

水下悬浮球形藻类粒子群对拉盖尔-高斯 涡旋光束的散射

王明军^{1,2,3*},张佳琳¹,王主玉¹,张华永^{4**}

¹西安理工大学自动化与信息工程学院,陕西西安710048; ²陕西理工大学物理与电信工程学院,陕西汉中723001; ³陕西省智能协同网络军民共建重点实验室,陕西西安710126; ⁴安徽大学电子信息工程学院,安徽合肥230039

摘要 水下信道中存在大量的悬浮藻类粒子,对激光信号传输特性有显著的影响。基于广义Mie理论,建立了水下悬浮 球形藻类粒子对拉盖尔-高斯(LG)涡旋光束的散射模型。首先,数值仿真了单个悬浮球形藻类粒子对LG涡旋光束散射 特性的影响,并计算了粒子半径、束腰半径、涡旋光阶数和拓扑荷数对其微分散射截面的影响。然后,进一步讨论了水下 悬浮球形藻类粒子群对LG涡旋光束微分散射截面的影响。结果表明:对于水下单个悬浮球形藻类粒子,微分散射截面 随粒子半径、涡旋光阶数和束腰半径的增大而增大,随涡旋光拓扑荷数的增大而减小;对于水下悬浮球形藻类粒子群,微 分散射截面随涡旋光阶数和束腰半径的增大而增大,随涡旋光拓扑荷数的增大而减小。 关键词 散射; 广义Mie理论; 拉盖尔-高斯涡旋光束; 微分散射截面; 藻类粒子群

中图分类号 O436.2 **文献标志码** A

DOI: 10.3788/AOS202242.1829001

Scattering of Laguerre-Gaussian Vortex Beams by Underwater Suspended Spherical Algal Particle Swarms

Wang Mingjun^{1,2,3*}, Zhang Jialin¹, Wang Zhuyu¹, Zhang Huayong^{4**}

¹School of Automation and Information Engineering, Xi' an University of Technology, Xi' an 710048, Shaanxi, China;

²School of Physics and Telecommunications Engineering, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723001, Shaanxi, China;

³Shaanxi Civil-Military Integration Key Laboratory of Intelligence Collaborative Networks, Xi' an 710126, Shaanxi, China;

⁴School of Electronic and Information Engineering, Anhui University, Hefei 230039, Anhui, China

Abstract A large number of suspended algal particles exist in the underwater channels, which has a significant impact on the transmission characteristics of laser signals. Therefore, by the generalized Mie theory, a model for the scattering of Laguerre-Gaussian (LG) vortex beams by underwater suspended spherical algal particles is built. Specifically, numerical simulations of the effect of a single suspended spherical algal particle on the scattering characteristics of LG vortex beams are conducted, and the influence of the particle radius, beam waist radius, vortex beam order and topological charge on the differential scattering cross sections of LG vortex beams is calculated. Then, the influence of the underwater suspended spherical algal particle swarms on the differential scattering cross sections of LG vortex beams is further discussed. The results indicate that in the case of a single underwater suspended spherical algal particle, the differential scattering cross section increases with the increase in the particle radius, vortex beam order and beam waist radius, and decreases with the increase is in the particle radius, with the underwater suspended spherical algal particle swarm, the differential scattering cross section increases with the increases with the increase with the increase in the vortex beam. Regarding the underwater suspended spherical algal particle swarm, the

基金项目:国家自然科学基金重大研究计划培育项目(92052106)、国家自然科学基金(61771385)、陕西省杰出青年科学基金(2020JC-42)、固体激光技术重点实验室开放基金(6142404190301)、西安市高校人才服务企业工程项目(GXYD14.26)

通信作者: *wangmingjun@xaut.edu.cn; **hyzhang0905@163.com

收稿日期: 2022-01-18; 修回日期: 2022-03-25; 录用日期: 2022-05-11

decreases with the increase in the topological charge of vortex beams.

Key words scattering; generalized Mie theory; Laguerre-Gaussian vortex beams; differential scattering cross sections; algal particle swarms

1引言

随着海洋资源探索的不断扩大和水下人类活动需 求的增加,激光水下传输技术受到越来越多的关注^[1]。 由于水下信道的复杂性和水下实验设备与技术的限 制,故激光水下传输特性理论的研究起步相对较晚。 1963年, Duntley 等^[2]研究发现, 与激光在大气中传输 时类似,激光在海水中传输时也存在一个"透光窗口", 波长在470~540 nm之间的蓝绿激光在海水中传输时 受到的粒子吸收和散射传输损耗较小,这为人们研究 激光在水下的传输特性提供了突破口。由于海洋信道 的复杂性,故当激光在海水中传输时会受到海洋湍流 和水下悬浮粒子的共同影响。水下蓝绿光传输的衰减 特性主要来自于海洋浮游植物粒子和海洋泥沙粒子的 吸收和散射作用[3]。其中,海洋浮游植物粒子主要为 藻类粒子,在大洋水体中悬浮藻类占主导地位,具有很 强的光散射能力。因此,研究水下悬浮藻类粒子和粒 子群的散射特性对水下蓝绿光传输、激光探测和对潜 通信等领域具有重要意义。

