} 这个几何不变量来重新估计投影圆心的真实坐标^[20]。 重新定义距离 \overline{OC} 如下:

$$\overline{OC} = f(C, \theta, E), \quad 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ, \quad (8)$$

式中: E 为椭圆边缘; C 为椭圆圆心坐标; θ 为过中心点的一条与椭圆 E 相交的任意直线与相机坐标系 x 轴相交形成的角度。 若 C 为特征点圆心的真实投影, 则函数 $f(C, \theta, E)$ 必须对每个角度 θ 返回相同的值。 本文利用同心圆的这种几何约束对同心圆真实投影中心坐标进行求解:

$$F(C) = \arg \min \left\{ D_{std, \theta} [f(C_{in}, \theta, E_{in})] + D_{std, \theta} [f(C_{out}, \theta, E_{out})] \right\}, \quad 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ, \quad (9)$$

式中: $D_{std, \theta}(\cdot)$ 代表角度误差的累计方差; E_{in} 为内圆边缘; E_{out} 为外圆边缘; C_{in} 为内圆圆心坐标; C_{out} 为外圆圆心坐标。

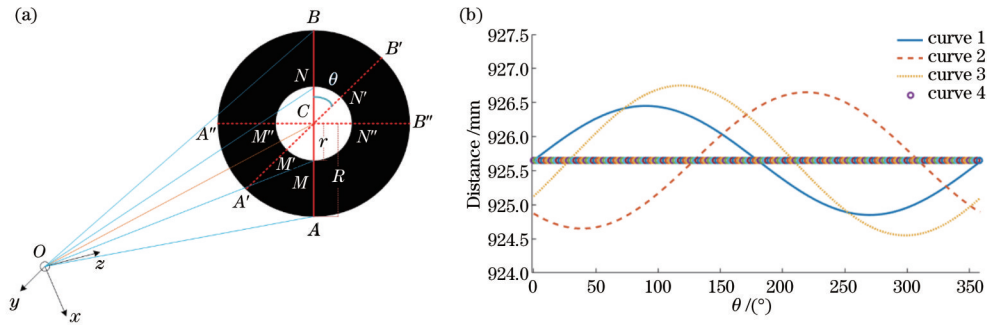


图 2 距离 \overline{OC} 与同心圆中心几何约束模型图。(a)距离 \overline{OC} 与角度 θ 间的几何约束关系;(b)同心圆投影中心附近点坐标的几何约束关系

Fig. 2 Geometric constraint models of distance \overline{OC} and concentric circle center. (a) Geometric constraint relation between distance \overline{OC} and θ ; (b) geometric constraint relation of coordinates near center of concentric circle projection

对于一个给定的椭圆,至少存在一个搜索点 C_0 ,使得 $F(C)$ 的值最小, C_0 即为同心圆中心坐标的真实投影。本文中采用具有自适应学习速率的梯度下降搜索策略^[21],并将内外圆中心均值解作为搜索的初始值。需优化的目标函数具有一定规律,且初始坐标值已接近于全局最优解,因此解也必然是唯一的。

3.2 迭代优化的相机标定方法

在 Zhang 的相机标定法中,影响相机参数标定的主要因素有两个:一个是对成像后的靶标平面特征点像素坐标的高精度提取,另一个是参数优化算法。如第 3.1 节所述,本文采用同心圆靶标进行相机标定,经过投影变换后的同心圆中心并不是其真实投影中心。因此,迭代优化算法需要对同心圆的偏心误差进行补偿。

根据第 3.1.1 节中提出的同心圆偏心误差模型,补偿同心圆偏心误差时需要已知相机的内外参数,而相机标定的目的也是获取这些参数。因此为了更好地解决同心圆靶标上成像特征点坐标定位偏心误差,提高相机标定精度,本文采用迭代计算的方法计算同心

圆图像真实投影点坐标,最终对相机标定参数进行优化。

具体算法流程设计如下:

