

# 蝴蝶光束的焦散和波前特性

蔡一鸣<sup>1</sup>,滕厚安<sup>1</sup>,胡俊涛<sup>1</sup>,兰燕平<sup>1</sup>,任志君<sup>1,2</sup>,钱义先<sup>1,2\*</sup> <sup>1</sup>浙江师范大学物理与电子信息工程学院,浙江金华321004; <sup>2</sup>浙江省光信息检测与显示技术研究重点实验室,浙江金华321004

**摘要** 提出并实验产生一种基于衍射突变的新型蝴蝶光束。根据突变理论,该光束的光场结构由状态变量和控制变量 共同构成的势函数所决定。由于蝴蝶突变的高维性,蝴蝶光场的焦散理论上表现为4维空间的超曲面,映射该光场到低 维空间,其展现丰富多样的光场结构。此外,通过操纵控制参数,发现蝴蝶光束能调控成不同的光场结构。研究了蝴蝶 光束的频谱,发现其谱振幅能用多项式形式表示。所得数值模拟结果与实验结果吻合。该光束具有弯曲的传播轨迹和 丰富的光场结构,在波前控制、光学微操纵与生物医学方面有潜在应用。

关键词 物理光学;光场调控;蝴蝶光束;突变理论;焦散 中图分类号 O436 文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1626001

### **Caustics and Wavefronts of Butterfly-Shaped Beams**

Cai Yiming<sup>1</sup>, Teng Houan<sup>1</sup>, Hu Juntao<sup>1</sup>, Lan Yanping<sup>1</sup>, Ren Zhijun<sup>1,2</sup>, Qian Yixian<sup>1,2\*</sup>

 $^{1}$ College of Physics and Electronic Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004,

Zhejiang, China;

<sup>2</sup>Key Laboratory of Researching Optical Information Detecting and Display Technology in Zhejiang Province, Jinhua 321004, Zhejiang, China

**Abstract** A novel butterfly-shaped beam based on diffraction catastrophe is proposed and experimentally generated. According to the catastrophe theory, the light field structures of the beams are defined by the potential function composed of the state and control variables. The caustics of the beams are theoretically manifested as hypersurfaces in four-dimensional space due to the high dimensionality of the control variables, and these beams display diverse light field structures when they are mapped into a low-dimensional space. Furthermore, different light field structures of the beams can be obtained by manipulating the control variables. It is found that the spectral amplitudes of the beams can be expressed as polynomials. The experimental results are in good agreement with the numerical simulation ones. These beams have excellent properties including curved propagation trajectories and various light field structures, which are likely to be applied to wavefront control, optical micromanipulation, and biomedicine.

Key words physical optics; optical field manipulation; butterfly-shaped beams; catastrophe theory; caustics

1引言

1979年,Berry等<sup>[1]</sup>通过求解薛定谔方程得到了一个Airy波包解,但因为其携带无限能量,在实验上无法产生Airy光束。直到2007年,Siviloglou等<sup>[2-3]</sup>将薛定谔方程与波动方程进行类比,利用添加截趾函数将其衰减的方法,成功在实验上产生了Airy光束。Airy光束具有自加速、自弯曲、自愈等独特的光学性质<sup>[3-7]</sup>,

得到了许多学者的广泛研究<sup>[8-10]</sup>,也有许多研究者通过 各种方法产生了许多其他种类的自加速光束<sup>[11-21]</sup>。这 些自加速光束在光学微加工<sup>[22]</sup>、光学微操纵<sup>[23-24]</sup>、光子 弹<sup>[25]</sup>等方面具有广泛的应用。

Airy 光束实际属于突变光束的一种。在突变理论中, Airy 函数的形式与突变类型中的折叠突变<sup>[26]</sup>数学结构相同, Airy 光束的强度分布由 Airy 函数<sup>[3]</sup>决定。此外, 另一种 Pearcey 光束属于尖点突变<sup>[27]</sup>, 其光场分

收稿日期: 2022-01-21; 修回日期: 2022-02-22; 录用日期: 2022-03-10

基金项目:国家自然科学基金(11974314)、浙江省自然科学基金重点项目(LXZ22A040001)、金华市科技局重点项目 (20211043)

