

# 光学学报

## CO-OFDM 系统中分块拉格朗日插值的 CKF 相位噪声补偿算法

袁建国\*, 李阳旭, 左智航

重庆邮电大学光电信息感测与传输技术重庆市重点实验室, 重庆 400065

**摘要** 针对相干光正交频分复用(CO-OFDM)系统中相位噪声造成的严重影响,提出了一种基于次符号进行分块二阶拉格朗日插值(BSSLI)的容积卡尔曼滤波(CKF)的相位噪声补偿算法。该算法先利用导频估计的时域 OFDM 符号相位噪声值进行第一次二阶拉格朗日插值(SLI),得到相位噪声粗略估计值,再将每个 OFDM 符号在时域分割成若干个次符号,将每个次符号的估计值作为它中间采样点的估计值进行第二次 SLI,从而在提高时间分辨率的同时提升补偿精度,最后利用 CKF 对残余的相位噪声进行补偿。仿真结果表明:该算法在 16 阶正交振幅调制(16QAM)下,激光线宽为 800 kHz 时,其误码率(BER)接近于  $10^{-7}$  且降低了错误平层;该算法在 32 阶正交振幅调制(32QAM)下,激光线宽为 800 kHz 时,其 BER 达到  $10^{-3}$  以下;本文算法相较于线性插值与子符号光相位噪声补偿(LI-SCPEC)算法和基于拉格朗日插值的扩展卡尔曼滤波(LRI-EKF)算法补偿效果更优,有效改善了系统的性能。

**关键词** 光通信;相干光正交频分复用;相位噪声;二阶拉格朗日插值;容积卡尔曼滤波

中图分类号 TN913.7

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS202242.1606003

### CKF Phase Noise Compensation Algorithm of Block Lagrangian Interpolation for CO-OFDM Systems

Yuan Jianguo\*, Li Yangxu, Zuo Zhihang

Chongqing Key Laboratory of Photoelectronic Information Sensing and Transmitting Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

**Abstract** A cubature Kalman filter (CKF) phase noise compensation algorithm of the block sub-symbol second-order Lagrangian interpolation (BSSLI) is proposed to reduce the serious influence caused by phase noise in the coherent optical orthogonal frequency division multiplexing (CO-OFDM) system. The algorithm first uses the phase noise value of the time-domain OFDM symbol estimated by the pilot to perform the first second-order Lagrangian interpolation (SLI) and obtain a rough estimation of the phase noise, and then divides each OFDM symbol into several sub-symbols in the time domain. The estimated value of each sub-symbol is used as the estimated value of its intermediate sampling point to perform the second SLI, thus both the time resolution and the compensation accuracy are improved, and finally the CKF is used to compensate the residual phase noise. The simulation results show that: for 16 order orthogonal amplitude modulation (16QAM) and the laser linewidth of 800 kHz, the bit error rate (BER) of the algorithm can be close to  $10^{-7}$  and the error floor is reduced; for 32 order orthogonal amplitude modulation (32QAM) and the laser linewidth of 800 kHz, the BER of the algorithm can reach below  $10^{-3}$ . Furthermore, compared with the linearly interpolated sub-symbol optical phase noise compensation scheme (LI-SCPEC) algorithm and the Lagrange interpolation based extended Kalman filter (LRI-EKF) algorithm, the proposed algorithm can better compensate the phase noise. Therefore, it can effectively improve the performance of the CO-OFDM system.

**Key words** optical communications; coherent optical orthogonal frequency division multiplexing; phase noise; second-order Lagrangian interpolation; cubature Kalman Filter

收稿日期: 2022-01-17; 修回日期: 2022-03-02; 录用日期: 2022-03-14

基金项目: 国家自然科学基金(61971079)、重庆市研究生科研创新项目(CYS21319)

通信作者: \*yyyjg@126.com

## 1 引言

相干光正交频分复用(CO-OFDM)技术不仅能够有效地抗色散,而且具有频谱效率高、传输效率高和带宽资源分配灵活等优点<sup>[1-3]</sup>,在光通信领域中被认为具有非常广阔的前景,因此得到了广泛的研究。