- 1) 通过求同心圆内外圆心均值的方法求得每一张标定图案中同心圆中心点的亚像素坐标,并使用 Zhang^[5] 相机标定方法得到相机透视投影矩阵的初始值和相机的畸变系数(透视投影矩阵包含相机的内部和外部参数);
- 2) 使用第 3.1.1 节描述的误差模型计算同心圆中心点偏心误差;
- 3) 使用第 3.1.2 节中描述的方法对图像上的每个同心圆中心点坐标进行偏心误差补偿,获得更加精确的中心点坐标;
- 4) 使用步骤 3) 中优化后的靶标中心点坐标更新相机的透视投影矩阵和畸变系数;
- 5) 重复步骤 2)~4),直到相邻两次迭代的偏心误差变化小于阈值或迭代次数达到上限时停止迭代,本文中偏心误差阈值设置为 0.02 pixel,迭代终止次数设置为 10。流程伪代码如图 3 所示。

```

Input :  $(u_{ij}, v_{ij}), (X_{ij}, Y_{ij}, 0), r_{in}, r_{out}$ 
 $(K^{(0)}, D^{(0)}, R, T) = \text{Camera\_calibration}((u_{ij}, v_{ij}), (X_{ij}, Y_{ij}, 0))$ 
 $t \leftarrow (\Delta u_{ij}^{(0)}, \Delta v_{ij}^{(0)}) \leftarrow (0, 0), i = 1, 2, \Lambda, m, j = 1, 2, \Lambda, n$ 
Do
     $(\Delta u_{ij}^{(t+1)}, \Delta v_{ij}^{(t+1)}) = \text{Calculate\_repoints\_error}(K^{(t)}, D^{(t)}, (X_{ij}, Y_{ij}, 0), r_{in}, r_{out})$ 
     $(\hat{u}_{ij}, \hat{v}_{ij}) = (u_{ij}, v_{ij}) + (\Delta u_{ij}^{(t+1)}, \Delta v_{ij}^{(t+1)})$ 
     $(K^{(t+1)}, D^{(t+1)}, R, T) = \text{Camera\_calibration}((\hat{u}_{ij}, \hat{v}_{ij}), (X_{ij}, Y_{ij}, 0))$ 
     $\Delta p = \max \|(\Delta u_{ij}^{(t+1)}, \Delta v_{ij}^{(t+1)}) - (\Delta u_{ij}^{(t)}, \Delta v_{ij}^{(t)})\|$ 
     $t = t + 1$ 
While  $\Delta > T_1$  or iteration  $> T_2$ 
Output :  $K, D$ 
    
```

图 3 基于同心圆中心偏心误差补偿的相机迭代标定算法伪代码

Fig. 3 Pseudo-code of camera iterative calibration algorithm based on concentric circle center eccentricity error

4 实验

为了验证所提出的基于同心圆迭代的高精度相机标定方法及其同心圆圆心定位识别算法的准确性和有效性,本文分别设计了对应的仿真以及真实场景标定实验。所使用的计算机配置为 Inter® Core™ i9-9900 @ 3.10 GHz 的 CPU,内存为 32G,并且使用 OpenCV 和 Matlab 开源工具箱进行仿真。

4.1 偏心误差修正仿真

在本实验中,通过三维建模软件 Blender 模拟相机采集同心圆目标图像的场景,对偏心误差的具体修正结果进行实验。同心圆目标的内圆半径设置为 40 mm,外圆半径设置为 70 mm。虚拟相机的内参数和同心圆目标相对于相机坐标系的外参数设置为:旋转矢量 $R = [-0.20 \ 0.28 \ 0.46]$,平移矢量 $T = [-400.000 \ -0.050 \ 250.000]$,内参数矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2784 & 0 & 1224 \\ 0 & 2784 & 1024 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

通过仿真软件直接获取同心圆的内外边缘轮廓上等间距的 180 个点,结合预设的内外参数矩阵将轮廓点投影到图像平面上,计算获得同心圆的图像投影坐标,分别拟合得到内外椭圆轮廓参数与中心坐标。同时将同心圆目标的几何中心投影到图像平面上。几何中心投影存在需要修正的偏心误差。180 个同心圆目标边界像点及几何中心的投影射线可以通过式(1)确定。对于同心圆目标图像上的内外椭圆边界点,采用文献[22]提出的椭圆拟合方法获得同心圆的内外椭圆中心。然后使用第 3.1 节中提出的基于几何约束的方法计算并补偿同心圆目标的偏心误差。图 4 显示了不同算法下仿真数据的同心圆几何中心定位结果。三角形和圆形点分别代表外椭圆中心和内椭圆中心;菱形点代表通过本文方法获得的同心圆中心;方形点则表示真实投影中心的位置。