通信作者: \*qianyixian@zjnu. edu. cn

布由 Pearcey 函数<sup>[27]</sup>确定,具有传播形式不变<sup>[27]</sup>的光学 特性。上述两种光束都有独特的光场分布和传播特 性,并且有潜在的应用前景。上述光学突变一般也可 以用光学焦散线来描述。光学焦散是光学中一个独特 的现象,它表现在光线聚焦或光强最大的位置。光学 焦散可以用来定制和整形光束,如自加速光束[17.28-30]、 螺旋光束[18]、焦散光束[16,31-32],因此,焦散光学也引起了 学者广泛的关注。折叠型突变和尖点型突变是相对低 维的突变形式,其焦散结构分别表现为点和线。然而, 随着突变维数的增加,即随着控制变量的增加,其焦散 将表现为3维焦散面,甚至为超曲面,其焦散和波前也 变得更加丰富。

本文提出一种新型高维蝴蝶突变光束。由于蝴蝶 突变的高维性,其焦散和波前表现为超曲面。通过将 蝴蝶突变映射到低维空间,推导出低维蝴蝶光束的波 前及焦散表达式。模拟蝴蝶光束波前、焦散及其传播 动力学,且模拟结果与实验结果非常吻合。此外,还研 究了蝴蝶光束的频谱特性,发现其谱振幅均能用多项 式形式表示,这为实验产生蝴蝶光场提供了另一条途 径。由于蝴蝶突变光束的高维性,蝴蝶光束展现多种 多样的空间光场结构,以及具有弯曲的传播特性,这些 奇异的光学特性在波前控制、光学微操纵和微加工等 方面具有潜在的应用价值。

2 理 论

(

根据突变光学理论,结构稳定的突变光场 $C_{n}(a)$ 可以用标准衍射突变积分[33-34]来表示:

$$C_n(a) = \Big|_p \exp\left[ip_n(a,s)\right] ds, \qquad (1)$$

式中:s为状态变量;a为无量纲控制变量;n为状态变 量的级数; $p_{n}(a,s)$ 为光场势函数。光场的具体结构由 其势函数p<sub>a</sub>(a,s)确定,对于状态变量为一维的稳定突 变,其势函数可定义为





$$p_n(a,s) = s^n + \sum_{i=1}^{n-2} a_i s^i,$$
 (2)

式中:n-2代表控制变量的维度d。因此,突变维数 越高,控制变量空间的维度也就越高,相应的焦散就会 呈现出点(d=1)、线(d=2)、面(d=3)、超曲面(d=4)等不同形式。根据突变理论中的高维蝴蝶突变,蝴 蝶光束 $B_{u}(X, Y, Z, W)$ 具体由以下积分定义:  $B_{\mu}(X, Y, Z, W) =$ 

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[i(s^{6} + Ws^{4} + Zs^{3} + Ys^{2} + Xs)\right] ds, \quad (3)$$

式中: $X = x/x_0$ 、 $Y = y/y_0$ 、 $Z = z/z_0$ 、 $W = w/w_0$ 为空间 中的无量纲坐标,分别对应势函数中的控制变量*a*<sub>1</sub>、  $a_2, a_3, a_4, x_0, y_0, z_0, w_0$ 为任意的尺度因子, x, y, z, w为 4维空间中的坐标,对应于突变理论中的4维控制变 量。蝴蝶光束的控制变量维度为4.因此理论上蝴蝶 光束的焦散表现为4维空间的超曲面。因其维度大于 物理3维空间维度,为了产生2维蝴蝶光束,采用降维 方法研究其波前及焦散,具体方法是:将其中的两个变 量设置为常数,剩下的两个变量便可以投影到相应的 2维空间,之后通过积分得到2维蝴蝶光束的光场。为 了方便表示和区分,令X、Y、Z、W分别与 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $a_4$ 相对应,且a(i=1,2,3,4)表示常数。根据不同变量 组合,共得到6种不同的2维蝴蝶光束。具体地,蝴蝶 光场 $B_u(a_1, a_2, Z, W)$ 可表达为  $B_{\mu}(a_1, a_2, Z, W) =$ 

$$\int \exp\left[i(s^{6} + Ws^{4} + Zs^{3} + a_{2}s^{2} + a_{1}s)\right] ds, \qquad (4)$$