然而,相位噪声会使 CO-OFDM 系统中子载波间的正交性遭到破坏,从而导致系统的性能下降。因此对 CO-OFDM 系统相位噪声的补偿成为目前迫切需要解决的问题之一。在 CO-OFDM 系统中,相位噪声的影响主要分为两种:公共相位误差(CPE)和子载波间干扰(ICI)<sup>[4-5]</sup>。CPE 是由相位噪声的零阶频谱分量引起的,而 ICI 是由相位噪声的非零阶频谱分量引起的。针对以上两种相位噪声,目前已有不同的解决方案对其进行抑制。在信号发射端均匀插入已知导频后,在接收端对相位噪声进行最小二乘(LS)估计<sup>[6-7]</sup>,此相位噪声补偿方法是通过增加额外开销的方式达到提升性能的目的,但只适用于线宽较小时对 CPE 的补偿,无法在线宽增大时抑制 ICI。文献[8]在利用 LS 估计相位噪声的基础上,采用线性内插的方式将估计值遍历到每个 OFDM 符号中的采样点上,降低了部分的 ICI 影响。文献[9]将线性插值算法和次符号算法相结合,取得了更好的补偿效果。首先进行线性插值,然后根据 ICI 与光学相位噪声的时变特性将时域内的 OFDM 符号划分为若干个次符号,以提高相位估计的时间分辨率,但随着次符号个数的增加,其补偿性能有限。文献[10]提出一种基于拉格朗日插值(LRI)的扩展卡尔曼滤波(EKF)算法来补偿相位噪声,在频域利用改进的无迹代盲(MIFB)算法得到 OFDM 符号的 CPE 值,对其进行 LRI 精确到每个采样点的相位噪声估计得到的值相比于线性插值方式拟合更加准确,但当线宽逐渐增大时,由于未考虑到时间分辨率的问题,其补偿效果不佳。文献[11]提出一种基于高斯基展开(GBE)的相位噪声补偿方法,该方法将接收到的相位噪声按 GBE 进行分解,相比于基于离散傅里叶变换正交基展开(OBE)<sup>[12]</sup>和特征向量基展开(EBE)<sup>[13]</sup>的相位噪声补偿方法能更加有效地匹配 ICI 相位噪声。为了提高频谱效率,文献[14]又将高斯基与伪导频相结合,在不影响补偿效果的情况下,提高了频谱效率。文献[15]将无迹卡尔曼滤波(UKF)算法引入到相位噪声补偿算法中,实现对 ICI 相位噪声的补偿,避免了线性误差,但是 UKF 参数的选取决定了相位噪声补偿精度的高低,选取参数偏差较大就会造成滤波不稳定,从而影响补偿效果。文献[16]采用基于容积数值积分准则的容积卡尔曼滤波(CKF)算法对相位噪声进行补偿,相对于 EKF 算法和 UKF 算法而言,其优势在于数值精度高,稳定性高。

为了进一步减小相位噪声对 CO-OFDM 系统造成的影响,本文基于上述补偿算法的分析,提出一种基于 BSSLI(Block Sub-symbol Second-order Lagrangian Interpolation)的 CKF(BSSLI-CKF)进行相位噪声补

偿算法。首先在信号接收端利用已知导频信息根据 LS 准则估计出每个 OFDM 符号的相位噪声值,然后利用二阶拉格朗日插值(SLI)函数进行第一次相位噪声拟合,然后对补偿后的信号进行预判决和次符号分块,再利用更新后的 SLI 函数进行第二次相位噪声拟合,最后利用 CKF 对残余的相位噪声进行进一步补偿,以达到更好的相位噪声补偿效果。

## 2 算法原理

在 CO-OFDM 系统中,发射端第  $i$  个 OFDM 符号的第  $n$  个采样点  $x_{i,n}$  经过信道传输后的时域接收信号表达为

$$y_{i,n} = (x_{i,n} \otimes h_{i,n}) \times \exp(j\varphi_{i,n}) + w_{i,n}, \quad (1)$$

式中:  $w_{i,n}$  为加性高斯白噪声;  $h_{i,n}$  为信道冲激响应;  $\varphi_{i,n}$  为激光器相位噪声,是以乘性噪声的形式引入到信号中的,可用维纳过程表示为

$$\varphi_{i,n} = \varphi_{i,n-1} + \Delta\varphi, \quad (2)$$

式中:  $\Delta\varphi$  为当前采样点与上一采样点间的相位噪声之差,  $\Delta\varphi \sim N(0, 2\pi\Delta f/f_s)$ ,  $\Delta f$  为发送端和接收端的激光器线宽总和,  $f_s$  为 OFDM 符号的模数变换的采样频率。将式(1)所得的时域信号  $y_{i,n}$  经过一次快速傅里叶变换转换到频域,从而得到第  $i$  个 OFDM 符号,第  $k$  个子载波上的信号为

$$Y_{i,k} = X_{i,k} H_{i,k} I_{i,0} + \sum_{l=0, l \neq k}^{N-1} X_{i,l} H_{i,l} I_{i,k-1} + w_{i,k}, \quad (3)$$

式中:  $I_{i,0}$  为作用于每个子载波上旋转同一相位角度后相位噪声的傅里叶变换,引起星座图发生旋转,也称为 CPE 相位噪声;  $H_{i,k}$  为信道冲激响应。

$\sum_{l=0, l \neq k}^{N-1} X_{i,l} H_{i,l} I_{i,k-1}$  引起星座图发散,称为 ICI 相位噪声。从式(3)可看出 CPE 相位噪声是每个 OFDM 符号的相位噪声时域平均值,而 ICI 相位噪声是一个加性随机干扰,对不同的子载波影响也不一样,因此补偿 CPE 较容易而补偿 ICI 较困难。因而,本文基于 BSSLI 的 CKF 提出了一种 BSSLI-CKF 相位噪声补偿算法,算法流程如图 1 所示。

### 2.1 粗略相位噪声补偿

发送端进行正交幅度调制(QAM)映射和串并转换后,均匀插入已知导频  $S_p$ ,在接收端频域利用 LS 准则估计出第  $i$  个 OFDM 符号的相位噪声,相位噪声 CPE 的估计值  $\phi_i$  为

$$\phi_i = \text{angle}(I_{i,0}) = \frac{\sum_{k \in S_p} Y_{i,k} X_{i,k}^* H_{i,k}^*}{\sum_{k \in S_p} |X_{i,k} H_{i,k}|^2}, \quad (4)$$