早在1978年, Morton等^[4]研究表明水中的悬浮藻 类可能会吸收和散射光线。2001年, Morel等^[5]对多个 水域的表观光学性质进行了研究,并建立了相应的生 物光学模型,这为后续研究海洋悬浮粒子的散射和吸 收特性建立了理论基础。2006年, Quirantes 等^[6]研究 发现由均匀球形粒子模型计算出的藻类后向散射值比 实际值小。2007年, Svensen等^[7]讨论了细胞大小和细 胞壁对藻类粒子的散射特性的影响。随后,Svensen 等88在之前工作的基础上,进一步研究了不同形状、尺 寸的藻类粒子的散射 Mueller 矩阵。2013年, Lee 等[9] 数值计算了丝状蓝藻的散射特性,并指出理论结果与 实验测量的结果存在一定误差。Lain 等^[10]和俞雪平 等111分别于2014年和2015年利用核壳球理论建立了 不同的悬浮藻类模型。2015年,Heng等^[12]基于T矩阵 和等效涂层球方法建立了多种蓝藻的光学特性模型。 2018年,Lehmuskero等^[13]对微藻的散射特性进行了研 究,并指出微藻的光学特性对海水颜色、水下光分布等 都具有重要的影响。2020年, Wang等^[14]利用偏振光 散射法来研究粒子光散射特性受藻类形态敏感度变化 的影响,研究表明藻类细胞形态对粒子光散射特性有 很大的影响。2021年,贺锦涛等[15]数值计算了5种主 要团聚核壳藻类粒子在蓝绿激光波段中的消光系数、 吸收系数和散射系数随粒子尺寸的变化关系。综上所 述,对藻类粒子的研究目前主要集中在藻类粒子对激 光的散射问题,但关于藻类粒子对涡旋光束散射特性 的研究较少。

涡旋光是一种具有相位奇点和螺旋波前的特殊光场^[16]。在 Allen 等^[17]提出拉盖尔-高斯(LG)光束携带

轨道角动量(OAM)后,由于LG光束在传输过程中, 具有更大的传输容量、更高的传输速率[18]和能够减小 传输信道在传输过程中引起的光束畸变效应^[19],故 LG 光束受到了国内外学者的广泛关注,已被广泛应 用于目标检测^[20]、无线光通信^[21]和粒子操纵^[22]等领域 中。目前关于粒子对LG光束散射特性的研究较少。 2009年, Garbin 等^[23]研究了介电球和金属球对LG光 束的散射,论证了LG光束具有对介电粒子进行位移 检测的潜力。同年,吕宏和柯熙政^[24]研究了具有轨道 角动量的LG光束的空间传输特性和单粒子散射特 性。2012年,赵继芝等^[25]探究了单个球形粒子对LG 光束的散射。同年, Jiang 等^[26]研究了LG光束在轴上 入射均匀球体粒子时的散射。2013年,欧军等[27]数值 计算了LG光束在轴入射椭球粒子的散射特性。2014 年,Kiselev等^[28]利用远场匹配方法研究了LG光束的 粒子近场散射强度分布和相位变化情况。同年,谌娟 等^[29]对LG光束中的圆孔衍射、单缝衍射和方孔衍射 进行了研究。2015年,屈檀等^[30]利用强度矩量分析法 得到了LG光束的波束宽度和发散角,研究了LG光束 对癌细胞的散射特性。2016年,Qu等^[31]对手性球对 LG光束的散射特性进行了研究。2018年,Qu等^[32]研 究了两个相互作用的均匀单轴各向异性球对LG涡旋 光束的电磁散射。2018年,徐强等[33]基于米氏散射理 论,计算了单个均匀球形粒子对LG光束的散射特性。 同年,赵青松等^[34]研究了LG光束的轨道角动量传输 态受单粒子散射的影响情况。2019年,张闹等[35]探讨 了线偏振LG光束对球形粒子的捕获能力。目前关于 粒子对涡旋光束的散射特性研究多是在大气中,而关 于水下粒子对涡旋光束的散射特性研究很少。由于海 水环境比大气环境更复杂,导致激光在海水中传输距 离受限,海水下激光传输具有大容量和高速率的要求, 因此涡旋光束水下传输越来越受到重视。然而,在真 实海水情况下,藻类粒子往往以粒子群的形式存 在[36-37]。因此,在单个悬浮藻类粒子对蓝绿涡旋光散 射特性的基础上,建立悬浮藻类粒子群对蓝绿涡旋光 束的散射模型具有重要意义。