式中:a1、a2为任意常数;Z、W为空间坐标。同样地,可 以通过改变不同变量组合,运用式(3)得到不同的2维 蝴蝶光场。图1(a)、(b)分别展示了模拟得到的 B<sub>u</sub>(0,0,Z,W)和B<sub>u</sub>(X,0,Z,0)两种2维蝴蝶光场的 波前强度分布,这里两个常量均设置为零。很显然,由 于高维性,蝴蝶光场展现丰富的结构光场。





图1 2维蝴蝶光场的波前强度分布。(a) B<sub>u</sub>(0,0,Z,W);(b) B<sub>u</sub>(X,0,Z,0) Fig. 1 Wavefront intensity distributions of 2D butterfly-shaped beams. (a)  $B_u(0,0,Z,W)$ ; (b)  $B_u(X,0,Z,0)$ 

$$\frac{\partial p_n(a,s)}{\partial s} = 0, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial^2 p_n(a,s)}{\partial s^2} = 0_{\circ} \tag{6}$$

联立式(5)、(6)并求解得到相应的焦散方程。蝴蝶 光束的势函数为 $p_6(a,s) = s^6 + Ws^4 + Zs^3 + Ys^2 + Xs$ ,

$$\begin{cases} 6s^5 + 4Ws^3 + 3Zs^2 + 2Ys + X = 0\\ 30s^4 + 12Ws^2 + 6Zs + 2Y = 0 \end{cases}$$
(7)

根据式(7),蝴蝶光束的焦散也有4个维度,这是 由蝴蝶光束的控制变量数量决定的。同理,这样的4 维焦散在理论和实际中无法呈现。因此,采用相似的 方法进行降维投影,从3维空间研究其焦散结构。

图 2(a)、(b)分别清晰地展示了3维蝴蝶光场  $B_u(X,0,Z,W)和B_u(X,0,Z,W)$ 的焦散曲面,这里 Y 设为常量, $a_2=0$ 。从图2可以看出,3维蝴蝶光束的光 强聚焦于复杂的曲面上,而不是传统意义上的焦点。图 2(a)表示将3维焦散面再次降维、投影到2维Z-W平面 时的焦散曲线,此时设X为常量,且 $a_1$ 值分别设为-5、0 和5。从3维焦散曲面[图2(a)]可以看到:虚线代表的 焦散曲线正好与图1(a)中的波前强度极大值分布吻合。 相同地,3维焦散曲面[图2(b)]经降维投影也与图1(b) 吻合,这里设W为常量,且a4值分别设为-5、0和5。图 2虽为3维焦散,但表示初始光场焦散,不涉及传播光场 的焦散,这是因为本身光场就呈现为3维形式。

第 42 卷 第 16 期/2022 年 8 月/光学学报



图 2 3维蝴蝶光束的焦散。(a)  $B_u(-5 < a_1 < 5, 0, Z, W)$ ; (b)  $B_u(X, 0, Z, -5 < a_4 < 5)$ Fig. 2 Caustics of 3D butterfly-shaped beams. (a)  $B_u(-5 < a_1 < 5, 0, Z, W)$ ; (b)  $B_u(X, 0, Z, -5 < a_4 < 5)$ 

此外,还可通过调节控制参数 $a_j$ 来获得不同结构 的蝴蝶光场的波前。图 3(a1)~(a3)分别展现了当  $a_4=0, a_3$ 分别等于-3、0和3时2维蝴蝶光场  $B_u(X, Y, a_3, a_4)$ 的波前分布。从图 3(a1)~(a3)可以 看出:当 $a_3=0$ 时 $B_u(X, Y, a_3, a_4)$ 的波前呈现出一个 尖点的形状,与Pearcey光束十分相似;当 $a_3$ 变化时, 尖点出现一定程度的偏转。从光场以及焦散图可以看 出: $a_3$ 的正负影响尖点偏转的方向, $a_3$ 绝对值的大小影 响尖点偏转的程度。图 3中曲线代表相应的焦散线, 其与波前光强极大值分布一致。相似地,图 3(b1)~ (b3)分别展现了当 $a_4=0, a_2$ 分别等于-4、0和4时2 维 蝴蝶光场  $B_u(X, a_2, Z, a_4)$ 的波前分布。从 图 3(b1)~(b3)可以看出:当 $a_2 \neq 0$ 时, $B_u(X, a_2, Z, a_4)$ 波前和焦散呈现两条对称且分离的状态;当 $a_2 = 0$ 时, 其波前和焦散融合成一个整体。