式中:  $\text{angle}(\cdot)$  代表取复数的幅角运算;上标\*代表取共轭运算。通过 LS 算法和 SLI 算法相结合的方式,利用前后相邻的 OFDM 符号的相位噪声估计值进行第一次 SLI 处理,得到当前 OFDM 符号所有采样点的相位噪声值,进而得到所有 OFDM 符号每个采样点的相位噪声估计值  $\varphi_{i,k}$ 。采用的 SLI 函数为

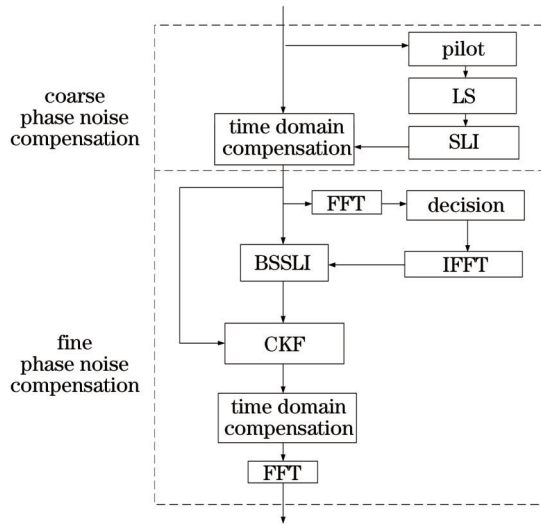


图 1 提出的 BSSLI-CKF 相位噪声补偿算法框图

Fig. 1 Block diagram of proposed BSSLI-CKF phase noise compensation algorithm

$$\varphi_{i,k} = \phi_{i-1}\lambda_{i-1,k} + \phi_i\lambda_{i,k} + \phi_{i+1}\lambda_{i+1,k}, \quad (5)$$

式中： $\lambda$ 为二阶拉格朗日基，其表达式为

$$\begin{cases} \lambda_{i-1,k} = \frac{(k-N/2)(k-3N/2-N_{cp})}{2(N+N_{cp})^2} \\ \lambda_{i,k} = -\frac{(k+N/2+N_{cp})(k-3N/2-N_{cp})}{(N+N_{cp})^2} \\ \lambda_{i+1,k} = \frac{(k+N/2+N_{cp})(k-N/2)}{2(N+N_{cp})^2} \end{cases}, \quad (6)$$

式中： $N$ 为子载波个数； $N_{cp}$ 为循环前缀 CP 的长度。利用经过 SLI 处理后得到的相位噪声估计值  $\varphi_{i,k}$  对信号进行补偿，得到补偿后的信号  $z_{i,k}$  为

$$z_{i,k} = y_{i,k} \exp(-j\varphi_{i,k}). \quad (7)$$

## 2.2 精细相位噪声补偿

第一阶段的粗略相位噪声估计算法仅对 CPE 和部分 ICI 进行了补偿。为了提高在时间上的分辨率以及对相位噪声更高的补偿精度，在精细补偿阶段，将每一个 OFDM 进行分块，进行第二次 SLI 处理。文献 [9] 采用的次符号相位噪声补偿 (SCPEC) 方案提高了时间分辨率，将 OFDM 符号划分为次符号，进行第二次 LS 估计，将估计出的值作为常数，以补偿每个次符号中的采样点。次符号个数越大，SCPEC 方案的补偿性能越好，该方案虽然提高了补偿精度，但划分次符号的个数有限，且次符号的个数增大到一定值后，系统的性能提升不明显。所以在此提出对接收信号进行分块并进行第二次 SLI 处理的方案，考虑到每个采样点的补偿相位噪声值，将粗补偿后的信号  $z_{i,k}$  转换到频域进行试探性判决，得到  $Z_{i,k}^{(D)}$ ，再将判决结果  $Z_{i,k}^{(D)}$  转换到时域：

$$z_{i,k}^{(D)} = F^{(H)}[Z_{i,k}^{(D)}] = F^{(H)}(Z_{i,k}^{(D)} + \Delta\xi), \quad (8)$$

式中： $F^{(H)}(\cdot)$ 代表快速傅里叶逆变换； $\Delta\xi$ 为试探性判决的判决误差。将判决结果  $z_{i,k}^{(D)}$  的第  $i$  个 OFDM 信号

分块成  $N_b$  个次符号，即若有  $t$  个 OFDM 符号，则共有  $T = tN_b$  个次符号。根据 LS 准则得出第  $n$  个 ( $1 \leq n \leq T$ ) 次符号的平均相位噪声  $\zeta_n$  为

$$\zeta_n = \text{angle} \left\{ \frac{z_n^T [z_n^{(D)}]^*}{z_n^{(D)} [z_n^{(D)}]^*} \right\}, \quad (9)$$

式中： $z_n^T$  为将信号  $z_{i,k}$  分块后的第  $n$  个信号的转置； $z_n^{(D)}$  为将判决结果  $z_{i,k}^{(D)}$  分块后的第  $n$  个信号。