从图 4 中可以看出,采用椭圆拟合方法获取的椭圆中心都与真实中心坐标有着一定的偏差,且外椭圆的圆心坐标与真实的中心坐标之间的偏差更大。实验

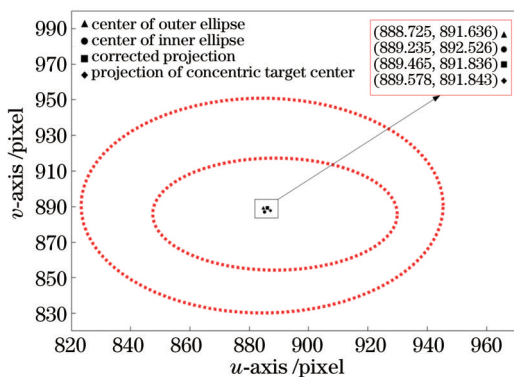


图 4 同心圆偏心误差补偿比较

Fig. 4 Comparison of concentric circle eccentricity error compensation

结果表明,本文提出的方法得到的同心圆中心更接近于同心圆的真实投影中心。

为了进一步证明本文提出的对同心圆偏心误差的补偿性能,在实验过程中对同心圆图像上的 180 个边界点添加均值为 0 的随机高斯噪声,标准差则以 0.1 pixel 的步长从 0 pixel 递增到 1 pixel,并且对于每一个标准差进行 300 次的独立重复实验。经过补偿后的偏心误差如图 5 所示。在噪声逐渐增大时,补偿后的偏心误差随之增大。当噪声的标准差达到 0.5 pixel 时,系统的偏心距误差在 0.1 pixel 左右,本文方法提取的同心圆亚像素边缘精度优于 0.1 pixel,经过补偿后的中心投影坐标接近真实的同心圆投影中心,这也可以说明偏心误差补偿方法具有一定的抗噪作用。

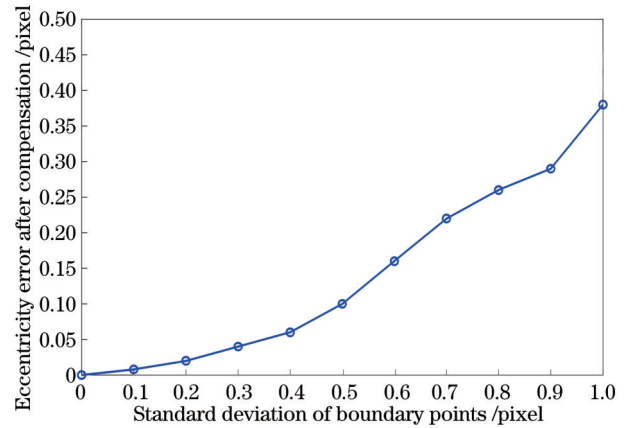


图 5 对边界点添加噪声后的偏心误差补偿结果

Fig. 5 Compensation results of eccentricity error for boundary points after adding noise

4.2 单目相机标定实验

标定实验采用同心圆标定板,以 9×7 的同心圆圆心作为特征点阵列,如图 6 所示。同心圆黑色圆环内的圆半径为 5 mm,外圆半径为 10 mm,相邻圆心之间的间距为 46 mm。标定板的加工精度为 0.01 mm。相机使用大恒图像公司的 MER-502-79U3M 型号相机,分辨率为 $2448 \text{ pixel} \times 2048 \text{ pixel}$ 。相机镜头使用 Kowa 公司的 LM5JC10M 镜头,镜头焦距为 5 mm,采集图像使用 F8 的光圈。