同样地,图4(a)清楚地展示了3维蝴蝶光场  $B_u(X, Y, a_3, a_4 = 0)$ 的焦散曲面,其中点划线、虚线、实 线分别表示当 $a_3 = -3,0,3$ 时,投影到X-Y平面的焦散 曲线,这分别与图3(a1)~(a3)中的波前光强极大值分 布一致。类似地,图4(b)展示了3维蝴蝶光场  $B_u(X, a_2, Z, a_4 = 0)$ 的焦散曲面,其中3条曲线分别表 示当 $a_2 = -4,0,4$ 时投影到X-Z平面的焦散曲线,分别 与图3(b1)~(b3)中的波前光强极大值分布吻合。



图 3 蝴蝶光束的初始光场分布。(a1)~(a3)  $a_4 = 0 \pm a_3 = -3, 0, 3 \text{ tr} B_u(X, Y, a_3, a_4)$ 波前分布;(b1)~(b3)  $a_4 = 0 \pm a_2 = -4, 0, 4$ 时  $B_u(X, a_2, Z, a_4)$ 波前分布

Fig. 3 Initial light field distributions of butterfly-shaped beams. (a1) – (a3)  $B_u(X, Y, a_3, a_4)$  when  $a_4 = 0$  and  $a_3 = -3$ , 0, 3; (b1)–(b3)  $B_u(X, a_2, Z, a_4)$  when  $a_4 = 0$  and  $a_2 = -4$ , 0, 4

## 3 实验结果与分析

实验上利用如图 5 所示的装置产生蝴蝶光束。实验 中使用纯相位调制的反射式空间光调制器 (Holoeye,型号为 Pluto,分辨率为 1920 pixel× 1080 pixel,像元大小为8 μm)。首先,氦氖激光器产生

波长为 632.8 nm 的高斯光束,通过扩束镜和透镜组成 的扩束准直系统,产生 FWHM 为 8.6 mm 的光束。该 光束经过分束镜垂直照射到加载了计算全息图<sup>[37]</sup>的空 间光调制器上,光线反射后产生蝴蝶光束,随后蝴蝶光 束 通 过 一 个 4*f* 系统,由 CCD (Microvision,型号为 MV-EM200C,分辨率为 1600 pixel×1200 pixel,像元



图 4 蝴蝶光束的3 维焦散图。(a)  $a_4 = 0, -3 < a_3 < 3$ 时  $B_u(X, Y, a_3, a_4)$ 光场的3 维焦散; (b)  $a_4 = 0, -4 < a_2 < 4$ 时  $B_u(X, a_2, Z, a_4)$ 光场的3维焦散

Fig. 4 3D caustic surfaces of butterfly-shaped beams. (a) 3D caustic surface of  $B_u(X, Y, a_3, a_4)$  when  $a_4 = 0$  and  $-3 < a_3 < 3$ ; (b) 3D caustic surface of  $B_u(X, a_2, Z, a_4)$  when  $a_4 = 0$  and  $-4 < a_2 < 4$ 

大小为4.4 μm×4.4 μm)在透镜L2后焦面处采集蝴 蝶光场。加载的计算全息图是由蝴蝶光束和平面参考 光干涉而得到。

根据角谱积分的近轴近似<sup>[31]</sup>,2维蝴蝶光场  $B_{u}(X, Y, a_{3}, a_{4}, \xi = 0)$ 的传播可以表示为





$$B_{u}(X, Y, a_{3}, a_{4}, \boldsymbol{\xi}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{B}_{u}(K_{X}, K_{Y}, a_{3}, a_{4}) \exp\left[i(K_{X}X + K_{Y}Y - (K_{X}^{2} + K_{Y}^{2})\boldsymbol{\xi})\right] dK_{X} dK_{Y}, \qquad (8)$$

20

式中: $K_x$ 和 $K_Y$ 分别为X和Y方向的无量纲空间频率;  $\xi$ 为无量纲传播距离; $\tilde{B}_u(K_x, K_Y, a_3, a_4)$ 为 $\xi$ =0时的 角谱。 $\tilde{B}_u(K_x, K_Y, a_3, a_4)$ 的表达式为