将得到的  $\zeta_n$  作为每个次符号中间采样点的相位噪声估计值，在所有次符号的中间采样点之间进行第二次 SLI 处理，以此得到第  $n$  个次符号的第  $l$  ( $0 \leq l < N/N_b$ ) 个采样点的相位噪声估计值  $\zeta_{n,l}$ 。更新后的 SLI 函数为

$$\zeta_{n,l} = \zeta_{n-1}\gamma_{n-1,l} + \zeta_n\gamma_{n,l} + \zeta_{n+1}\gamma_{n+1,l}, \quad (10)$$

式中： $\gamma$  为更新后的二阶拉格朗日基，其表达式为

$$\begin{cases} \gamma_{n-1,l} = \frac{(l-N/N_b/2)(l-3N/N_b/2)}{2(N/N_b)^2} \\ \gamma_{n,l} = -\frac{(l+N/N_b/2)(l-3N/N_b/2)}{(N/N_b)^2} \\ \gamma_{n+1,l} = \frac{(l+N/N_b/2)(l-N/N_b/2)}{2(N/N_b)^2} \end{cases}. \quad (11)$$

利用  $\zeta_{n,l}$  可取得相位噪声估计值  $\zeta_{i,k}$ ，通过计算得到补偿后的信号  $\hat{z}_{i,k}$  为

$$\hat{z}_{i,k} = z_{i,k} \exp(-j\zeta_{i,k}). \quad (12)$$

卡尔曼滤波 (KF) 以最小均方误差作为最佳准则，并使用状态空间方程估计信号的动态行为<sup>[10]</sup>。对于 OFDM 信号，系统方程和测量方程可以表示为

$$\begin{cases} \varphi_{i,k} = \varphi_{i,k-1} + u_{i,k-1} \\ \hat{z}_{i,k} = \hat{z}_{i,k}^{(D)} \exp(j\varphi_{i,k}) + v_{i,k} \end{cases}, \quad (13)$$

式中： $u_{i,k-1}$  为当前采样点与上一采样点间的相位噪声之差，满足  $u_{i,k-1} \sim N(0, Q_{k-1})$ ， $Q_{k-1} = E[u_{i,k-1}u_{i,k-1}^H]$ ，上标 H 代表共轭转置； $v_{i,k}$  为系统的观测噪声， $v_{i,k} \sim N(0, R_k)$ ， $R_k = E[v_{i,k}v_{i,k}^H]$ 。

传统的 KF 一般只适用于线性系统的估计，但由式 (13) 可看出，时域 OFDM 符号  $\hat{z}$  与相位噪声  $\varphi$  之间的关系是非线性的，因此采用基于容积数值积分准则的 CKF 进行滤波，该方法具有数值精度高和稳定性好的特点，具体步骤如下。

1) 对相位噪声值和 CKF 协方差进行初始化：

$$\begin{cases} \hat{\varphi}_1(1) = E[\varphi_{i,k}] = 0 \\ P_1(1) = E[(\varphi_{i,k} - \hat{\varphi}_1(1))^2] = 0^\circ \end{cases} \quad (14)$$

2) 时间更新。将上个采样点的协方差矩阵  $P_{i,k-1}$  进行奇异值分解 (SVD)，并将上个采样点的相位噪声值  $\hat{\varphi}_{i,k-1}$  代入式 (15) 得到容积点  $\xi_{i,(k-1,m)}$  和状态容积点  $\xi_{i,(k/k-1,m)}$ ：

$$\begin{cases} [U_{i,k-1}, S_{i,k-1}, V_{i,k-1}] = \text{SVD}(P_{i,k-1}) \\ \xi_{i,(k-1,m)} = U_{i,k-1} \sqrt{S_{i,k-1}} \xi_m + \hat{\varphi}_{i,k-1} \\ \xi_{i,(k/k-1,m)} = \xi_{i,(k-1,m)} \end{cases}, \quad (15)$$



式中:  $U$  和  $V$  为单位正交阵;  $S$  为奇异值矩阵;  $m$  为容积点个数,  $m=1, 2, \dots, n$ ,  $n$  为容积点总数;  $\xi_m = \sqrt{n/2} [1]_m$  为基本采样点。由  $\xi_{i, (k/k-1, m)}$  计算 CKF 预测状态  $\hat{\varphi}_{i, k/k-1}$  和 CKF 预测协方差矩阵  $P_{i, k/k-1}$ :

$$\begin{cases} \hat{\varphi}_{i, k/k-1} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \xi_{i, k/k-1, m} \\ P_{i, k/k-1} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \xi_{i, (k/k-1, m)} \xi_{i, (k/k-1, m)}^T - \hat{\varphi}_{i, k/k-1} \hat{\varphi}_{i, k/k-1}^T + Q_{k-1} \end{cases} \quad (16)$$

3) 测量更新。将 CKF 预测协方差矩阵  $P_{i, k/k-1}$  进行 SVD 并将信号  $\hat{z}_{i, k}$  进行预判决, 得到  $\hat{z}_{i, k}^{(D)}$ , 根据式 (17) 得到容积点  $\xi_{i, (k/k-1, m)}^*$  和测量容积点  $\tilde{Z}_{i, (k/k-1, m)}$ :

$$\begin{cases} [U_{i, k/k-1}, S_{i, k/k-1}, V_{i, k/k-1}] = \text{SVD}(P_{i, k/k-1}) \\ \xi_{i, (k/k-1, m)}^* = U_{i, k/k-1} \sqrt{S_{i, k/k-1}} \xi_m + \hat{\varphi}_{i, k/k-1} \\ \tilde{Z}_{i, (k/k-1, m)} = \hat{z}_{i, k}^{(D)} \exp[\xi_{i, (k/k-1, m)}^*] \end{cases} \quad (17)$$