将距离黑色三角形区域最近的同心圆作为同心圆阵列的起始位置进行阵列排序编号,从而通过算法自

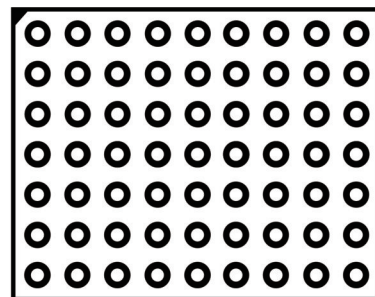


图 6 同心圆标定板图案

Fig. 6 Concentric circle calibration plate pattern

动确定标定板世界坐标系的三维坐标与图像提取特征点之间的对应关系。

圆形目标在图像上的投影为椭圆,真实场景下的图像采集与检测结果如图 7 所示。相机标定过程中,靶标平面与相机成像面要呈不同倾斜夹角摆放,避免

出现病态解^[10]。在实验中,将平面靶标放置在相机视场中的不同位置,使其均匀铺满相机视场,摆放约 20~30 个姿态采集图像,如图 7(a)~(d)所示,标定板到相机的距离为 750~1100 mm。

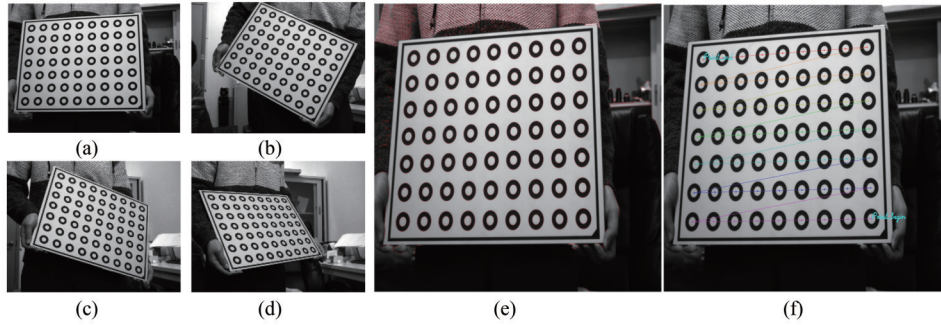


图 7 同心圆平面靶标相机标定。(a)~(d)采集的同心圆靶标图形;(e)同心圆边缘亚像素检测效果;(f)同心圆特征点排序
Fig. 7 Camera calibration of concentric planar target. (a)~(d) Concentric circle target patterns collected; (e) sub-pixel detection effect of concentric circle edge; (f) ordering of concentric circle feature points

本文采用文献[22]的方法来对图 7(a)的同心圆环的内外边缘进行亚像素边缘检测,边缘提取精度优于 0.1 pixel,检测结果如图 7(e)所示。然后通过中心均值的方法求得同心圆中心点的初始像素坐标。图 7(f)展示了同心圆亚像素中心点坐标提取并排序的结果,此中心点坐标也将用作相机标定的初始值。图 8 展示了标定过程中同心圆标定板与相机之间的位姿关系。

表 1 两种方法得到的相机内参数、重投影误差与不确定度
Table 1 Camera inner parameters, reprojection error, and uncertainty obtained by two methods

Parameter		Zhang ^[5]	Ours
Focal length	f_x	1462.4185	1464.8232
	f_y	1460.5965	1464.3652
Principal point	u_0	1235.9562	1239.1695
	v_0	1042.6918	1039.2509
Distortion	k_1	0.01660	0.01285
	k_2	0.01790	0.00208
	p_1	-0.00021	-0.00092
	p_2	0.00042	0.00098
	k_3	-0.00015	-0.00020
RMS		0.09	0.03
Uncertainty	U_{f_x}	1.0860	0.5230
	U_{f_y}	1.0860	0.4890
	U_{u_0}	0.6030	0.1560
	U_{v_0}	0.7820	0.1860
	U_{k_1}	0.0045	0.0023
	U_{k_2}	0.0074	0.0030
	U_{p_1}	0.0013	0.0010
	U_{p_2}	0.0011	0.0009
	U_{k_3}	0.0065	0.0060

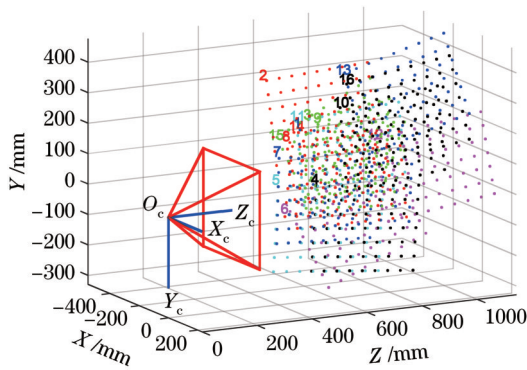


图 8 同心圆平面靶标相机标定

Fig. 8 Camera calibration of concentric planar target

像素点的平均重投影误差值通常是相机标定精度的评价标准^[20],为了验证本文提出的相机标定方法的有效性,将本文提出的方法与 Zhang^[5]的相机标定方法进行比较,表 1 列出了两种方法得到的相机内参标定参数及重投影误差。本文提出的相机标定方法的重投影误差标准偏差为 0.03 pixel,而基于 Zhang 的方法的重投影误差标准偏差为 0.12 pixel。值得注意的是,该方法将校准精度提高了约 4 倍。