 $\tilde{B}_{u}(K_{X}, K_{Y}, a_{3}, a_{4}) = \delta(K_{X}^{2} - K_{Y}) \exp\left[i(K_{X}^{6} + a_{4}K_{X}^{4} + a_{3}K_{X}^{3})\right], \qquad (9)$ 

式中:δ(•)代表狄拉克函数。

图 6(a1)、(b1)、(c1)分别展示了数值模拟的  $B_u(X, Y, a_3, a_4, \xi)$ 光场在传播距离 $\xi = 0, 2, 4$ 时的光 场强度分布,图中曲线分别为对应的焦散线,与光场极 大值分布很好地吻合。图 6(a2)、(b2)、(c2)为当蝴蝶 光场 $B_u(X, Y, a_3, a_4, \xi)$ 在实际传播距离 $\xi_b$ 为0mm、 400mm、800mm的实验结果,这里 $a_3 = a_4 = 0, x_0 = y_0 = \xi_0 = 0.1$ mm。从图 6可以看出,实验结果与理论 预测结果较好地吻合。



图 6  $B_u(X, Y, a_3 = 0, a_4 = 0, \xi)$ 光场强度分布。(a1)~(c1)模拟得到的归一化传播距离  $\xi$ 为 0, 2, 4 时的蝴蝶光场强度分布; (a2)~(c2)实验得到的传播距离  $\xi_b$ 为 0, 400, 800 mm 时的结果

Fig. 6 Light field intensity distributions of  $B_u(X, Y, a_3 = 0, a_4 = 0, \xi)$ . (a1) – (c1) Simulated butterfly-shaped light field intensity distributions for planes of  $\xi = 0, 2, 4$ ; (a2)–(c2) experimental intensity distributions for planes with  $\xi_b$  of 0 nm, 400 nm, and 800 nm

注意到 $B_u(X, Y, a_3, a_4, \xi)$ 在传播过程中逐渐演变 成低维的Pearcey光束,这是由于 $B_u(X, Y, a_3, a_4)$ 的频 谱 与 Pearcey 光 束 的 频 谱  $\tilde{P}_e(K_X, K_Y) = \delta(K_X^2 - K_Y) \exp(iK_X^4)$ +分相似<sup>[27]</sup>。 $B_u(X, Y, a_3, a_4)$ 的频谱可 以表示为 $\tilde{B}_{u}(K_{X}, K_{Y}) = \tilde{P}_{e}(K_{X}, K_{Y}) \exp[i(K_{X}^{6} + a_{4}K_{X}^{4} - K_{X}^{4} + a_{3}K_{X}^{3})]_{o}$ 因此,  $B_{u}(X, Y, a_{3}, a_{4})$ 经传播 后的光场可以表示为

$$B_{u}(X, Y, a_{3}, a_{4}, \boldsymbol{\xi}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{P}_{e}(K_{X}, K_{Y}) \exp(i\phi) \exp\{i[K_{X}X + K_{Y}Y - (K_{X}^{2} + K_{Y}^{2})\boldsymbol{\xi}]\} dK_{X} dK_{Y}, \qquad (10)$$

式中: $\phi = K_x^6 + a_4 K_x^4 - K_x^4 + a_3 K_x^3$ 。从式(10)可以发现  $B_u(X, Y, a_3, a_4, \xi)$ 在传播后可以表示成 Pearcey 光束乘上一个额外的相位项,这意味着  $B_u(X, Y, a_3, a_4, \xi)$ 的传播场最终演化成为 Pearcey 光束。然而,它们在本质上是不同的,因为蝴蝶光束表现为高维的蝴蝶突变,Pearcey 光束表现为低维的尖点突变。其他形式的蝴蝶光束在传播过程中各自具有不同的传播特性,因篇幅有限,这里并没有详细展开阐述。

从频谱表达式中可以得出:频谱振幅 $\delta(K_x^2 - K_y)$ 满 足 $K_y = K_x^2$ 的抛物线分布,因此可以将式(10)进行简化:  $B_u(X, Y, a_3, a_4, \xi) =$ 