将式 (16) 和式 (17) 的计算结果代入式 (18), 计算得到测量预测值  $\hat{z}_{i, k/k-1}$ 、新息方差矩阵  $P_{i, k/k-1}^{(zz)}$  和协方差估计值矩阵  $P_{i, k/k-1}^{(xz)}$ :

$$\begin{cases} \hat{z}_{i, k/k-1} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \tilde{Z}_{i, (k/k-1, m)} \\ P_{i, k/k-1}^{(zz)} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \tilde{Z}_{i, (k/k-1, m)} \tilde{Z}_{i, (k/k-1, m)}^T - \hat{z}_{i, k/k-1} \hat{z}_{i, k/k-1}^T + Z_{k-1} \\ P_{i, k/k-1}^{(xz)} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n \xi_{i, (k/k-1, m)}^* \tilde{Z}_{i, (k/k-1, m)}^T - \hat{\varphi}_{i, k/k-1} \hat{z}_{i, k/k-1}^T \end{cases} \quad (18)$$

4) 计算 CKF 增益矩阵:

$$K_{i, k} = P_{i, k/k-1}^{(xz)} [P_{i, k/k-1}^{(zz)}]^{-1} \quad (19)$$

5) 利用式 (20) 对相位噪声值  $\hat{\varphi}_{i, k}$  和协方差矩阵  $P_{i, k}$  进行更新:

$$\begin{cases} \hat{\varphi}_{i, k} = \hat{\varphi}_{i, k/k-1} - K_{i, k} (\tilde{z}_{i, k} - \tilde{z}_{i, k/k-1}) \\ P_{i, k} = P_{i, k/k-1} - K_{i, k} P_{i, k/k-1}^{(zz)} K_{i, k}^T \end{cases} \quad (20)$$

采用 BSSLI-CKF 相位噪声补偿算法后, 接收端最终的输出信号为

$$\bar{z}_{i, k} = \hat{z}_{i, k} \exp(-j\hat{\varphi}_{i, k}) \quad (21)$$

### 3 仿真结果和分析

本文采用蒙特卡罗仿真来验证所提出的 BSSLI-CKF 相位噪声补偿算法的性能。在发射端设置 5000 个 OFDM 符号, 传输 256 个子载波, 循环前缀的长度为  $N/4=64$ 。调制方式为 16QAM/32QAM。每个 OFDM 的导频间隔为 16, 可保证其均匀分布在子载波间。模数变换的采样频率为 20 GHz, 次符号块数  $N_b=4$ , CKF 容积点的个数为 2, 信道采用 AWGN。

图 2 为激光线宽为 800 kHz、信噪比 (SNR) 为 20 dB 时, 16QAM 相位噪声补偿算法分别在第一次 SLI 算法补偿、第二次基于次符号分块 SLI 算法补偿和最终算法补偿得到的频域星座图, 并将其对应的 3 种算法分别命名为 SLI 算法、BSSLI 算法、BSSLI-CKF 算法。图 2(a) 为未采用任何相位噪声补偿算法对其 CPE 和 ICI 进行抑制的原始信号星座图, 其星座图发生旋转和发散。图 2(b) 为本文粗补偿阶段采用 SLI 算法补偿后的星座图, 虽然星座图已经被均衡为

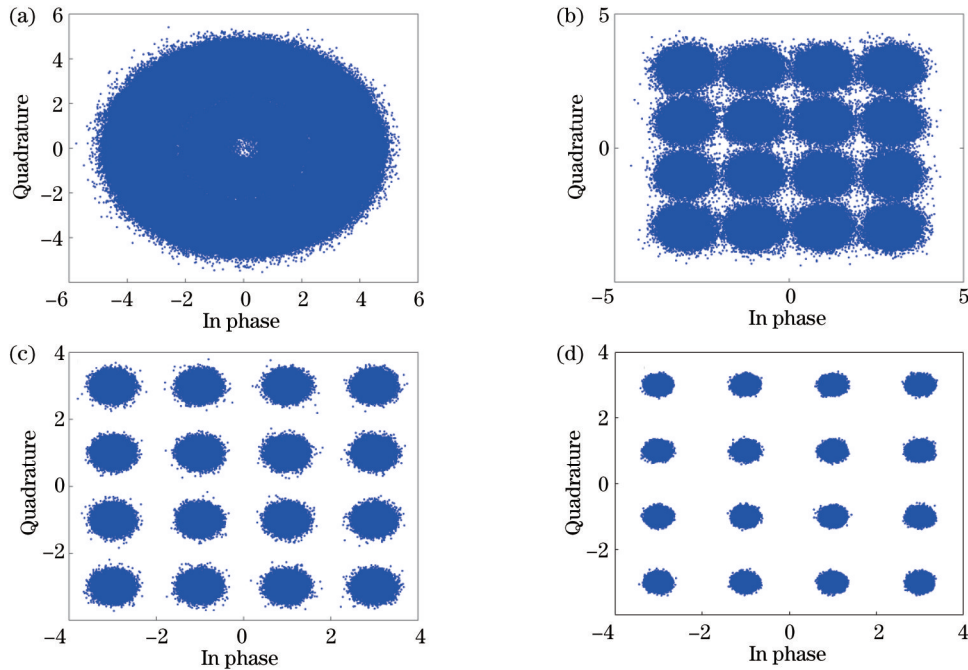


图 2 线宽为 800 kHz 时不同补偿阶段的星座图。(a) 未经任何补偿的算法; (b) 采用 SLI 算法; (c) 采用 BSSLI 算法; (d) 采用 BSSLI-CKF 算法