通过 Matlab calibration toolbox 工具箱获取相机内参中各个参数在标定过程中的不确定度,如表 1 所示,其中两种方法获得的焦距为 f_x, f_y ,并对主点坐标 u_0, v_0

以及相机畸变参数 k_1, k_2, p_1, p_2, k_3 进行不确定度分析。表 1 中 $U_{f_x}, U_{f_y}, U_{u_0}, U_{v_0}, U_{k_1}, U_{k_2}, U_{p_1}, U_{p_2}, U_{k_3}$ 分别为 $f_x, f_y, u_0, v_0, k_1, k_2, p_1, p_2, k_3$ 的不确定度。

从表 1 中的数据可以明显看出本文相机标定方法

得到的各个参数的不确定度明显优于 Zhang 方法,且本文方法与 Zhang 方法相比, f_x 、 f_y 和 k_1 、 k_2 的不确定度降低了 50% 左右。同时,本文方法得到的主点坐标的不确定度与 Zhang 方法相比在 u 方向上降低了约 74.1%,在 v 方向上降低了约 76.2%。切向畸变参数的不确定度也略优于 Zhang 方法。结果表明,基于本文方法的相机标定方法优于 Zhang 的方法。

4.3 双目相机实验精度测量

为了进一步评估本文提出的相机标定方法的有效性,采用与第 4.2 节实验相同配置的相机与镜头搭建双目测量系统,如图 9(a)所示。左右相机图像采集通过外触发控制实现。两相机之间的基线距离约为

500 mm,测量距离为 750~1100 mm。用于精度验证的碳纤维基准尺两端为编码标记图案,如图 9(b)所示。基准尺上两靶标之间的间距由高精度光学成像仪测量,间距为 916.171 mm,误差为 0.003 mm。

实验采用上述的同心圆标定板,标定板摆放在双目相机的共同视野内,且标定板相对于相机有不同的旋转姿态。双目相机共采集了 25 对同心圆靶标图像,标定用图如图 9(c)所示。通过本文提出的迭代补偿方法进行相机标定,并与 Zhang 标定法进行了对比。表 2 分别列出了通过 Zhang 方法和本文提出的方法标定出的相机内参和两相机之间的位姿参数。

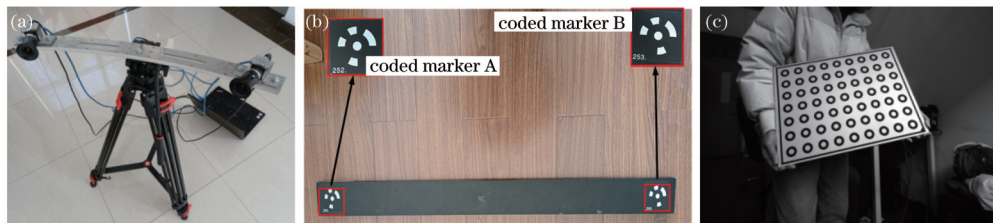


图 9 双目系统精度验证实验。(a)双目实验测量系统;(b)基准尺测量;(c)双目系统标定图像

Fig. 9 Accuracy verification experiment of binocular system. (a) Binocular experimental measurement system; (b) benchmark ruler measurement; (c) binocular system calibration image