综上所述,目前国内外关于水下悬浮球形藻类粒 子对蓝绿涡旋光束的散射特性的研究还较少,由于悬 浮藻类具有几何形状各异性,故对其进行解析和数值 计算都非常困难。以海水中的悬浮藻类为例,研究水 下悬浮球形藻类粒子对LG蓝绿涡旋光束的散射特 性,利用广义Mie理论,建立了LG蓝绿涡旋光束在海 水下的散射模型,并讨论了LG蓝绿涡旋光束的不同 参数和悬浮粒子半径对散射的影响。同时,考虑了水 下悬浮球形藻类粒子群对LG蓝绿涡旋光束散射的影 响。研究结果为水下单个复杂形态悬浮藻类颗粒或者 随机分布的粒子群涡旋光传输与散射特性的研究提供 研究论文

第 42 卷 第 18 期/2022 年 9 月/光学学报

了理论基础。

2 理论模型

如图1所示,一LG波束沿Oz方向传输。建立直 角坐标系O-xyz,原点O为水下悬浮球形粒子圆心。

设入射LG波束由矢势函数A = Ax描述,其中A满足Helmholtz方程 $\nabla^2 A + k^2 A = 0, k$ 为波数。根据 洛伦兹规范,LG波束的电场强度和磁场强度可表 示为

$$\begin{cases} E = \frac{\mathrm{i}}{\omega_0 \varepsilon \mu} \nabla (\nabla \cdot A) + \mathrm{i} \omega_0 A \\ H = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times A \end{cases}, \qquad (1)$$

式中: ω_0 为束腰中心的半径; ε 为媒质的介电常数; μ 为 媒质的磁导率; μ_0 为真空中的磁导率。



图1 水下单个球形粒子对LG涡旋光散射的示意图

Fig. 1 Schematic diagram of LG vortex light scattering by single spherical particle underwater

函数A可在圆柱坐标系中应用分离变量法求解 Helmholtz方程得到,其旁轴近似解为

$$A = 2E_{0} \sqrt{\frac{1}{(1+\delta_{0l})\pi} \frac{n!}{(n+l)!}} \frac{\omega_{0}}{w(z)} \left[\frac{\sqrt{2} \rho}{w(z)} \right]^{l} L_{n}^{(l)} \left[\frac{2\rho^{2}}{w^{2}(z)} \right] \exp\left[-\frac{\rho^{2}}{w^{2}(z)} 0 \right] \times \exp\left\{ i \left[\frac{k\rho^{2}}{2R(z)} - (2n+l+1)\arctan\left(\frac{z}{z_{R}}\right) \right] \right\} \exp\left(il\varphi\right) \exp\left(ikz\right),$$
(2)

式中:l=0时 $\delta_{0l}=1$, $l\neq0$ 时 $\delta_{0l}=0$; $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$;n为阶数;l为拓扑荷数; φ 为相位角; E_0 为振幅; $z_R=\pi\omega_0^2/\lambda$ 为共 焦参数,其中 λ 为波长; $R(z)=z\Big[1+(z_R/z)^2\Big]$; $w(z)=\omega_0\sqrt{1+(z/z_R)^2}$ 为等相面曲率半径; $L_n^{(\alpha)}(\cdot)$ 为拉盖尔多项 式, α 为不等于负整数的任意实数或负数。拉盖尔多项式可表示为

$$L_{n}^{(\alpha)}(x) = \sum_{k=0}^{n} (n+\alpha)(n+\alpha-1)\cdots(\alpha+k+1) \frac{(-x)^{k}}{k!(n-k)!}$$
(3)

LG光束入射到球形粒子上会被散射,散射电场强度E*和磁场强度H*可由第三类球矢量波函数展开为

$$E^{s} = E_{0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left[c_{mn} M_{mn}^{r(3)}(kR) + d_{mn} N_{mn}^{r(3)}(kR) \right],$$
(4)

$$H^{s} = -i \frac{E_{0}}{\eta} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left[c_{mn} N_{mn}^{r(3)}(kR) + d_{mn} M_{mn}^{r(3)}(kR) \right],$$
(5)

球形粒子内部的电场强度 E**和磁场强度 H**也可用球矢量波函数相应地展开为

$$E^{w} = E_{0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left[e_{mn} M_{mn}^{r(1)}(k'R) + f_{mn} N_{mn}^{r(1)}(k'R) \right],$$
(6)

$$H^{w} = -i \frac{E_{0}}{\eta'} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left[e_{mn} N_{mn}^{r(1)}(k'R) + f_{mn} M_{mn}^{r(1)}(k'R) \right],$$
(7)

式中: $M_{mn}^{r(3)}$ 和 $N_{mn}^{r(3)}$ 为第三类球矢量波函数,其中r(3) 代表第三类球贝塞尔函数; $M_{mn}^{r(1)}$ 和 $N_{mn}^{r(1)}$ 为第一类球矢 量波函数,其中r(1)代表第一类球贝塞尔函数; η 为海 水的特征阻抗; $k' = k\tilde{n}$,其中 \tilde{n} 为球形粒子相对于海水 的折射率; $\eta' = k'/\omega_0\mu$,其中 η' 为球形粒子相对于海水 的特征阻抗; c_{mn} 和 d_{mn} 为散射场的展开系数; e_{mn} 和 f_{mn} 球形粒子內部场的展开系数。