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[i\left(r^{6}+T_{4}r^{4}+T_{3}r^{3}+T_{2}r^{2}+T_{1}r\right)\right]dr,$$
 (11)

式中: $r = K_x$ ; $T_1 = X$ 、 $T_2 = Y - \xi$ 、 $T_3 = a_3$ 、 $T_4 = a_4 - \xi$ 分别对应控制参数空间的4个维度。显然,与式(3) 类似,传播场[式(11)]可以看作非标准蝴蝶衍射突变 积分函数。将非标准势函数与式(5)、(6)联立,并令  $a_3 = a_4 = 0$ ,同理可以得到 $B_u(X, Y, 0, 0, \xi)$ 光场在传 播过程中的焦散变化。图7展示了 $B_u(X, Y, a_3, a_4, \xi)$ 光场在传播过程中的3维焦散图。图7中点划线代表 初始焦散线,虚线、实线分别为传播距离 $\xi$ 为2和4的焦 散线,分别与图6中的模拟的波前极大强度分布和实验 结果一致。从图7可以看出,初始位置时焦散表面由两 片独立且共用一条焦散曲线的曲面组成,随着光场传 播,这两个表面逐渐缠绕交叉,最后这两个表面再次分 离并恢复成原来的独立的两片曲面,但方向恰好相反, 类似于 Pearcey 光束的传播<sup>[27]</sup>。这类焦散光束沿着加速的曲线传播,这一特性将在人工加速光束的设计和构建中具有潜在的应用价值。



图 7  $B_u(X, Y, a_3, a_4, \xi)$ 光场的传播焦散 Fig. 7 Caustics of  $B_u(X, Y, a_3, a_4, \xi)$  during propagation

 $B_u(X, Y, a_3, a_4)$ 光束的频谱振幅满足 $K_Y = K_x^2$ 的 抛物线分布,主要由式(9)决定,同时其相位满足6次 方相位分布。不同类型的蝴蝶光束的振幅和相位呈现 出不同的形式。 $B_u(X, a_2, a_3, W)$ 和 $B_u(a_1, Y, Z, a_4)$ 光 束频谱的表达式分别为

$$\begin{split} \bar{B}_{u}(K_{X}, a_{2}, a_{3}, K_{W}) &= \delta(K_{X}^{4} - K_{W}) \exp(iK_{X}^{6}), (12) \\ \tilde{B}_{u}(a_{1}, K_{Y}, K_{Z}, a_{4}) &= \frac{1}{|2K_{Y}^{1/2}|} \left[ \delta(|K_{Y}|^{3/2} - K_{Z}) \exp(iK_{Y}^{3}) + \delta(-|K_{Y}|^{3/2} - K_{Z}) \exp(iK_{Y}^{3}) \right], (13) \end{split}$$

式中: $K_z 和 K_w 分别为对应的 Z 和 W 方向的无量纲空间频$  $率;<math>a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 0$ 。可以发现: $B_u(X, Y, a_3, a_4)$ 、  $B_u(X, a_2, a_3, W)$ 和 $B_u(a_1, Y, Z, a_4)$ 光束分别满足 2次 方、4次方和 3/2次方的振幅分布,每种蝴蝶光束都具 有独特的频谱,这也为从频谱角度产生蝴蝶光束提供 了理论依据。图 8(a1)~(c1)展示了 $B_u(X, Y, a_3, a_4)$ 、



图 8 频谱分布。(a1)~(c1)模拟的 B<sub>u</sub>(X, Y, a<sub>3</sub>, a<sub>4</sub>)、B<sub>u</sub>(X, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>, W)和 B<sub>u</sub>(a<sub>1</sub>, Y, Z, a<sub>4</sub>)光束的频谱强度分布图;(a2)~(c2)图 8 (a1)~(c1)对应的模拟频谱相位分布图;(a3)~(c3)图 8(a1)~(c1)对应的实验结果

Fig. 8 Spectrum distributions. (a1) – (c1) Numerical spectrum intensity distributions of  $B_u(X, Y, a_3, a_4)$ ,  $B_u(X, a_2, a_3, W)$ , and  $B_u(a_1, Y, Z, a_4)$ ; (a2)–(c2) numerical spectrum phase distributions corresponding to Figs. 8(a1)–8(c1); (a3)–(c3) experimental results corresponding to Figs. 8(a1)–8(c1)