Fig. 2 Constellation diagrams of different compensation stages with linewidth of 800 kHz. (a) Without compensation; (b) with SLI algorithm; (c) with BSSLI algorithm; (d) with BSSLI-CKF algorithm

16 个数据点,但其发散程度依然严重。图 2(c)为采用 BSSLI 算法补偿后的星座图,其星座图的发散程度明显降低,但还存在残余的相位噪声。图 2(d)为进一步采用 BSSLI-CKF 算法补偿后的星座图,16 个点更加集中,CPE 和 ICI 得到了很好的抑制。

文献[9]中在接收端用来估计每个 OFDM 符号中的 CPE 和进行线性拟合补偿部分的 ICI 的算法分别表示为 CPEC 算法和 LI 算法。图 3 为各个算法在 SNR 为 15 dB 时不同线宽下的 BER 对比图,对于 16QAM 和 32QAM,SLI 算法相较 CPEC 算法和 LI 算法均具有更好的相位噪声补偿效果。这是由于相位噪声服从 Wiener 过程,是一种高斯过程的积分形式,SLI 算法更适合拟合相位噪声。

图 4(a)、(b)为 16QAM 和 32QAM 下激光线宽为 800 kHz 时,几种不同相位噪声补偿算法的 SNR-BER 对比图,其中 NPHN 为无相位噪声时的 BER 曲线。对比算法分别是文献[9]中的 LI-SCPEC 算法和文献[10]中的 LRI-EKF 算法。由图 4(a)可知,在 16QAM 下,BER 为  $10^{-5}$  时,本文 BSSLI 算法的 SNR 相比 LI-SCPEC 算法提高了 0.5 dB,BSSLI-CKF 算法的 SNR 相比 BSSLI、LI-SCPEC、LRI-EKF 算法分别提高了 0.8 dB、1.4 dB、0.4 dB,且 LI-SCPEC 算法和 BSSLI 算法在 SNR 为 17.0 dB 附近出现了错误平台。由图 4(b)可知,在 32QAM 下,BER 为  $10^{-2.5}$  时,本文的 BSSLI 算法的 SNR 较 LI-SCPEC、LRI-EKF 算法分别

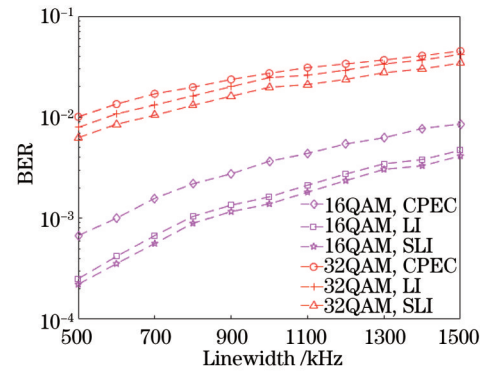


图 3 不同 QAM 下几种相位噪声补偿算法的 BER 随激光器线宽的变化

Fig. 3 BER varying with laser linewidth of several phase noise compensation algorithms under different QAMs

提高了 1.3 dB 和 0.3 dB,并且 BSSLI-CKF 算法在 BER 为  $10^{-3}$  时的 SNR 比 BSSLI 算法提高了 1.0 dB。由图 4(a)还可知,在激光线宽为 800 kHz 时,本文算法在 16QAM 下,其 BER 接近于  $10^{-7}$  且降低了错误平台。由图 4(b)可知,本文算法在 32QAM 下,其 BER 达到  $10^{-3}$  以下。此外,相比于较小调制阶数的调制方式 16QAM,32QAM 因为调制阶数增大,其 QAM 映射点之间的欧氏距离更小,对相位噪声愈加敏感,本文算法相较于 LI-SCPEC 算法和 LRI-EKF 算法补偿效果更优。