式(4)~(7)中的展开系数可由如下的边界条件和

理论步骤求出。在球形粒子表面(R=R₁,其中R₁为 球形粒子的半径)电磁场强度连续的边界条件可表 示为

$$\begin{cases} R \times (E^{s} + E^{i}) = R \times E^{w} \\ R \times (H^{s} + H^{i}) = R \times H^{w}, \end{cases}$$
(8)

式中: **R**为球形粒子表面的外法向单位矢量; **E**ⁱ和 Hⁱ为入射LG波束的电场强度和磁场强度。式(8)的具体形式为

$$\boldsymbol{R} \times E_{0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left[c_{mn} \boldsymbol{m}_{mn}^{r(3)}(kR_{1}) + d_{mn} \boldsymbol{n}_{mn}^{r(3)}(kR_{1}) \right] + \boldsymbol{R} \times E^{i} \Big|_{R=R_{1}} = \boldsymbol{R} \times E_{0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left[e_{mn} \boldsymbol{m}_{mn}^{r(1)}(k'R_{1}) + f_{mn} \boldsymbol{n}_{mn}^{r(1)}(k'R_{1}) \right],$$
(9)

研究论文

$$R \times E_{0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left[c_{mn} \boldsymbol{n}_{mn}^{r(3)}(kR_{1}) + d_{mn} \boldsymbol{m}_{mn}^{r(3)}(kR_{1}) \right] + R \times i\eta H^{i} \Big|_{R=R_{1}} = R \times E_{0} \frac{\eta}{\eta'} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left[e_{mn} \boldsymbol{n}_{mn}^{r(1)}(k'R_{1}) + f_{mn} \boldsymbol{m}_{mn}^{r(1)}(k'R_{1}) \right]_{0}$$
(10)

已知球面函数 $Y_{mn} = P_n^m(\cos\theta)\exp(im\varphi)$,其中 $P_n^m(\cos\theta)$ 为连带勒让德函数。在此基础上定义球面矢量函数为

$$\boldsymbol{m}_{mn} = \nabla \times (\boldsymbol{R} Y_{mn}) = \left[\operatorname{im} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \boldsymbol{\theta} - \frac{\mathrm{d} P_n^m(\cos \theta)}{\mathrm{d} \theta} \boldsymbol{\varphi} \right] \exp(\mathrm{i} m \boldsymbol{\varphi}), \tag{11}$$

$$\boldsymbol{n}_{mn} = \boldsymbol{R} \nabla Y_{mn} = \left[\frac{\mathrm{d} \mathrm{P}_{n}^{m}(\cos \theta)}{\mathrm{d} \theta} \boldsymbol{\theta} + \mathrm{i} m \, \frac{\mathrm{P}_{n}^{m}(\cos \theta)}{\sin \theta} \boldsymbol{\varphi} \right] \exp(\mathrm{i} m \boldsymbol{\varphi}), \tag{12}$$

式中:θ和φ为球坐标系下的单位矢量。

在式(9)和式(10)两边分别点乘球面矢量函数n-m和m-m并在球粒子表面求面积分,则可得关系式

$$c_{mn}\mathbf{h}_{n}^{(1)}(kR_{1}) - e_{mn}\mathbf{j}_{n}(k'R_{1}) = -\frac{1}{2\pi E_{0}(-1)^{m}n(n+1)\frac{2}{2n+1}} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} E^{i} |_{R=R_{1}} \times \mathbf{n}_{-mn} \cdot \mathbf{R} \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (13)$$

$$d_{mn} \frac{1}{kR_{1}} \frac{d}{d(kR_{1})} \Big[kR_{1} h_{n}^{(1)}(kR_{1}) \Big] - f_{mn} \frac{1}{k'R_{1}} \frac{d}{d(k'R_{1})} \Big[k'R_{1} j_{n}(k'R_{1}) \Big] = - \frac{1}{2\pi E_{0}(-1)^{m+1} n(n+1) \frac{2}{2n+1}} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} E^{i} \Big|_{R=R_{1}} \times \boldsymbol{m}_{-mn} \cdot \boldsymbol{R} \sin \theta d\theta d\varphi,$$
(14)

$$c_{mn} \frac{1}{kR_{1}} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}(kR_{1})} \Big[kR_{1} \mathbf{h}_{n}^{(1)}(kR_{1}) \Big] - e_{mn} \frac{\eta}{\eta'} \frac{1}{k'R_{1}} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}(k'R_{1})} \Big[k'R_{1} \mathbf{j}_{n}(k'R_{1}) \Big] = \frac{-\mathrm{i}}{2\pi E_{0}(-1)^{m+1} n(n+1)} \frac{2}{2n+1} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} \eta H^{\mathbf{i}} \Big|_{R=R_{1}} \times \boldsymbol{m}_{-mn} \cdot \boldsymbol{R} \sin \theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi,$$
(15)

$$d_{mn}\mathbf{h}_{n}^{(1)}(kR_{1}) - f_{mn}\frac{\eta}{\eta'}\mathbf{j}_{n}(k'R_{1}) = \frac{-\mathrm{i}}{2\pi E_{0}(-1)^{m}n(n+1)\frac{2}{2n+1}} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} \eta H^{\mathrm{i}}\big|_{R=R_{1}} \times \mathbf{n}_{-mn} \cdot \mathbf{R}\sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi, \quad (16)$$