 $B_{u}(X, a_{2}, a_{3}, W)$ 和 $B_{u}(a_{1}, Y, Z, a_{4})$ 光场在谱空间的模 拟光强分布,图8(a2)~(c2)为相应的谱相位分布,图8 (a3)~(c3)为相应的实验结果。可以看出实验结果和 理论预测结果较好地吻合。

## 4 结 论

基于突变理论,利用标准衍射突变积分表达式导 出高维蝴蝶光束的焦散和波前。由于蝴蝶突变具有高 维性,当将其降维映射到低维空间时,蝴蝶光场展现丰 富的光场结构。同时,由于蝴蝶突变的高维特性,其控 制参数增加,通过改变控制参数可以调控产生多种空 间结构的蝴蝶光场。通过研究蝴蝶光场的传播动力 学,发现其沿着弯曲的轨迹传输,这一弯曲焦散和波前 特性为定制人工的加速光束提供了可能,也在光学微 操纵、微加工及生物医学方面有很大的应用价值。

#### 参考文献

- Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets[J]. American Journal of Physics, 1979, 47(3): 264-267.
- [2] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. Optics Letters, 2007, 32(8): 979-981.
- [3] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.
- [4] Khonina S N. Specular and vortical Airy beams[J]. Optics Communications, 2011, 284(19): 4263-4271.
- [5] Kaminer I, Bekenstein R, Nemirovsky J, et al. Nondiffracting accelerating wave packets of Maxwell's equations[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(16): 163901.
- [6] Kaganovsky Y, Heyman E. Wave analysis of Airy beams[J]. Optics Express, 2010, 18(8): 8440-8452.
- [7] 李绍祖,沈学举,王龙.自加速艾里光束的生成及控制
  [J].中国激光,2018,45(5):0505003.
  Li S Z, Shen X J, Wang L. Generation and control of self-accelerating Airy beams[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(5): 0505003.
- [8] 李怡,楚兴春,唐翰玲,等.有限能量艾里光传输特性 研究[J].激光与光电子学进展,2022,59(13):1326001.
  Li Y, Chu X C, Tang H L, et al. Study on evolutional properties of finite energy Airy beams[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(13): 1326001.
- [9] 代超宜,韩洪民,范引鹏,等.基于可变形透镜的可调 艾里光束生成[J].中国激光,2020,47(8):0805002.
  Dai C Y, Han H M, Fan Y P, et al. Generation of tunable airy beams using deformable lens[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(8):0805002.
- [10] 韩洪民,范引鹏,杨叶城,等.基于变形镜的多波长艾 里光束生成与传播特性[J].光学学报,2021,41(16): 1626001.

Han H M, Fan Y P, Yang Y C, et al. Generation and propagation characteristics of multi-wavelength Airy beams based on deformable mirrors[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(16): 1626001.