表 2 双目相机标定参数校正结果

Table 2 Correction results of binocular camera calibration parameters

Parameter	Before compensation		After compensation	
	Left camera	Right camera	Left camera	Left camera
f_x	1462.128	1459.704	1463.001	1459.795
f_y	1461.765	1459.610	1462.733	1460.001
u_0	1238.685	1232.031	1237.231	1232.050
v_0	1040.992	1047.504	1035.328	1047.042
k_1	0.01134	0.00890	0.00980	0.00330
k_2	-0.00082	0.01330	0.01200	0.04180
p_1	0.000000263	-0.000630000	-0.001000000	-0.000620000
p_2	0.000900	0.001764	0.000400	0.002200
k_3	-0.01510	-0.02700	-0.03300	-0.06400
RMS	0.1256	0.1347	0.0321	0.0286
R	[0.001843 0.942010 -0.001980]		[0.005220 0.939200 -0.003200]	
T	[-460.1710 -0.7764 228.6040]		[-459.2620 -0.7932 227.5350]	
RMS	0.1532		0.0426	

通过将基准尺的测量长度与标准长度进行比较,间接评估整体系统标定的精度。在距双目系统 700~1100 mm 的深度范围内,通过改变基准尺的姿态,进行 30 次的重复测量实验,以评估优化方法的重复性精度。实验中将本文方法与 Zhang 的方法(在标定过程中不进行任何补偿)和 Yang^[23]的方法进行了比较。测量数据与基准尺标准长度数据之间的误差统计结果如表 3 所示。

图 10 显示了测量数据和基准尺标准间距数据的

表 3 基准尺测量数据与标准长度之间的误差统计结果
Table 3 Statistical results of error between measurement data and standard length of base ruler

Method	Zhang's method	Yang's method	Proposed method
Mean	0.1172	0.0828	0.0239
RMS	0.1240	0.0779	0.0268
Maximum	0.1956	0.1360	0.0450

误差分布。图 10 中三条曲线分别对应于使用 Zhang 方法、利用本文提出的迭代补偿方法和使用 Yang 方法进行标定优化的测量误差。使用 Zhang 标定方法的多视觉系统的均方根误差较大,约为 0.1240 mm。使用 Yang 标定方法的多视觉系统均方根误差约为 0.1240 mm。通过本文提出的迭代补偿进行相机标定,提高了系统全局标定精度,使多目视觉系统的均方根误差从 0.1240 mm 减小到 0.0268 mm,且在测量均值与测量误差最大值中均为最优,这说明了本文所提方法能有效提升双目系统的测量精度。

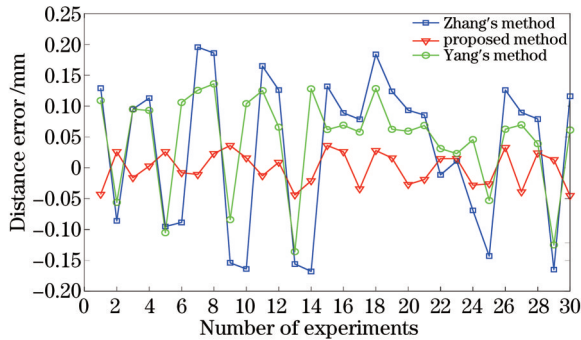


图 10 测量数据与基准尺标准长度数据之间的误差

Fig. 10 Error between measured data and standard data of ruler length

5 结 论

同心圆目标由于其检测精度较高并能适应离焦等优势,在各种视觉解决方案中得到了广泛的应用。提出了一种新的高精度相机标定算法,该算法通过不断迭代补偿同心圆图像特征点的定位精度的方式,提高相机的标定精度。在迭代的过程中采用几何约束的优化算法获得同心圆中心投影的坐标,获得更精确的定位图像中同心圆的控制点投影中心,仿真和实验结果均证明了该方法的有效性和稳定性。与现有技术相比,所提出的算法简单有效,且标定过程中不需要进行复杂的图像变换。实验结果表明,所提出的方法标定出的参数相对于传统算法具有更小的偏差值,标定中心像素坐标的不确定性得到了补偿。所提出的相机标定方法在双目测量应用中也得到了极高的测量精度。因此,所提出的方法在不改变张正友相机平面标定法的操作简易性的基础上极大地提高了相机的标定精度,可为计算机视觉任务提供更准确的相机标定结果。

参 考 文 献

[1] Shirmohammadi S, Ferrero A. Camera as the instrument: the rising trend of vision based measurement [J]. IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, 2014, 17(3): 41-47.
 [2] 石岩青, 常彩霞, 刘小红, 等. 面阵相机内外参数标定方法及进展[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(24): 2400001.