式中:j_n(kR)和h_n⁽¹⁾(kR)分别为第一类和第三类球贝塞尔函数。

由式(13)和式(15)可求出 c_{mn}、e_{mn},由式(14)和式(16)可求出 d_{mn}、f_{mn},其中式(13)~(16)右边的球面积分用数 值积分来进行计算。以电场强度为例,面积分的表达式为

$$\int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} E^{i} \times \boldsymbol{m}_{-mn} \cdot \boldsymbol{R} \sin \theta d\theta d\varphi = -\int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} \left[E_{\theta}^{i} \frac{dP_{n}^{-m}(\cos \theta)}{d\theta} + E_{\varphi}^{i}(-m) \frac{P_{n}^{-m}(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] \exp(-im\varphi) \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (17)$$

$$\int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} E^{i} \times \boldsymbol{n}_{-mn} \cdot \boldsymbol{R} \sin \theta d\theta d\varphi = \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} \left[E_{\theta}^{i}(-m) \frac{P_{n}^{-m}(\cos \theta)}{\sin \theta} - E_{\varphi}^{i} \frac{dP_{n}^{-m}(\cos \theta)}{d\theta} \right] \exp(-im\varphi) \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (18)$$

式中: E^{i}_{θ} 为球坐标系下入射电场强度在 θ 方向的分量; E^{i}_{φ} 为球坐标系下入射电场强度在 φ 方向的分量。

粒子的微分散射截面的定义[38]为

$$\sigma(\theta,\varphi) = \lim_{R \to \infty} 4\pi R^2 \left| \frac{E^*}{E^i} \right|^2, \qquad (19)$$

由第三类球矢量波函数在*kR*→∞时的渐近表达 式可得到单个粒子的微分散射截面,其表达式为

$$\sigma(\theta,\varphi) = \frac{\lambda^2}{\pi} \Big(\big| T_1(\theta,\varphi) \big|^2 + \big| T_2(\theta,\varphi) \big|^2 \Big), \quad (20)$$

式中: $T_1(\theta,\varphi)$ 和 $T_2(\theta,\varphi)$ 的表达为

式中:E[®]和E[®]分别为散射场强度和入射场强度。

$$T_{1}(\theta,\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} (-\mathrm{i})^{n} \left[c_{mn} m \frac{\mathrm{P}_{n}^{m}(\cos\theta)}{\sin\theta} + d_{mn} \frac{\mathrm{d}\mathrm{P}_{n}^{m}(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta} \right] \exp(\mathrm{i}m\varphi),$$
(21)

$$T_{2}(\theta,\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} (-\mathrm{i})^{n-1} \left[c_{mn} \frac{\mathrm{d} \mathrm{P}_{n}^{m}(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta} + d_{mn} m \frac{\mathrm{P}_{n}^{m}(\cos\theta)}{\sin\theta} \right] \exp(\mathrm{i}m\varphi)_{\circ}$$
(22)

考虑到实际海洋环境中的悬浮藻类粒子都是以粒子群的形式存在,计算式(19)并统计平均的微分散射截面,其表达式为

$$\langle \sigma_{\rm d} \rangle = \int_{0}^{D} \sigma(\theta, \varphi) W(D) dD$$
, (23)

式中:W(D)为悬浮粒子的粒径分布;D为悬浮球形粒 子半径。考虑到悬浮藻类粒子群服从负幂律指数分 布,W(D)的公式为

$$W(D) = N_0 (D/D_0)^{-s}, \qquad (24)$$

式中:N₀为归一化因子;D₀为参考粒子半径;s为粒径 分布的斜率,对于海洋颗粒物质来说,s一般为2~5,通 常取值为4^[39]。

3 数值结果与分析

在大洋水体中,悬浮粒子主要包括悬浮藻类、泥沙 等微粒,但悬浮藻类占主导地位,具有很强的光散射能 力,是蓝绿激光在海洋信道中传输衰减的主要原因之 一。因此,在下文中,以悬浮球形藻类为代表,对海水 环境中单个悬浮球形藻类粒子和粒子群对LG光束的 散射特性进行研究。

3.1 单个悬浮球形藻类粒子对LG光束的散射

本节数值仿真计算了水下单个悬浮球形藻类粒子 对LG光束的散射特性。若不进行特殊说明,参数取 值为波长为 $\lambda = 532 \text{ nm}$,粒子半径为 $r = 1 \mu m$,粒子折 射率为1.05 - 0.045i,拓扑荷数为l = 1,涡旋光阶数为 n = 0,束腰半径为 $\omega = 5.0\lambda$ 。

图 2展示了当悬浮球形藻类粒子半径r分别为 0.6,0.8,1.0 μm时,微分散射截面的变化情况。由图 2 可知,随着悬浮球形藻类粒子半径的增大,其微分散射 截面越大,对光的散射能力越强,这也符合大粒径粒子 对光的散射越强的物理特性。悬浮球形藻类粒子半径 的变化对微分散射截面随着散射角度的走势有着一定 的影响。