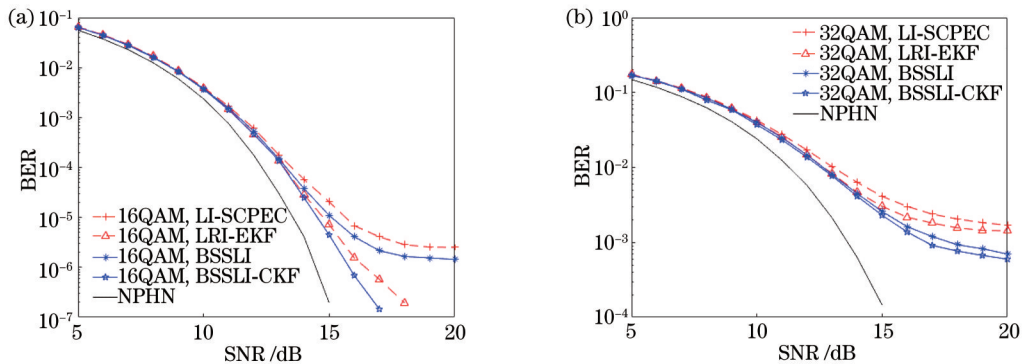


图 4 激光器线宽为 800 kHz 时几种相位噪声补偿算法的 SNR-BER 图。(a) 16QAM;(b) 32QAM

Fig. 4 BER varying with SNR of several phase noise compensation algorithms when laser linewidth is 800 kHz. (a) 16QAM; (b) 32QAM

图 5(a)、(b)显示了在 SNR 为 15 dB 时,在 16QAM 和 32QAM 下几种算法的 BER 随激光器线宽变化的曲线,其中 FEC limit 为前向纠错极限 ( $3.8 \times 10^{-3}$ )。由图 5(a)可知,在 16QAM 下 BSSLI 算法在线宽不断增大的情况下始终优于 LI-SCPEC 算法,相较于 LRI-EKF 算法,BSSLI 算法虽在 1 MHz 前性能较差,但随着线宽的增大,二者补偿性能相当。BSSLI-CKF 算法的补偿效果明显优于其他算法,在 BER 为  $10^{-5}$  时相比 LI-SCPEC、BSSLI、LRI-EKF 算法激光器线宽容忍度分别增加了 170 kHz、100 kHz、50 kHz,线宽超过 1500 kHz 时可达前向纠错极限。由图 5(b)可

知,在 32QAM 下,LI-SCPEC、LRI-EKF、BSSLI-CKF 算法在前向纠错极限的线宽容忍度分别为 750 kHz、900 kHz、950 kHz,BSSLI-CKF 算法的线宽容忍度相比 LI-SCPEC 算法提高了 200 kHz。总体而言,该算法降低了系统的成本。

现在对本文提出的算法进行复杂度分析,表 1 为对 BSSLI-CKF 算法分析所得到的具体复杂度情况,其中  $N_p$  表示每个 OFDM 符号中的导频个数。传统的 LI 算法的时间复杂度为  $O(2N_p + 2N)$ ,本文算法的粗补偿阶段采用的二阶拉格朗日基  $\lambda$  只与  $k$  有关,在每一个 OFDM 符号中进行插值时是可以重复使用的,在复

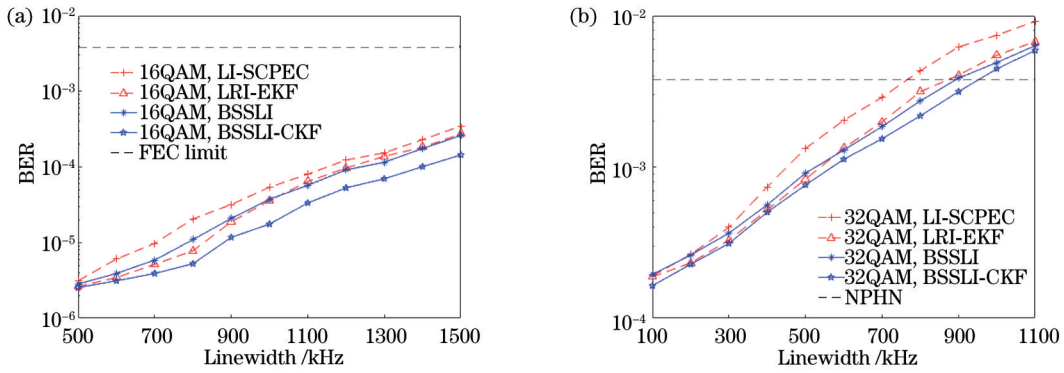


图5 不同QAM下几种相位噪声补偿算法的BER随激光器线宽的变化。(a) 16QAM;(b) 32QAM

Fig. 5 BER varying with laser linewidth of several phase noise compensation algorithms under different QAMs. (a) 16QAM; (b) 32QAM

杂度方面仅在每次插值时增加了两个乘法器,因此SLI算法的复杂度为 $O(2N_p + 4N)$ 。BSSLI算法和CKF算法的复杂度分别为 $O(3N + 3N_b \cdot N)$ 、 $O(N \log_2 N + 20N)$ ,整个过程中一共进行了4次傅里

叶变换/傅里叶逆变换(FFT/IFFT),总的变换复杂度为 $O(4N \log_2 N)$ 。其中,BSSLI算法的复杂度与 $N_b$ 值相关,由于 $N_b$ 值较小,所以相较于同类算法,本文整个算法的复杂度并没有得到明显提高<sup>[9-10,17]</sup>。

表1 BSSLI-CKF算法的复杂度

Table 1 Complexity of BSSLI-CKF algorithm

Method	SLI in coarse phase noise compensation	BSSLI in fine phase noise compensation	CKF	FFT/IFFT
Complexity of BSSLI-CKF algorithm	$O(2N_p + 4N)$	$O(3N + 3N_b \cdot N)$	$O(N \log_2 N + 20N)$	$O(4N \log_2 N)$