- [11] Khonina S N, Ustinov A V, Chávez-Cerda S. Generalized parabolic nondiffracting beams of two orders
  [J]. Journal of the Optical Society of America. A, Optics, Image Science, and Vision, 2018, 35(9): 1511-1517.
- [12] Gutiérrez-Vega J C, Bandres M A. Helmholtz-Gauss waves[J]. Journal of the Optical Society of America. A, Optics, Image Science, and Vision, 2005, 22(2): 289-298.
- [13] Rodrigo J A, Alieva T, Abramochkin E, et al. Shaping of light beams along curves in three dimensions[J]. Optics Express, 2013, 21(18): 20544-20555.
- [14] Zhao J Y, Chremmos I D, Song D H, et al. Curved singular beams for three-dimensional particle manipulation[J]. Scientific Reports, 2015, 5: 12086.
- [15] Bandres M A. Accelerating beams[J]. Optics Letters, 2009, 34(24): 3791-3793.
- [16] Hu Y, Bongiovanni D, Chen Z G, et al. Periodic selfaccelerating beams by combined phase and amplitude modulation in the Fourier space[J]. Optics Letters, 2013, 38(17): 3387-3389.
- [17] Froehly L, Courvoisier F, Mathis A, et al. Arbitrary accelerating micron-scale caustic beams in two and three dimensions[J]. Optics Express, 2011, 19(17): 16455-16465.
- [18] Lan Y P, Hu F R, Qian Y X. Generation of spirally accelerating optical beams[J]. Optics Letters, 2019, 44 (8): 1968-1971.
- [19] Goutsoulas M, Penciu R S, Efremidis N K. Independent amplitude and trajectory/beam-width control of nonparaxial beams[J]. Optics Express, 2018, 26(15): 18969-18974.
- [20] Melamed T, Shlivinski A. Practical algorithm for custom-made caustic beams[J]. Optics Letters, 2017, 42 (13): 2499-2502.
- [21] 陈志刚,许京军,胡毅,等.自加速光的调控及其新奇应用[J].光学学报,2016,36(10):1026009.
  Chen Z G, Xu J J, Hu Y, et al. Control and novel applications of self-accelerating beams[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(10):1026009.
- [22] Mathis A, Courvoisier F, Froehly L, et al. Micromachining along a curve: femtosecond laser micromachining of curved profiles in diamond and silicon using accelerating beams[J]. Applied Physics Letters, 2012, 101(7): 071110.
- [23] Zhang P, Prakash J, Zhang Z, et al. Trapping and guiding microparticles with morphing autofocusing Airy beams[J]. Optics Letters, 2011, 36(15): 2883-2885.
- [24] 程化, 臧维平, 田建国. 艾里光束对微小颗粒的捕获和 输运研究[J]. 光学学报, 2011, 31(s1): s100405.
  Cheng H, Zang W P, Tian J G. Study on optical trapping and propulsion of small particles by Airy beam [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(s1): s100405.
- [25] Chong A, Renninger W H, Christodoulides D N, et al. Airy-Bessel wave packets as versatile linear light bullets[J]. Nature Photonics, 2010, 4(2): 103-106.
- [26] Arnold V I. Catastrophe theory[M]. Berlin: Springer,

#### 第 42 卷 第 16 期/2022 年 8 月/光学学报

2012.

- [27] Ring J D, Lindberg J, Mourka A, et al. Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams[J]. Optics Express, 2012, 20(17): 18955-18966.
- [28] Greenfield E, Segev M, Walasik W, et al. Accelerating light beams along arbitrary convex trajectories[J]. Physical Review Letters, 2011, 106(21): 213902.
- [29] 焦晗,张蒙蒙,李鹏,等.基于焦散线理论的表面波激 发光栅结构设计[J].光学学报,2021,41(23):2324001.
  Jiao H, Zhang M M, Li P, et al. Structure design of surface wave exciting grating based on caustic theory[J].
  Acta Optica Sinica, 2021, 41(23): 2324001.
- [30] 闻远辉,陈钰杰,余思远.基于焦散线方法的自加速光 束设计[J].物理学报,2017,66(14):144210.
  Wen Y H, Chen Y J, Yu S Y. Design of accelerating beams based on caustic method[J]. Acta Physica Sinica, 2017,66(14):144210.
- [31] Vaveliuk P, Lencina A, Rodrigo J A, et al. Caustics, catastrophes, and symmetries in curved beams[J]. Physical Review A, 2015, 92(3): 033850.
- [32] Wen Y H, Chen Y J, Zhang Y F, et al. Tailoring accelerating beams in phase space[J]. Physical Review A,

2017, 95(2): 023825.

- [33] Kravtsov Y A, Orlov Y I. Caustics, catastrophes and wave fields[M]. Berlin: Springer, 2012.
- [34] Connor J, Curtis P R. A method for the numerical evaluation of the oscillatory integrals associated with the cuspoid catastrophes: application to Pearcey's integral and its derivatives[J]. Journal of Physics A, 1982, 15: 1179-1190.
- [35] Berry M V, Nye J F, Wright F J. The elliptic umbilic diffraction catastrophe[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences (1934—1990), 1979, 291(1382): 453-484.
- [36] Berry M V, Upstill C. IV catastrophe optics: morphologies of caustics and their diffraction patterns[J]. Progress in Optics, 1980, 18: 257-346.
- [37] 沈亚明.二值化相位全息图的设计研究[D].南京:东南 大学,2017:19-20.
  Shen Y M. Study on the design of binary phase-only holograms[D]. Nanjing: Southeast University, 2017: 19-20.