图 3 展示了当 LG 涡旋光束阶数 n 分别取 0,1,2 时,悬浮球形藻类粒子微分散射截面的变化情况。由



图 2 不同的粒子半径对单个悬浮球形藻类粒子微分散射截面 的影响



图 3 可知,随着 LG 涡旋光束阶数的增加,悬浮球形藻 类粒子的微分散射截面在增加,散射强度在增大。这 是 因 为 随着 涡 旋 光 束 阶 数 的 增 大,光 束 宽 度 在 变大^[40]。



图 3 不同的涡旋光阶数对单个悬浮球形藻类粒子微分散射 截面的影响

Fig. 3 Effect of different vortex light orders on differential scattering cross section of single suspended spherical algal particle

图4展示了在LG涡旋光束的阶数和束腰半径保持一致的情况下,当LG涡旋光束的拓扑荷数/取0,1, 2,3时,悬浮球形藻类粒子微分散射截面的变化情况。 可以看出,水下悬浮球形藻类粒子微分散射截面随着 LG涡旋光束拓扑荷数的增加而减小,这是因为随着 LG涡旋光束拓扑荷数的增大,入射光束的中心暗斑 越大,即光束中心的中空面积越大,与粒子的作用面积 越小,这与椭球粒子对LG光束的散射特性一致^[27]。



图 4 不同的涡旋光拓扑荷数对单个悬浮球形藻类粒子微分 散射截面的影响

Fig. 4 Effect of different topological charges of vortex light on differential scattering cross section of single suspended spherical algal particle

图 5 展示了当 LG 涡旋光束的束腰半径 ω 分别取 λ,1.5λ,2.0λ 时,微分散射截面的变化情况。可以发现,随着 LG 涡旋光束腰半径的增大,其微分散射截面 在增大,散射在增强。

3.2 悬浮球形藻类粒子群统计平均对 LG 光束的 散射

本节数值仿真计算了水下悬浮球形藻类粒子群对



图 5 不同的束腰半径对单个悬浮球形藻类粒子微分散射 截面的影响

Fig. 5 Effect of different beam waist radii on differential scattering cross section of single suspended spherical algal particle

LG 光束的散射特性,若不进行特殊说明,参数取值为波 长为 λ =532 nm,粒子折射率为1.05-0.045i,拓扑荷 数为l=1,涡旋光阶数为n=0,束腰半径为 ω =5.0 λ 。

图 6 展示了当 LG 涡旋光束拓扑荷数 /取值为 0, 1,2,3 时,悬浮球形藻类粒子群微分散射截面的变化 情况。可以发现,悬浮球形藻类粒子群的微分散射截 面随涡旋光束的拓扑荷数的增加而减小,与单个悬浮 球形藻类粒子对 LG 涡旋光束的散射类似。



图 6 不同拓扑荷数对悬浮球形藻类粒子群微分散射截面的 影响

Fig. 6 Effect of different topological charges on differential scattering cross section of suspended spherical algal particle swarm

图 7 展示了当LG 涡旋光束阶数 n 取 0,1,2 时,悬 浮球形藻类粒子群微分散射截面的变化情况。可以发 现,随着涡旋光阶数的增加,悬浮球形藻类粒子群的微 分散射截面在增大。

图 8 展示了当 LG 涡旋光束束 腰半径为 λ,1.5λ,2.0λ时,悬浮球形藻类粒子群微分散射截面的 变化情况。可以看出,随着束腰半径的增大,微分散射 截面在减小。

4 结 论

基于广义 Mie 理论,建立了水下悬浮球形藻类粒



- 图 7 不同涡旋光阶数对悬浮球形藻类粒子群微分散射截面的 影响
- Fig. 7 Effect of different vortex orders on differential scattering cross section of suspended spherical algal particle swarm



图 8 不同束腰半径对悬浮球形藻类粒子群微分散射截面的 影响

Fig. 8 Effect of different beam waist radii on differential scattering cross section of suspended spherical algal particle swarm

子对LG蓝绿涡旋光束的散射模型。数值计算了不同 粒子半径、不同束腰半径、不同涡旋光阶数和不同拓扑 荷数影响下LG蓝绿涡旋光束的微分散射截面。研究 结果表明,对于单个悬浮球形藻类粒子,微分散射截面 随着粒子半径、涡旋光阶数和束腰半径的增大而增大, 随涡旋光拓扑荷数的增大而减小。对悬浮球形藻类粒 子群,微分散射截面随涡旋光束腰半径和涡旋光阶数 的增大而增大,随拓扑荷数的增大而减小。在海水信 道中,粒子往往以粒子群形式存在,因此在进行水下涡 旋光传输时,采用低阶、较大的束腰半径和较大的拓扑 荷数的涡旋光可以获得更好的传输质量。由于真实海 洋环境中存在大量不同的粒子,且均以粒子群的形式 存在,故在后续工作中主要研究混合粒子群随机分布 状态下蓝绿涡旋光的散射特性。

参考文献

 Liu X Y, Yi S Y, Zhou X L, et al. Laser-based whitelight source for high-speed underwater wireless optical communication and high-efficiency underwater solid-state lighting[J]. Optics Express, 2018, 26(15): 19259-19274.