## 4 结 论

针对CO-OFDM系统中相位噪声造成的严重影响,提出了一种BSSLI-CKF相位噪声补偿算法。该算法首先在接收端通过已知的导频信息估计出每个OFDM符号的相位噪声值,通过第一次SLI处理将相位噪声估计值精确到每个OFDM符号的每个采样点,然后将每个OFDM符号在时域分割成若干个次符号,将每个次符号的估计值作为中间采样点的估计值,进行第二次SLI处理,以在提高时间分辨率的同时提升补偿精度,最后利用CKF对残余的相位噪声进行补偿。通过对比16QAM和32QAM下已有算法可知,本文算法能够有效地抑制相位噪声对CO-OFDM系统的影响,改善CO-OFDM系统对激光器线宽的容忍度,提高系统的性能。

### 参 考 文 献

- [1] 杨国伟, 叶玮胜, 毕美华, 等. 基于二维投影直方图导频辅助的相干光正交频分复用系统公共相位误差噪声补偿算法[J]. 光学学报, 2019, 39(11): 1106001.  
Yang G W, Ye W S, Bi M H, et al. Common phase error compensation in coherent optical OFDM system with two-dimensional projection histogram-based and pilot-aided method[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(11): 1106001.
- [2] Yan Q F, Hong X J, Hong X Z. Low-complexity residual carrier frequency offset mitigation based on

spectrum symmetry for CO-OFDM systems[J]. Journal of Lightwave Technology, 2018, 36(22): 5210-5217.

- [3] 李玲香, 李季碧. CO-OFDM系统中基于线性预处理的新相位噪声抑制算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2016, 28(5): 743-748.  
Li L X, Li J B. Novel phase noise suppression algorithm based on the linear preprocessing in CO-OFDM systems [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2016, 28 (5): 743-748.
- [4] Wang X B, Yang L, Luo F G, et al. Adaptive EKF based estimation method for phase noise in CO-OFDM/OQAM system[J]. IEEE Access, 2020, 8: 204931-204940.
- [5] Chen Y X, Huang Y T, Han Y, et al. A novel phase noise suppression scheme utilizing Gaussian wavelet basis expansion for PDM CO-OFDM superchannel[J]. IEEE Photonics Journal, 2020, 12(2): 19523387.
- [6] Yi X W, Shieh W, Tang Y. Phase estimation for coherent optical OFDM[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2007, 19(12): 919-921.
- [7] Le S T, Kanesan T, Giacoumidis E, et al. Quasi-pilot aided phase noise estimation for coherent optical OFDM systems[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2014, 26(5): 504-507.
- [8] Mousa-Pasandi M E, Plant D V. Noniterative interpolation-based partial phase noise ICI mitigation for CO-OFDM transport systems[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2011, 23(21): 1594-1596.

- [9] Hong X Z, Hong X J, He S L. Linearly interpolated sub-symbol optical phase noise suppression in CO-OFDM system[J]. Optics Express, 2015, 23(4): 4691-4702.
- [10] Bao W, Bi M H, Xiao S L, et al. Lagrange interpolation based extended Kalman filter for phase noise suppression in CO-OFDM system[J]. Optics Communications, 2019, 435: 221-226.
- [11] Huang Y T, Chen Y X, Li K L, et al. Gaussian basis expansion phase noise suppression method for CO-OFDM systems[J]. Optics Express, 2020, 28(17): 24343-24352.
- [12] Fang X, Yang C C, Zhang T T, et al. Orthogonal basis expansion-based phase noise suppression for PDM CO-OFDM system[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2014, 26(4): 376-379.
- [13] Xu Z P, Tan Z W, Yang C C. Eigenvector basis expansion-based phase noise suppression method for CO-OFDM systems[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2017, 29(13): 1124-1127.
- [14] Chen Y X, Huang Y T, Han Y, et al. Experimental demonstration of pseudo-pilots-aided Gaussian basis expansion-based phase noise suppression scheme for CO-OFDM[J]. Optics Express, 2021, 29(8): 11750-11759.
- [15] 董月军, 唐英杰, 任宏亮, 等. 基于无迹卡尔曼滤波的 CO-OFDM 系统相位噪声补偿算法[J]. 中国激光, 2017, 44(11): 1106010.
- Dong Y J, Tang Y J, Ren H L, et al. Phase noise compensation algorithm of CO-OFDM system based on unscented Kalman filter[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(11): 1106010.
- [16] 袁建国, 南蜀崇, 刘书涵, 等. 相干光 OFDM 系统中一种新颖时域容积卡尔曼相位噪声补偿算法[J]. 半导体光电, 2019, 40(4): 550-554, 559.
- Yuan J G, Nan S C, Liu S H, et al. A novel CKF phase noise compensation algorithm in coherent optical OFDM systems[J]. Semiconductor Optoelectronics, 2019, 40(4): 550-554, 559.
- [17] 唐英杰, 董月军, 任宏亮, 等. 基于时频域卡尔曼滤波的 CO-OFDM 系统相位噪声补偿算法[J]. 光学学报, 2017, 37(9): 0906002.
- Tang Y J, Dong Y J, Ren H L, et al. Phase noise compensation algorithm based on Kalman filtering in time and frequency domains for CO-OFDM system[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(9): 0906002.