Shi Y Q, Chang C X, Liu X H, et al. Calibration methods and progress for internal and external parameters of area-array camera[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(24): 2400001.
 [3] Tsai R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal on Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323-344.
 [4] Kim J H, Koo B K. Convenient calibration method for unsynchronized camera networks using an inaccurate small reference object[J]. Optics Express, 2012, 20(23): 25292-25310.
 [5] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
 [6] Douxchamps D, Chihara K. High-accuracy and robust localization of large control markers for geometric camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(2): 376-383.
 [7] Ricolfe-Viala C, Sanchez-Salmeron A J. Camera calibration under optimal conditions[J]. Optics Express, 2011, 19(11): 10769-10775.
 [8] Mallon J, Whelan P F. Which pattern? Biasing aspects of planar calibration patterns and detection methods[J]. Pattern Recognition Letters, 2007, 28(8): 921-930.
 [9] Datta A, Kim J S, Kanade T. Accurate camera calibration using iterative refinement of control points [C]//2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops, ICCV Workshops, September 27-October 4, 2009, Kyoto, Japan. New York: IEEE Press, 2009: 1201-1208.
 [10] Nakano K, Okutomi M, Hasegawa Y. Camera calibration with precise extraction of feature points using projective transformation[C]//Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 02CH37292), May 11-15, 2002, Washington, DC, USA. New York: IEEE Press, 2002: 2532-2538.
 [11] 卢晓冬, 薛俊鹏, 张启灿. 基于圆心真实图像坐标计算的高精度相机标定方法[J]. 中国激光, 2020, 47(3): 0304008.
 Lu X D, Xue J P, Zhang Q C. High camera calibration method based on true coordinate computation of circle center[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(3): 0304008.
 [12] 张宏峰, 倪受东, 赵亮, 等. 基于麻雀搜索算法的摄像机标定优化方法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(22): 2215004.
 Zhang H F, Ni S D, Zhao L, et al. Camera calibration optimization method based on sparrow search algorithm [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(22): 2215004.
 [13] 刘子腾, 白瑞林, 王秀平. 视觉标定中圆心投影点精确定位[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(9): 091001.
 Liu Z T, Bai R L, Wang X P. Accurate location of projected circular center in visual calibration[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(9): 091001.
 [14] Ahn S J, Warnecke H J, Kotowski R. Systematic

- geometric image measurement errors of circular object targets: mathematical formulation and correction[J]. *The Photogrammetric Record*, 1999, 16(93): 485-502.
- [15] He D, Liu X L, Peng X, et al. Eccentricity error identification and compensation for high-accuracy 3D optical measurement[J]. *Measurement Science & Technology*, 2013, 24(7): 075402.
- [16] 魏振忠, 张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究[J]. *仪器仪表学报*, 2003, 24(2): 160-164.
Wei Z Z, Zhang G J. A distortion error model of the perspective projection of ellipse center and its simulation [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2003, 24 (2): 160-164.
- [17] Heikkila J, Silven O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction[C]// *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, June 17-19, 1997, San Juan, PR, USA. New York: IEEE Press, 1997: 1106-1112.
- [18] Luhmann T. Close range photogrammetry for industrial applications[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2010, 65(6): 558-569.
- [19] Yoon Y, DeSouza G N, Kak A C. Real-time tracking and pose estimation for industrial objects using geometric features[C]// *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 03CH37422)*, September 14-19, 2003, Taipei, Taiwan, China. New York: IEEE Press, 2003: 3473-3478.
- [20] Cucci D A. Accurate optical target pose determination for applications in aerial photogrammetry[J]. *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2016, III-3: 257-262.
- [21] Li X Y, Orabona F. On the convergence of stochastic gradient descent with adaptive stepsizes[EB/OL]. (2018-05-21)[2021-02-05]. <https://arxiv.org/abs/1805.08114>.
- [22] Gioi R G, Randall G. A sub-pixel edge detector: an implementation of the canny/devernay algorithm[J]. *Image Processing on Line*, 2017, 7: 347-372.
- [23] Yang X L, Fang S P. Eccentricity error compensation for geometric camera calibration based on circular features[J]. *Measurement Science and Technology*, 2014, 25(2): 025007.