第 42 卷 第 18 期/2022 年 9 月/光学学报

研究论文

- [2] Duntley S Q. Light in the sea[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1963, 53(2): 214-233.
- [3] Zhang Y L, Wang Y M, Huang A P, et al. Effect of underwater suspended particles on the transmission characteristics of polarized lasers[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2019, 36(1): 61-70.
- [4] Morton R. A model for light-scattering by algae in water[J]. Mathematical Biosciences, 1978, 40(3/4): 195-204.
- [5] Morel A, Maritorena S. Bio-optical properties of oceanic waters: a reappraisal[J]. Journal of Geophysical Research: Oceans, 2001, 106(C4): 7163-7180.
- [6] Quirantes A, Bernard S. Light-scattering methods for modelling algal particles as a collection of coated and/or nonspherical scatterers[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2006, 100(1/2/3): 315-324.
- [7] Svensen Ø, Frette Ø, Erga S R. Scattering properties of microalgae: the effect of cell size and cell wall[J]. Applied Optics, 2007, 46(23): 5762-5769.
- [8] Svensen Ø, Stamnes J J, Kildemo M, et al. Mueller matrix measurements of algae with different shape and size distributions[J]. Applied Optics, 2011, 50(26): 5149-5157.
- [9] Lee E, Pilon L. Absorption and scattering by long and randomly oriented linear chains of spheres[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2013, 30(9): 1892-1900.
- [10] Lain L R, Bernard S, Evers-King H. Biophysical modelling of phytoplankton communities from first principles using two-layered spheres: Equivalent Algal Populations (EAP) model[J]. Optics Express, 2014, 22 (14): 16745-16758.
- [11] 俞雪平,胡云安,刘亮,等.分层均匀粒子散射特性的 异常衍射近似方法[J].光学学报,2015,35(1):0129002.
 Yu X P, Hu Y A, Liu L, et al. Anomalous diffraction approximation for the scattering properties of stratified homogeneous particles[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35 (1):0129002.
- [12] Heng R L, Sy K C, Pilon L. Absorption and scattering by bispheres, quadspheres, and circular rings of spheres and their equivalent coated spheres[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2015, 32(1): 46-60.
- [13] Lehmuskero A, Chauton M S, Boström T. Light and photosynthetic microalgae: a review of cellular- and molecular-scale optical processes[J]. Progress in Oceanography, 2018, 168: 43-56.
- [14] Wang Y, Dai J C, Liao R, et al. Characterization of physiological states of the suspended marine microalgae using polarized light scattering[J]. Applied Optics, 2020, 59(5): 1307-1312.
- [15] 贺锦涛,王明军,张佳琳.团聚核壳蓝藻粒子的蓝绿激
 光散射和吸收特性研究[J].光学学报,2021,41(17): 1729001.

He J T, Wang M J, Zhang J L. Blue-green laser scattering and absorption properties of agglomerated coreshell cyanobacteria particles[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(17): 1729001.

- [16] Allen L, Padgett M J, Babiker M. IV. the orbital angular momentum of light[J]. Progress in Optics, 1999, 39: 291-372.
- [17] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [18] Krenn M, Fickler R, Fink M, et al. Communication with spatially modulated light through turbulent air across Vienna[J]. New Journal of Physics, 2014, 16(11): 113028.
- [19] 葛筱璐, 王本义, 国承山. 涡旋光束在湍流大气中的光 束扩展[J]. 光学学报, 2016, 36(3): 0301002.
 Ge X L, Wang B Y, Guo C S. Beam broadening of vortex beams propagating in turbulent atmosphere[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(3): 0301002.
- [20] Lin M T, Gao Y, Liu P G, et al. Super-resolution orbital angular momentum based radar targets detection[J]. Electronics Letters, 2016, 52(13): 1168-1170.
- [21] 南久航,韩一平.双路多进制涡旋光通信[J].光学学报, 2021,41(12):1206001.
 Nan J H, Han Y P. Dual-channel multiband vortex optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2021,41 (12):1206001.
- [22] Kai C H, Huang P, Shen F, et al. Orbital angular momentum shift keying based optical communication system[J]. IEEE Photonics Journal, 2017, 9(2): 7902510.
- [23] Garbin V, Volpe G, Ferrari E, et al. Mie scattering distinguishes the topological charge of an optical vortex: a homage to Gustav Mie[J]. New Journal of Physics, 2009, 11(1): 013046.
- [24] 吕宏,柯熙政.具有轨道角动量光束入射下的单球粒子 散射研究[J].物理学报,2009,58(12):8302-8308.
 Lü H, Ke X Z. Scattering of a beam with orbital angular momentum by a single sphere[J]. Acta Physica Sinica, 2009,58(12):8302-8308.
- [25] 赵继芝,江月松,欧军,等.球形粒子在聚焦拉盖尔-高斯光束中的散射特性研究[J].物理学报,2012,61(6):064202.
 Zhao J Z, Jiang Y S, Ou J, et al. Scattering of the focused Laguerre-Gaussian beams by a spherical particle [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(6):064202.
- [26] Jiang Y S, Shao Y W, Qu X S, et al. Scattering of a focused Laguerre-Gaussian beam by a spheroidal particle [J]. Journal of Optics, 2012, 14(12): 125709.
- [27] 欧军,江月松,邵宇伟,等.均匀椭球粒子对拉盖尔-高斯光束的散射特性研究[J].物理学报,2013,62(11):114201.
 Ou J, Jiang Y S, Shao Y W, et al. Scattering of the

Ou J, Jiang Y S, Shao Y W, et al. Scattering of the Laguerre-Gaussian beam by a homogeneous spheroid[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(11): 114201.

- [28] Kiselev A D, Plutenko D O. Mie scattering of Laguerre-Gaussian beams: photonic nanojets and near-field optical vortices[J]. Physical Review A, 2014, 89(4): 043803.
- [29] 谌娟,柯熙政,杨一明.拉盖尔高斯光的衍射和轨道角 动量的弥散[J].光学学报,2014,34(4):0427001.
 Chen J, Ke X Z, Yang Y M. Laguerre-Gaussian beam

第 42 卷 第 18 期/2022 年 9 月/光学学报

研究论文

diffraction and dispersion of the orbital angular momentum[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(4): 0427001.

[30] 屈檀, 吴振森, 韦尹煜, 等. 拉盖尔高斯涡旋光束对生物细胞的散射特性分析[J]. 光学学报, 2015, 35(s1): s129002.

Qu T, Wu Z S, Wei Y Y, et al. Analysis of scattering of Laguerre-Gaussian vortex beam by biological cells[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(s1): s129002.

- [31] Qu T, Wu Z S, Shang Q C, et al. Light scattering of a Laguerre-Gaussian vortex beam by a chiral sphere[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2016, 33 (4): 475-482.
- [32] Qu T, Wu Z S, Shang Q C, et al. Scattering and propagation of a Laguerre-Gaussian vortex beam by uniaxial anisotropic bispheres[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2018, 209: 1-9.
- [33] 徐强,李金刚,王旭,等.拉盖尔高斯光束矢量远场单 球粒子的散射特性[J].中国激光,2018,45(6):0605003.
 Xu Q, Li J G, Wang X, et al. Scattering properties of vectorial far-field Laguerre-Gaussian beam by single spherical particle[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45 (6): 0605003.
- [34] 赵青松,郝士琦,张岱,等.单粒子散射对拉盖尔-高斯 光束轨道角动量的影响[J].光学学报,2018,38(6): 0629001.
 Zhao Q S, Hao S Q, Zhang D, et al. Effect of single-

particle scattering on orbital angular momentum of Laguerre-Gaussian beams[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(6): 0629001.

 [35] 张闹,张波,刘子龙,等.强聚焦拉盖尔-高斯光场中球 形粒子的受力[J].光散射学报,2019,31(3):277-282.
 Zhang N, Zhang B, Liu Z L, et al. Optical forces on a microsphere in the highly focused Laguerre-Gaussian beam[J]. The Journal of Light Scattering, 2019, 31(3): 277-282.

- [36] Quang SangVo, 冯鹏, 米德伶, 等.利用T矩阵模型计算水体中非球形悬浮颗粒物光散射特性[J].光谱学与光谱分析, 2015, 35(10): 2691-2696.
 Sang V Q, Feng P, Mi D L, et al. Research on properties of light scattering for non-spherical suspended particles in water based on T matrix model[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2015, 35(10): 2691-2696.
- [37] 程钊,赵南京,殷高方,等.基于SWTATLD算法的藻类群落离散三维荧光光谱识别方法[J].光学学报,2021,41(14):1430001.
 Cheng Z, Zhao N J, Yin G F, et al. Identification of algae community discrete three-dimensional fluorescence spectrum based on SWTATLD[J]. Acta Optica Sinica, 2021,41(14):1430001.
- [38] (美)石丸.随机介质中波的传播和散射[M].黄润桓, 周诗健,译.北京:科学出版社,1986.
 Ishimaru A. Wave propagation and scattering in random media[M]. Huang R H, Zhou S J, Transl. Beijing: Science Press, 1986.
- [39] Buonassissi C J, Dierssen H M. A regional comparison of particle size distributions and the power law approximation in oceanic and estuarine surface waters[J]. Journal of Geophysical Research: Oceans, 2010, 115 (C10): C10028.
- [40] 屈檀.复杂介质球对矢量有形光束的散射及操控力研究
 [D].西安:西安电子科技大学,2016:134-149.
 Qu T. Scattering and optical forces of complex spherical particles by vector shaped beams[D]. Xi'an: Xidian University, 2016: 134-149.